

Probabilidade

Probabilidade

- Possibilidade ou chance de que um evento venha a ocorrer;
- É um número real pertencente ao intervalo $[0,1]$;

Abordagem Freqüencial

- Probabilidades correspondem às frequências relativas de eventos obtidos de forma experimental com base em grandes conjuntos de observações.

Exemplo: Lançamento de uma moeda

FREQUENCIA DE CARAS

| NÚMERO DE LANCES | ABSOLUTA | RELATIVA |
|------------------|----------|----------|
| 20 | 9 | 0,45 |
| 60 | 32 | 0,53 |

Probabilidade

Abordagem Clássica

- Probabilidades baseadas em argumentos lógicos ou matemáticos.

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favoráveis}}{\text{Número total de casos}} = \frac{N[A]}{N[T]}$$

- Exemplo: Lançamento de dois dados: probabilidade de sair 6 e 4.

$\{(6,4) \text{ e } (4,6)\} \Rightarrow$

$$P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

- Exemplo: Probabilidade de sair uma 'carta 10' em um baralho com 52 cartas.

$$P(A) = \frac{4}{52} = 0,0769$$

Leis da Probabilidade

- Seja o evento “ A ” a coleção de “ k ” resultados entre “ n ” igualmente possíveis resultados.
- Então, a probabilidade de ocorrência de “ A ” é dada por:

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Probabilidade

Abordagem Subjetiva

- Probabilidade baseada na intuição pessoal e/ou experiência anterior
 - Exemplo: A probabilidade de o cavalo número 12 ganhar o próximo páreo é de 80 %.
 - Não significa que o cavalo venceu 80 das últimas 100 corridas ou que para cada 100 corridas ele venceu 80. É apenas uma indicação de sentimento.

Probabilidade - exemplos

- Retira-se uma carta de um baralho completo de 52 cartas. Qual a probabilidade de sair um REI ou uma CARTA DE ESPADAS ?

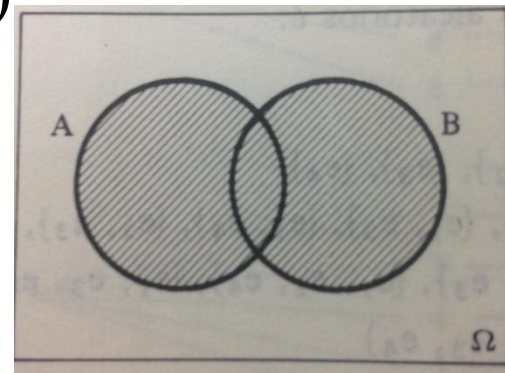
- A: saída de um REI. $A = \{R_O, R_E, R_C, R_P\} \rightarrow P(A) = \frac{4}{52}$
- B: saída de uma carta de espada. $B = \{A_E, 2_E, 3_E, \dots, R_E\} \rightarrow P(A) = \frac{13}{52}$

Observa-se que: $A \cap B = \{R_E\} \therefore P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

Logo,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$$



Probabilidade - exemplos

- Em uma sala temos: 5 rapazes com mais de 21 anos, 4 rapazes com menos de 21, 6 moças com mais de 21 anos e 3 moças com menos de 21 anos. Uma pessoa é escolhida ao acaso entre as 18. Os seguintes eventos são definidos:

$$\Omega = \{5R, 4r, 6M, 3m\}$$

- A: a pessoa tem mais de 21 anos; $A = \{5R, 6M\} \rightarrow P(A) = 11/18$
 - B: a pessoa tem menos de 21 anos; $B = \{4r, 3m\} \rightarrow P(B) = 7/18$
 - C: a pessoa é um rapaz; $C = \{5R, 4r\} \rightarrow P(C) = 9/18$
 - D: a pessoa é uma moça. $D = \{6M, 3m\} \rightarrow P(D) = 9/18$
- $$B \cap D = \{3m\} \rightarrow P(B \cap D) = 3/18$$

Calcular:

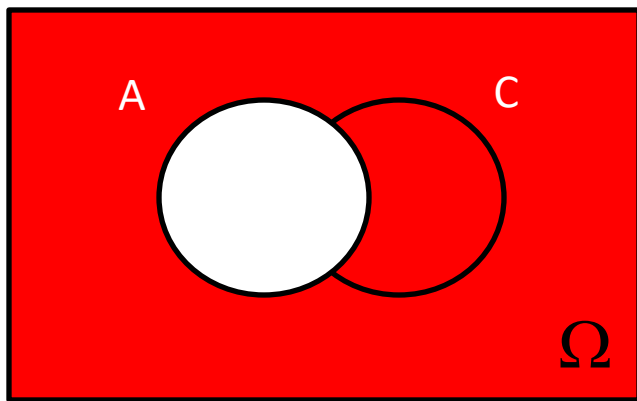
a) $P(B \cup D)$ $P(B) + P(D) - P(B \cap D) = (7/18) + (9/18) - (3/18) = 13/18$

b) $P(\bar{A} \cap \bar{C})$ $\bar{A} = \{4r, 3m\}$ $(\bar{A} \cap \bar{C}) = \{3m\} \rightarrow 3/18 = 0,167$
 $\bar{C} = \{6M, 3m\}$

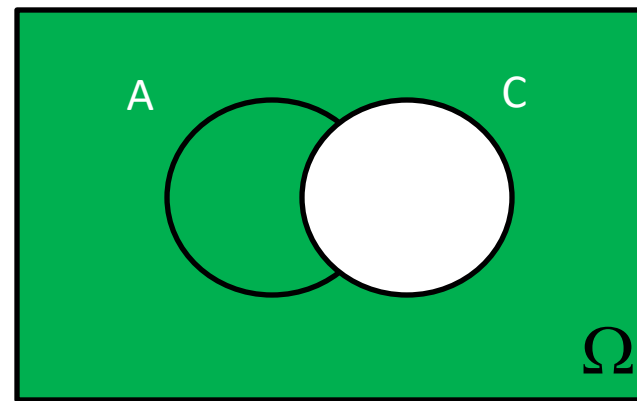
Probabilidade - exemplos

b) $P(\bar{A} \cap \bar{C})$

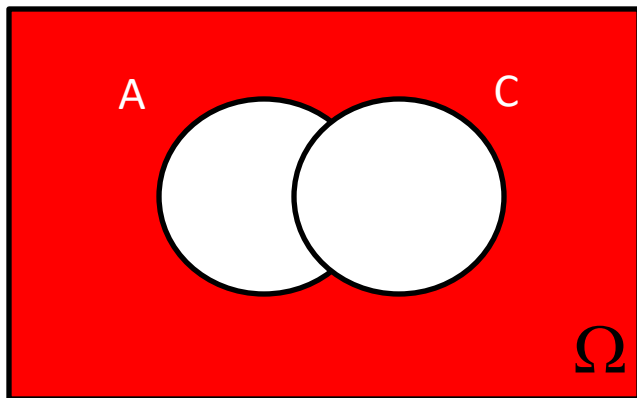
\bar{A}



\bar{C}



$\bar{A} \cap \bar{C}$



$$\overline{A \cup C} = P(\overline{A \cup C}) =$$

$$\Omega - \overline{A \cup C} =$$

$$1 - P(A) + P(B) - P(A \cap C)$$

Probabilidade - Técnicas de contagem

REGRA DA MULTIPLICAÇÃO:

Considere uma operação que possa ser descrita como uma sequência de k etapas:

O número de maneiras para completar as etapas são:

- ETAPA 1: n_1
- ETAPA 2: n_2 para cada maneira de completar a ETAPA 1
- ETAPA 3: n_3 para cada maneira de completar a ETAPA 2
- ...E assim por diante.

Então, o número total de maneiras de completar a operação será:

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

Probabilidade – Técnicas de contagem

REGRA DA MULTIPLICAÇÃO:

EXEMPLO:

Em um projeto para proteção de uma caixa de marchas, podemos usar:

- ETAPA 1: *4 tipos diferentes de amarradores; os tipos $a1, a2, a3, a4$*
 - ETAPA 2: *3 diferentes comprimentos de parafusos e $c1, c2, c3$*
 - ETAPA 3: *3 diferentes localizações de parafusos. $l1, l2, l3$*
- $\{(a1, c1, l1), (a1, c1, l2), (a1, c1, l3), (a1, c2, l1), \dots, (a4, c3, l3)\}$

➤ Quantos projetos diferentes são possíveis de serem feitos?

$$4 \times 3 \times 3 = 36 \text{ projetos diferentes}$$

OBSERVAÇÃO: Técnicas de contagem nos permite determinar o número de resultados de um espaço amostral ou de eventos, permitindo então calcular as probabilidades dos eventos.

Probabilidade - Técnicas de contagem

REGRA DA MULTIPLICAÇÃO:

EXEMPLO:

Um fabricante de automóveis fornece veículos equipados com opcionais Seleccionados. Cada pedido de compra de um veículo pode ser:

- com ou sem transmissão automática; $\{ct, st\} = 2$
 - com ou sem ar condicionado; $\{ca, sa\} = 2$
 - com uma de 3 sistemas de som; $\{s1, s2, s3\} = 3$
 - com uma de 4 cores. $\{preto, branco, azul, prata\} = 4$
- $\{(ct, ca, s1, preto), (ct, ca, s1, branco), \dots$

Quantos projetos diferentes são possíveis de serem feitos?

$$2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48 \text{ projetos diferentes}$$