



Nombres y Apellidos: Andrés Cosios Pinela

Asignatura: Métodos Numéricos.

NRC: 3657

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

- 1) Resuelva de forma gráfica y utilizando el método simplex el siguiente problema

$$\text{maximizar } Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{sujeto a: } 2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 40$$

$$3x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Reescribiendo las restricciones

1) $2x_1 + x_2 = 16$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 16 \quad (0, 16)$$

$$x_2 = 0 \quad x_1 = 8 \quad (8, 0)$$

2) $2x_1 + 3x_2 = 40$

$$x_1 = 0 \quad 3x_2 = 40 \quad x_2 = \frac{40}{3} = 13,33 \quad (0, 40/3)$$

$$x_2 = 0 \quad 2x_1 = 40 \quad x_1 = 20 \quad (20, 0)$$

3) $3x_1 + x_2 = 20$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 20 \quad (0, 20)$$

$$x_2 = 0 \quad 3x_1 = 20 \quad x_1 = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \quad (\frac{20}{3}, 0)$$





Nombres y Apellidos: Andrés Casas Pincheira

Asignatura: Métodos Numéricos

NRC: 3657

PUNTOS

- A (0,0)
- B (0, 40/3)
- C. (2, 12)
- D (4, 8)
- E (20/3, 0)

Punto C.

$$\textcircled{1} \quad 2x_1 + x_2 = 16 \quad (-1)$$

$$\textcircled{2} \quad 2x_1 + 3x_2 = 40$$

$$-2x_1 - x_2 = -16$$

$$\underline{2x_1 + 3x_2 = 40}$$

$$2x_2 = 24$$

$$x_2 = 12$$

$$\text{en } \textcircled{1} \quad 2x_1 + 12 = 16$$

$$2x_1 = 4$$

$$x_1 = 2$$

Punto C (2, 12)

$$\textcircled{1} \quad 3x_1 + x_2 = 20$$

$$\textcircled{2} \quad 2x_1 + x_2 = 16 \quad (-1)$$

$$3x_1 + x_2 = 20$$

$$\underline{-2x_1 - x_2 = -16}$$

$$x_1 = 4$$

$$\text{en } \textcircled{1} \quad 12 + x_2 = 20$$

$$x_2 = 8$$

Punto D (4, 8)

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$A = 3(0) + 2(0) = 0$$

$$B = 3(0) + 2(40/3) = 80/3$$

$$C = 3(2) + 2(12) = 30$$

$$D = 3(4) + 2(8) = 28$$

$$E = 3(20/3) + 2(0) = 20$$

$$\text{Sol. } x_1 = 2 \quad x_2 = 12 \quad Z = 30.$$



Nombres y Apellidos: Andrés Casas Piñeta

Asignatura: Métodos Numéricos

NRC: 3657

Método Simplex

$$\begin{aligned} Z - 3x_1 + 2x_2 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + s_1 &= 16 \\ 2x_1 + 3x_2 + s_2 &= 40 \\ 3x_1 + x_2 + s_3 &= 20 \end{aligned}$$

TABLA Simplex

Z	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	CR
s ₁	0	2	1	1	0	0 16
s ₂	0	2	3	0	1	0 40
s ₃	0	3	1	0	0	1 20] → Fila Pivote
Z	1	-3	-2	0	0	0 0

↓
Columna Pivote.

Elemento Pivote = 3

Tabla #2

Z	x ₁	x ₂	s ₁	s ₂	s ₃	CR
s ₁	0	-4	-1	1	0	-2 -24
s ₂	0	-4	1	0	1	-2 0
x ₁	0	1	1/3	0	0	1/3 20/3
Z	1	6	1	0	0	3 60

Solución óptima

$$Z = 3x_1 + 2x_2$$

$$60 = 3(20/3) + 2(0)$$



Nombres y Apellidos: Andrés Cosío Pineda

Asignatura: Métodos Numéricos.

NRC: 3657

2) Escriba el problema Dual de los siguientes problemas primales

$$\text{maximizar } Z = -5x_1 + 2x_2$$

$$\text{s. a. } \begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq -2 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(1)

$$\text{minimizar } Z = 6x_1 + 3x_2$$

$$\text{s. a. } \begin{aligned} 6x_1 - 3x_2 + x_3 &\leq -2 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(2)

Para el problema (1)

primal

$$\text{max } Z = -5x_1 + 2x_2$$

$$\text{s. a. } \begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq -2 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Al pasar al modelo dual la función objetivo pasa a minimizar
las variables se convierten a "y" y las desigualdades cambian.

los coeficientes de la función objetivo pasan a ser el lado derecho
de las restricciones de la dual., y de igual manera el lado derecho
de las restricciones pasan a ser los coeficientes de la función
objetivo en la dual

Se procede a realizar la transpuesta de las restricciones en la
primal hacia la dual es decir las columnas de la primal
pasan a ser las filas de la dual y viceversa.

Con este análisis obtenemos el problema dual de la siguiente manera



Nombres y Apellidos: Andrés Caslos Pineda

Asignatura: Métodos Numéricos

NRC: 3657

Problema dual.

$$\text{minimizar } W = -2y_1 + 5y_2$$

$$\text{Sujeto a: } -y_1 + 2y_2 \geq -5$$

$$y_1 + 3y_2 \geq 2$$

$$y_1, y_2 \geq 0$$

Para el primal (2)

$$\text{minimizar } Z = 6x_1 + 3x_2$$

$$\text{Sujeto a: } 6x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2$$

$$3x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

De igual manera con el análisis anterior tenemos:

Problema dual.

$$\text{maximizar } W = 2y_1 + 5y_2$$

$$\text{Sujeto a: } 6y_1 + 3y_2 \geq 6$$

$$-3y_1 + 4y_2 \geq 3$$

$$y_1 + y_2 \geq 0$$

$$y_1, y_2 \geq 0.$$

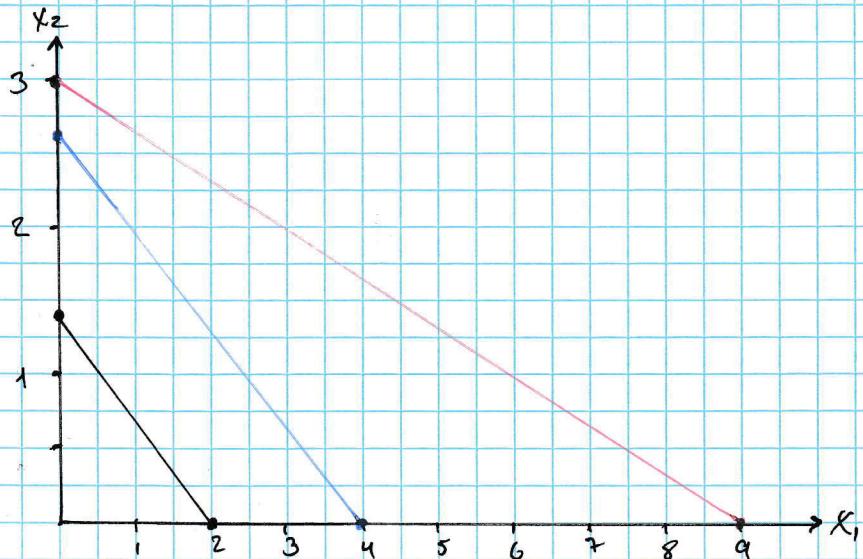


Nombres y Apellidos: Andrés Cossío Piñeda

Asignatura: Métodos Numéricos.

NRC: 3657

Grafica



a)

Reglas M1

al aumentar la disponibilidad de θ_1 ,

$$Z_G = 2X_1 + 3X_2$$

$$S.a = 2X_1 + 3X_2 \leq 9$$

$$2X_1 + 6X_2 \leq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Valor óptimo.

	X_1	X_2	Z
Z	0	2,67	8
	4	0	8
Z_G	0	3	9
	4,5	0	9
M_1	0	3	
	4,5	0	
M_2	0	3	
	9	0	



Nombres y Apellidos: Andrés Cosío Pineda

Asignatura: Métodos Numéricos

NRC: 3657

3. Una compañía fabrica los productos, A y B. Los ingresos unitarios son \$2 y \$3 respectivamente. Las disponibilidades diarias de dos materias primas, M_1 y M_2 utilizados en la fabricación de los productos son 8 y 18 unidades, respectivamente. Una unidad de A utiliza 2 unidades de M_1 y 1 unidad de M_2 ; y una unidad de B utiliza 3 unidades de M_1 y 6 unidades de M_2 .

- Determine los precios duales de M_1 y M_2 y sus intervalos de factibilidad.
- Suponga que puede adquirirse 4 unidades más de M_1 al costo de 30 centavos por unidad. ¿Recomendaría la compra adicional?
- ¿Cuanto es lo maximo que la compañía debe pagar por una unidad de M_2 ?
- Si la disponibilidad de M_2 se incrementa en 5 unidades, determine el ingreso optimo asociado.

Planteamos

x_1 = Unidades producidas de A.

x_2 = Unidades producidas de B.

Función objetivo

$$\text{max. } Z = 2x_1 + 3x_2$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeta: } 2x_1 + 3x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + 6x_2 &\leq 18. \end{aligned}$$

Tabla valor optimo.

	x_1	x_2	Z
Z	0	1,33	4
	2	0	4
Z_C	0	2,67	8
	4	0	8
M_1	0	2,67	
	4	0	
M_2	0	3	
	9	0	



Nombres y Apellidos: Andrés Cosios Pinel

Asignatura: Métodos Númericos

NRC: 3657

Gráfica



Mínima de $M_1(0, 2,67) = 8$ unidades

Máxima de $M_1(4, 0) = 18$ unidades

El precio dual de $M_1 = 9 - 8 / \text{unidad}$

$$M_1 = \$1 / \text{unidad}$$

Dualidad M_2

En el primer gráfico podemos observar que M_2 y su restricción es paralela a M_1 , es redundante, por tanto M_2 no afecta a la función objetivo. y su precio dual será \$0

b)

Si se agregaría 4 unidades más de M_1 debido a que el precio de M_1 es \$1/unidad tenemos

$$8 + 4 - (0,3)(4) = 14,4$$

El precio sería de \$ 14,4



Nombres y Apellidos: Andrés Cosío Pineyro

Asignatura: Métodos Numéricos.

NRC: 3657

c)

Dado que la dualidad de H_2 es cero y es una restricción redundante no se debería pagar más por H_2 es decir se mantiene en \$3.

d)

El ingreso óptimo asociado al ser una restricción redundante es de 8.

4) Plantee el problema y resuelvalo utilizando un software de programación Lineal.

Una refinería fabrica dos tipos de combustible para avión F_1 y F_2 . mezclando cuatro tipos de gasolina A, B, C, D. El combustible F_1 incluye las gasolinas A, B, C, D en proporción 1:1:2:4 y el combustible F_2 incluye la proporción 2:2:1:3. Los límites de abasto de A, B, C, D son 1000, 1200 y 1500 barriles/día respectivamente. Los costos por barril de las gasolinas A, B, C, D son \$120, \$90, \$100 y \$150, respectivamente. Los combustibles F_1 y F_2 se venden a \$200 y \$250 por barril respectivamente. La demanda mínima de F_1 y F_2 es de 200 y 400 barriles/día respectivamente.

Planteamiento del Problema.

Proporción	A	B	C	D
F_1	1	1	2	4
F_2	2	2	1	3



Nombres y Apellidos: Andrés Cosío Pineyro

Asignatura: Métodos Numéricos

NRC: 3657

	A	B	C	D
costo / barril	120	90	100	150
barril / día	1000	1200	900	1500

	F ₁	F ₂
Precio / barril	200	250
Demanda al día	200	400

Planteamiento de las variables

Componentes

1. Gasolina A
2. Gasolina B
3. Gasolina C
4. Gasolina D

Productos.

- 1. Combustible F₁
- 2. Combustible F₂

Formamos las variables.

X₁₁ Barriles de A para producir F₁

X₂₁ Barriles de B para producir F₁

X₃₁ Barriles de C para producir F₁

X₄₁ Barriles de D para producir F₁

X₁₂ Barriles de A para producir F₂

X₂₂ Barriles de B para producir F₂

X₃₂ Barriles de C para producir F₂

X₄₂ Barriles de D para producir F₂



Nombres y Apellidos: Andrés Cossío Pineda

Asignatura: Métodos Númericos

NRC: 3657

Planteamos el problema.

$$\text{minimizar } Z = 120(x_{11} + x_{21}) + 90(x_{21} + x_{22}) + 100(x_{31} + x_{23}) + 150(x_{21} + x_{42})$$

$$\text{Sujeto a : } 0,125x_{11} + 0,125x_{21} + 0,25x_{31} + 0,5x_{41} \geq 200 \quad F_1$$

$$0,25x_{12} + 0,25x_{22} + 0,125x_{32} + 0,375x_{42} \geq 400 \quad F_2$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 1000$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 1200$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 900$$

$$x_{41} + x_{42} \leq 1500$$

$$x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{12}, x_{22}, x_{32}, x_{42} \geq 0$$