0.1 Maxwell 方程式

Law 0.1.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{0.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{0.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{0.3}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu\varepsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu\vec{j} \tag{0.4}$$

0.1.1 Gauss の法則

Law 0.2.

$$\int_S \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{n} ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

0.1.2 Ampère の法則

Law 0.3 (アンペールの法則)**.**
閉回路上の磁場の大きさの総和は閉回路を貫く総電流に等しい.
すなわち

$$\oint_{\partial S} \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot d\boldsymbol{S} = I$$

ただし、
H : 磁場の強さ, J : 電流密度, I : 積分領域 S を貫く総電流, dl : 線素ベクトル, dS : 面素ベクトル, ∂S : 面 S の境界

またこれゆえに

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} = \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$$

Thm. 0.4. 無限に長い直線電流が距離 r の位置に成す磁場の大きさ H は

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Prf.

$$\oint_S \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = 2\pi r = I$$

□

0.1.3 Faraday の電磁誘導の法則

Law 0.5.

$$V = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

(N は巻き数)
さらに

$$\oint_S \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

0.2 静電磁場

0.2.1 静電ポテンシャル

0.2.2 ポアソン方程式

0.2.3 定常電流

0.2.4 ビオ・サバールの法則

Law 0.6 (ビオ・サバールの法則)**.**
微小な長さの電流要素 $Id\boldsymbol{l}$ から $\boldsymbol{r}$ 離れた位置に作られる微小な磁場 $d\boldsymbol{H}$ は

$$d\boldsymbol{H} = \frac{Id\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{4\pi r^3} = \frac{Id\boldsymbol{l}}{4\pi r^2} \times \frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

Thm. 0.7. 半径 r の円電流の中心に生じる磁場の大きさ H は

$$H = \frac{I}{2r}$$

Prf.

$$\begin{aligned} H &= \left| \oint_I \frac{Id\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{4\pi r^3} \right| \\ &= \frac{I \times 2\pi r^2}{4\pi r^3} \\ &= \frac{I}{2r} \end{aligned}$$

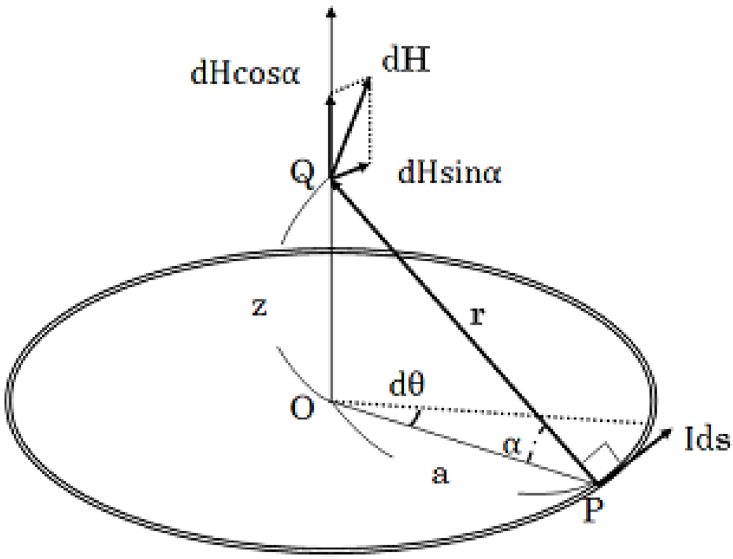
□

Thm. 0.8. IA の電流が流れる, 単位巻き数 n ソレノイドコイル中心軸上の点における磁場の大きさ H' は左右にコイルが長く続くとき,

$$H' = nI$$

コイルの端のとき,

$$H' = \frac{nI}{2}$$



Prf.

上図で

$$r = \sqrt{a^2 + z^2}, \cos\alpha = \frac{a}{r}$$

である.
また

$$\frac{\pi}{2} - \alpha = \beta$$

とおく.（図の都合上このようにおいている）
dH の面に平行な成分 $dH_{\parallel} = dH \sin\alpha$ は等方性より周回積分すると 0 に等しい. よって $dH_{\perp} = dH\cos\alpha$ のみを考える.

$$dH_{\perp} = \frac{1}{4\pi} \frac{I\cos\alpha d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

ここで $dl = ad\theta$ を用いて

$$\begin{aligned} H_\perp &= \int \frac{1}{4\pi} \frac{I \cos \alpha a d\theta \times \boldsymbol{r}}{r^3} \\ (&= \oint_I dH_\perp \cos\alpha) \\ &= \frac{I}{4\pi r^2} 2\pi a \cos\alpha \\ &= \frac{I \cos^3 \alpha}{2a} \\ &= \frac{I \sin^3 \beta}{2a} \end{aligned}$$

(これより $z = 0$ のとき $H = \frac{I}{2a}$ を得る.)
このことよりソレノイドコイルのうち ndz 個のコイルが仰角 α 方向に成す微小磁場 dH' は

$$dH' = \frac{I \sin^3 \beta}{2a} \times ndz$$

また

$$\begin{aligned} dz &= -\frac{r}{\sin^2 \beta} d\beta \\ \therefore dH' &= -\frac{nI}{2} \sin\beta d\beta \end{aligned}$$

以上より左右にコイルが長く続く点の磁場は

$$H' = \int_{\beta=0}^{\pi} dH' = nI$$

コイルの端の点の磁場は

$$H' = \int_{\beta=0}^{\frac{\pi}{2}} dH' = \frac{nI}{2}$$

□

0.2.5 アンペール力, ローレンツ力

0.2.6 コンデンサー

0.3 動電磁場

0.4 回路

0.4.1 キルヒホッフの法則