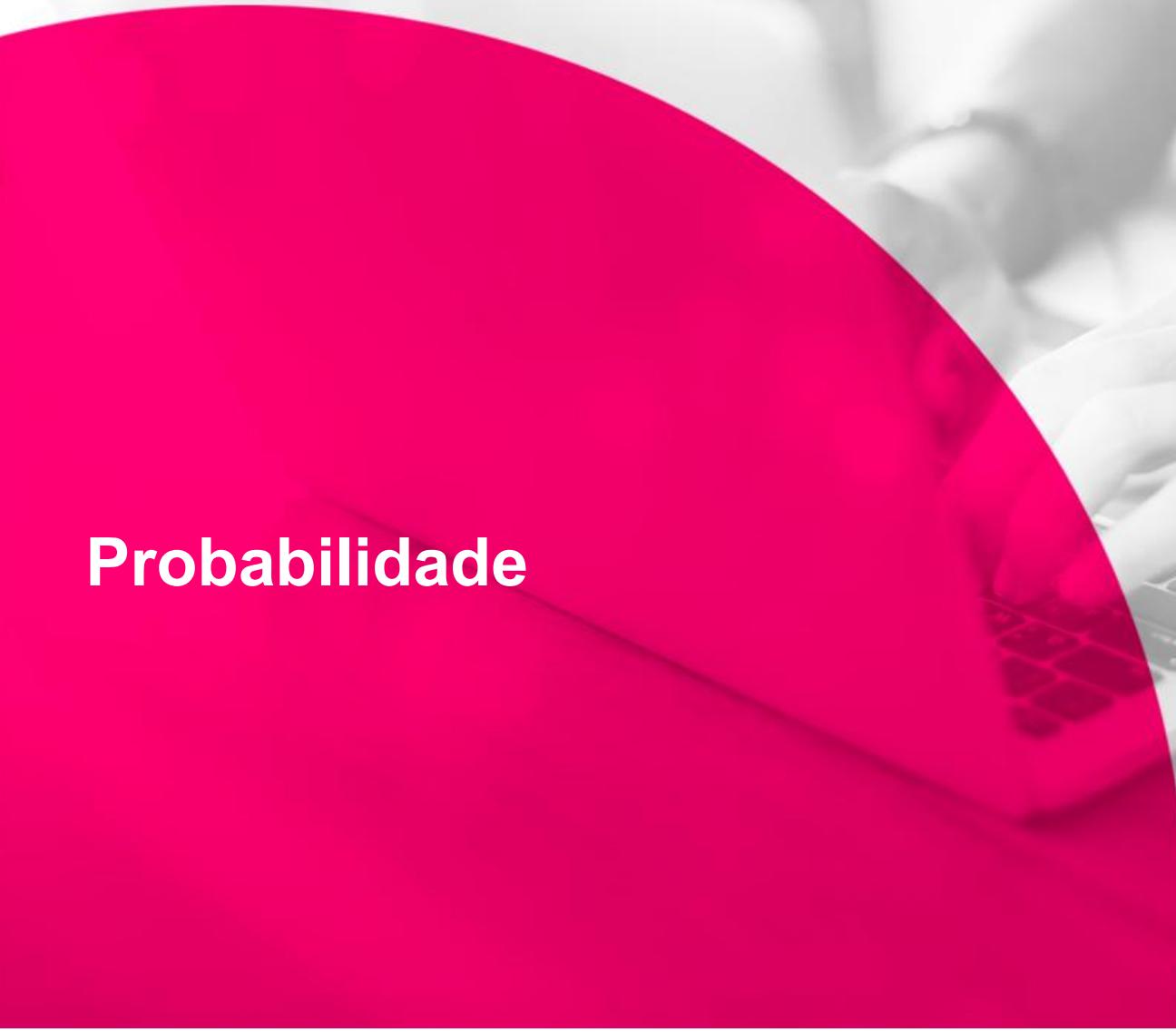


# Probabilidade



# Probabilidade - Introdução

- **Dois tipos de fenômenos:**

## Fenômenos Determinísticos:

- São aqueles em que os resultados são sempre os mesmos, qualquer que seja o número de ocorrências dos mesmos.

Exemplo: a temperatura de mudança do estado sólido para o estado líquido de um determinado elemento é sempre a mesma.

## Fenômenos Aleatórios:

- São aqueles em que os resultados não serão previsíveis, mesmo que haja um grande número de repetições do mesmo fenômeno.

Exemplo: plantação de laranjas. As produções de cada planta serão diferentes e imprevisíveis, mesmo que as condições climáticas sejam as mesmas.

# Probabilidade - Experimentos Aleatórios

- Um experimento pode fornecer diferentes resultados, muito embora seja repetido toda vez da mesma maneira, é chamado de Experimento Aleatório.
- Mesmo que as condições iniciais sejam sempre as mesmas, os resultados finais de cada tentativa do experimento, serão diferentes e não previsíveis.

Exemplos:

- Lançamento de uma moeda “honesto”;
- Lançamento de um dado;
- Lançamento de duas moedas;
- Retirada de uma carta de um baralho completo com 52 cartas;
- determinação da vida útil de um componente.

# Probabilidade - ESPAÇO AMOSTRAL

- É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Os elementos do espaço amostral também são chamados de pontos amostrais. O espaço amostral pode ser representado pela letra **S** ou pela letra grega  **$\Omega$**

Exemplos:

- Lançamento de uma moeda “honesto”:  $\Omega = \{c,r\}$
- Lançamento de um dado:  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Lançamento de duas moedas:  $\Omega = \{(c,r), (c,c), (r,c), (r,r)\}$
- Retirada de uma carta de um baralho completo com 52 cartas:

$$\Omega = \{A\spadesuit, \dots, K\spadesuit, A\clubsuit, \dots, K\clubsuit, A\heartsuit, \dots, K\heartsuit\}$$

( $\spadesuit$ ) espadas; ( $\clubsuit$ ) paus; ( $\heartsuit$ ) copas; ( $\diamondsuit$ ) ouros

- determinação da vida útil de um componente:  $\Omega = \{t \in R / t \geq 0\}$

# Probabilidade - ESPAÇO AMOSTRAL

- **DISCRETO** – conjunto finito ou infinito contável de resultados.
- **CONTÍNUO** – contém um intervalo (tanto finito como infinito) de números reais.

- Um espaço amostral é definido baseado nos objetivos da análise:

Exemplo: Peça Plástica Moldada – um conector

- **Espessura:**  $S = R^+ = \{x \mid x > 0\}$ ;
- Todos os conectores terão entre 10 e 11 milímetros:  $S = \{x \mid 10 < x < 11\}$ ;
- Uma peça particular ter espessura baixa, média ou alta:  $S = \{\text{baixa, média, alta}\}$ ;
- A peça obedecer ou não as especificações de fabricação:  $S = \{\text{sim, não}\}$ ;

# Probabilidade - EVENTO AMOSTRAL

➤ o EVENTO AMOSTRAL é um subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório. Pode ser um único ponto amostral ou uma reunião de pontos.

Exemplo: - Lançam-se dois dados. Enumerar os seguintes eventos:

- A: saída de duas faces iguais;
- B: saída de faces cuja soma seja igual a 10;
- C: saída de faces cuja soma seja menor que 2;
- D: saída de faces cuja soma seja menor que 15;
- E: saída de faces onde uma face é o dobro da outra;

# ESPAÇO AMOSTRAL

➤ Tabela de dupla entrada

D1	D2	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)	
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)	
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)	
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)	

# Probabilidade - ESPAÇO AMOSTRAL

---

Exemplo: - Lançam-se dois dados. Enumerar os seguintes eventos:

- A: saída de duas faces iguais;
- B: saída de faces cuja soma seja igual a 10;
- C: saída de faces cuja soma seja menor que 2;
- D: saída de faces cuja soma seja menor que 15;
- E: saída de faces onde uma face é o dobro da outra;

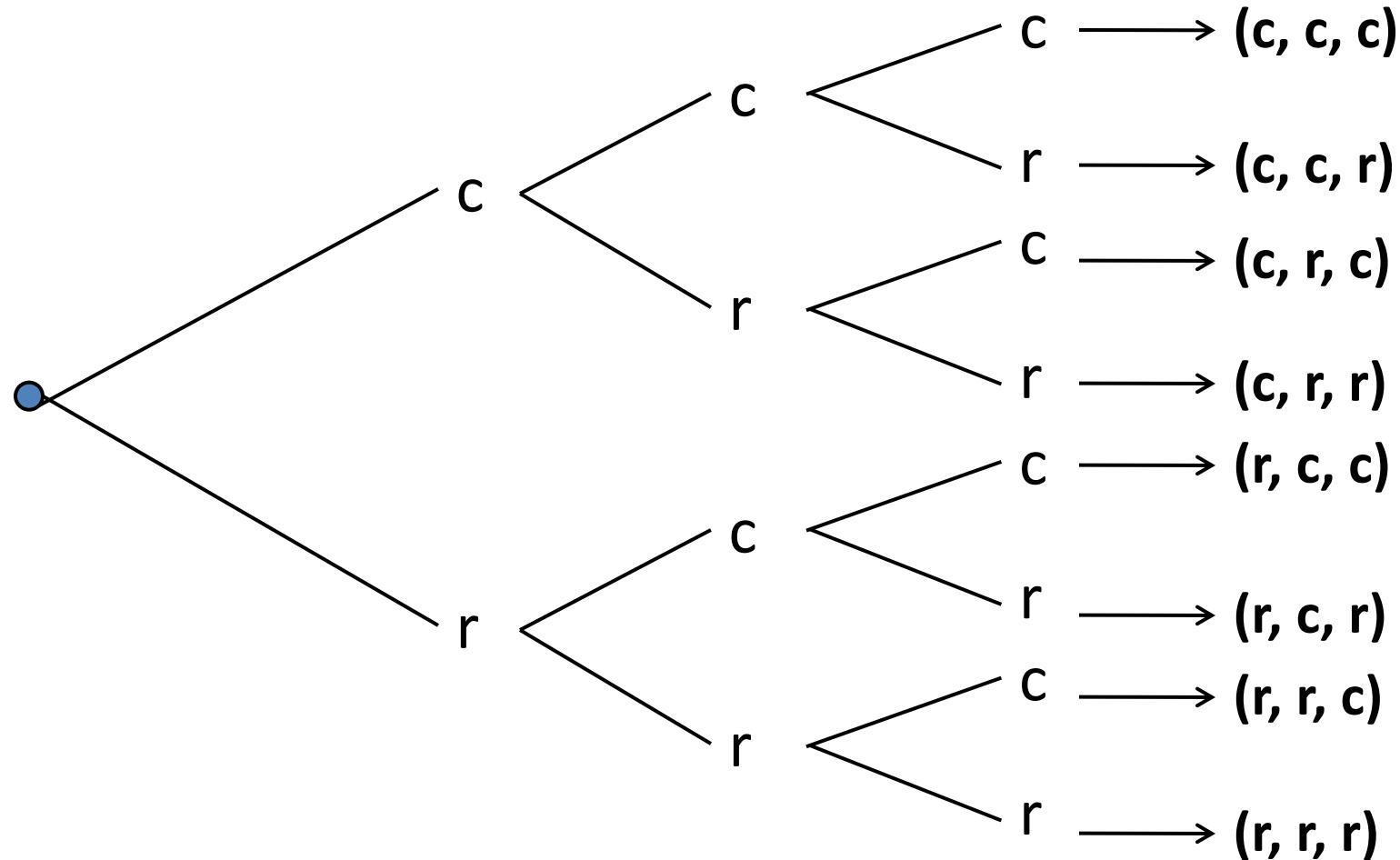
Os eventos solicitados são:

- $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$
- $B = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}$
- $C = \emptyset$  (evento impossível)
- $D = \Omega$  (evento certo)
- $E = \{(1,2), (2,1), (2,4), (3,6), (4,2), (6,3)\}$

# ESPAÇO AMOSTRAL

➤ Diagrama em árvore

Exemplo: Lançam-se 3 moedas

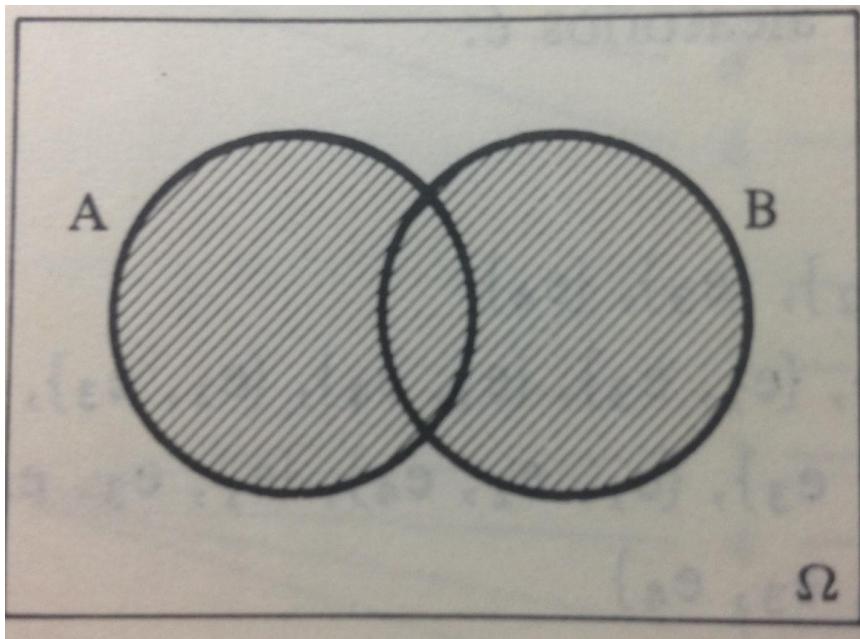


# OPERAÇÕES COM EVENTOS

## ➤ REUNIÃO

DEFINIÇÃO: O evento reunião é formado pelos pontos amostrais que pertencem a pelo menos um dos eventos.

$$A \cup B = \{e_i \in \Omega | e_i \in A \text{ ou } e_i \in B\}, i = 1, 2, \dots, n$$

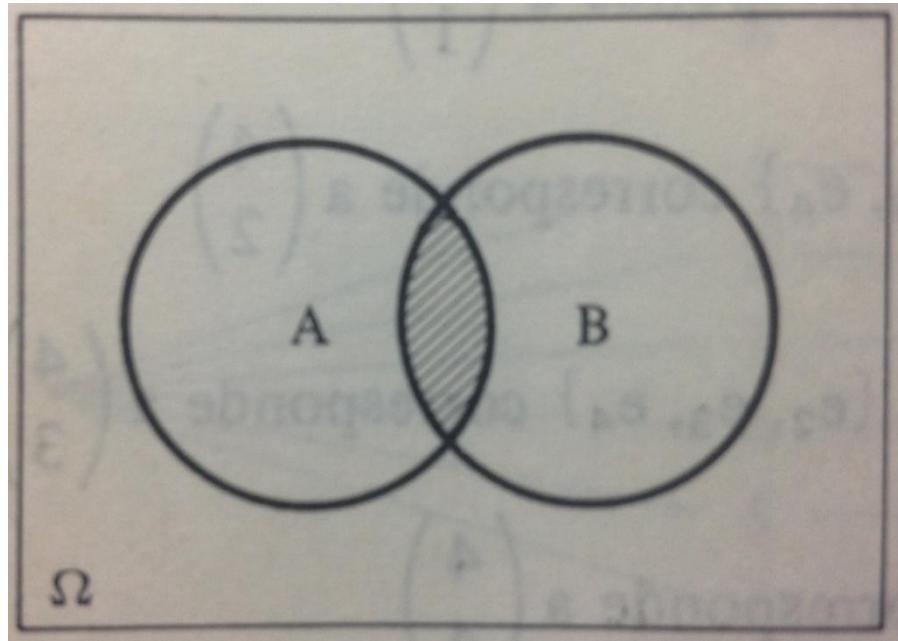


# OPERAÇÕES COM EVENTOS

## ► INTERSEÇÃO

DEFINIÇÃO: O evento interseção é formado pelos pontos amostrais que pertencem simultaneamente aos eventos A e B.

$$A \cap B = \{e_i \in \Omega | e_i \in A \text{ e } e_i \in B\}, i = (1, 2, \dots, n)$$



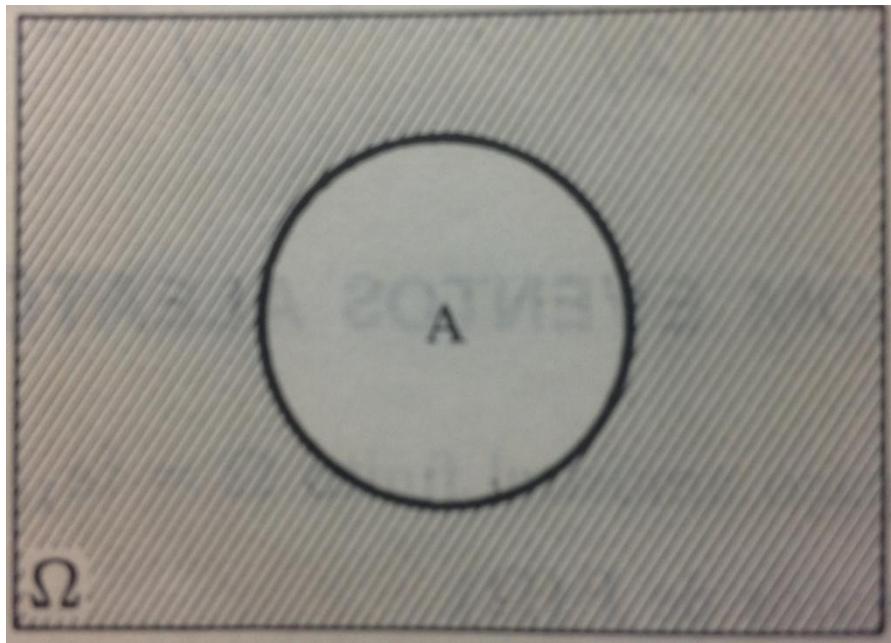
Se  $A \cap B = \text{vazio}$ , A e B são eventos mutuamente exclusivos

# OPERAÇÕES COM EVENTOS

## ➤ COMPLEMENTAÇÃO

DEFINIÇÃO:

$$\Omega - A = \bar{A} = \{e_i \in \Omega \mid e_i \notin A\}$$



Exemplo: - Lança-se um dado. Sejam A: saída de uma face PAR e B: saída de uma face menor que 4.

Determinar os eventos:

$$1) A \cup B, 2) A \cap B, 3) \overline{A}, 4) \overline{B},$$

$$5) (\overline{A \cup B}), 6) (\overline{A \cap B}), 7) \overline{A} \cap \overline{B},$$

$$8) \overline{A} \cup \overline{B}, 9) B - A, 10) A - B, 11) \overline{A} \cap B \text{ e } 12) \overline{B} \cap A$$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$