

Sayı Sistemleri

Geçen Hafta

- Kayan Noktalı Sayılar
- İşaretili Sayılarda Aritmetik İşlemler
 - Toplama ve Çıkarma İşlemleri
 - Çarpma ve Bölme İşlemleri

Bu Hafta

- Onaltılık Sayı Sistemi
- Sekizlik (Octal) Sayı Sistemi
- Dönüşüm İşlemleri

Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

Onaltılık sayı sisteminde 16 rakam vardır. İlk on rakam için 0 ile 9 arasındaki sayılar, sonraki rakamlar için ise A ile F arasındaki harfler kullanılır. Çok büyük ikili sayıları okumak ve yazmak oldukça zordur. Bilgisayarın anladığı dil ise 1 ve 0'lardır. Bir bilgisayar komutunun 32 bit olduğu düşünülürse, makine dilinde bir program yazmaya kalkışmak oldukça zor olacaktır. Yani onaltılık sistem ikili sisteme göre daha okunaklıdır diyebiliriz. Bu sayı sisteminde her hexadecimal dijite, 4 bitlik ikili sayıya karşılık gelir.

Onluk	İkili	Onaltılık
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

Onaltılık sayı sisteminde F_{16} 'ten sonra gelen sayı 10_{16} dır ve $11_{16}, 12_{16}, \dots, 19_{16}, 1A_{16}, \dots, 1F_{16}$ şeklinde devam eder.

2 dijitlek bir hexadecimal sayı ile 0 (00_{16}) ile 255 (FF_{16}) arasındaki sayılar gösterilebilir.

➤ İkilik sistemden onaltılık sisteme dönüşüm için gereken şey, ikilik sistemde verilmiş olan sayının dörderli bit gruplarına ayrılması ve karşılık gelen hexadecimal sayının yazılmasıdır. Bu ayırma işlemi sayının tam kısmı için sağdan sola doğru, kesirli kısmı için ise soldan sağa doğrudur. Şayet dörderli bit gruplarına ayırma işleminde, 4 bitten daha az sayıda bit grubu bulunursa eksik kalan yerlere 0 konulur.

Örnek: Dönüşüm İşlemleri

❖ 010001111110001_2 ikili sayısının onaltılık sistemdeki karşılığını bulmak için bu sayıyı dörderli bit gruplarına ayırmak gerekir.

$\underbrace{0010}_2 \underbrace{0011}_3 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1$

O halde $(010001111110001)_2 = (23F1)_{16}$

❖ 1011001101.110010_2 sayısının 16'lık sistemdeki karşılığını bulalım.

1011001101.110010_2 sayısını dörderli bit gruplarına ayırırsak;

$0010\ 1100\ 1101\ .\ 1100\ 1000_2 = 2CD.C8_{16}$ olarak bulunur.

Dönüşüm İşlemleri

➤ Onaltılık sistemdeki bir sayıyı da ikilik sisteme çevirmek için, onaltılık sistemdeki sayının her dijiti için, 4 bitlik ikili karşılığı yazılır.

Örnek: $4A3F_{16}$ sayısının ikilik sistemdeki karşılığını bulmak için her dijitin dört bit ile ikili olarak ifade edilmesi gerekir.

4	A	3	F
0100	1010	0011	1111

O halde $4A3F_{16} = 0100101000111111_2$

Örnek: $ABC.DE_{16}$ sayısının 2'lik sistemdeki karşılığını bulalım.

Her bir hexadecimal dijiti 4 bit olarak ifade edersek;

$ABC.DE_{16} = 1010\mathbf{1011}1100.\mathbf{1101}1110_2$

Dönüşüm İşlemleri

➤ Onaltılık sistemden onluk sisteme dönüşüm için iki yol düşünülebilir; onluk sistemdeki sayılar önce ikilik sisteme sonra da ikilik sistemden onluk sisteme çevrilir.

Örnek: $2A_{16} = 00101010_2 = 2^5 + 2^3 + 2^1 = 42_{10}$

➤ Diğer yöntem ise onaltılık sistemdeki her basamağın onluk sistemdeki karşılığını, basamak değeriyle çarpıp, bu çarpımları toplamaktır.

Örnek: $(1B.1A)_{16}$ sayısının 10'luk sistemdeki karşılığını bulalım.

Bir önceki örnekteki gibi her bir hexadecimal dijital, basamak ağırlıklarıyla çarpılıp toplanır.

$$(1B.1A)_{16} = 1 \times 16^1 + 11 \times 16^0 + 1 \times 16^{-1} + 10 \times 16^{-2} = 16 + 11 + 1/16 + 10/256 \cong 27.1$$

Dönüşüm İşlemleri

➤ Onluk sistemden onaltılık sisteme dönüşüm için yapılması gereken, sayıyı sürekli 16'ya bölüp, kalan kısımlardan onaltılık sayıyı oluşturmaktır.

Örnek: 2577_{10} sayısının onaltılık sistemdeki karşılığı,

$$\begin{array}{r|l} 2577 & 16 \\ \hline -16 & 161 \\ \hline 97 & -160 \\ \hline & 10 \rightarrow A_{16} \\ -96 & 1 \\ \hline & 17 \\ -16 & \\ \hline & 1 \end{array}$$

O halde $2577_{10} = A11_{16}$

Örnek:

Örnek: 123.256 sayısının 16'lık sistemdeki karşılığını bulalım.

Tamsayı kısmını ve ondalıklı kısmı ayrı ayrı düşünmek gerekir.

Tamsayı Kısmı		
	Bölüm	Kalan
123/16	7	11 (B)
7/16	0	7

Ondalıklı Kısım	
0.256×16	4.096
0.096×16	1.536
0.536×16	8.576

$$123.536 \cong 7B.418_{16}$$

Onaltılık Sistemde Toplama

İki hexadecimal sayının toplama işleminde, her basamağın onluk sistemdeki karşılıkları toplanır. Şayet toplam 15 ve altındaysa karşılık gelen hexadecimal değeri yazılır. Toplam 15'ten büyükse bu değer 16'yı geçen kısmı, elde olarak bir sonraki basamağa kaydırılır, 16'yı geçmeyen kısmı ise sonuca yazılır.

$$\begin{array}{r} \text{Örnek: } 29_{16} \\ + 1A_{16} \\ \hline 43_{16} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 9_{16} + A_{16} &= 9_{10} + 10_{10} = 19_{10} \\ 19 - 16 &= 3 \text{ elde } 1 \\ 2 + 1 + 1(\text{elde}) &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{Örnek: } EF_{16} \\ + 9B_{16} \\ \hline 18A_{16} \end{array}$$

$$\begin{aligned} F_{16} + B_{16} &= 15_{10} + 11_{10} = 26_{10} \\ 26 - 16 &= 10 = A_{16} \text{ elde } 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{16} + 9_{16} + 1(\text{elde}) &= 14_{10} + 9_{10} + 1 = 24_{10} \\ 24 - 16 &= 8 \text{ elde } 1 \end{aligned}$$

Onaltılık Sistemde Çıkartma

İkilik sistemde çıkartma işlemi 2'ye tümleyen ile toplama işlemine dönüşüyordu. Bu sistemde çıkartma yapmak için yine aynı yöntem kullanılabilir; önce çıkarılacak olan sayı ikilik sisteme çevrilir daha sonra 2'ye tümleyeni alınır ve onaltılık sisteme dönüştürülür. Böylece çıkartma işlemi toplama işlemine dönüşmüş olur.

Örnek: $25_{16} - 1B_{16}$ işlemini yapmak için;

$1B_{16} = 00011011_2$ sayısının 2'ye tümleyeni 11100101_2 ve onaltılık sistemdeki karşılığı $E5_{16}$ 'tir.

$$\begin{array}{r} 25_{16} \\ + E5_{16} \\ \hline 10A_{16} \end{array} \quad \text{oluşan elde biti 2'ye tümleyenindeki gibi göz ardı edilir.}$$

Sekizlik (Octal) Sayı Sistemi

Onaltılık sayı sisteminde olduğu gibi, ikili sayıları veya kodları daha kolay anlaşılır olarak ifade etmeye yarar. Onaltılık sayı sistemine göre daha az sıklıkla kullanılır. Sekizlik sayı sisteminde 0 ile 7 arasındaki rakamlar vardır. Bu sistemde 7'den sonraki sayılar 10,11,12,...,17,20 şeklinde ifade edilir.

➤ Sekizlik sistemdeki sayıları onluk sisteme çevirmek için her basamak, ağırlık değeriyle çarpılır ve bu çarpımlar toplanır.

Örnek: 1234_8 sayısının onluk sistemdeki karşılığı;

$$1234_8 = 1 \times 8^3 + 2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 668_{10}$$

Örnek: 12.34_8 sayısının onluk sistemdeki karşılığı;

$$12.34_8 = 1 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 4 \times 8^{-2} = 8 + 2 + 3/8 + 4/64 \cong 10.44$$

Dönüşüm İşlemleri

➤ Onluk sistemden sekizlik sisteme dönüşüm işleminde ise sayı, sürekli 8'e bölünür, bölme neticesinde kalan kısımlar sayının sekizlik sistemdeki karşılığını verir.

Örnek: 123_{10} sayısının sekizlik sistemdeki karşılığı;

$$\begin{array}{r|l} 123 & 8 \\ - 8 & 15 \quad 8 \\ \hline 43 & - 8 \quad 1 \\ - 40 & 7 \\ \hline & 3 \end{array}$$

O halde $123_{10} = 173_8$

Dönüşüm İşlemleri

Örnek: 34.45 sayısının sekizlik sistemdeki karşılığı;

Tamsayı Kısmı		
	Bölüm	Kalan
34/8	4	2
4/8	0	4

Ondalık Kısım	
0.45×8	3.6
0.6×8	4.8
0.8×8	6.4

$$34.45 \cong 42.346_8$$

➤ Sekizlik sistemden ikilik sisteme dönüşüm için, her basamak üç bitle temsil edilecek şekilde düzenleme yapılır.

Örnek: 456_8 sayısının ikilik sistemdeki karşılığı;

$$456_8 = \underline{100101110}_2$$

Örnek: 56.34_8 sayısının ikilik sistemdeki karşılığı;

8'lik sistemdeki her bir rakam, 3 bit ile temsil edilir.

$$56.34_8 = \mathbf{101110.011100}_2$$

Dönüşüm İşlemleri

➤ İkilik sistemden sekizlik sisteme dönüşüm için, sekizlikten ikiliğe dönüşüm işleminin tersi yapılır. Yani ikilik sistemdeki sayının bitleri, sağdan sola doğru üçerli olarak gruplanır. Sayı, kesirli kısım içeriyorsa, bu kısım soldan sağa doğru üçerli gruplara ayrılır ve sekizli sistemdeki karşılığı yazılır (son grupta eksik bit olabilir, eksik kısım 0 ile doldurulur).

Örnek: 101110001_2 ikili sayısının sekizlik sistemdeki karşılığı,
 $\underline{101}\underline{110}\underline{001}_2 = 561_8$

Örnek: 10011.11010_2 ikili sayısının sekizlik sistemdeki karşılığı,
010 011 . 110 100 (Üçerli gruplama işlemi)

O halde $10011.11010_2 = 23.64_8$

Dönüşüm İşlemleri

➤ Sekizlik sistemde verilen bir sayının onaltılık sistemdeki karşılığını bulmak istersek, ilk olarak sekizlik sistemde verilen sayının ikilik sistemdeki karşılığını buluruz daha sonra da dörderli bit gruplarına ayırırız. Benzer şekilde onaltılık sistemde verilen bir sayının sekizlik sistemdeki karşılığını bulmak istersek, ilk olarak onaltılık sistemde verilen sayının ikilik sistemdeki karşılığını buluruz daha sonra da üçerli bit gruplarına ayırırız.

Örnek: 45.63_8 sayısının onaltılık sistemdeki karşılığı,

$$45.63_8 = 100101.110011_2$$

0010 0101 . 1100 11**00** (Dörderli bit gruplarına bölme işlemi)

O halde $45.63_8 = 25.CC_{16}$ olarak bulunur.

Örnek: $A2.B3_{16}$ sayısının sekizlik sistemdeki karşılığı,

$$A2.B3_{16} = 10100010.10110011_2$$

010 100 010 . 101 100 11**0** (Üçerli bit gruplarına bölme işlemi)

O halde $A2.B3_{16} = 242.546_8$ olarak bulunur.