

Gibbs 篋緇組 謙綺 箏 勳 や 鏢腥句換篋鏢

箏 腥九 篆 2 緇 莖 お
絨 ¥ 箏 蒼綽

2015 緇 612

概要

綏 や激 篋堺宴 若帥罕 綖 紊 翫 や隙荔桁堺
撮茵 鏢 句 > 散 勳 や激羣やわ罷伏ゆ勳 滂 滂
罕尋綏 や若綖 鏢 Gibbs 篋緇組 若推綖 組 鏢や冴 緇組
牴 壘 < 若帥 c 後鏢 Gibbs 篋緇組 PAC-Bayes 綖 若違
堺 醜蚊や鏢 Gibbs 篋緇組綏 や桁句羣 > 散伏帥鴻
輝存綖 脰帥 勳 や若綖 脰滂や滂 苟 鏢
(ϵ, δ)-綏 や激 蟹伏帥鴻 絨ゆ壘罰 謙綺 箏 膈縷腓冴
泣 鏢 肴; 紊演 違 組御 皿紘羣翫 Gibbs 篋緇組綏
や激羣 > 散牴 壘箏 茫 鴻鏢 障鏢泣滂 泣や冴割組 軒
絨 七 や隙荔激 や 鏢

1

篋堺宴 若帥遵冴篋 輝存宴脰 翫鏢 や 若帥祉 障劫篋冴
宴羲羈 醇 鏢 綖 c 脰沿宴 箏苟 若水就縷 鏢水や
c 紊鏢 鏢篋 宴 水 絲茵冴 演堺 鴻 緇 篋堺宴
篆荔激 篋紙 輝存羈 c 劫篋冴 若帥 育 f 篆存若 障鏢 綏
や[?] 存若紘 絨阪壘 撮茵 鏢
綏 や激 や 滂鏢 若帥祉 障 1 篋阪 若帥紊 鏢 軸阪 腴
榊組 滂 箏糸穴 鏢 存若 鏢匱 紙劫 1 篋坂札紊 若帥
鏢 阪 1 篋冴 や 劫 育 c 鏢 綏 や激 堺 や
ヤ鴻阪 や冴 c 剛恒 鏢 箏 縷激綏 や激篆存若 違祉
篋牴 仮綺 若 鏢 綏 や桁句羣箏 仮綺 綖
茵 恰訓尋 鏢菴緇雁 腥吟 [?, ?, ?, ?] 鏢
綏 や激羣やや 違 鴻絨 泣滂 滂違 眼 冴 堺 違
< 冴 [?] 鏢 Wang, et al. [?] < 輝存 や坂緇組

$$\frac{\prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \pi(\theta)}{\int \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \pi(\theta) d\theta} \quad (1)$$

θ 泣漏 漏違 違 < 冴 劫ヤ 翫 鏝 絲丈医阿綺 $\log p(x|\theta)$ 翫 勲
 や激紹吾 腴 腓冴鏝 c 翫 勲 や激 や榊 膺羈箏 腔帥 障鏝
 や隙荔激 膺膺上壘 若 茫 鏝 箏 絲丈医阿綺
 紹吾 鏝 [?] 源縵泣 障障 就 鏝
 箏刻腔沿続 罌罌医 膺 腮 漏 霖泣 鏝 鴻 PAC-
 Bayes 続 [?, ?] Gibbs 篋縋紹 (Gibbs posterior) 障 や坂縋紹 (pseudo-
 Bayesian posterior) 若違若推続 > 散篋紹

$$\frac{\exp(-\beta \sum_{i=1}^n \ell(\theta, x_i)) \pi(\theta)}{\int \exp(-\beta \sum_{i=1}^n \ell(\theta, x_i)) \pi(\theta) d\theta} \quad (2)$$

泣漏 漏 絲鏝 $\ell(\theta, x)$ 紊演 違 鏝 < 輝荐 翫 $-\log p(x |$
 $\theta)$ 後鏝 鏝絲綺 違 就 帥 違 < 冴 室 鏝 c 箏
 > 散 勲 や激羣 腓冴逸 や隙荔激 PAC-Bayes 続 箏 腔帥
 茫 鏝 眼 冴荐 茫茹 f 綺 縋 鏝
 > 散 Gibbs 篋縋紹 (??) 泣漏 漏違 (ε, δ) -綏 や激羣
 腓冴鏝 劫彰 鏝

- 鏝紊宴吾 綽鏝 紊演 違 < 若 θ Lipschitz 翫鏝 勲 や
 激腓冴 鏝 漏 紊演 違 翫 [?] 穴 c 鏝鏝紘??鏝
- 鏝篋紹 軒絨号 や激 鏝 篋紹 π 膺 号 七鏝絨 c 鏝紹 鏝篋
 縋紹 紹 襲帥鏝 若帥 鴻 縋鏝 c 紹箏帥 c 翫 鴻
 綏 や激羣鏝 篋紹 七御 < 若帥 羝 壘 < 若 β
 紘 純 蚊綺 腓冴 鏝 蟹腔 c 鏝鏝紘??鏝紘??鏝
- 鏝泣漏 泣や冴 や激 鏝 泣漏 泣や n 紊 祉 1や 若帥 箏絨
 鏝綏 や激羣 縋鏝 号 羝 壘 < 若帥 綵 價ヨ
 ず鏝鏝紘??鏝

札箏 鏝 膺 2 膀 綏 や激 臂 堺 蟹箏鏝篋縋紹
 泣漏 漏違 [?] 腔剛鏝 茵腥吟 ヤ 腔鏝 違 Lipschitz 亜羹
 吾 苔 帥鏝 箏紫 3 膀 唇鴻鏝 3.1 膀 (ε, δ) -綏 や激 >
 散 絲丈医阿綺 腴榊 漏 や 鏝 3.2 膀 や坂縋紹 (??) 綏
 や激羣 箏糸穴箏糸菴違鴻鏝 膺 4 膀 膺 3 膀 腔 や 違綏 や
 若続 眼 冴絨冴鏝 4.1 膀 吾鴻 c 紹違 や榊 綽 綏
 や若 綵 蓐 や 鏝 4.2 膀 罩 h 紹 綺 腔剛鏝 4.3 膀
 漏 i 漏 c Gibbs 篋縋紹菴篠若翫 や隙荐若 や 鏝 膺 5 膀
 茫 縋 蓐菴違鴻鏝

2 綏 や

2.1 紆臂 Lipschitz 劫彰ヤ

綏 や激 若吟¹ 篋阪 若帥 睡違 若帥祉紕 綽阪鏹 腔沿
 渦 阪ヤ 鏹 紆 鏹 紊宴 鏹¹ 若帥祉 Dn 篋冴
 若吟若 篋冴若 $x_i \in \mathcal{X}$ $D = (x_1, \dots, x_n)$ 鏹²ヤ 若帥祉 D, D' f ヤ
 $d_H(D, D') = 1$ 鏹 d_H 若帥祉 $\mathcal{D} = \mathcal{X}^n$ 臂 渦域 $d_H(D, D') =$
 $\sum_{i=1}^n 1_{\{x_i \neq x'_i\}}$ 鏹
 若帥祉 $D \sqcup$ 鏹鏹 謙鏹腥咲 (Θ, \mathcal{T}) ヤ阪 鏹 Θ 箏 瓶 壘
 $\mathcal{M}(\Theta)$; 鏹 $\rho : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{M}(\Theta)$ 鏹 ヤ障 ρ 若帥祉 $D \sqcup$ 紹 ρ_D 阪 違
 鏹 紆 ρ_D 腴桼紊違泣渦 渦違茵冴 後鏹

紆臂 1 (綏 ヤ [?]). $\varepsilon > 0, \delta \geq 0$ 箏 ヤ桁七綺 鏹 $\rho : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{M}(\Theta)$
 (ε, δ) -綏 ヤ激羣 篋紙 $D, D' \in \mathcal{D}, d_H(D, D') = 1$

$$\rho_D(A) \leq e^\varepsilon \rho_{D'}(A) + \delta, \forall A \in \mathcal{T} \quad (3)$$

腴ヤ 鏹 鴻 $\delta = 0$ $\rho\varepsilon$ -綏 ヤ激羣 鏹

$\delta = 0$ 鏹箏膈綰 (??)

$$d_{\text{priv}}(\rho_D, \rho_{D'}) := \sup_{A \in \mathcal{T}} \left| \log \frac{\rho_D(A)}{\rho_{D'}(A)} \right| \leq \varepsilon \quad (4)$$

箴 < 鏹 $d_{\text{priv}} \mathcal{M}(\Theta)$ 箏 綰激莊² 紆 鏹 $\rho\varepsilon$ -綏 ヤ激羣
 Lipschitz $d_{\text{priv}}(\rho_D, \rho_{D'}) \leq \varepsilon d_H(D, D')$ ヤ 鏹 箏 腔沿 鑼紆 蕁
 c 紊 亥違 腴桼紹紕 阪ヤ 浦障鏹 紙 腔沿 渦域
 d_H 渦 若帥祉阪ヤ 鏹 綏 ヤ激 若帥祉紕 渦 祉 腔沿羈
 阪ヤ 菴違鴻 鏹
 鏹渦域 膾 莊 鏹 Lipschitz 蟹 若帥祉 障 紊演 違
 苟茫鏹 鴻 若睡 翫 勲 ヤ激 宴 c 鏹 Dimitrakakis, et al. [?]
 綏 ヤ激 臂 箏 障 穴 渦域 宴ヤ罩 h 紹
 ヤ隙荐若腓冴 鏹 鏹 腔援 臂 鏹渦域 f ラ 粹絲鏹

2.2 違 < 冴

若帥祉 $D \sqcup$ θ 莢 $H(\theta, D)$ 鰾冴障 鏹 H θ 翫 紊演 逸障
 合 逸 後鏹 ε -綏 ヤ激 句羣膀蚊 ヤ 鴻絨 θ 障鏹 鏹
 紹 θ 泣渦 渦違違蕁 鏹 違 < 冴 (exponential mechanism)[?]
 箏鏹 眼 冴 ヤ Lipschitz 違 箏鏹

¹ c 若帥泣ヤ冴 n 鏹臂 膾 莊 鏹上 渦 < 紕 \sqcup 翫鏹 源 宴腔沿綽
 蕁 蟹 鏹
² 若 ヤ 臂 Kullback-Leibler ヤ若吾 渦鴻 綰激莊 繼鏹荅括完 ヤ鏹

違 や $D \mapsto H(\cdot, D)$ sup Lipschitz 鏗 や障鏗 $\Delta_1 > 0$ 紕

$$\|H(\cdot, D) - H(\cdot, D')\|_\infty \leq \Delta_1 d_H(D, D') \quad (5)$$

c 鏗 綏 や激 Lipschitz 紕 Δ_1 違 L_1 -sensitivity 若違鏗 鏗
 縋(??) 莖 $d_H(D, D') = 1$ 宴 絵鏗鏗
 黽 < Θ 箏 莢鏗 f 腴榊紹

$$dG_{\beta, f}(\theta) = \frac{\exp(-\beta f(\theta))\pi(\theta)}{Z} d\theta \quad (6)$$

絲上 $G_{\beta, \cdot}$ 鏗 $\beta > 0$ 罩 f 逸 π 阪瓶 壘 $ZG_{\beta, f}$ 腴榊絲綺
 荀紕違 鏗 π 箏 逸 $G_{\beta, f}$ f や紊 箏 紹 鏗 $G_{\beta, \cdot}$ Gibb
 若吟 鏗 Gibbs 2β -Lipschitz 鏗 ¥

$$d_{\text{priv}}(G_{\beta, f}, G_{\beta, g}) \leq 2\beta \|f - g\|_\infty \quad (7)$$

鏗 箏 C_1 -Lipschitz 違 C_2 -Lipschitz 違 $C_1 C_2$ -Lipschitz 鏗
 $H(\cdot, D)$ Gibbs $2\Delta_1 \beta$ -綏 や激羣鏗 篁ヤ障 鏗

紕 2 (違 < 冴 [?]). 若帥祉 D

$$\exp\left(-\frac{\varepsilon}{2\Delta_1} H(\theta, D)\right) \pi(\theta) \quad (8)$$

箴絲綺 よ 紹 θ 泣潟 鏗 綽 ε -綏 や激羣鏗

$$H(\theta, D) = -\sum_{i=1}^n \log p(x_i | \theta) \quad \text{Gibbs 篋縋紹}$$

$$q_\beta(\theta | D) = \frac{(\prod_{i=1}^n p(x_i | \theta))^\beta \pi(\theta)}{\int (\prod_{i=1}^n p(x_i | \theta))^\beta \pi(\theta) d\theta} \quad (9)$$

鏗 $\beta > 0$ 瓶 壘 < 若帥 鏗 $q_\beta(\theta | D) \beta = 1$ 紹吾 潟 や坂縋紹鏗
 $\beta \rightarrow \infty$ 絨ゆ 吾 壕蟹 眼 絵鏗 障鏗 PAC-Bayes 紕 若
 違 $0 < \beta < 1$ 翫鏗蕭瓶 壘鏗 潟鏗 $q_\beta(\theta | D)$ 就縋 違 < 冴
 綵 鏗 紕 HLipschitz 違鏗 黽 < [?] 絨箏 鏗荐惹 鏗

紕 3 (Wang, et al.(2015)[?], Theorem 4). (i) 篁紙 $x \in \mathcal{X}$ 医阿綺

違 $\|\log p(x|\cdot)\|_\infty \leq B$ 羣 鏗 鏗 $H(\cdot, D) = \sum_i \log p(x_i | \cdot)$ $2B$ -
 Lipschitz 鏗 $q_\beta(\theta | D)$ $4\beta B$ -綏 や激羣鏗 鴻 $\beta = 1$ や坂縋紹
 $p(\theta | D)$ $4B$ -綏 や激羣鏗

(ii) $H(\cdot, D) \mathcal{D}$ 箏 莊 d L -Lipschitz 鏗 \mathcal{D} d 翫 $\sup_{D, D'} d(D, D') \leq$
 $2R$ 鏗 鏗 $H(\cdot, D) d_H$ $2LR$ -Lipschitz 鏗 $q_\beta(\theta | D)$ $4\beta LR$ -
 綏 や激羣鏗

紘?? や榊 脰帥 勲 や激脰渦や渦 紹吾 荀 鋸 紘 (i)(ii) 皿紘
 羣脰沿 鋸 箴逸罩 h 紹 医阿綺 違 θ や 鋸 x や
 Lipschitz 鋸
 篁 医阿綺 逸箏 紊演 逸 違 < 沔腴 翫 鋸箴
 渦 勲 や激腴沔 鋸 箏罩 g 茫 鋸膺 鋸 $\beta = 1$
 や坂縊紹 Bernstein-von Mises [?] 鋸 $n \rightarrow \infty$ サ 荀紹 鋸 箏
 刻認喝障 c 絨 違 2 や 荀紹 莊 $d_{\text{priv}} + \infty$ 鋸 c 紊 n
 縊紹罩 h 紹 篴若 逸 $\varepsilon(< \infty)$ -綏 や激羣 鋸 箏刻 翫 $\delta > 0$
 逸 (ε, δ) -綏 や激羣 鋸 電 Gibbs 篴縊紹 (ε, δ) -綏 や激羣
 > 散茯帥鴻 鋸

3 Gibbs 篴縊紹 綏 や

3.1 (ε, δ) -綏 や激 > 散

$\delta > 0$ 鋸 (ε, δ) -綏 や激羣 > 散 電 < ヤ 鋸 荐惹 [?], Lemma 2
 鋸

紘 4. $\rho : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{M}(\Theta)$ (ε, δ) -綏 や激羣 > 散 篴紙 $D, D' \in \mathcal{D}, d_H(D, D') = 1$

$$\rho_D \left\{ \log \frac{d\rho_D}{d\rho_{D'}} \geq \varepsilon \right\} \leq \delta \quad (10)$$

腴や 鋸 $d\rho_D/d\rho_{D'}$ 綺 違 鋸

箏 D, D' 箏膈縊 (??) 腴 綽荀鋸 (??) 医阿綺 $\log \frac{d\rho_D}{d\rho_{D'}}$
 腴榊 箏膈縊 鋸 違 抗や

$$\mathbb{E}_{\rho_D} \left[\log \frac{d\rho_D}{d\rho_{D'}} \right] = D_{\text{KL}}(\rho_D, \rho_{D'}) \quad (11)$$

鋸 Kullback-Leibler(KL) や若吾 渦鴻 眼鋸 認喝 $D_{\text{KL}}(\rho_D, \rho_{D'})$ 絨 $(D_{\text{KL}}(\rho_D, \rho_{D'}) \approx \varepsilon)$ 鋸 $\log \frac{d\rho_D}{d\rho_{D'}}$ 認喝や 障 箏 逸 や障鋸 $t > 0$ 絨 $\psi(t)$ 紘

$$\rho_1 \left\{ \log \frac{d\rho_D}{d\rho_{D'}} \geq D_{\text{KL}}(\rho_D, \rho_{D'}) + t \right\} \leq \psi(t) \quad (12)$$

膈縊腴沔 逸 腴榊 (??) 荅箴 < 鋸

3.2 Gibbs 篴縊紹 や

< 若睡 $\Theta \mathbb{R}^d$ 障 鋸 Gibbs 紹

$$dG_{\beta, H}(\theta) = \frac{\exp(-\beta H(\theta))\pi(\theta)}{Z} d\theta \quad (13)$$

わ 障 録 $\varepsilon > D_+$

$$G_{\beta,D_1} \left\{ \log \frac{dG_{\beta,D_1}}{dG_{\beta,D_2}} > \varepsilon \right\} \leq \exp \left(-\frac{1}{4D_+} (\varepsilon - D_+)^2 \right) \quad (21)$$

腴.

紘?? ??綽 Gibbs 篋縊紹羣 (ε, δ) -綬 や 腔縊録

膾 10. 篋 ?? 皿紘??腴や 録

(i) $\varepsilon > 0$ 録

$$\beta < \sqrt{\frac{m_\pi \varepsilon}{2L^2}} \quad (22)$$

β Gibbs 篋縊紹 $G_{\beta,D}(\varepsilon, e^{-(1+\varepsilon)/4})$ -綬 や 激羣録

(ii) $\varepsilon > 0, 1 > \delta > 0$ 録

$$\beta \leq \frac{\varepsilon}{2L} \sqrt{\frac{m_\pi}{1 + 2 \log(1/\delta)}} \quad (23)$$

β Gibbs 篋縊紹 $G_{\beta,D}(\varepsilon, \delta)$ -綬 や 激羣録

膾 11. 篋 ?? 皿紘??腴や 録 ?? R_Θ 紘録 $\varepsilon > 0, 1 > \delta > 0$ 箏 や 激

< 若帥 録 録紘 $B = B(\varepsilon, \delta, n, m_\ell, m_\pi, \alpha)$ 紘 $\beta < B$ 録 Gibbs 篋縊紹 $G_{\beta,D}(\varepsilon, \delta)$ -綬 や 激羣録

膾?? や $m_\ell = 0m_\pi > 0$ 翫 素演 ℓ 翫 障録 c 紘??-(i)
 價 \exists 録 < 翫録 ?? 違 縊桁御 < 若 m_π
 c β 紘 純 膀蚊素 録 箏 吟 録 箴逸 $\pi(\theta)$ 苟
 篋紹 m_π 素 c 絨絨 c 篋紹 後録若帥祉 D 縊紹 鴻
 録

箏刻 $m_\ell > 0$ 翫 唇鴻羈 鴻 藥 Θ 篋 録 録 ℓ
 録紘?? Gibbs 篋縊紹 泣渦 渦違 ε -綬 や 激羣 録 録膾??
 箏苟綽苟 録 録隙 $B(\varepsilon, \delta, n, m_\ell, m_\pi, \alpha)$ 荐膊 篋紹 π 泣渦 泣や
 $n\beta$ 綵演帥茯帥鴻 録 箴逸篋 ??-(iii) κn 紘 翫 紘??
 箏(??) 荐膊 録 Bn 茯水 腴肴 録 4.1 膀 4.2 膀 録 c 泣
 渦 泣や n 素 祉 β 素 荐 録綬 や 激羣 録 泣渦 泣や
 冴 勲 や 激 泣泣渦 渦違 蟹録 [?] ヤ 録 泣
 泣渦 渦違茵 β 綵 價 \exists 録

4 綬 や若紘 吾

4.1 吾鴻 c 紹

$\mathcal{Z} = \{z \in \mathbb{R}^d, \|z\|_2 \leq R\}$ 録 若帥 素 $z \in \mathcal{Z}$ や $y \in \{-1, 1\}$ $x =$
 (z, y) 録 若帥祉 $D = \{x_1, \dots, x_n\}$ 箏 録膩綵 募 $f_\theta(z) = \text{sgn}(a^\top z + b)$
 < 若 $\theta = (a, b)$, $a \in \mathbb{R}^d$, $b \in \mathbb{R}$ 紘 録

θ 熊阪号 蚊 や ℓ_2 -罩 e 吾鴻 c 紹違鏝 ¥ 紊演 違

$$\ell_{\text{LR}}(\theta, x) = \log(1 + \exp(-y(a^\top x + b))) \quad (24)$$

臂 鏝

$$\hat{\theta}_{\text{LR}} = \operatorname{argmin}_{\theta} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ell_{\text{LR}}(\theta, x_i) + \frac{\lambda}{2} \|\theta\|_2 \right\} \quad (25)$$

c ラ $\hat{\theta}_{\text{LR}}$ 熊阪鏝 紊演 (??) 臂 箏 絵鏝 吾鴻 c 紹違
浦紘 鏝絲上 Gibbs 篋縊紹

$$G_{\beta,D}(\theta) \propto \exp \left(-\beta \sum_{i=1}^n \ell_{\text{LR}}(\theta, x_i) \right) \phi_{d+1}(\theta \mid 0, \frac{1}{n\lambda} I) \quad (26)$$

鏝 鏝 $\phi_k(\cdot \mid \mu, \Sigma)$ 抗 μ 鏝怨 h Σk -電 罩 h 紹 綺 違 鏝
縊 膊 鏝 $\ell_{\text{LR}} R$ -Lipschitz 鏝 障鏝 $-\log \phi_{d+1}(\theta \mid 0, \frac{1}{n\lambda} I) n\lambda$ -縊桁吾
鏝 c 膾??鏝

$$\beta < \frac{\varepsilon}{2R} \sqrt{\frac{n\lambda}{1 + 2 \log(1/\delta)}} \quad (27)$$

Gibbs 篋縊紹 (??)(ε, δ)-綏 や 激羣鏝 (??) 鏝罩 e < 若 λ 鏝篋紹 軒
絨 七鏝紊 祉 障泣渦 泣や n 紊 祉 β え 鏝 綏 や 隙荐若紘
号 鏝 價 鏝違 < 冴 冴ヤ紘?? c ㊀ 鏝

4.2 罩 h 紹 句 絲綺

紘?? c ヤ 苟紹 認喝 < 若帥 怨醜篋紹 翫鏝 鏝
罩 h 紹 医阿綺 縊桁吾 翫鏝紘?? < 若睡 狗句
綽苟鏝

臂 鏝 1 電 翫 腓冴鏝 若帥 X ヤ 咲 $X = [-a, a]$ 鏝 ($a > 0$)
鏝 若帥祉 D 箏 鏝若帥腓榊紹罩 h 紹 $\{\phi(\cdot \mid \theta, \sigma^2), \theta \in \Theta\}$ c
鏝 $\Theta = [-b, b]$ < 若帥 句咲 鏝 $b > 0$ 臂 鏝
f ヤ 苟紹 認喝 怨醜篋紹 苟紹 鏝 箏荐 綺
蕁 θ 紹 罩 h 紹 $N(0, \tau^2)$ 咲 Θ 狗牴 壑 鏝
紹吾 \mathbb{R} 鏝 Gibbs 篋縊紹 苟紹 $N(\theta_{\beta,D}, \sigma_{\beta,D}^2)$ 鏝

$$\theta_{\beta,D} = \frac{\frac{\beta}{\sigma^2} |\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i|}{\frac{\beta}{\sigma^2} + \frac{1}{n\tau^2}} \leq \frac{\frac{\beta}{\sigma^2} a}{\frac{\beta}{\sigma^2} + \frac{1}{n\tau^2}} \leq a, \quad (28)$$

$$\sigma_{\beta,D}^2 = \frac{1}{\frac{n\beta}{\sigma^2} + \frac{1}{\tau^2}} \leq \tau^2 \quad (29)$$

鏝 c 句 縊 $b = a + \alpha\tau$ 鏝紘?? 鏝

$-\partial_\theta \log \phi(x \mid \theta, \sigma^2) = (\theta - x)/\sigma^2$ 絵 $L = \sup_x \sup_\theta |-\partial_\theta \log \phi(x \mid \theta, \sigma^2)| \leq (a + b)/\sigma^2$ 鋸 鋸紘?? 腴桼 (??) 荐膊 鋸鴻 膾?? B 荐膊 鋸膂 鋸 $\sigma^2 = 1, \tau^2 = 1$ (??) $C' > 0$

$$D_+ = \frac{C'\beta^2}{n\beta + 1} \quad (30)$$

吾鋸

$$u_{\varepsilon, \delta} = \varepsilon + 2 \log(1/\delta) - \sqrt{(\varepsilon + 2 \log(1/\delta))^2 - \varepsilon^2} \quad (31)$$

膈膊鋸

$$\beta \leq B = \frac{nu_{\varepsilon, \delta} + \sqrt{n^2 u_{\varepsilon, \delta}^2 - 4u_{\varepsilon, \delta} C'}}{2C'} \quad (32)$$

逸 Gibbs 篋縊紹 (ε, δ) -綬 や激羣 鋸箏(??) n 紘違 c 繪鋸

障鋸 1 電 悟綵 紹違 綽 Gibbs 篋縊紹 泣瀉 綬 や激羣 鋸

4.3 MCMC 菴篋若 や

素演 違割紹箏 鋸 Gibbs 篋縊紹茹 f 膊 育 c 翫鋸鴻 < 若睡 蕭電 翫鋸 Gibbs 篋縊紹 泣瀉 縊 菴篋惹羈 瀉 i 瀉 (MCMC) 箏 鋸鋸 MCMC 荅< 紹 叱菴 泣瀉 瀉井羈 鋸 縊 c 泣瀉 紹 篋縊紹 違 鋸 鋸 Gibbs 篋縊紹 腴 綬 や隙荐若雁胸 醇 鋸 箏刻 莊 瀉 Gibbs 篋縊紹箏罕 篋若 逸 綬 や隙荐若篆紘 純 鋸 電< ε -綬 や激 ヤ 脰 [?, ?] (ε, δ) -綬 や激 唇合 眼 鋸

紘 12. $\rho : \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{M}(\Theta)(\varepsilon, \delta)$ -綬 や激羣 眼 冴 鋸 若帥祉 D 莊 d_{TV} 瀉 $\rho(D)\gamma$ -菴篋若鋸

$$d_{\text{TV}}(\rho(D), \rho'(D)) \leq \gamma \quad (33)$$

羣 眼 冴 ρ' 紘 鋸 鋸 $\rho'(\varepsilon, \delta + (e^\varepsilon + 1)\gamma)$ -綬 や激羣鋸

鋸 MCMC k 鴻 紹 紹後紹 莊 紘違 k 鋸 激瀉井誌ヤ 逸 水 勲 や激羣 眼 冴罕 鋸 激瀉井祉 脰吟 や紘 [?] 鋸喝 違 若荐膊 俱 吟 鋸 箴逸 Stochastic gradient Langevin dynamics (SGLD)[?, ?] 罌嬰医 膺 紫 羈 喝 若 荔域 丞吟 c 鋸 Langevin dynamics 若 脰吟 [?] 鋸

5 腔茫

絲丈医阿綺 謙綺 箏 膈縷荐惹 鏗 Gibbs 篋縊紹 泣瀉
 (ε, δ) -綏 や激羣 > 散茹 f 鏗 鴻 絲丈医阿綺 腴桼 瀉 (??)(??)
 c 泣瀉 泣や n 割紹 軒絨 七 m_π や隙荔桁七綺 綵演帥 や ず
 縊鏗 紵??鏗紵?? 膺 \exists 綏 や激羣や 違 眼 冴縊鏗

A 紵

A.1 祗 壘箏 茫

紵??喝?? 祗 壘箏 茫 や 亜 鏗 (X, \mathcal{B}, μ) 腴桼腥咲 鏗 X
 や 鏗 \mathcal{B} Borel σ -field 鏗 障鏗 X 箏 医ら f 莊 冴
 ∇f 紵臂 鏗 篋ヤ 隙 $X \subset \mathbb{R}^d \nabla f$ 紹吾 瀉 小 翫宴鏗
 莢 医ら f μ 瀉 若

$$\text{Ent}_\mu(f) = \mathbb{E}_\mu[f \log f] - \mathbb{E}_\mu[f] \log \mathbb{E}_\mu[f] \quad (34)$$

c 臂 鏗鏗活昇 紵 翫 臂 鏗鏗 障鏗 f 若

$$\mathcal{E}(f) = \mathbb{E}_\mu \|\nabla f\|_2^2 \quad (35)$$

c 臂 鏗 紵 $D_{\text{LS}} > 0$ 紵 瀉 若瀉 若紵臂 篋紙 f

$$\text{Ent}_\mu(f^2) \leq 2D_{\text{LS}}\mathcal{E}(f) \quad (36)$$

腴 鏗腴桼祗 壘 μ Sobolev 箏膈縷羣 鏗 絲丈 Sobolev 箏膈縷腴や 鏗
 篋紙 L -Lipschitz $F : X \rightarrow \mathbb{R}$ 謙綺 箏 膈縷

$$\mu\{F \geq \mathbb{E}_\mu[F] + t\} \leq \exp\left(\frac{-t^2}{2L^2 D_{\text{LS}}}\right), \quad \forall t > 0 \quad (37)$$

腴や ヤ $[?, ?]$ 鏗

絲丈 Sobolev 箏膈縷 鏗 $X = \mathbb{R}^d$ 鏗 $U : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{C^2}$ -腔 e^{-U} Lebesgue
 違 鏗 鏗瀉激 c U Gibbs 紹 G_U 綺 違

$$dG_U(x) = Z^{-1} e^{-U(x)} dx \quad (38)$$

c 臂 鏗 瀉激 c Um -縷桁吾 翫 絲丈 Sobolev 箏膈縷 (??) 紵
 $D_{\text{LS}} = m^{-1}$ 腴 ヤ $[?]$ 鏗 箴逸 $U = \|x\|_2^2 / 2$ (??) 羣罩 h 紹 眼
 鏗 翫 $D_{\text{LS}} = 1$ 鏗 Gross Sobolev 箏膈縷 若違鏗
 \mathbb{R}^d 箏 祗 壘 μ 紵 D_{LS} Sobolev 箏膈縷羣 鏗 $X \subset \mathbb{R}^d$ 箏 μ 狗
 祗 壘 $\mu|_X$ 絲丈 Sobolev 箏膈縷 羣 ヤ翫鏗 蟹 Sobolev 箏膈縷
 紵 若違鏗電 < ヤ 鏗

紘 13 ([?], Corollary 3.9). \mathbb{R}^d 箒 Gibbs 紹 (??) 紘 D_{LS} Sobolev 箒膈縹
羣 鋸 $X \subset \mathbb{R}^d$ 檣 c 渦激 c UX 吾 狗 $U|_X$ 檣 違 鋸

$$G_U(X) = p > 0 \quad (39)$$

腴や 鋸 鋸 $G_U X$ 箒 狗 弱牴 壑 $G'_U = G_U|_X / G_U(X)$ 紘 $C(1 + \log(1/p))D_{\text{LS}}$ Sobolev 箒膈縹羣 鋸 $C > 0$ 違 鋸

紘?? 障紘 C ヤ 宴鋸 荅括完 や [?] 鋸
縹 (??) 渦 若 撮 c 荅箴 < 縹

$$\text{Var}_\mu(f) \leq D_{\text{Poin}} \mathcal{E}(f) \quad (40)$$

Poincaré 箒膈縹 鋸 Poincaré 箒膈縹 Sobolev 箒膈縹縹宴箒糸穴 ヤ
鋸 紘鋸腴神牴 壑 μ 紘 D_{LS} Sobolev 箒膈縹羣 鋸 μ $D_{\text{Poin}} = D_{\text{LS}}/2$ Poincaré 箒膈縹羣 [?] 鋸

A.2 紘??

篁 $\Theta = \mathbb{R}^d$ 鋸 Gibbs 篋縹紹 $G_{\beta,D}$ Gibbs 紹 (??) $U(\theta) = \beta \sum_{i=1}^n \ell(\theta, x_i) - \log \pi(\theta)$ 絵鋸 篁 ??-(i) 鋸 Um_π -縹桁檣 違 鋸絲丈 Sobolev 箒膈縹 (??) 紘 m_π^{-1} 鋸

$D_1, D_2 \in \mathcal{X}^n d_H(D_1, D_2) = 1$ 2や 若帥祉 鋸 箒 紊宴 鋸 $D_1 D_2$
1 睡違 鋸 $D_1 = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 鋸 $D_2 = (x'_1, x_2, \dots, x_n)$
鋸 鋸篁 ??-(ii)

$$\left\| \nabla \log \frac{dG_{\beta,D_1}}{dG_{\beta,D_2}} \right\|_2 = \beta \left\| \nabla (\ell(\theta, x_1) - \ell(\theta, x'_1)) \right\|_2 \leq 2\beta L \quad (41)$$

鋸絲丈医阿綺 $2\beta L$ -Lipschitz 鋸 c 絲丈 Sobolev 箒膈縹腴よ 謙
綺 箒 (??) 鋸 (??) 縹鋸
電 < KLや若吾 渦鴻 (??) 罷鋸 絲丈 Sobolev 箒膈縹 (??) 腴や 鋸
 L -Lipschitz f

$$\text{Ent}_\mu[e^f] \leq \frac{D_{\text{LS}}}{2} \mathbb{E}_\mu [\|\nabla f\|_2^2 e^f] \leq \frac{D_{\text{LS}} L^2}{2} \mathbb{E}_\mu[e^f] \quad (42)$$

腴や 絵鋸 (??) $e^f = dG_{\beta,D_1}/dG_{\beta,D_2}$ 篁 e ヤ (??) 縹鋸

A.3 紘?? 鋸网フ

篁 ??-(ii) 鋸 Gibbs 篋縹紹 Gibbs 紹 帥 渦激 c \mathbb{R}^d 箒 $nm_\ell \beta + m_\pi$ -縹桁吾 穴鋸 渦激 c \mathbb{R}^d 箒 Gibbs 紹 $\bar{G}_{\beta,D}$ 鋸 $\bar{G}_{\beta,D}(\Theta) \geq p$
鋸紘??鋸 Gibbs 篋縹紹 $G_{\beta,D}$ $C(1 + \log(1/p))/(nm_\ell \beta + m_\pi)$ 絲丈 Sobolev
箒膈縹羣 鋸

篁紙 D $\bar{G}_{\beta,D}(\Theta)$ 箏罕 $\mathfrak{y}\Theta$ 緇紵 鋸 篁鋸篁 ??-(iii) 鋸
 $\bar{G}_{\beta,D}(\Theta)$ 抗 κ わ 障鋸 Poincaré 箏膈縵 (??) 鋸 \mathfrak{c} $d/(nm_\ell\beta+m_\pi)\leq d/m_\pi$
 鋸 \mathfrak{c} 紵 R_Θ 紵逸 Chebyshev 膈縵鋸篁紙 D $\bar{G}_{\beta,D}(\Theta)\geq 1-\alpha^{-2}$
 腴わ Gibbs 篋緇紹 $G_{\beta,D}$

$$\frac{C(1+\log(\alpha^2/(\alpha^2-1)))}{nm_\ell\beta+m_\pi} \tag{43}$$

Sobolev 箏膈縵羣鋸 紵?? 罕 茫 \mathfrak{c} 玃 壘箏 膈縵 (??) 緇鋸

A.4 紵??

μ_i,μ'_i 鋸 ($i=1,2$) 玃 壘腥咲 臂 腴桷玃 壘 鋸 $d_{\text{TV}}(\mu_i,\mu'_i)\geq\gamma$ 鋸
 ($i=1,2$) 鋸 割算 謙 A

$$\mu'_1(A)\leq \mathfrak{e}^\varepsilon\mu'_2(A)+\delta \tag{44}$$

腴や 鋸 鋸

$$\begin{aligned} \mu_1(A) &\leq \mu'_1(A)+\gamma\leq \mathfrak{e}^\varepsilon\mu'_2(A)+\delta+\gamma \\ &\leq \mathfrak{e}^\varepsilon\mu_2(A)+(\mathfrak{e}^\varepsilon+1)\gamma+\delta \end{aligned} \tag{45}$$

腴や 箏糸穴緇鋸