Tema-3.pdf

PruebaAlien

Modelos de Computación

3º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

Lema de bombeo

Esto nos permite demostrar si un lenguaje no es regular casi siempre. Es una propiedad necesaria, que satisface a todos los lenguajes regulares.

Sea **L** un conjunto regular, entonces existe un $\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$ (**n símbolos**) tal que $\forall \boldsymbol{z} \in \boldsymbol{L}$, si $|\boldsymbol{z}| \geq \boldsymbol{n}$ (**si la longitud de z es mayor o igual al tamaño de la cadena original**), entonces **z** se puede expresar o particionar de forma $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{uvw}$**,** dividiendo la cadena original en 3 subcadenas.

Donde deberán cumplir:

- $|\boldsymbol{uv}| \leq \boldsymbol{n}$ (que la longitud de **u** y **v** sean <= a **n**)
- $|\boldsymbol{v}| \geq \boldsymbol{1}$ (que la longitud de **v** sea mayor a 1)
- $(\forall \boldsymbol{i} \geq \boldsymbol{0})\boldsymbol{uv^iw} \in \boldsymbol{L}$ (Y que al poder ser i=0 no se contradiga con lo anterior)

Además, **n** puede ser el número de estados de cualquier autómata que acepte el lenguaje **L**.

El problema de este lema es que existen lenguajes libres del contexto (*no regulares*) que también satisfacen este lema.

Pero, en la actualidad no hay ninguno que sea mejor que este.

Es útil para demostrar que un determinado lenguaje no es regular. De tal forma que, si no satisface el lema, entonces no es un lenguaje regular.

Aparte es una condición necesaria para los conjuntos regulares.

Ejemplo:

$$\{\boldsymbol{0^j 1^j} : \boldsymbol{j} \geq \boldsymbol{0}\}$$

Este lenguaje tiene que tener el mismo numero de 0s y 1s (000111, 00001111,…), de tal forma que tiene que memorizar el numero de 0s y 1s, entonces tenemos que demostrar que no es regular:

Suponemos que el lenguaje es regular

$\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}$, existe una palabra $\forall \boldsymbol{z} \in \boldsymbol{L}$, con $|\boldsymbol{z}| \geq \boldsymbol{n}$, tal que para toda descomposición $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{uvw} = \boldsymbol{0^n 1^n}$ **(u=** $\boldsymbol{0^k}$; $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0^i}$; $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0^{n-k-i} 1^n}$**)**. Se verifica que:

- $|\boldsymbol{uv}| \leq \boldsymbol{n}\ (\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0^k};\ \ \boldsymbol{v} = \boldsymbol{0^i})$ SE VERIFICA
- $|\boldsymbol{v}| \geq \boldsymbol{1}$ SE VERIFICA

La contradicción:

Si **p=0**; $\boldsymbol{uv^0w} = \boldsymbol{uw} = \boldsymbol{0^k 0^{n-k-i} 1^n} = \boldsymbol{0^{n-i} 1^n}$ para $\mathbf{i} \geq \mathbf{1}$; Entonces hemos alcanzado a una contradicción, puesto que nos falta 0^is.

$\exists \boldsymbol{i} \in \mathbb{N}$, tal que $\boldsymbol{uv^iw} \notin \boldsymbol{L}$.