Лабораторная работа №4

Линейная алгебра

Чемоданова Ангелина Александровна

Содержание

# 1 Введение

## 1.1 Цели и задачи

**Цель работы**

Основной целью работы является изучение возможностей специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры[1].

**Задание**

1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры.
2. Выполните задания для самостоятельной работы[2].

# 2 Выполнение лабораторной работы

## 2.1 Поэлементные операции над многомерными массивами

Для матрицы 4 × 3 рассмотрим поэлементные операции сложения и произведения её элементов (рис. 1 - рис. 2):

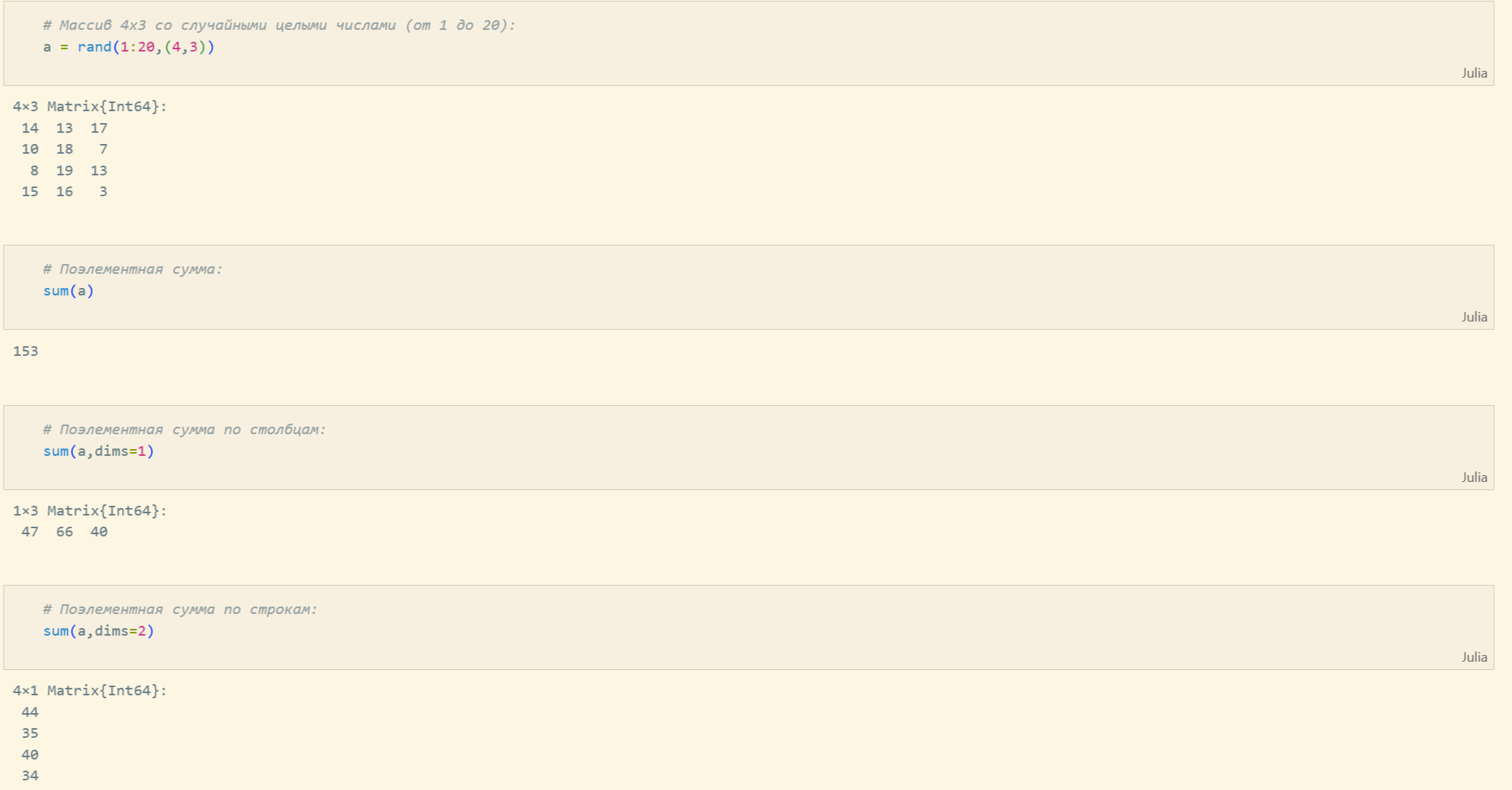


Рис. 1: Поэлементные операции сложения и произведения элементов матрицы

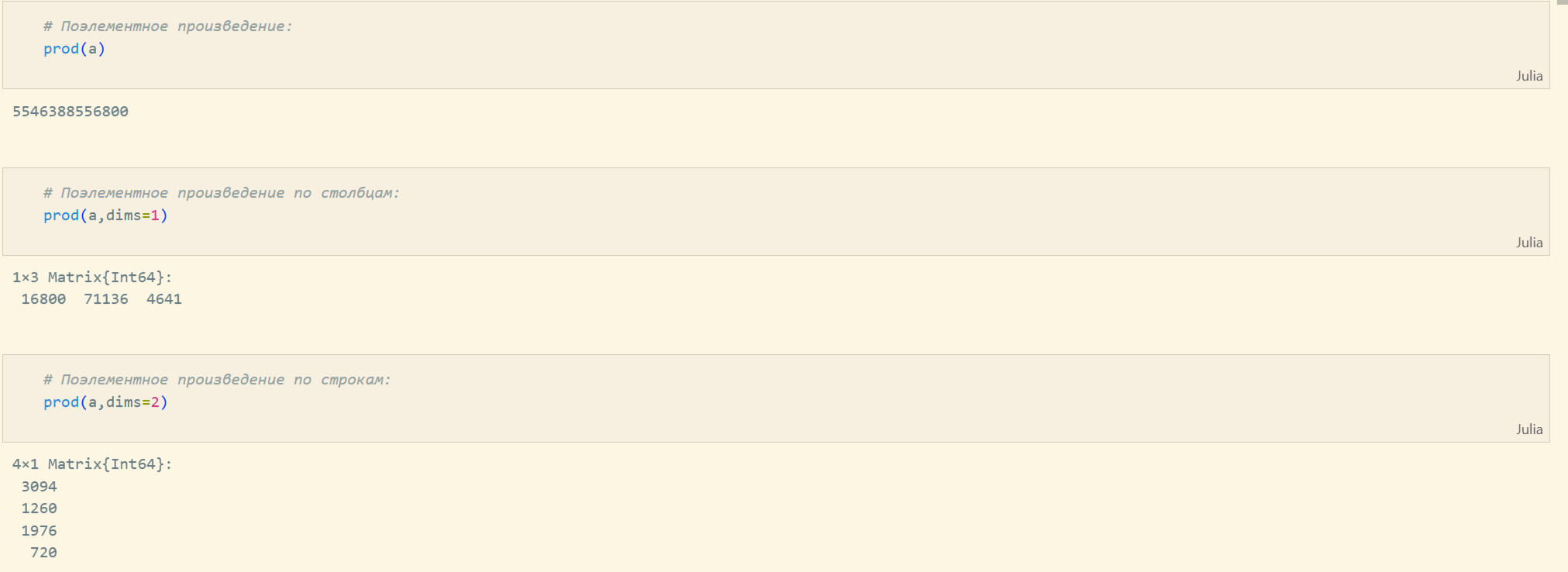


Рис. 2: Поэлементные операции сложения и произведения элементов матрицы

Для работы со средними значениями можно воспользоваться возможностями пакета Statistics (рис. 3):

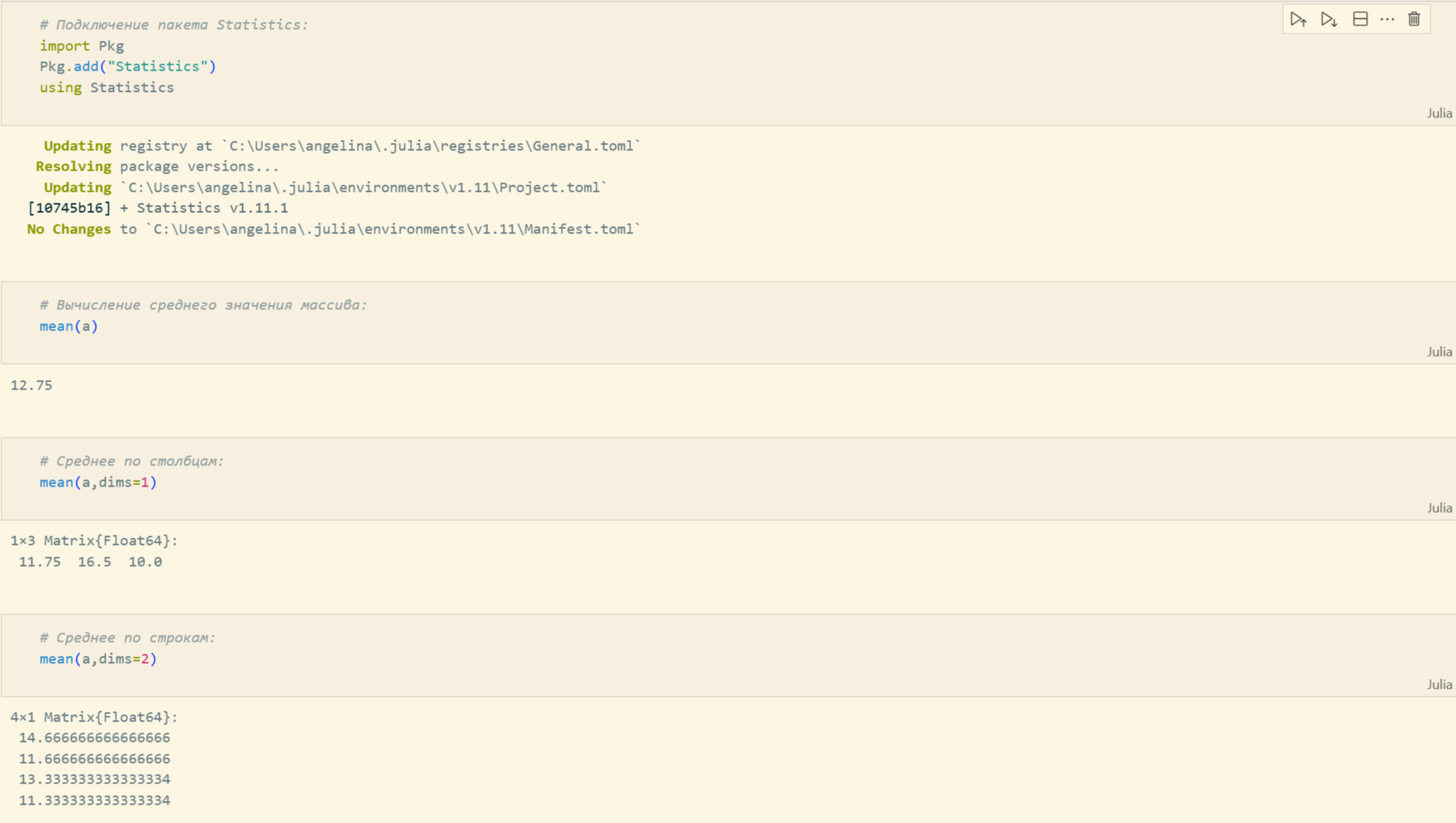


Рис. 3: Использование возможностей пакета Statistics для работы со средними значениями

## 2.2 Транспонирование, след, ранг, определитель и инверсия матрицы

Для выполнения таких операций над матрицами, как транспонирование, диагонализация, определение следа, ранга, определителя матрицы и т.п. можно воспользоваться библиотекой (пакетом) LinearAlgebra (рис. 4 - рис. 6):

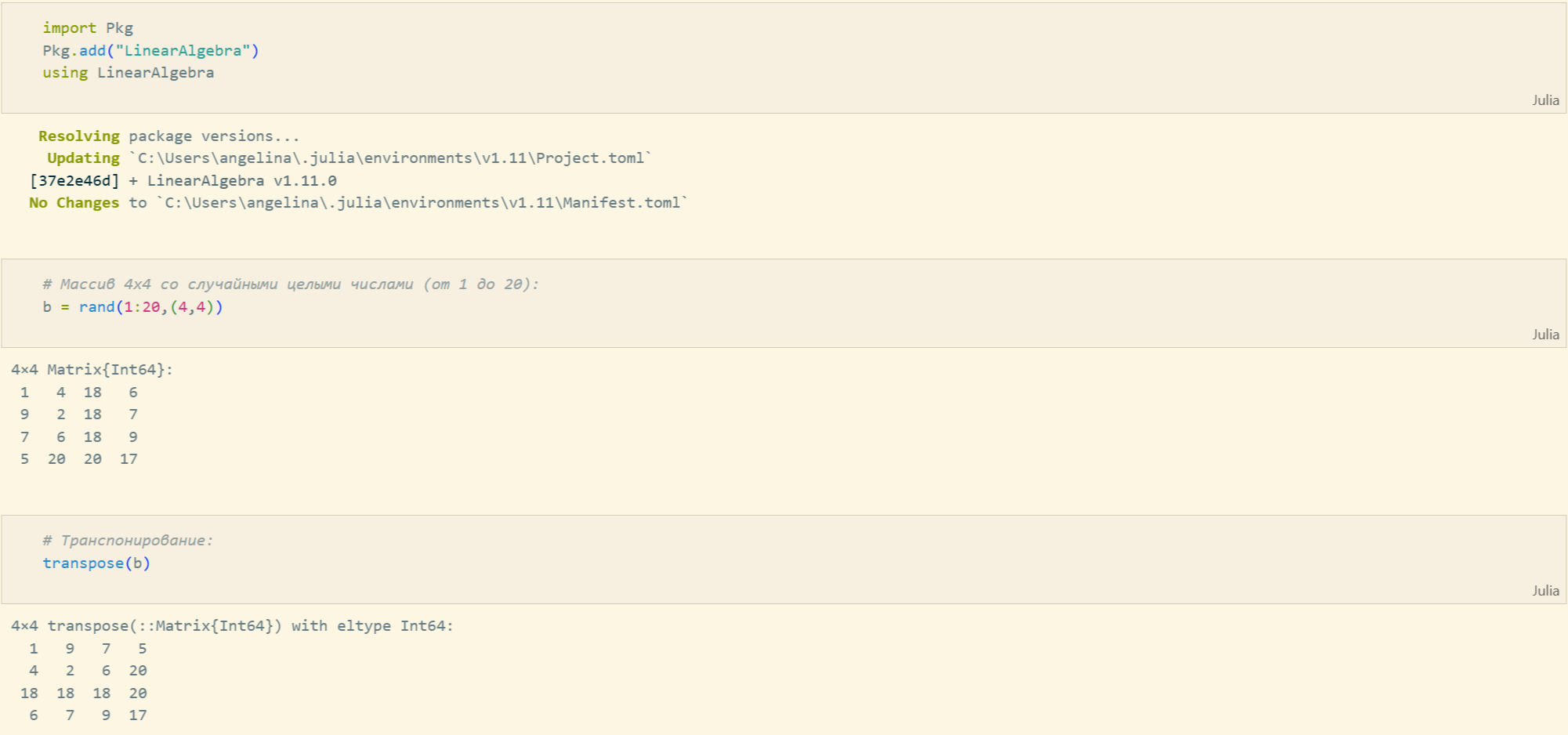


Рис. 4: Использование библиотеки LinearAlgebra для выполнения определённых операций

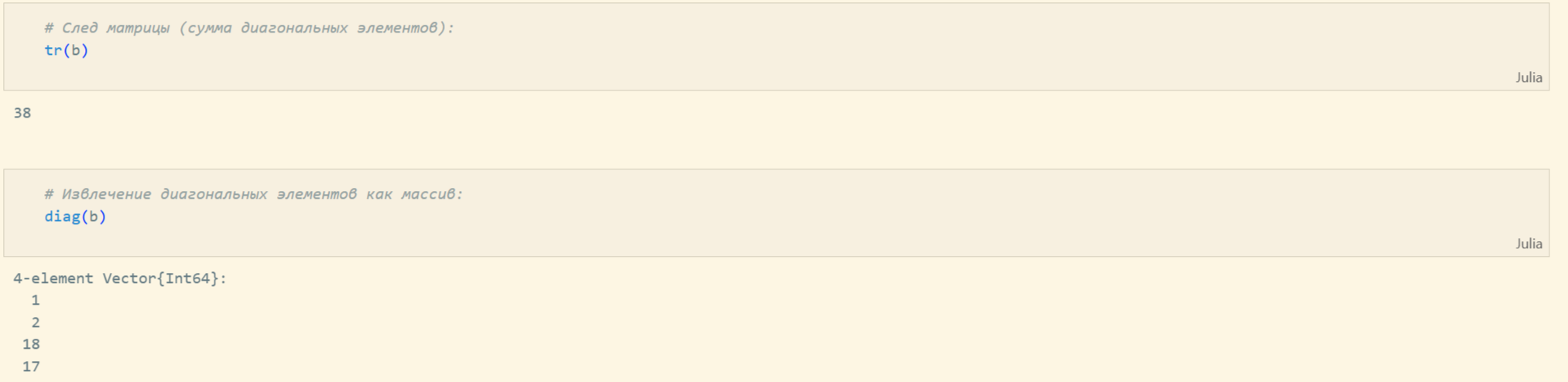


Рис. 5: Использование библиотеки LinearAlgebra для выполнения определённых операций

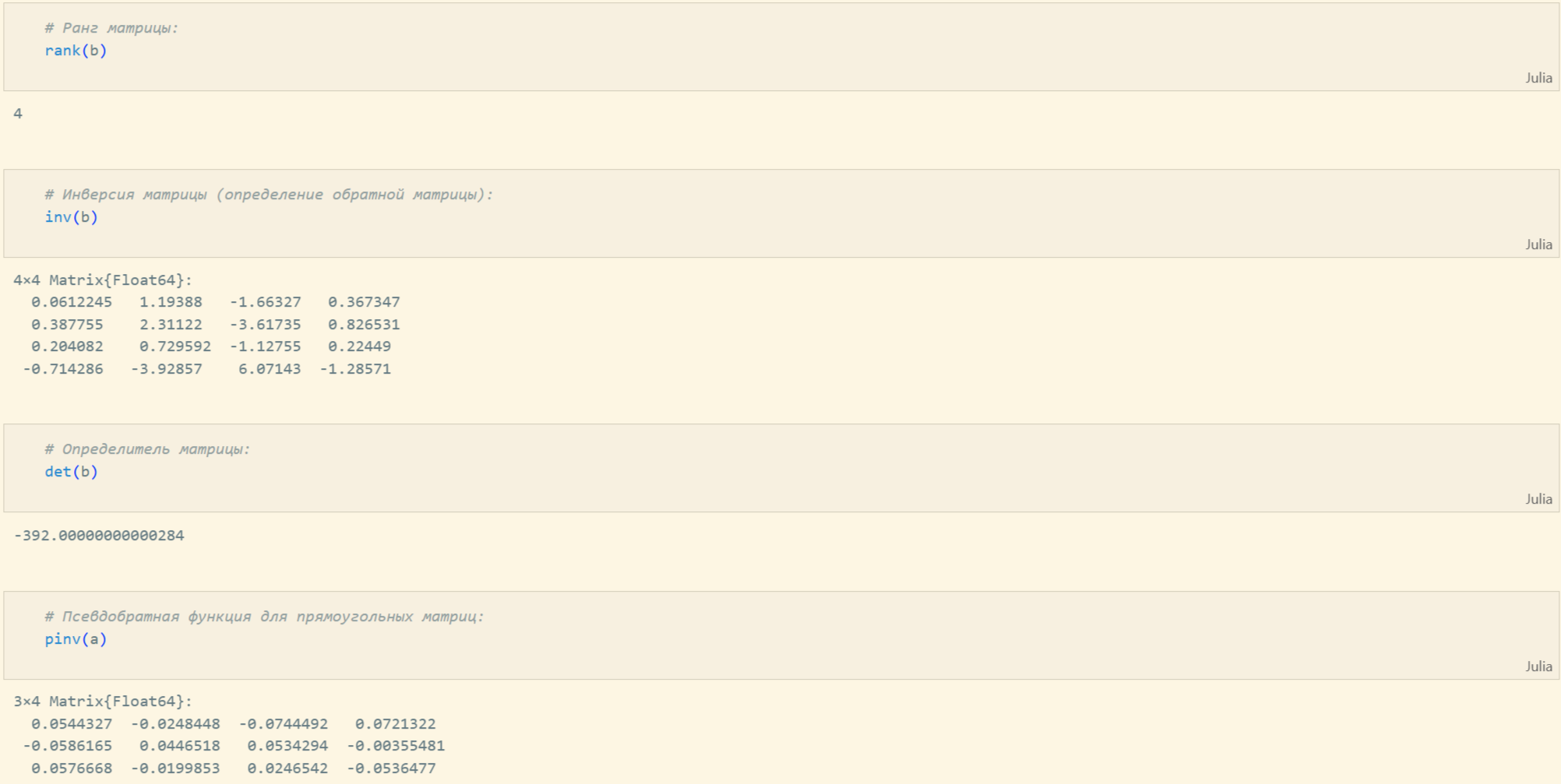


Рис. 6: Использование библиотеки LinearAlgebra для выполнения определённых операций

## 2.3 Вычисление нормы векторов и матриц, повороты, вращения

Для вычисления нормы используется LinearAlgebra.norm(x) (рис. 7 - рис. 8):

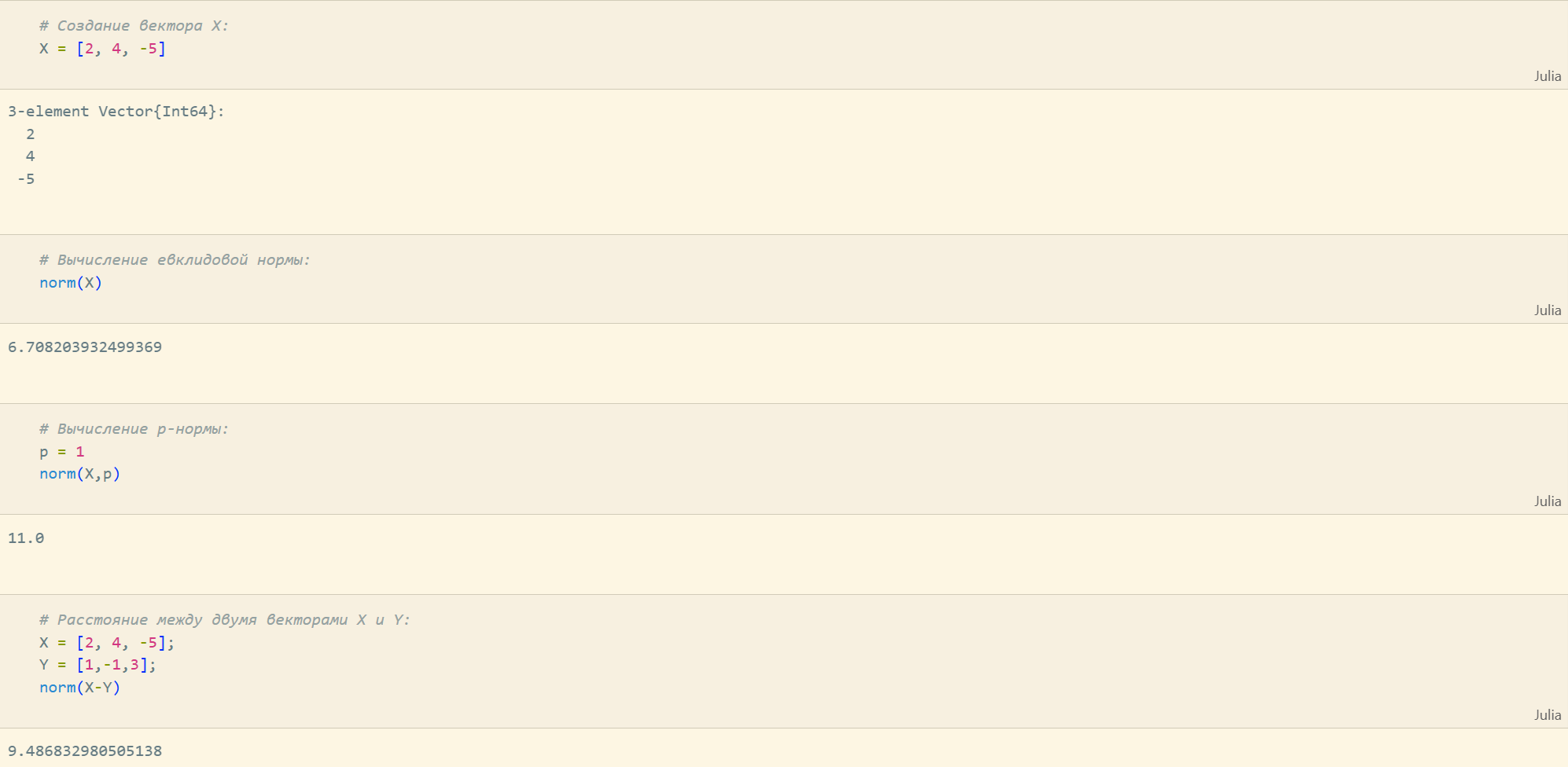


Рис. 7: Использование LinearAlgebra.norm(x)

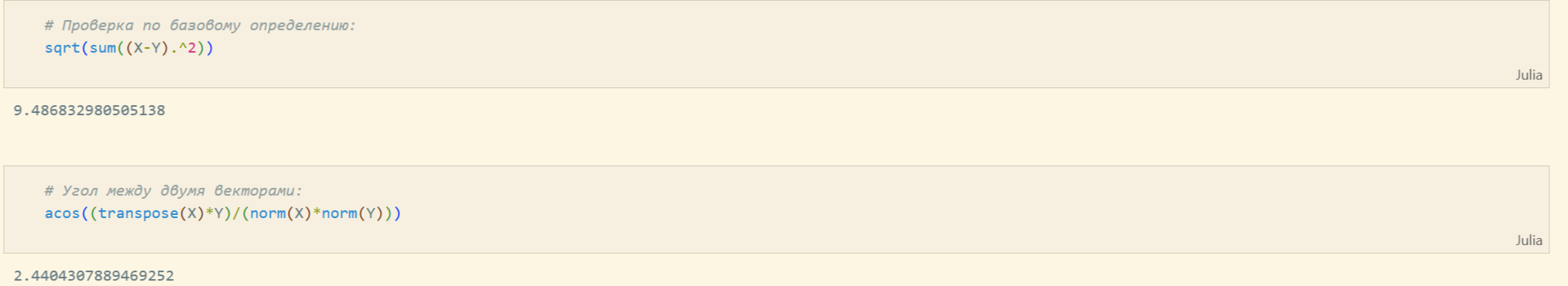


Рис. 8: Использование LinearAlgebra.norm(x)

Вычислим нормы для двумерной матрицы (рис. 9 - рис. 10):

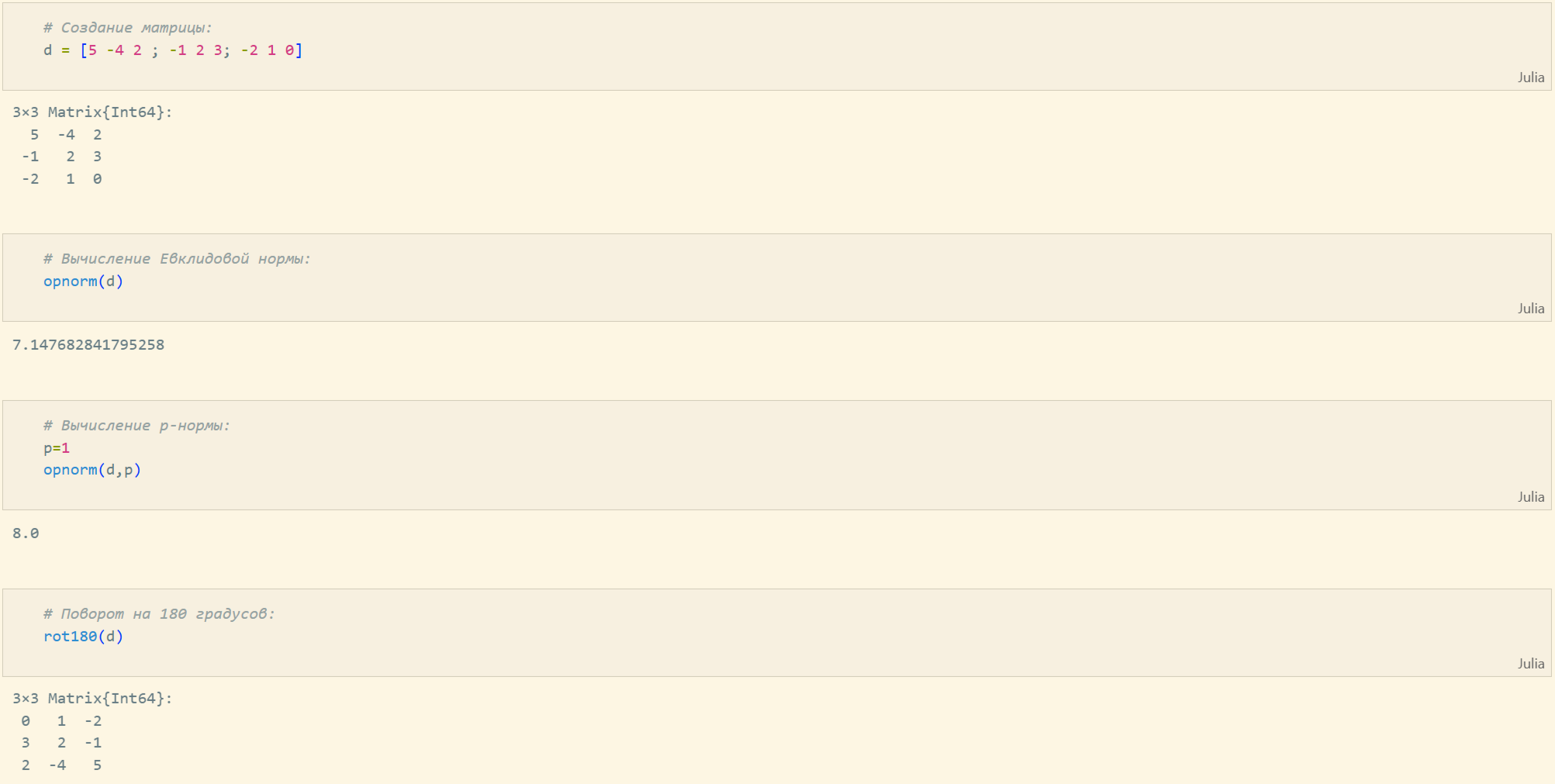


Рис. 9: Вычисление нормы для двумерной матрицы

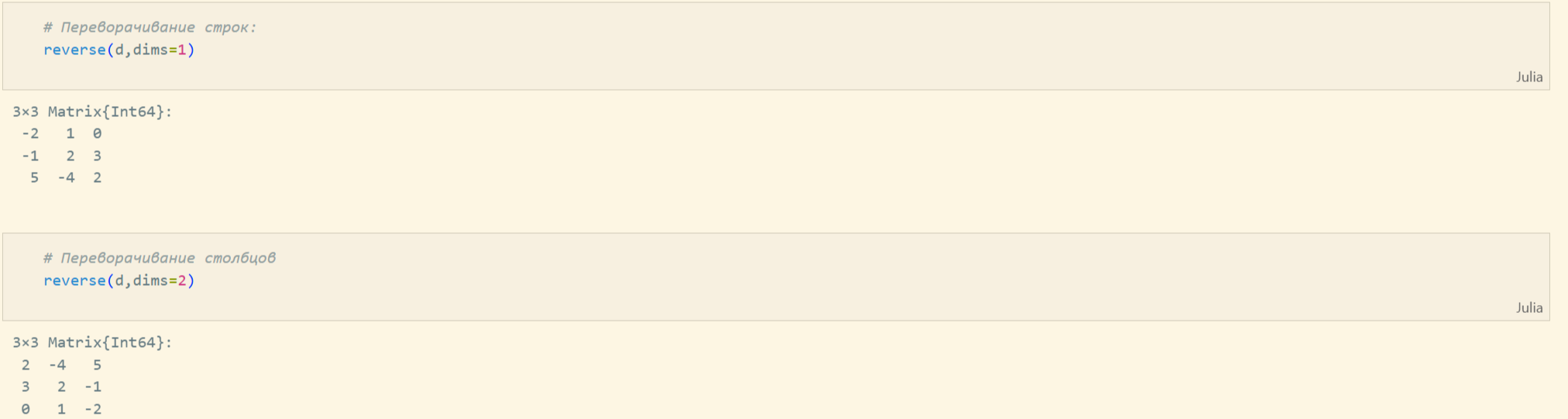


Рис. 10: Вычисление нормы для двумерной матрицы

## 2.4 Матричное умножение, единичная матрица, скалярное произведение

Выполним примеры матричного умножения, единичной матрицы и скалярного произведения (рис. 11 - рис. 12):



Рис. 11: Примеры матричного умножения, единичной матрицы и скалярного произведения

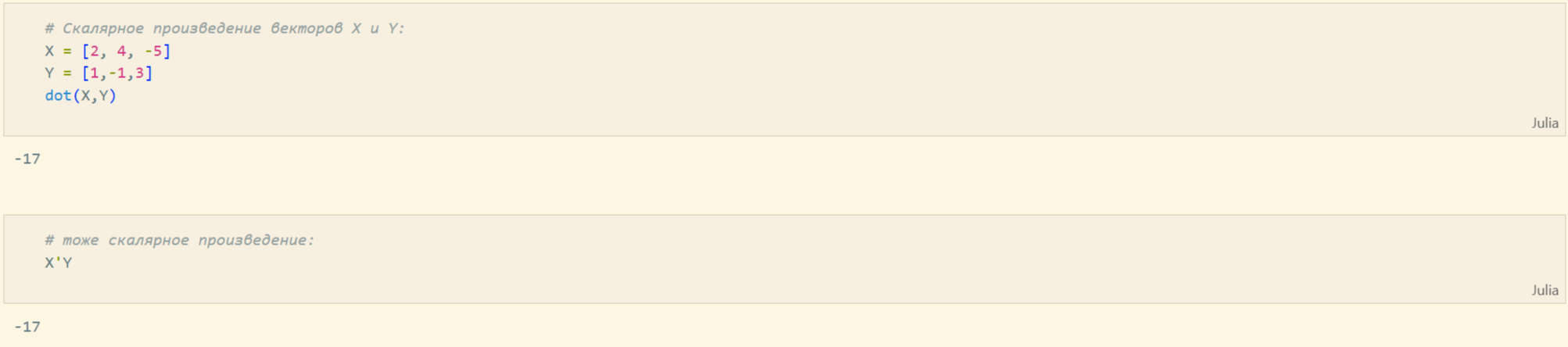


Рис. 12: Примеры матричного умножения, единичной матрицы и скалярного произведения

## 2.5 Факторизация. Специальные матричные структуры

Рассмотрим несколько примеров. Для работы со специальными матричными структурами потребуется пакет LinearAlgebra.

Решение систем линейный алгебраических уравнений Ax = b (рис. 13):

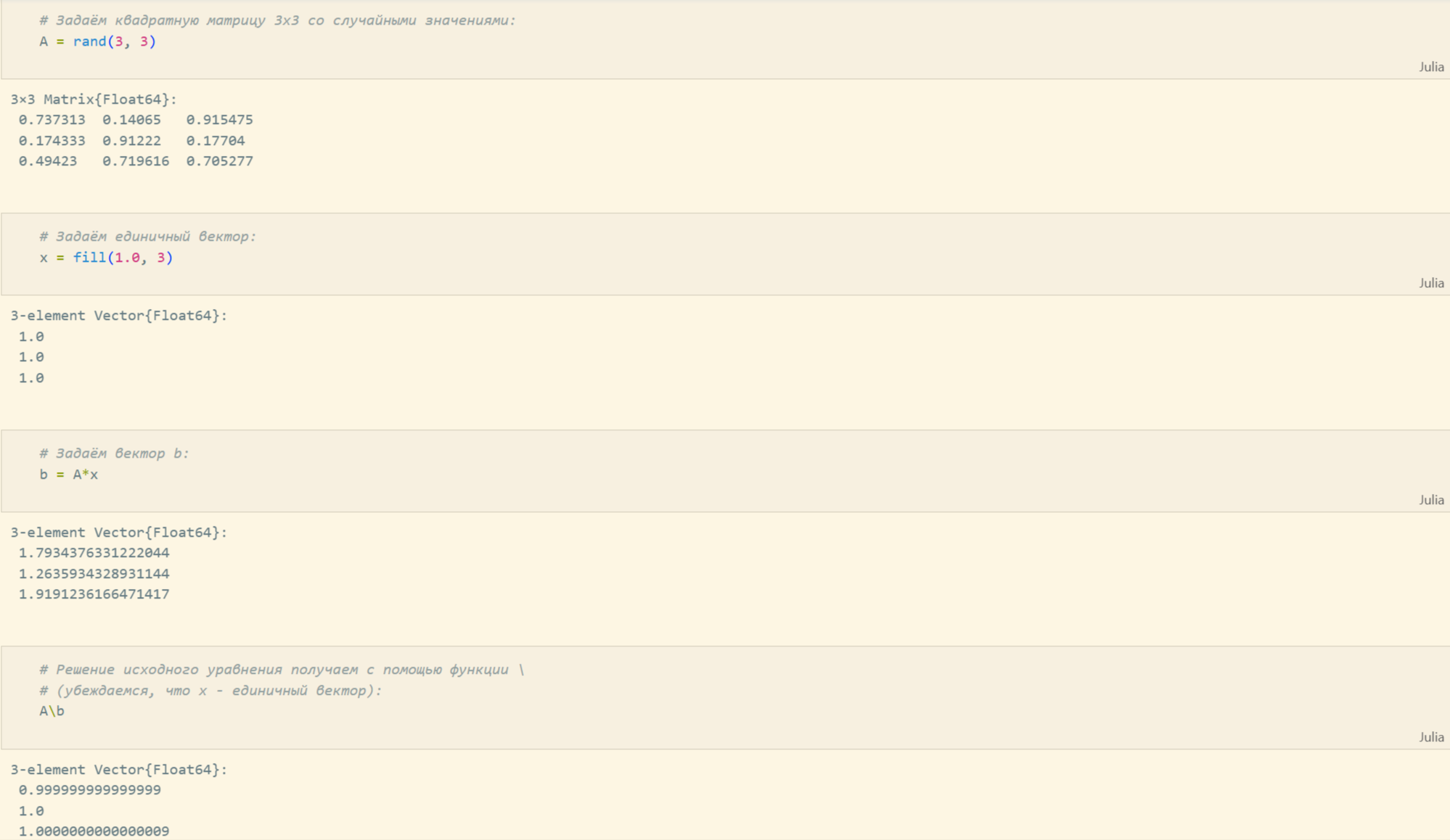


Рис. 13: Решение систем линейный алгебраических уравнений Ax = b

Julia позволяет вычислять LU-факторизацию и определяет составной тип факторизации для его хранения (рис. 14 - рис. 15):



Рис. 14: Пример вычисления LU-факторизации и определение составного типа факторизации для его хранения

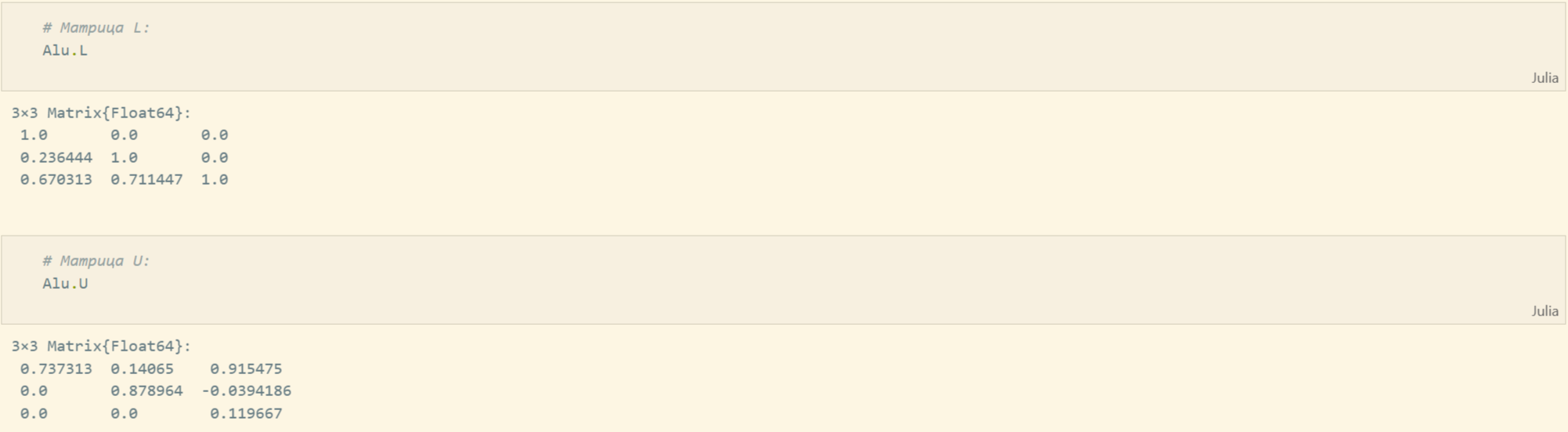


Рис. 15: Пример вычисления LU-факторизации и определение составного типа факторизации для его хранения

Исходная система уравнений Ax = b может быть решена или с использованием исходной матрицы, или с использованием объекта факторизации (рис. 16):

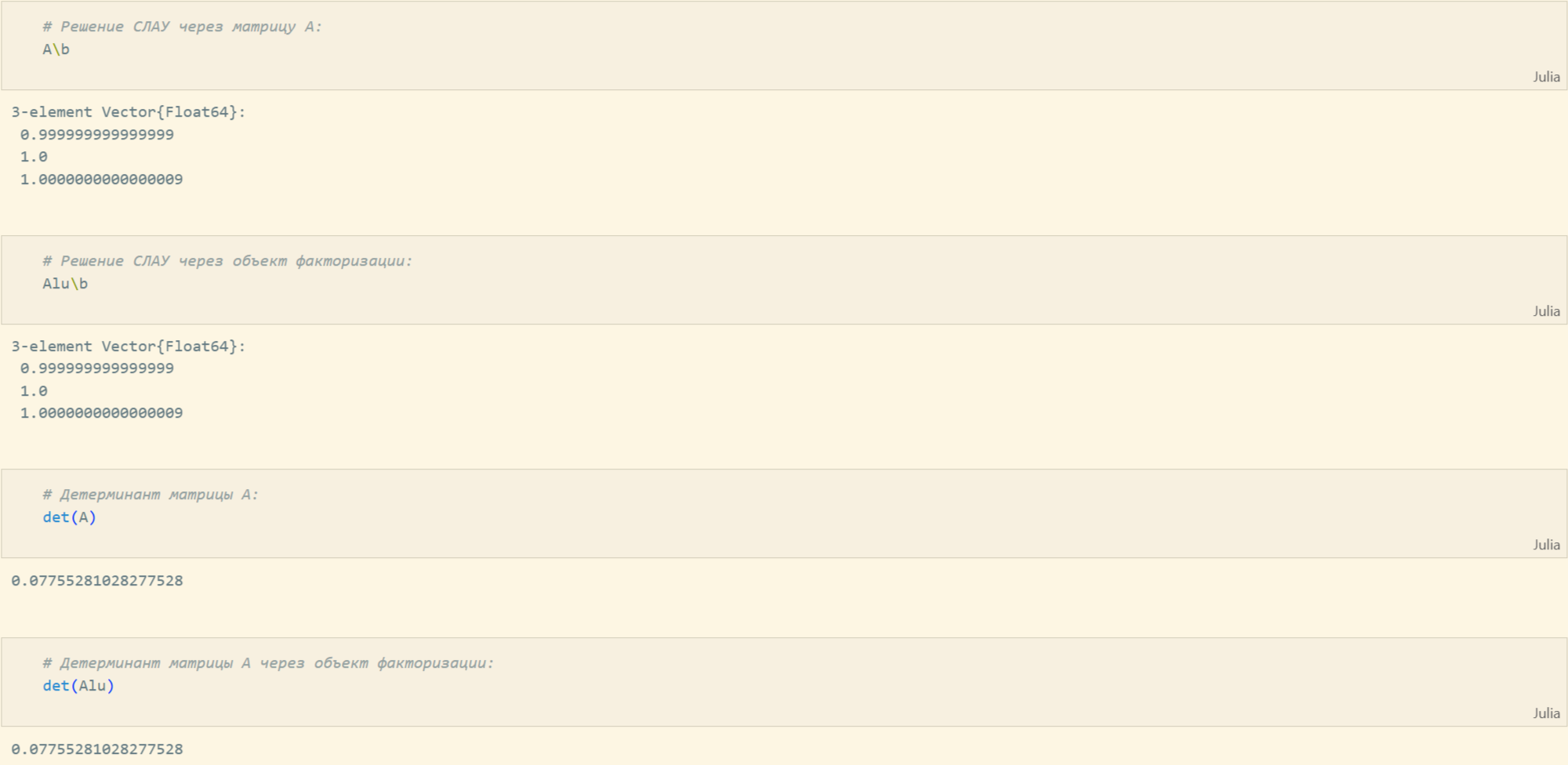


Рис. 16: Пример решения с использованием исходной матрицы и с использованием объекта факторизации

Julia позволяет вычислять QR-факторизацию и определяет составной тип факторизации для его хранения (рис. 17):

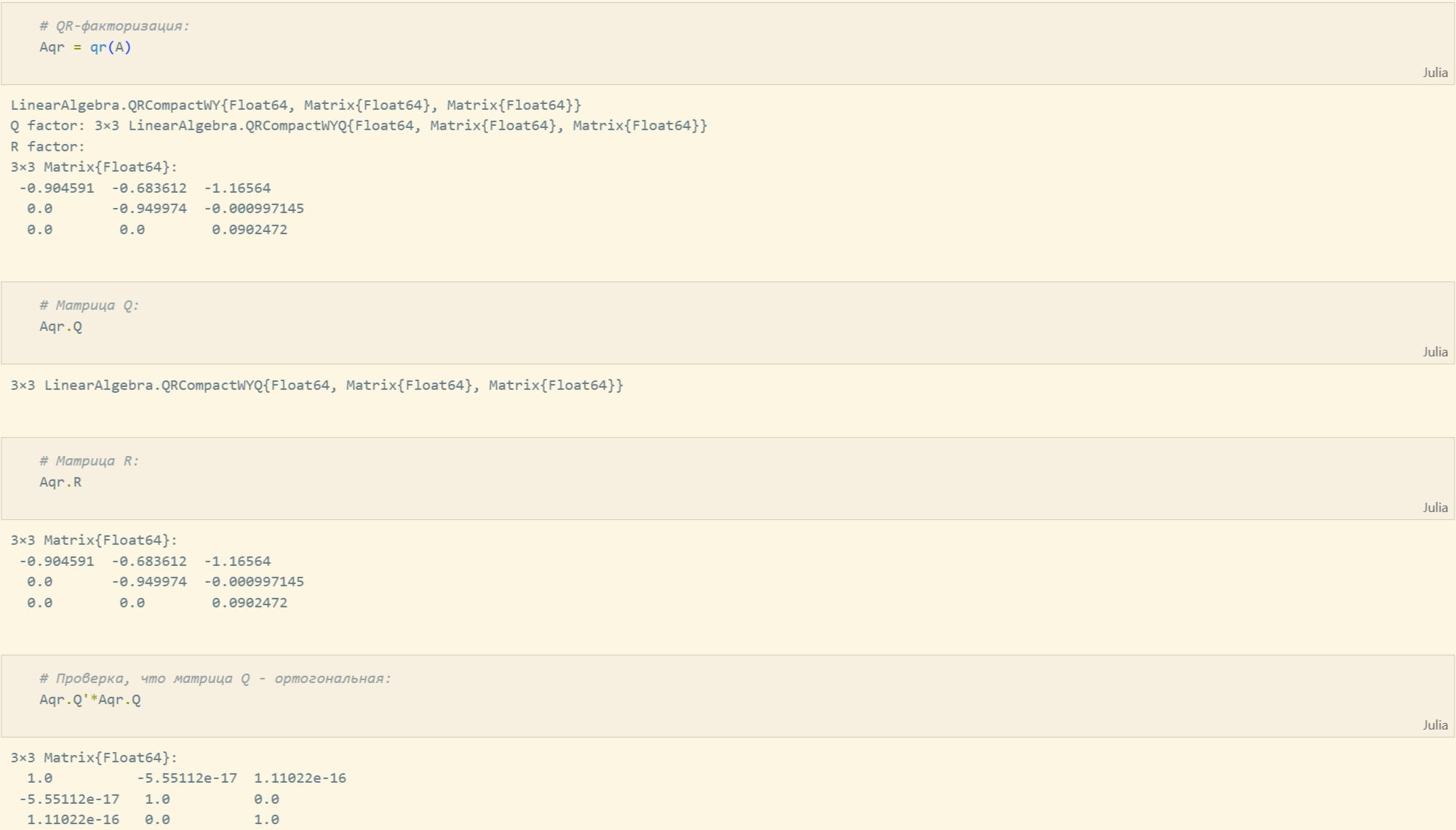


Рис. 17: Пример вычисления QR-факторизации и определение составного типа факторизации для его хранения

Примеры собственной декомпозиции матрицы A (рис. 18 - рис. 19):

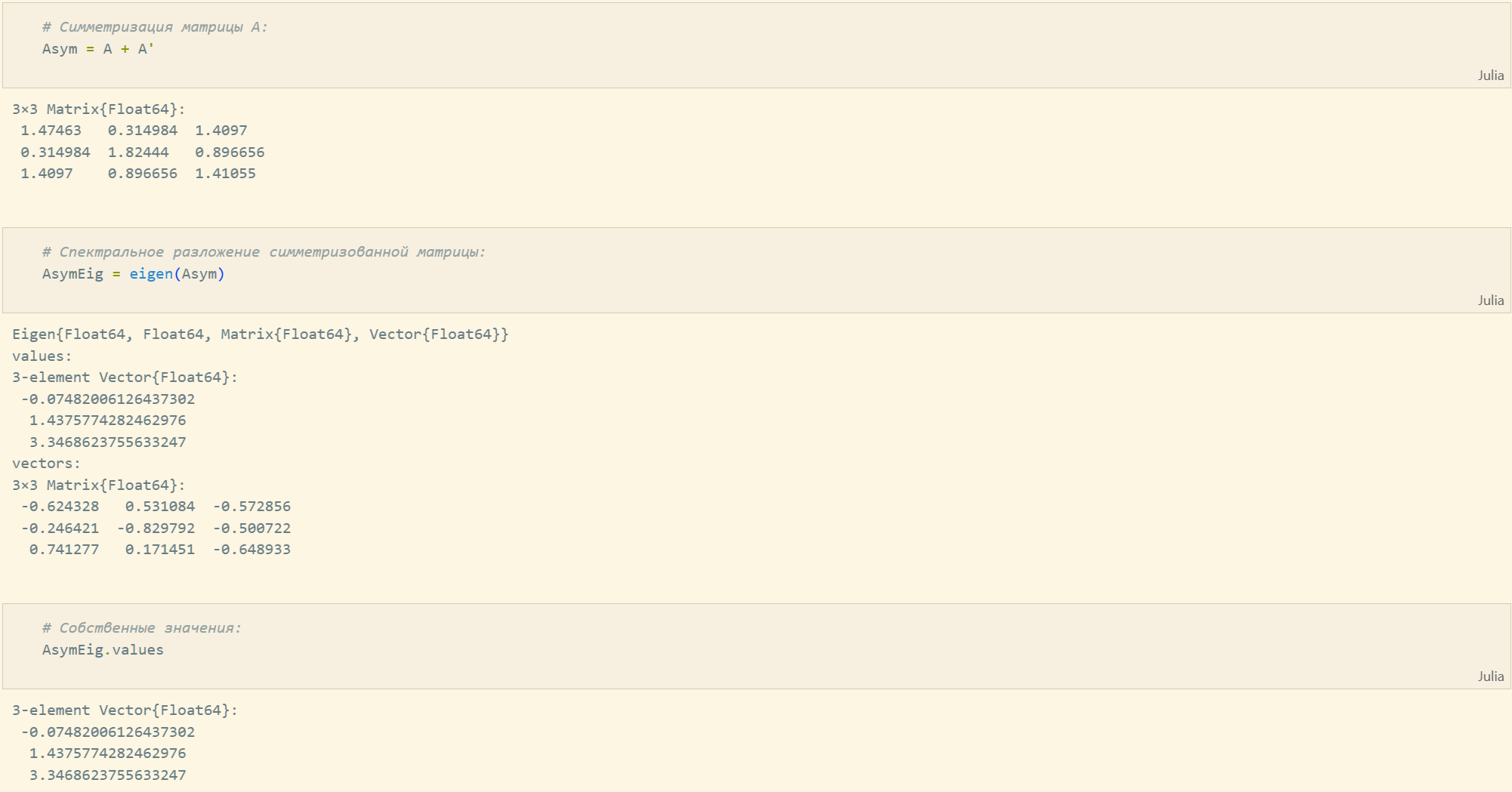


Рис. 18: Примеры собственной декомпозиции матрицы A

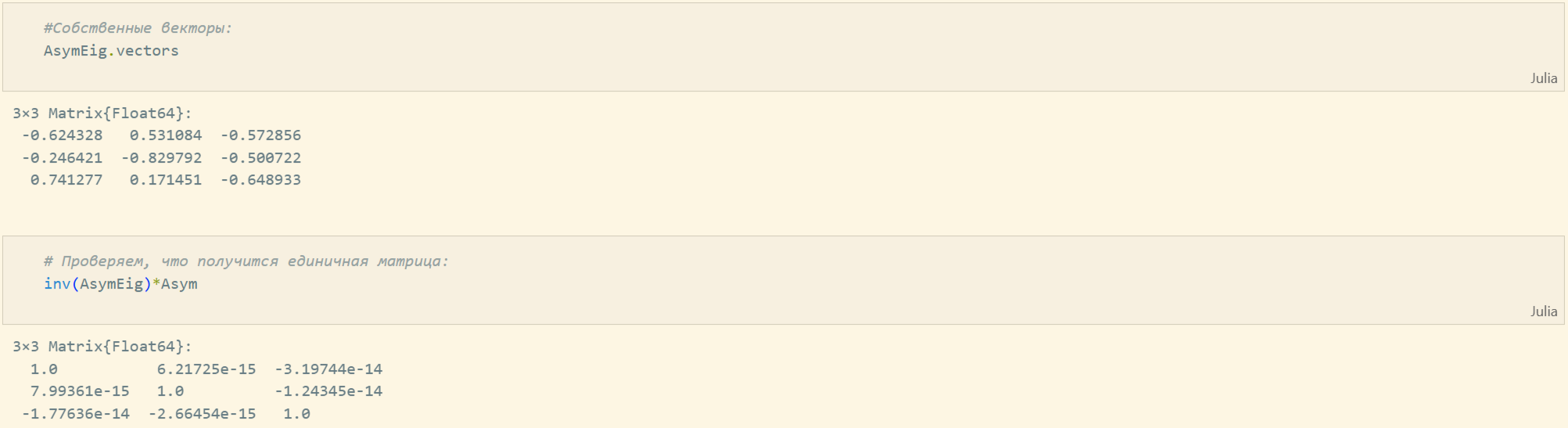


Рис. 19: Примеры собственной декомпозиции матрицы A

Далее рассмотрим примеры работы с матрицами большой размерности и специальной структуры (рис. 20 - рис. 21):

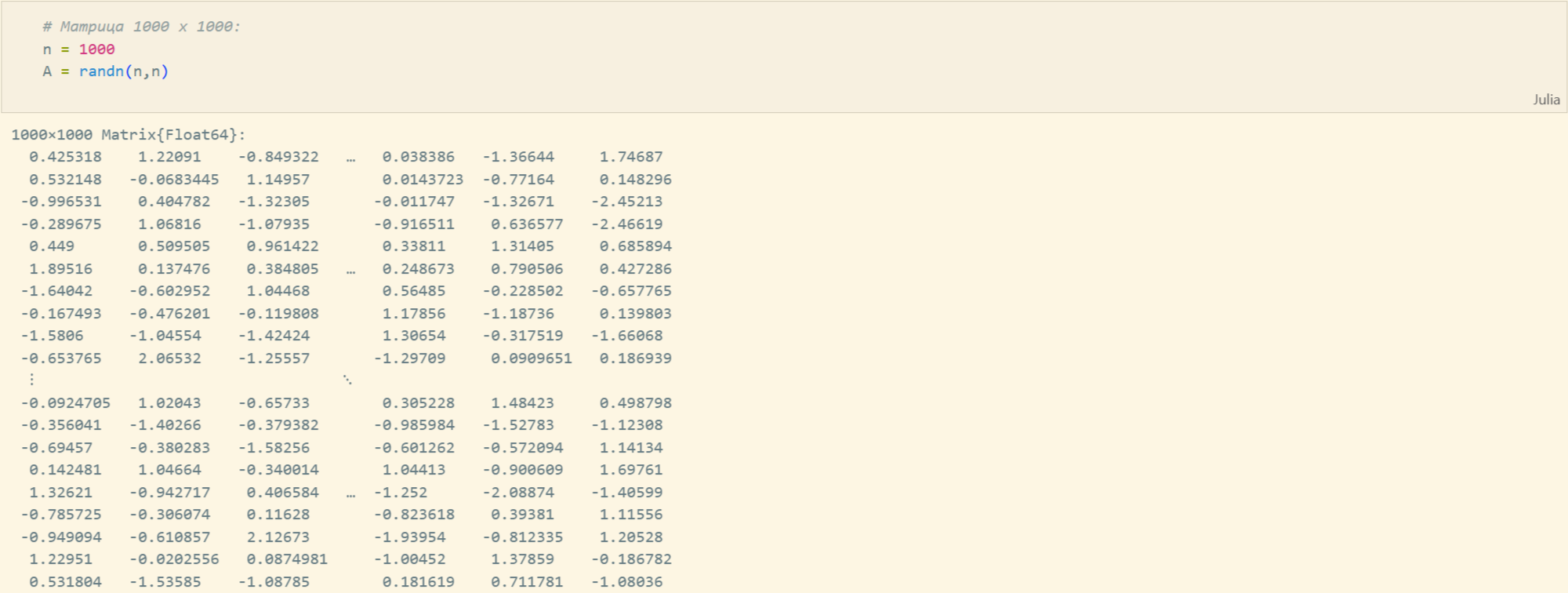


Рис. 20: Примеры работы с матрицами большой размерности и специальной структуры

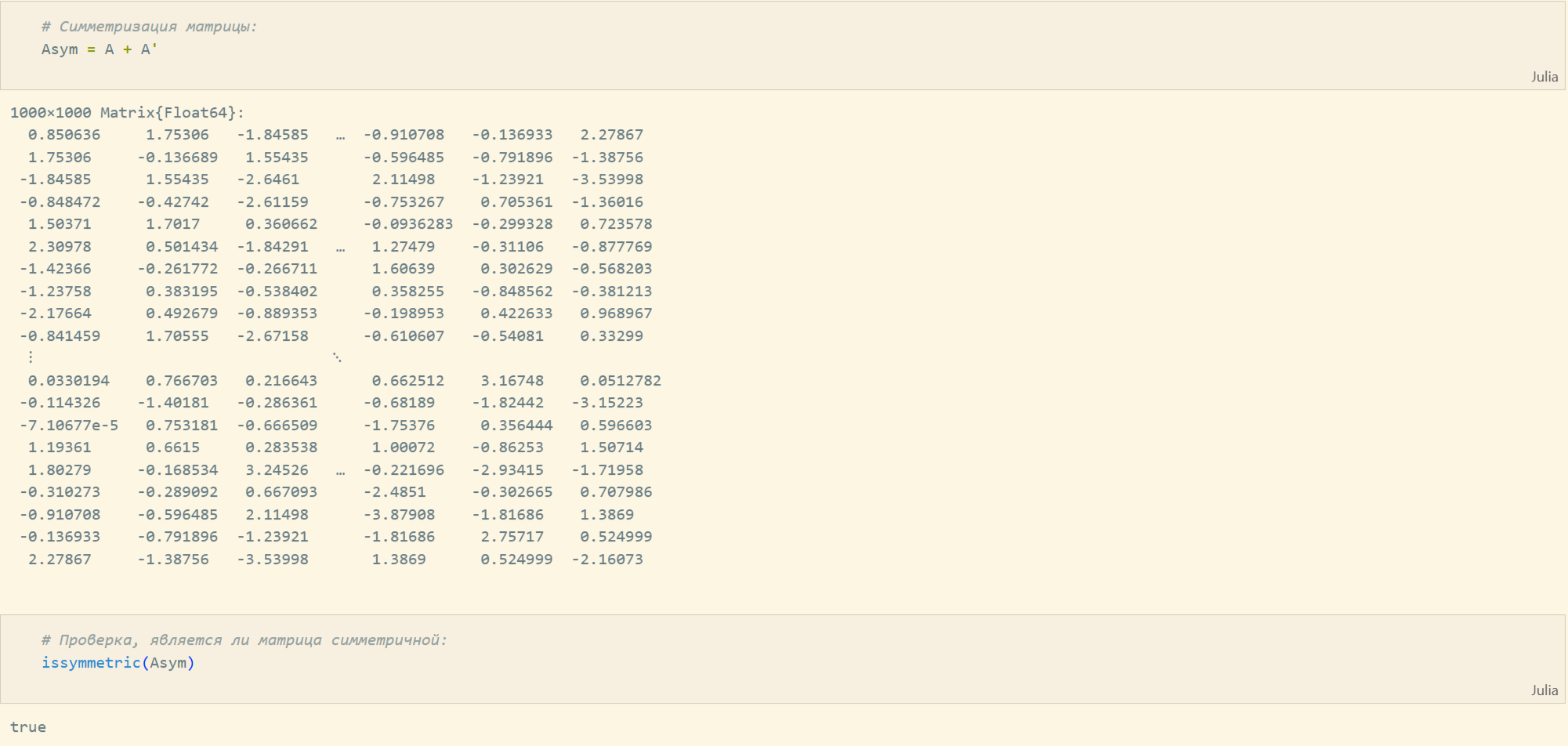


Рис. 21: Примеры работы с матрицами большой размерности и специальной структуры

Пример добавления шума в симметричную матрицу (матрица уже не будет симметричной) (рис. 22):

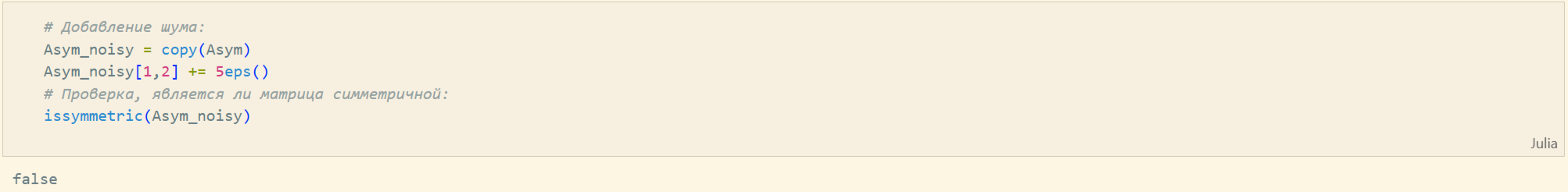


Рис. 22: Пример добавления шума в симметричную матрицу

В Julia можно объявить структуру матрица явно, например, используя Diagonal, Triangular, Symmetric, Hermitian, Tridiagonal и SymTridiagonal (рис. 23):

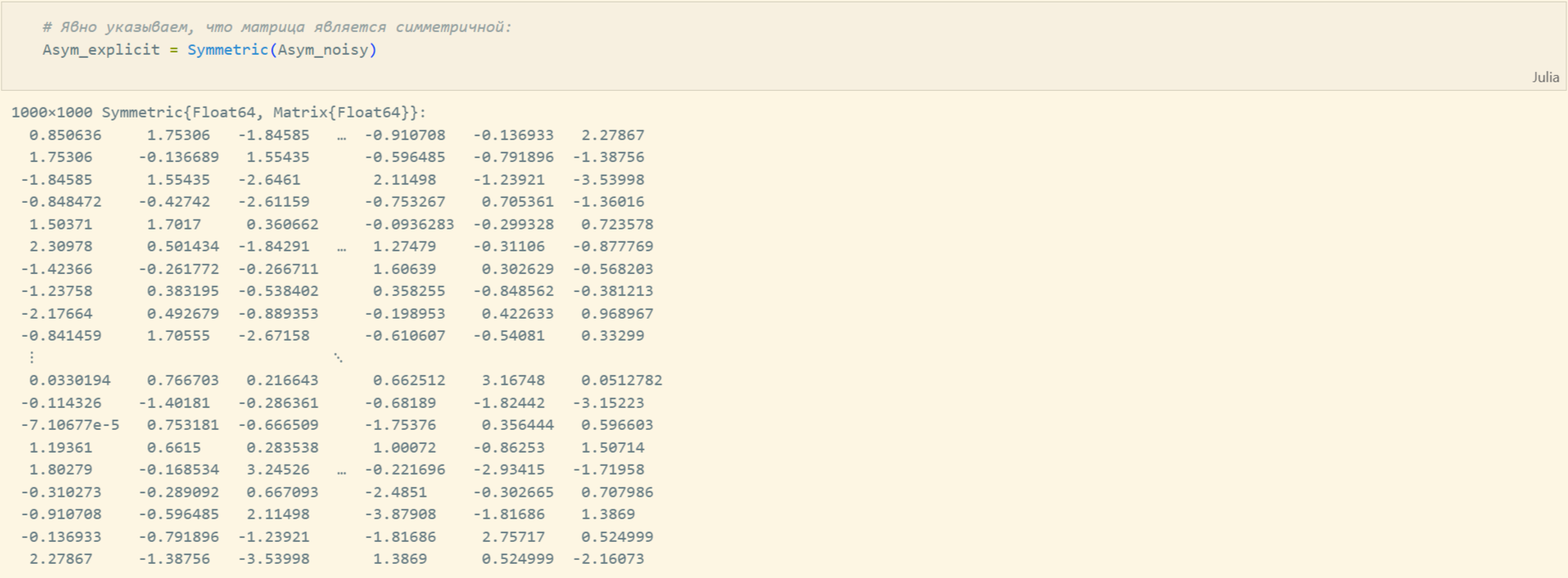


Рис. 23: Пример явного объявления структуры матрицы

Далее для оценки эффективности выполнения операций над матрицами большой размерности и специальной структуры воспользуемся пакетом BenchmarkTools (рис. 24):

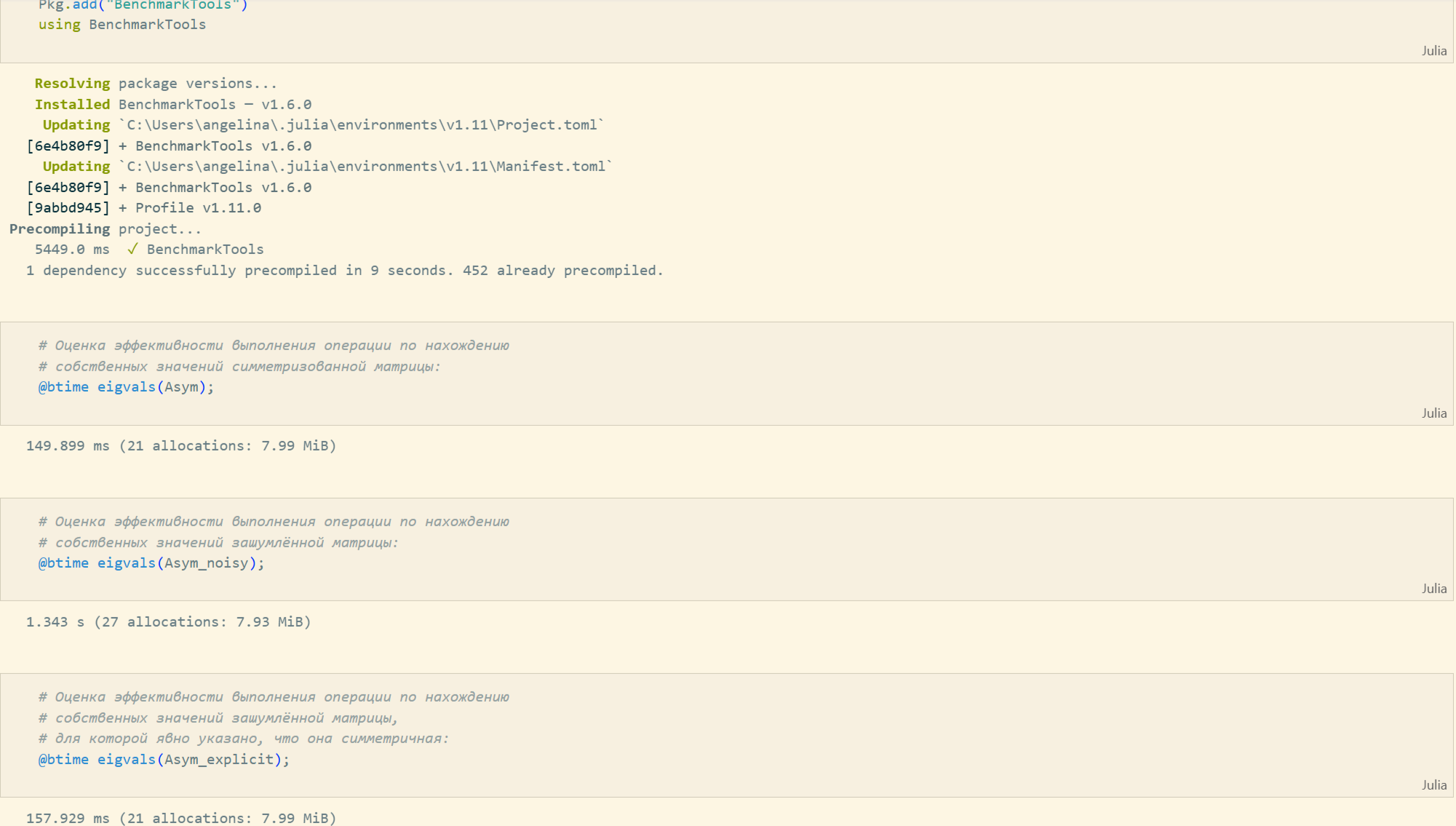


Рис. 24: Использование пакета BenchmarkTools

Далее рассмотрим примеры работы с разряженными матрицами большой размерности. Использование типов Tridiagonal и SymTridiagonal для хранения трёхдиагональных матриц позволяет работать с потенциально очень большими трёхдиагональными матрицами (рис. 25):

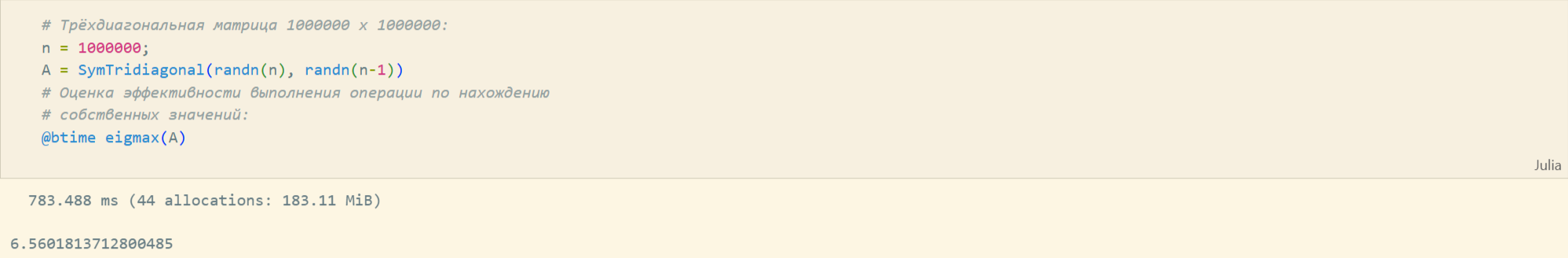


Рис. 25: Примеры работы с разряженными матрицами большой размерности

## 2.6 Общая линейная алгебра

В примере показано, как можно решить систему линейных уравнений с рациональными элементами без преобразования в типы элементов с плавающей запятой (для избежания проблемы с переполнением используем BigInt) (рис. 26):

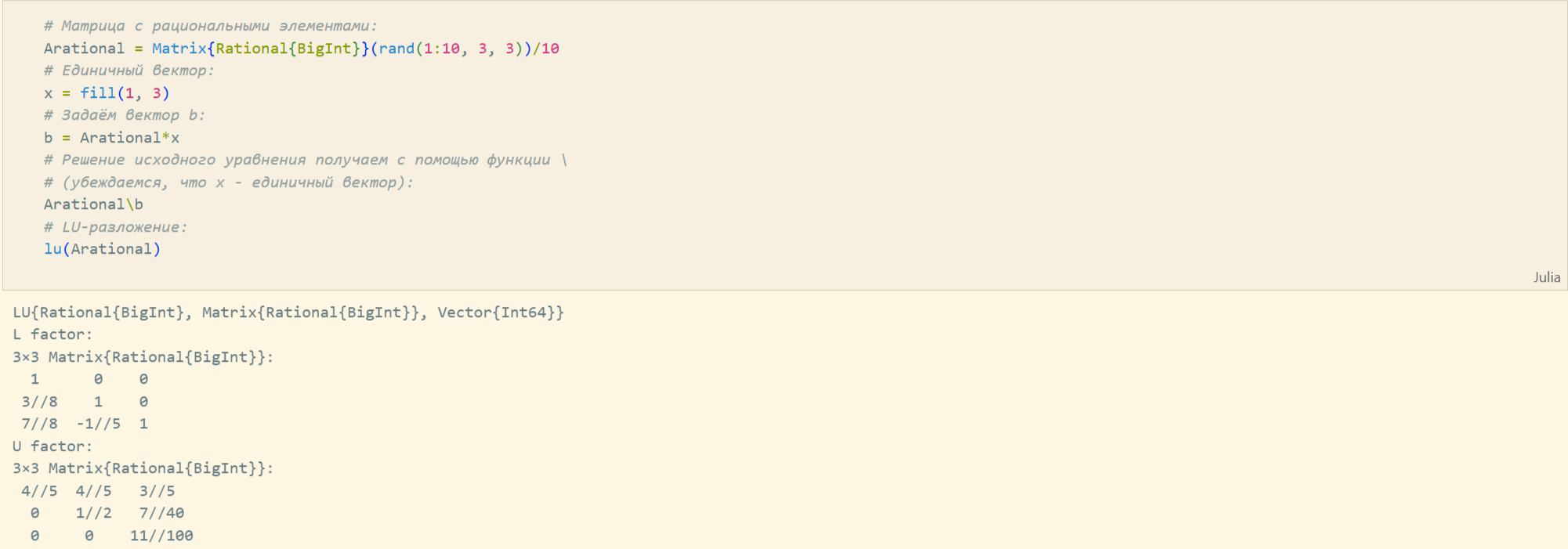


Рис. 26: Решение системы линейных уравнений с рациональными элементами без преобразования в типы элементов с плавающей запятой

## 2.7 Самостоятельная работа

Выполнение задания “Произведение векторов” (рис. 27):

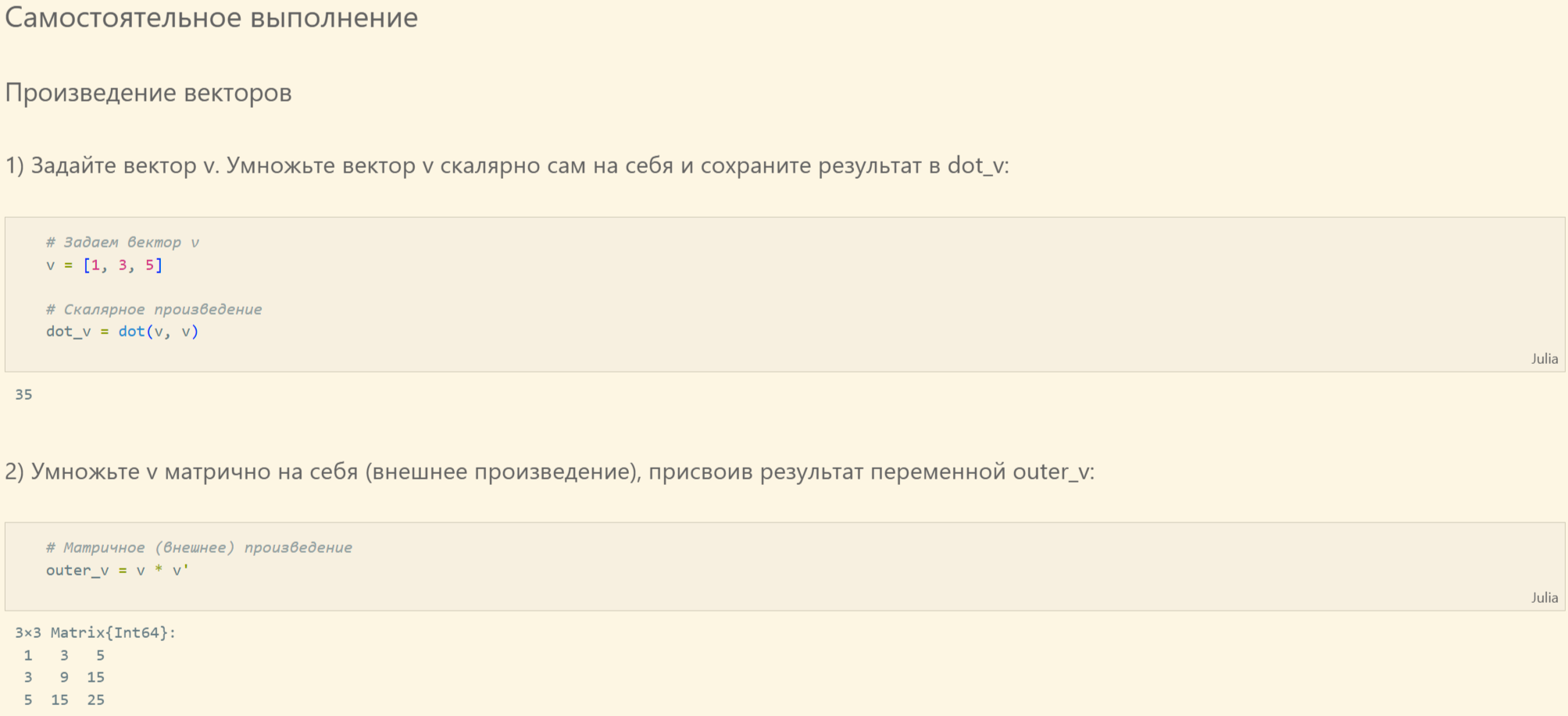


Рис. 27: Решение задания “Произведение векторов”

Выполнение задания “Системы линейных уравнений” (рис. 28 - рис. 30):

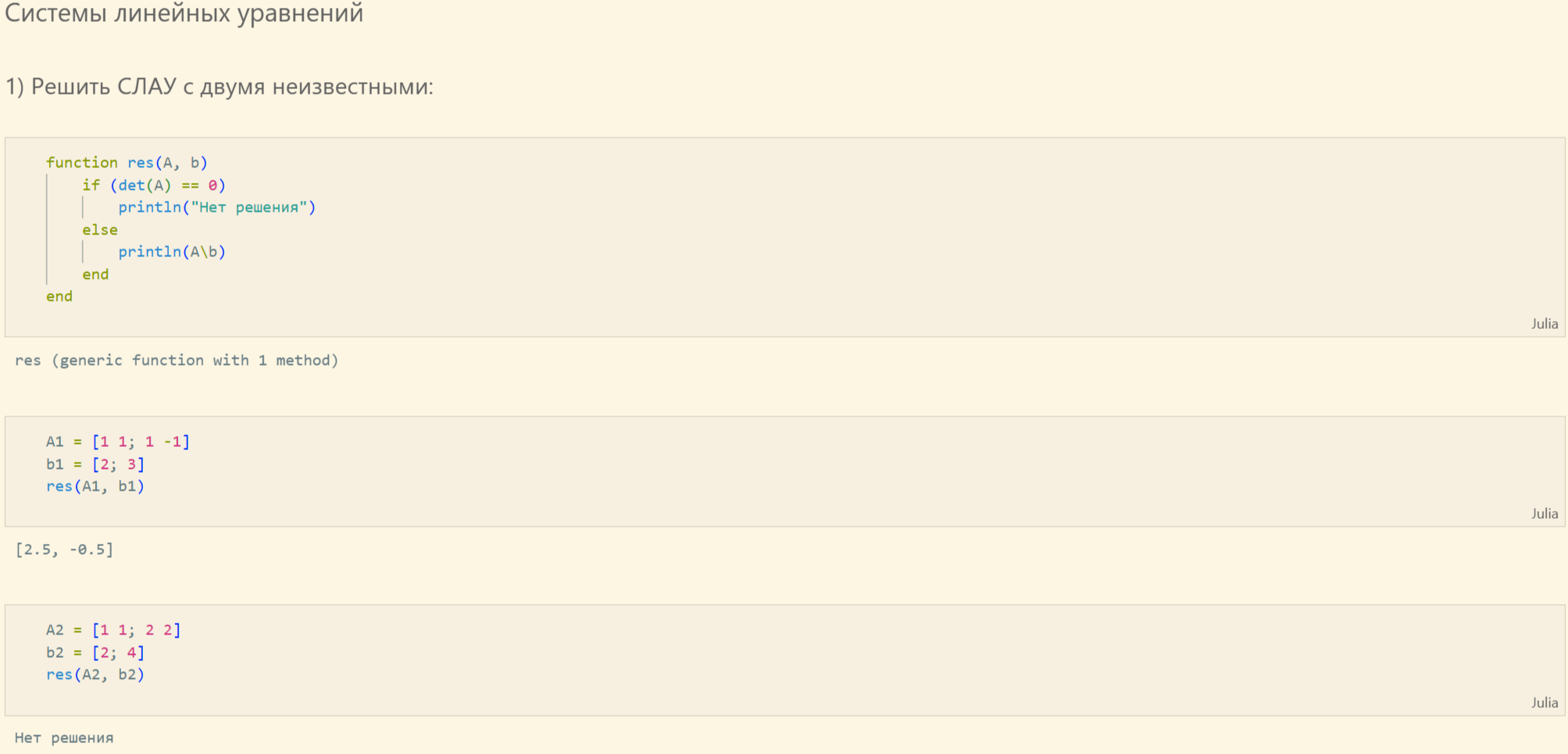


Рис. 28: Решение задания “Системы линейных уравнений”

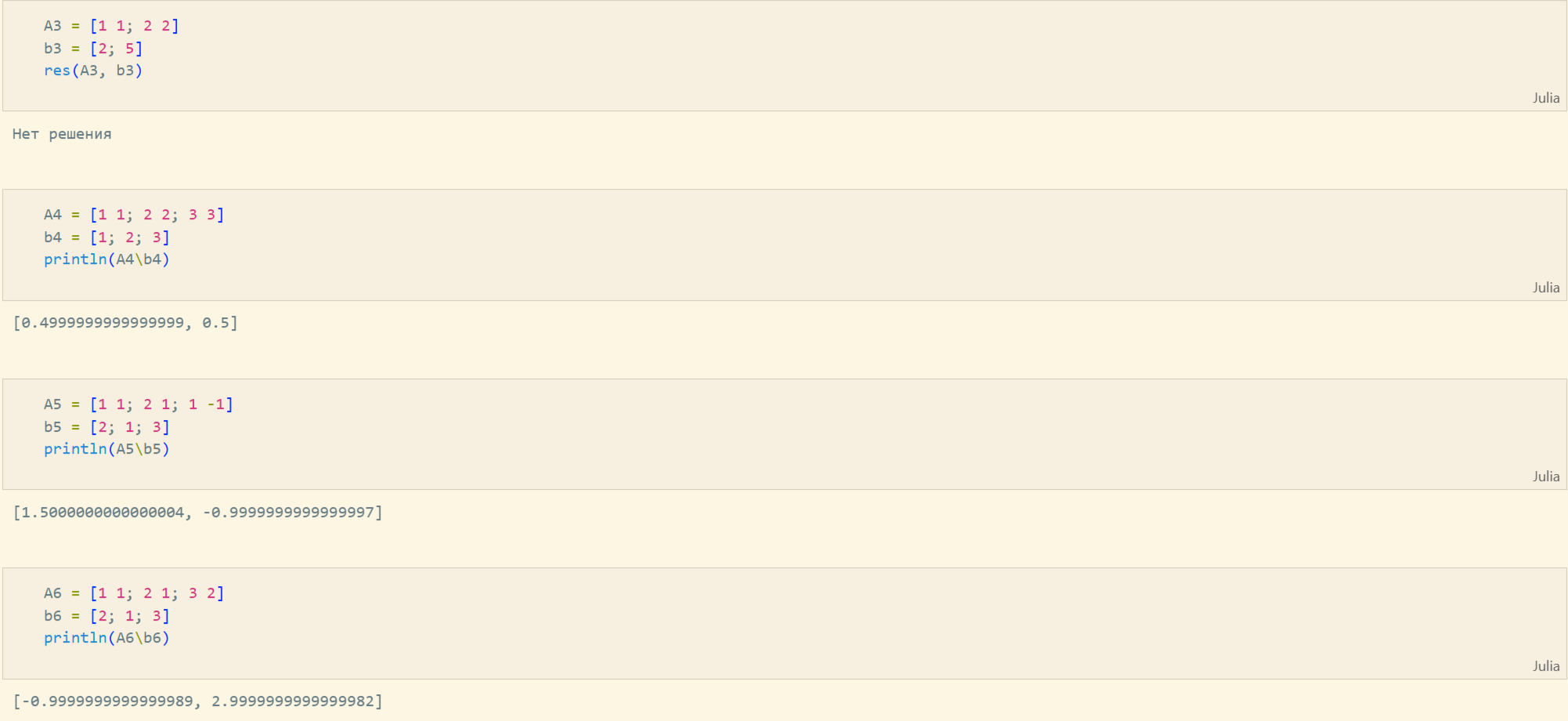


Рис. 29: Решение задания “Системы линейных уравнений”

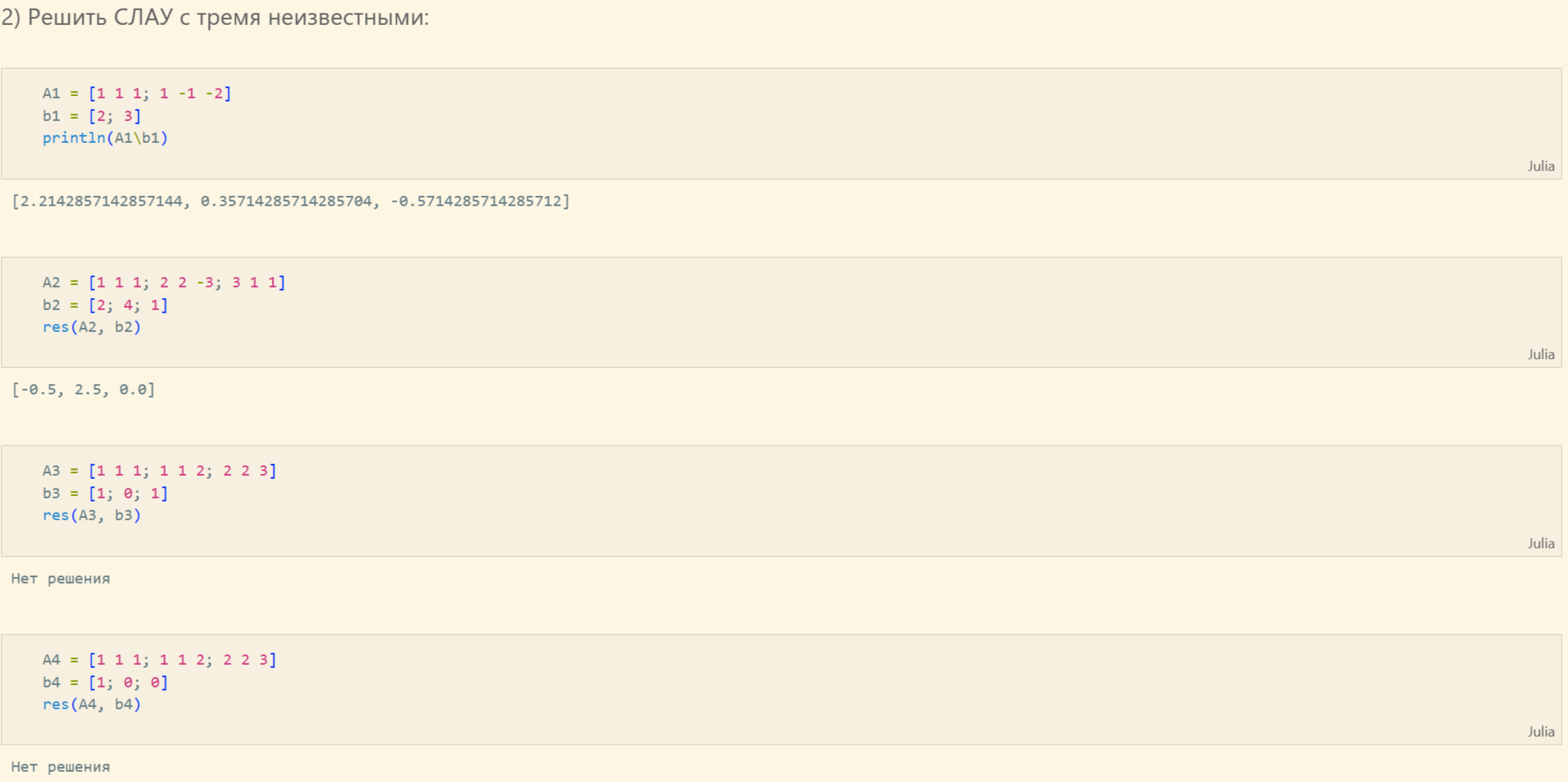


Рис. 30: Решение задания “Системы линейных уравнений”

Выполнение задания “Операции с матрицами” (рис. 31 - рис. 34):

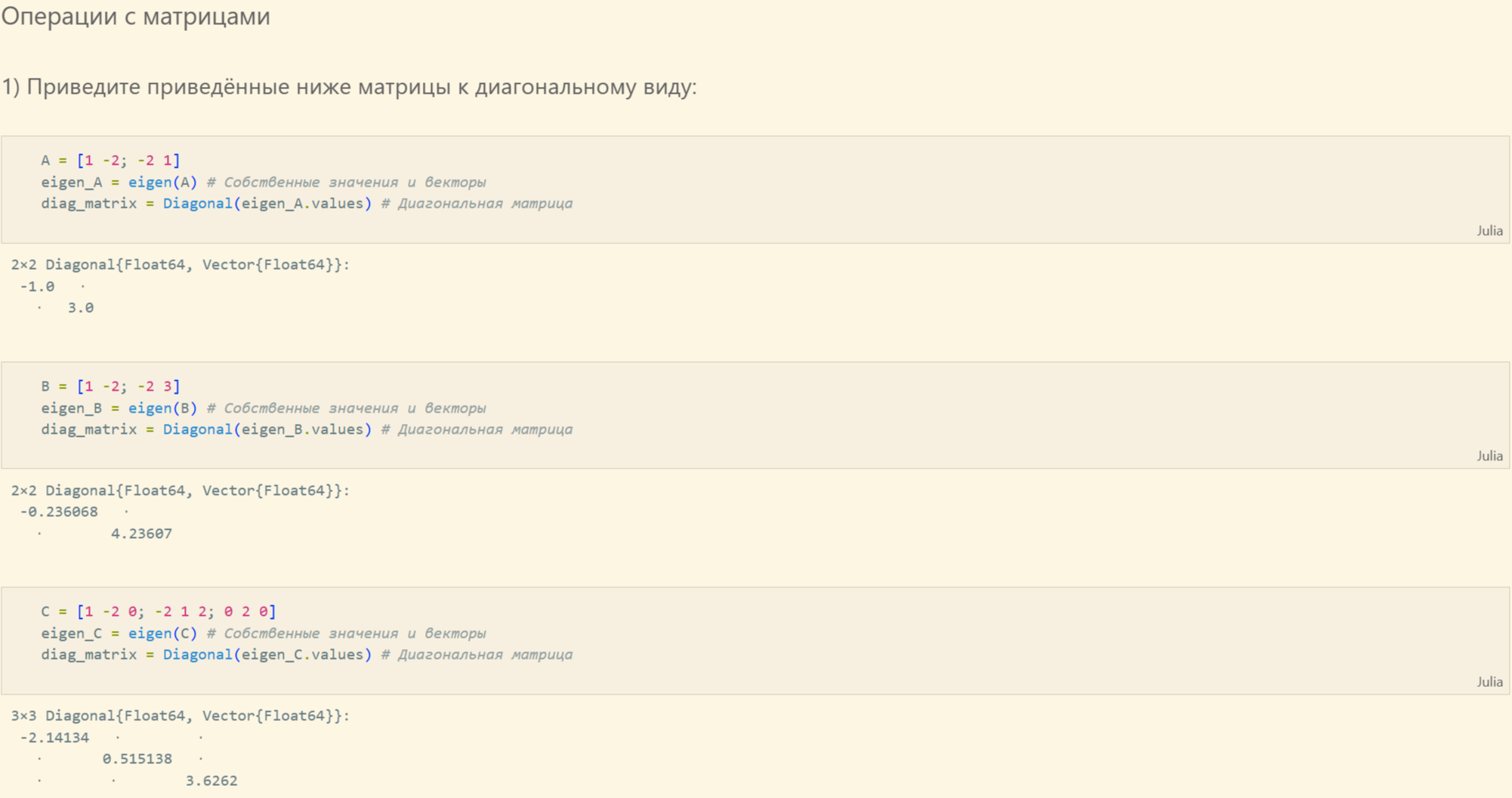


Рис. 31: Решение задания “Операции с матрицами”

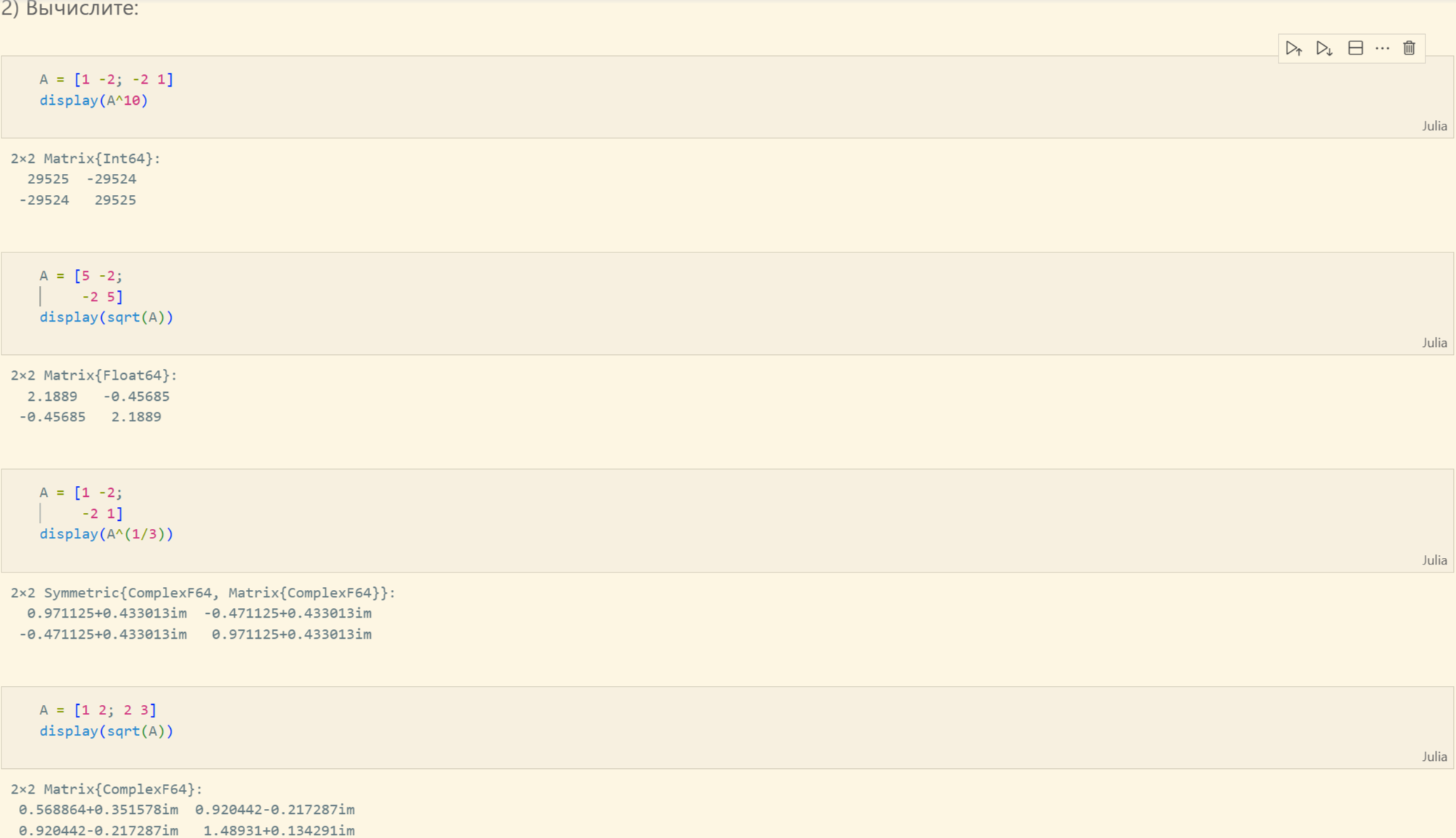


Рис. 32: Решение задания “Операции с матрицами”

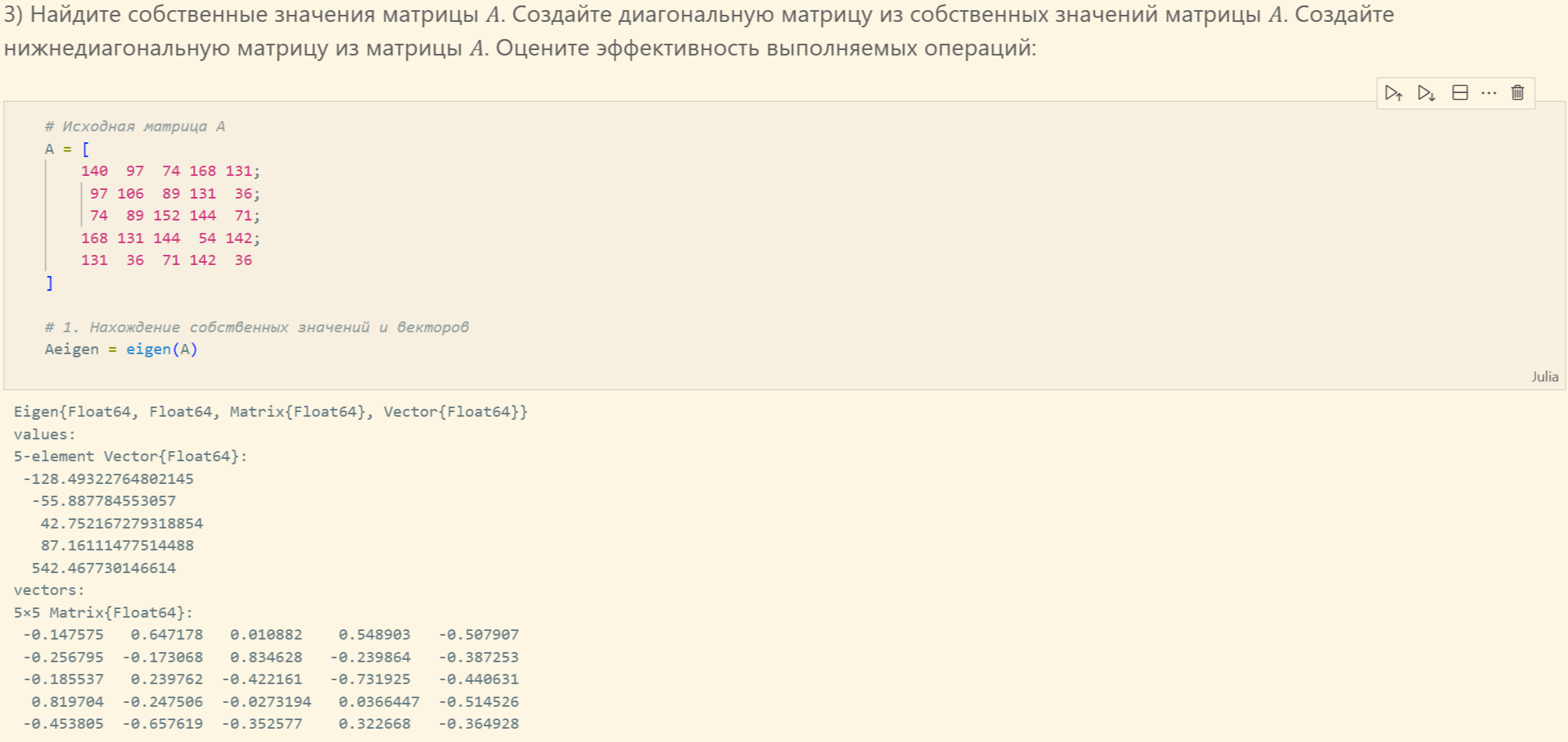


Рис. 33: Решение задания “Операции с матрицами”

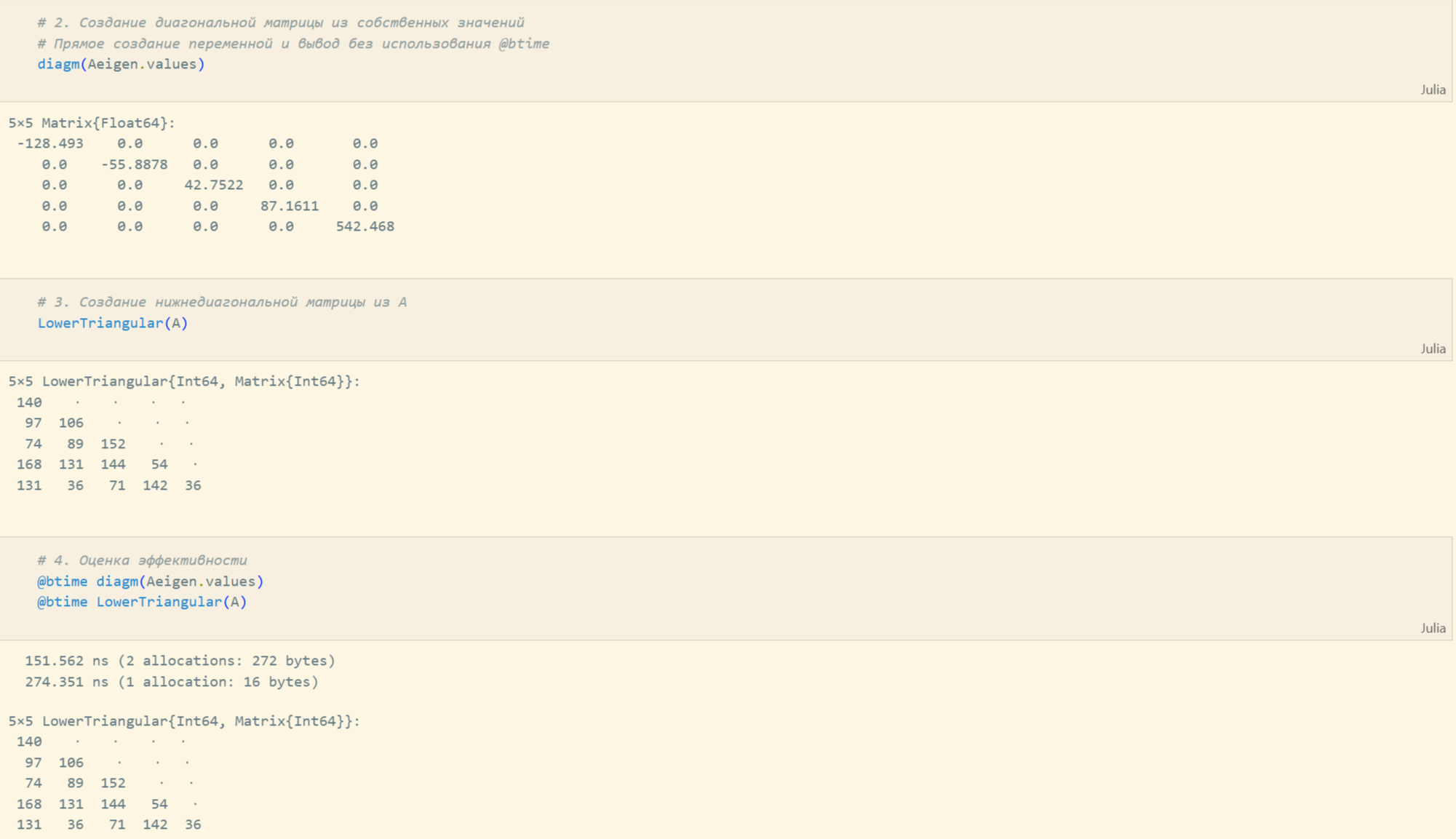


Рис. 34: Решение задания “Операции с матрицами”

Выполнение задания “Линейные модели экономики” (рис. 35 - рис. 37):

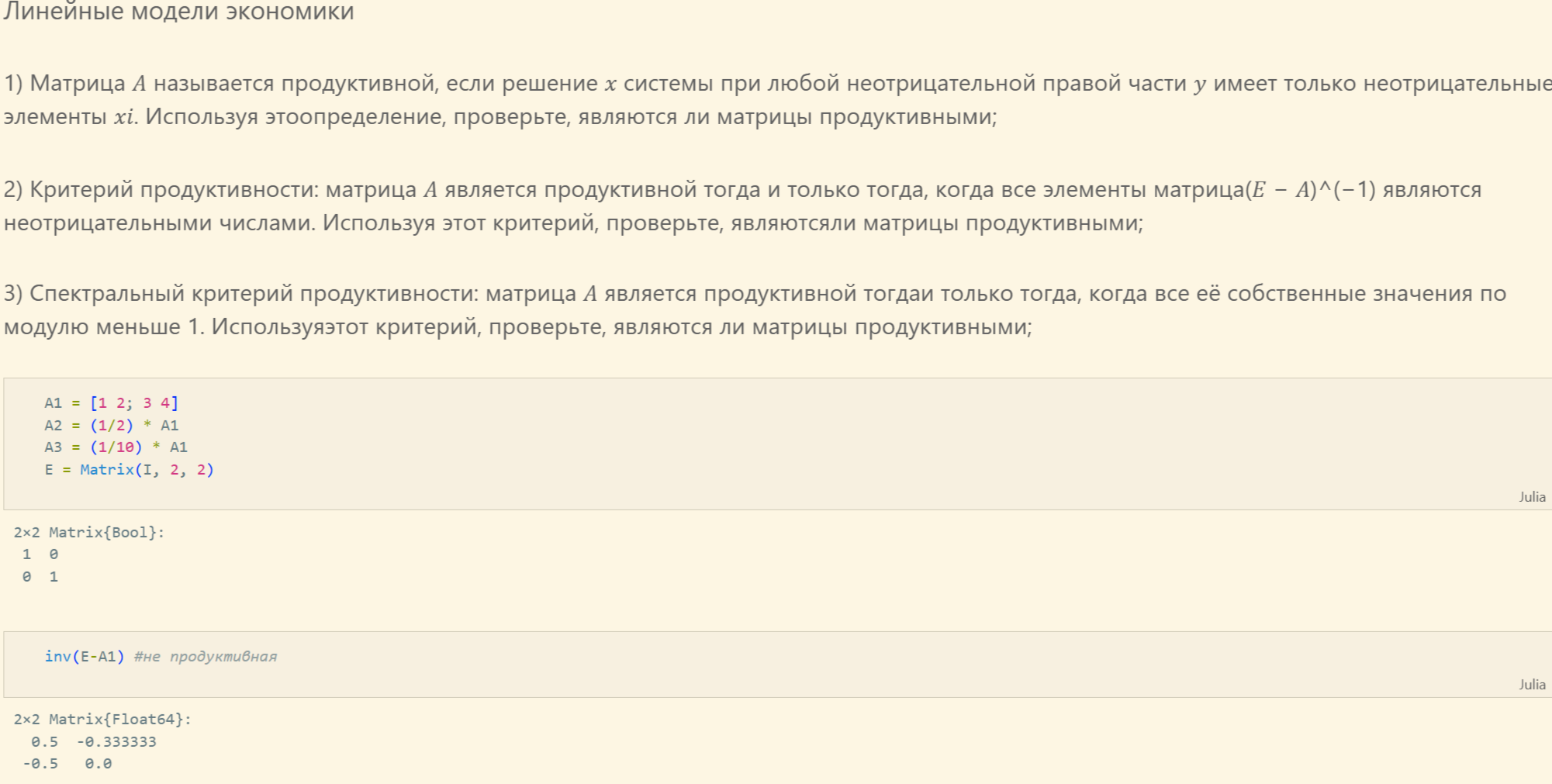


Рис. 35: Решение задания “Линейные модели экономики”

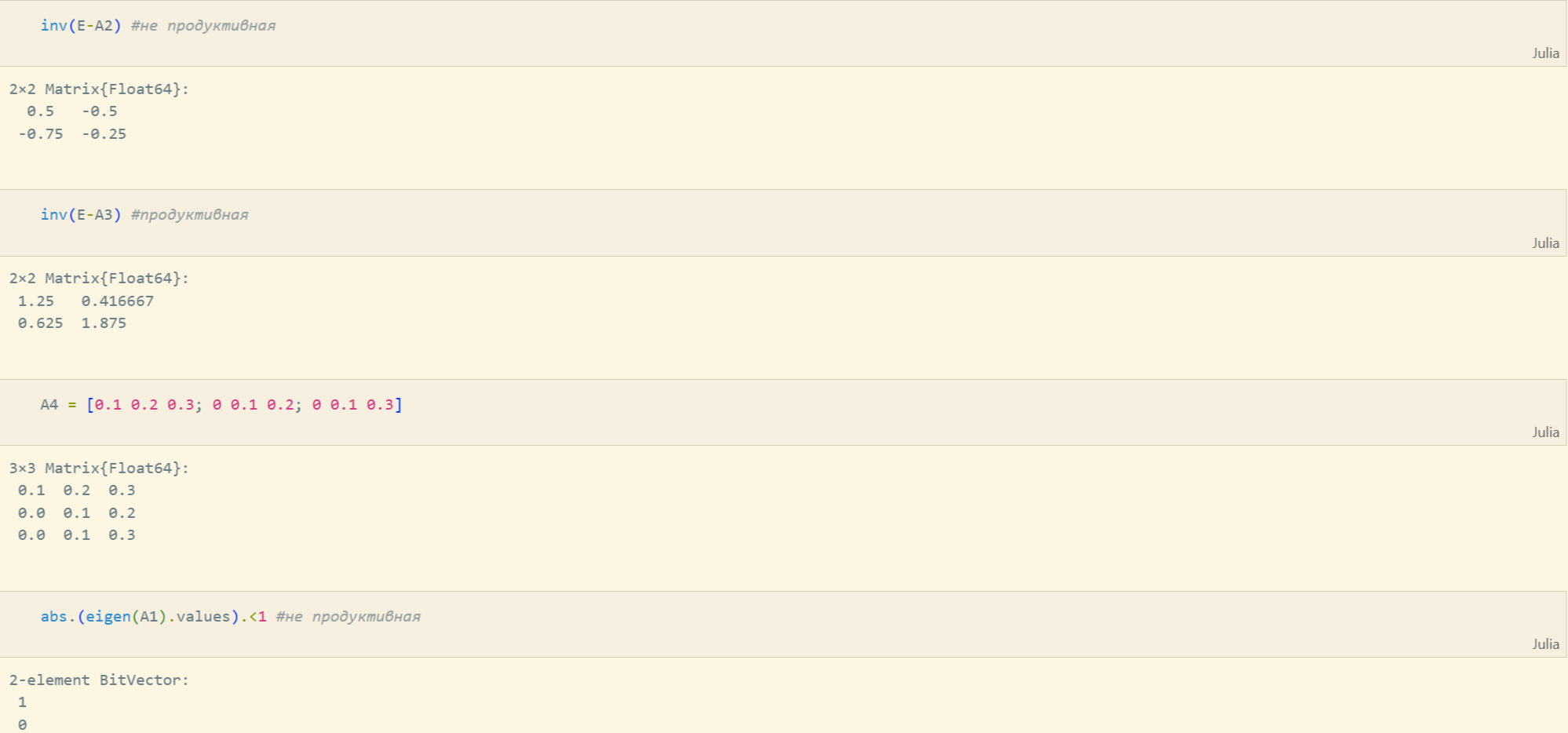


Рис. 36: Решение задания “Линейные модели экономики”

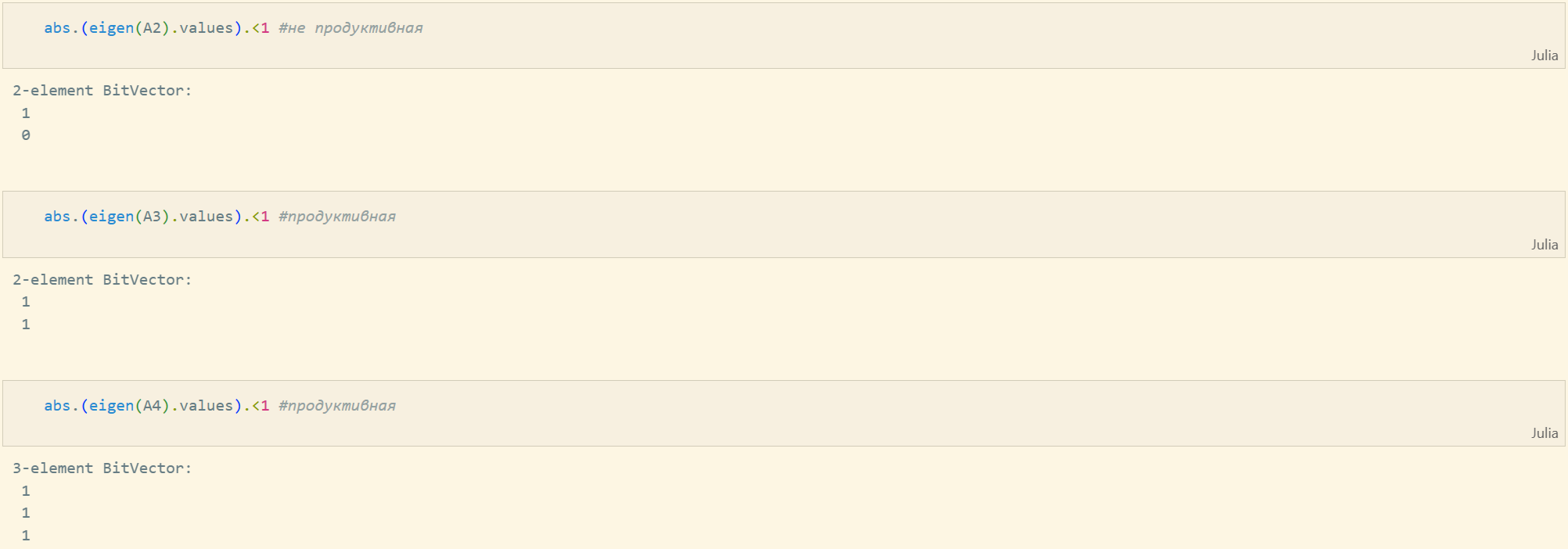


Рис. 37: Решение задания “Линейные модели экономики”

# 3 Выводы

В результате выполнения данной лабораторной работы мы изучили возможности специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

# Список литературы

1. JuliaLang [Электронный ресурс]. 2025 JuliaLang.org contributors. URL: <https://julialang.org/> (дата обращения: 09.15.2025).

2. Julia 1.11 Documentation [Электронный ресурс]. 2025 JuliaLang.org contributors. URL: <https://docs.julialang.org/en/v1/> (дата обращения: 09.15.2025).