

Kakao til sjokolademelk

Jeg skulle kose meg med en varm kopp kakao og tenkte det var en god mulighet til å gjøre oblig-oppgaven. Derfor satte jeg koppen fra meg og la et steketermometer oppi. Jeg målte temperaturen hvert tjuende minutt og syntes det var ganske spennende, selv om det tok sin tid før kakaoen nådde romtemperatur. Det jeg derimot ikke hadde tenkt på var at nå hadde jeg jo ikke noe kakao lenger, kun en kopp sjokolademelk med et tykt lag av snerk. Det ble derfor ingen kosestund med kakao, men jeg hadde i hvert fall fått verdiene som ble utgangspunktet til en skikkelig fin kakao-sjokolademelk-graf.

Må innrømme at sjokolademelken var veldig god da.

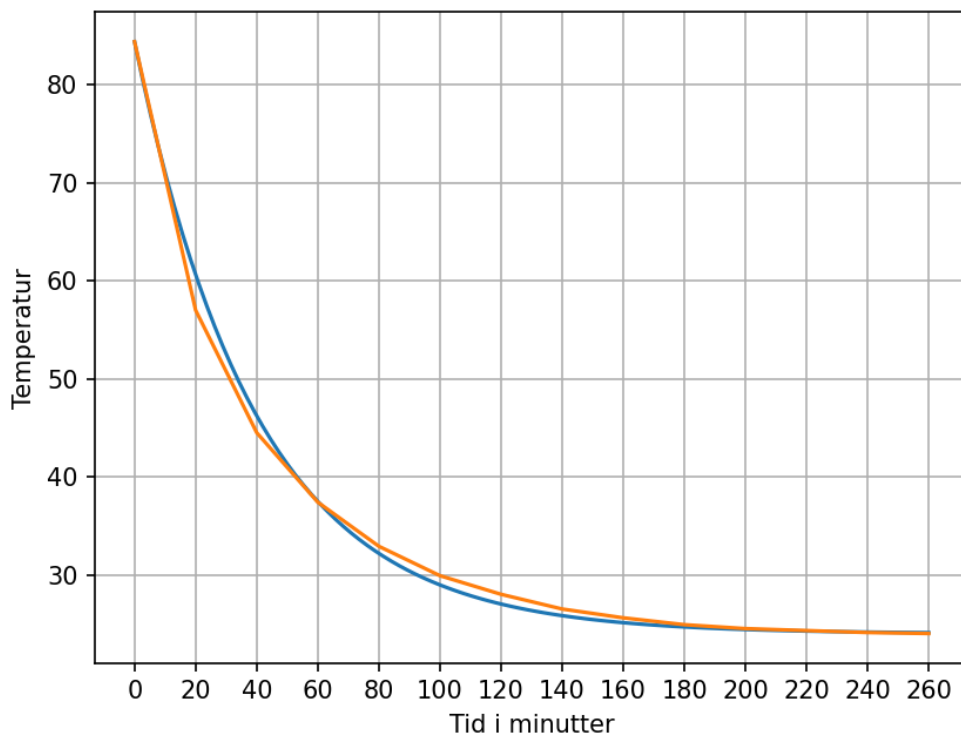


Sjokolademelk-produksjonen er i gang!

Temperaturmålingene

Tid	Temp.
0	84.4
20	57.0
40	44.5
60	37.4
80	32.9
100	29.9
120	28.0
140	26.5
160	25.6
180	24.9
200	24.5
220	24.3
240	24.1
260	24.0

Kakao-sjokolademelk-grafen



Oransje: Plottet av målingene.

Blå: Den teoretiske kurven basert på Newtons avkjølingslov.

Utregning av differensiallikningen

$$\dot{T} = -\alpha(T - T_k)$$

$$\dot{T}e^{\alpha t} + \alpha T e^{\alpha t} = \alpha T_k e^{\alpha t}$$

$$T e^{\alpha t} = \int \alpha T_k e^{\alpha t} dt$$

$$T e^{\alpha t} = T_k e^{\alpha t} + C$$

$$T(t) = T_k + C e^{-\alpha t}$$

$$C = T_0 - T_k$$

$$T(t) = T_k + (T_0 - T_k) e^{-\alpha t}$$

Jeg regnet ut alfa for litt ulike verdier av t basert på målingene og testet de ulike verdiene i koden for å se hvilken som passet best.

$$T(20) = 57.0 \Rightarrow \alpha = \frac{\ln\left(\frac{33}{60.4}\right)}{-20} = 0.03$$
$$T(60) = 37.4 \Rightarrow \alpha = \frac{\ln\left(\frac{13.4}{60.4}\right)}{-60} = 0.025$$
$$T(100) = 29.9 \Rightarrow \alpha = \frac{\ln\left(\frac{5.9}{60.4}\right)}{-100} = 0.023$$
$$T(240) = 24.1 \Rightarrow \alpha = \frac{\ln\left(\frac{0.1}{60.4}\right)}{-240} = 0.027$$

Jeg endte opp med å bruke 0.025 og funksjonsuttrykket ble som følger:

$$T(t) = 24.0 + 60.4e^{-0.025t}$$

Python-koden til plottet

```
1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3
4  tidsverdier = np.arange(0,261,20)
5  temp_verdier = [84.4,57.0,44.5,37.4,32.9,29.9,28.0,26.5,25.6,24.9,24.5,24.3,24.1,24.0]
6
7
8  Tk = 24.0
9  a = 0.025
10 T0 = 84.4
11
12 def T(t):
13     return Tk + (T0-Tk)*np.e**(-a*t)
14
15 t = np.linspace(0, 260, 100)
16 T_verdier = T(t)
17
18 plt.plot(t,T_verdier)
19 plt.plot(tidsverdier, temp_verdier)
20 plt.xticks(np.linspace(0, 260, 14))
21 plt.xlabel("Tid i minutter")
22 plt.ylabel("Temperatur")
23 plt.grid()
24 plt.show()
```