

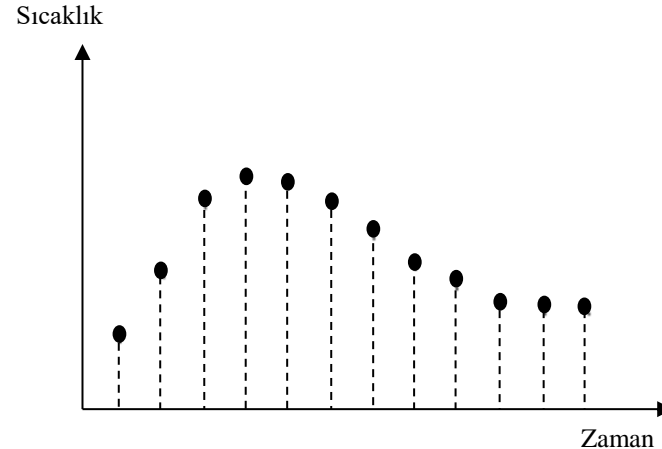
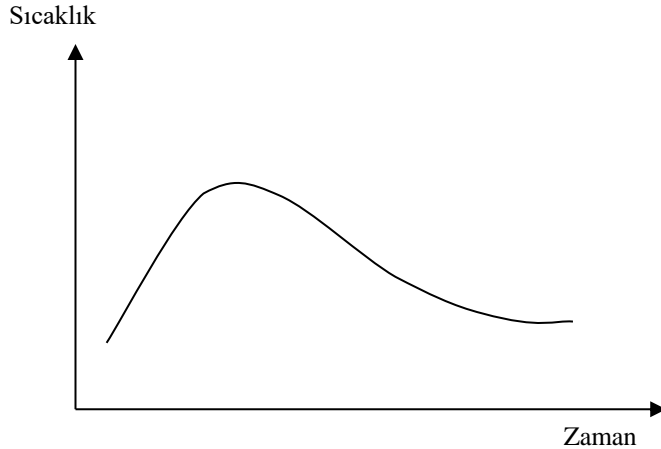
ANALOG-SAYISAL BÜYÜKLÜK VE SAYI SİSTEMLERİ

- **Analog ve Sayısal Büyüklük Kavramı**
- **Sayı Sistemleri**
- **İkilik Sistemde Aritmetik İşlemler**
- **İkili Sayıların 1'e ve 2'ye Tümleyeninin Bulunması**
- **İşaretili Sayılar**

ANALOG-SAYISAL BÜYÜKLÜK VE SAYI SİSTEMLERİ

Analog ve Sayısal Büyüklük Kavramı :

Elektronik devreler analog ve sayısal olmak üzere iki kategoride incelenir. Analog elektronik büyüklüklerin sürekli değerlerini, sayısal elektronik ise kesikli veya ayırık değerlerini kullanır.



Sayısal gösterim şeklinin, analog gösterime göre bilginin işlenebilirliği, yorumlanması, saklanması ve daha güvenilir olarak taşınması bakımından avantajları vardır.

Analog ve Sayısal Büyüklük Kavramı

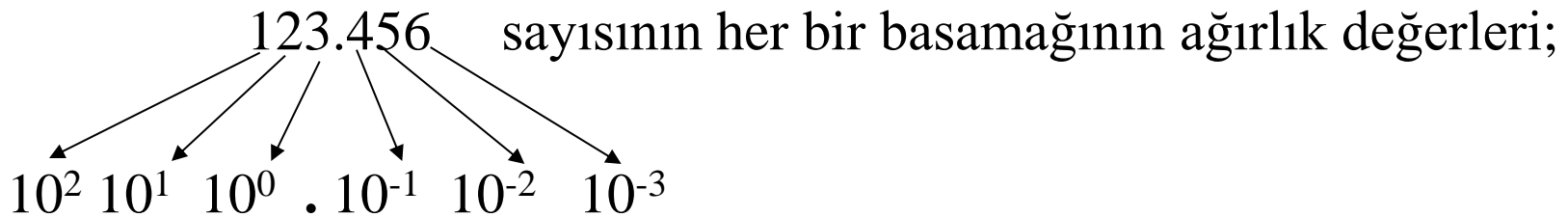
Sayısal bir değer, ‘ON’ ve ‘OFF’ voltaj seviyelerinin (genellikle +5 Volt=ON, 0 Volt=OFF) bir kombinasyonu ile ifade edilebilir.

Örneğin sıcaklık değeri 25 derece ise, bu değer sayısal bir devre ile ‘ON’ ve ‘OFF’ voltaj seviyelerinden oluşan bir string olarak sunulabilir.

Bu voltaj seviyeleri mantıksal olarak ‘1’ ve ‘0’ lar olarak yorumlanır ve en yalın halde ikili sayı sisteminde ‘11001’ olarak ifade edilebilir.

Sayı Sistemleri

Onluk Sistem: Günlük hayatta kullandığımız sayı sistemidir. 0 ile 9 arasındaki rakamlar kullanılarak 10 farklı büyüklük elde edilir.



Aynı sayının ağırlıklı toplamı;

$$123.456 = (1 \times 10^2) + (2 \times 10^1) + (3 \times 10^0) + (4 \times 10^{-1}) + (5 \times 10^{-2}) + (6 \times 10^{-3})$$

Sayı Sistemleri

İkilik Sistem: Büyüklükleri göstermenin diğer bir yolu da ikilik sayı sistemidir. İkilik sistem, sadece 1 ve 0 değerlerini içerir. İkili sayılarda basamak ağırlığı, 2'nin pozitif katları şeklinde artar. Kesirli sayılarda için ise 2'nin negatif katları şeklinde azalır.

İkili sayılarda en sağdaki bit LSB (Least Significant Bit) olarak, en soldaki bit ise MSB (Most Significant Bit) olarak anılır.

11001001₂
↓ ↓
MSB LSB

n bit içeren bir ikili sayı ile 0 ile $(2^n - 1)$ arasındaki sayıları gösterilebilir.

110.011₂ sayısının her bir basamağının ağırlık değerleri;
2² 2¹ 2⁰ . 2⁻¹ 2⁻² 2⁻³

Sayı Sistemleri

İkilik sistemden onluk sisteme dönüşüm: Herhangi bir ikili sayının onluk sistemdeki karşılığını bulmak için, sayı içerisindeki 1'lerin basamak değerleri toplanır, 0'lar hesaba katılmaz.

10110_2 ikili sayısının onluk sistemdeki karşılığı; $2^4+2^2+2^1=22$ 'dir.

Yani $(10110)_2 = (22)_{10}$

10.101_2 ikili sayısının onluk sistemdeki karşılığı; $2^1+2^{-1}+2^{-3} = 2.625$ 'dir.

Sayı Sistemleri

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm:

İki yöntem kullanılabilir:

- İkili sayının basamak değerlerinin toplamı onluk sayıyı verecek şekilde düzenlemeye gidilir. Özellikle küçük sayıları için pratik bir yöntemdir.

Örneğin onluk sistemdeki bir sayı ikilik sistemde 7 bit ile ifade edilebiliyorsa, bu ikili sayının basamak değerleri (64 32 16 8 4 2 1) dir.

Onluk sistemdeki 98 sayısının ikilik sistemdeki karşılığı 64, 32 ve 2 sayılarının toplamıyla pratik bir şekilde bulunabilir. O halde bu basamak değerlerine karşılık gelen bitler 1 alınarak $(1100010)_2$ sayısı elde edilir.

Sayı Sistemleri

Onluk sistemden ikilik sisteme dönüşüm:

- Onluk sistemde verilen sayıyı sürekli 2'ye bölerek, bölme işlemi sonucunda oluşan kalan kısımlarından ikili sayıyı oluşturmaktır. İlk bölme işlemi sonucunda kalan LSB'yi, son bölme işleminden sonra oluşan kalan ise MSB'yi oluşturur.

Örnek: Onluk sistemdeki 13 sayısının 2'lik sistemdeki karşılığı,

<u>Bölme işlemi</u>	<u>Kalan</u>	
$13/2 = 6$	1 (LSB)	} $(13)_{10} = (1101)_2$
$6/2 = 3$	0	
$3/2 = 1$	1	
$1/2 = 0$	1 (MSB)	

Sayı Sistemleri

Ondalıklı sayıların ikilik sisteme dönüştürülmesi:

Yine iki yöntem kullanılabilir:

- İkili sayıların kesirli kısımlarının basamak değerlerinin toplamı onluk sistemdeki kesirli sayıyı verecek şekilde düzenlemeye gidilir.

İkilik sistemde kesirli sayıların basamak ağırlıkları 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625 şeklinde gider.

Örneğin 0.625 sayısı $(0.5+0.125)$ şeklinde ifade edilebileceğinden, bu sayının ikilik sistemdeki karşılığı, 2^{-1} ve 2^{-3} ağırlıklarına sahip bitlerin 1 yapılması suretiyle elde edilir. Yani $0.625_{10} = (0.101)_2$ olur.

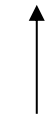
Sayı Sistemleri

Ondalık sayıların ikilik sisteme dönüştürülmesi:

- Tekrarlı çarpma yöntemidir: Onluk sistemdeki kesirli kısım sürekli 2 ile çarpılır ve çarpım işleminin sonucunda oluşan tamsayı kısımlarından (1 veya 0'dır) ikili sayı elde edilir. Bu çarpma işlemine kesirli kısım sıfır oluncaya kadar devam edilir.

Örnek: 0.625 sayısının ikilik sistemdeki karşılığı,

$$\left. \begin{array}{l} 0.625 \times 2 = 1.25 \text{ (MSB)} \\ 0.25 \times 2 = 0.50 \\ 0.5 \times 2 = 1.00 \text{ (LSB)} \end{array} \right\} (0.625)_{10} = (0.101)_2$$



Ondalık kısmı 0 olduğu için işlem tamamlanmıştır.

İkilik Sistemde Aritmetik İşlemler

İki sistemde toplama:

İkili sayıların toplama işleminde 4 temel kural vardır;

$0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$ ve $1 + 1 = 10$ (elde biti oluşur)

İki sayıyı toplarken elde biti 1 ise 4 farklı durum oluşur;

Elde	Elde Toplam
	↓ ↓
$1 + 0 + 0 = 01$	
$1 + 0 + 1 = 10$	
$1 + 1 + 0 = 10$	
$1 + 1 + 1 = 11$	

3 bitlik iki sayının toplamı;

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ + 001_2 \\ \hline 110_2 \end{array}$$

İkili Sistemde Aritmetik İşlemler

İki sistemde çıkarma:

İkili sayıların çıkarma işleminde yine 4 temel kural vardır;

$0 - 0 = 0$, $1 - 0 = 1$, $1 - 1 = 0$ ve $10 - 1 = 1$ (borç biti sayesinde olur)

Örnek: 3 bitlik iki sayının farkının hesabı;

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 001 \\ \hline 101 \end{array}$$

İkili sistemde çarpma:

İkili sayıların çarpma işleminde yine 4 temel kural vardır;

$0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$ ve $1 \times 1 = 1$

Onluk sistemdeki çarpma işlemi gibidir: kısmi çarpımların oluşturulması ve arda arda gelen kısmi çarpımların bir sola kaydırılıp toplanması esasına dayanır.

İkili Sistemde Aritmetik İşlemler

İkili sistemde çarpma:

Örnek: 2 bitlik iki sayının çarpımının hesabı;

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 11 \\ \hline 10 \\ +10 \\ \hline 110 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ara} \\ \text{çarpımlar} \end{array}$$

İkili sistemde bölme:

Bölme işlemi de onluk sistemdeki bölmeye aynı yapıya sahiptir.

$$\begin{array}{r} \overline{1001} \overline{) 11} \\ - \underline{11} \\ 011 \\ - \underline{11} \\ 000 \end{array}$$

İkili Sayıların 1'e ve 2'ye Tümleyeninin Bulunması

İkili sayıların 1'e ve 2'ye tümleyen gösterimi, özellikle negatif sayıların temsil edilmesi ve negatif sayıları ihtiva eden aritmetik işlemler için gereklidir.

1'e tümleyen:

Pratik olarak ikili sayıların 1'e tümleyenini bulmak için 1 ihtiva eden bitlerin 0 ve 0 ihtiva eden bitlerin de 1 yapılması gerekir.

Örnek:

İkili sayı	110110
	↓ ↓
1'e tümleyeni	001001

Ya da $2^n - N - 1$ formülüyle bulunabilir. Burada n bit sayısını, N ise sayının kendisini göstermektedir.

$$\begin{aligned} 110110_2 \text{ sayısının } 1' \text{e tümleyeni;} & 2^6 - 110110 - 1 = 1000000 - 110110 - 1 \\ & = 1000000 - (110111) \\ & = 001001 \end{aligned}$$

İkili Sayıların 1'e ve 2'ye Tümleyeninin Bulunması

2'ye tümleyen:

İkili sayıların 2'ye tümleyenini bulmak için ise 1'e tümleyenine 1 eklenmesi gerekir.

$$\begin{array}{rcl} \text{İkili sayı} & \longrightarrow & 110110 \\ \text{1'e tümleyeni} & \longrightarrow & 001001 \\ & & + \quad 1 \\ \text{2'ye tümleyeni} & \longrightarrow & \hline & & 001010 \end{array}$$

Ya da $2^n - N$ formülüyle bulunabilir. Burada n bit sayısını, N ise sayının kendisini göstermektedir.

$$\begin{aligned} 110110_2 \text{ sayısının 2'ye tümleyeni; } 2^6 - 110110 &= 1000000 - 110110 \\ &= 001010 \end{aligned}$$

İşaretli Sayılar

İşaretli sayılar hem işaret hem de büyüklük bilgisi içerirler. İşaret, sayının pozitif veya negatif olduğunu, büyüklük ise sayının değerini gösterir. İkilik sistemde işaretli sayıların gösterimi üç şekilde olabilir; işaret-büyüklük, 1'e tümleyen ve 2'ye tümleyen.

Tüm bu gösterim metotlarının ortak özelliği, MSB bitinin 1 olması durumunda sayının negatif, 0 olması durumunda ise pozitif olmasıdır.

İşaret-büyüklük gösterimi:

İkili sayıların bu metot ile gösterimi kullanıldığında en anlamlı bit işareti, geri kalan bitler de büyüklüğü gösterir. Büyüklük kısmı hem pozitif hem de negatif sayılar için sayının ikilik sistemdeki karşılığıdır.

Örnek: -19 sayısını 8 bit ile ifade etmek istersek;

10010011
↓
İşaret biti Büyüklük bitleri

İşaretili Sayılar

1'e tümleyen gösterimi:

Pozitif sayıların gösterimi, işaret-büyüklik gösterimi ile aynıdır. Negatif sayılar ise ikilik sistemdeki karşılığının 1'e tümleyeni formundadır.

Örnek: 8 bitlik gösterimde -19 sayısı; +19 $(00010011)_2$ sayısının 1'e tümleyeni $(11101100)_2$ ile ifade edilir.

2'ye tümleyen gösterimi:

Pozitif sayılar diğer iki metoda benzer şekilde gösterilir. Negatif sayılar ise ikilik sistemdeki karşılığının 2'ye tümleyeni formundadır.

Örnek: -19 sayısının 2'ye tümleyen gösterimi 11101101_2 'dir.

İşaretli Sayıların Onluk Sistemdeki Karşılığı

İşaret-büyüklik gösteriminde hem pozitif hem de negatif sayıların onluk sistemdeki karşılığı, büyüklik bitlerindeki 1'lerin ağırlıklarının toplamıyla elde edilir. İşaret bitine göre de sonucun pozitif veya negatif olduğuna karar verilir.

Örnek: 10011000_2 işaretli ikili sayısının onluk sistemdeki karşılığı;
 $-(2^3+2^4) = -24$ 'tür.

1'e tümleyen formundaki pozitif sayıların onluk sistemdeki karşılığı, ikilik sistemdeki sayının sahip olduğu 1'lerin ağırlık değerlerinin toplanmasıyla elde edilir. Negatif sayılarda ise işaret bitinin negatif ağırlığı ile diğer bitlerin ağırlıkları toplamına 1 ilave edilir.

Örnek: 00011000_2 sayısı işaret biti 0 olduğundan pozitif bir sayıdır.
Değeri $2^4+2^3=24$ 'tür.

11100111_2 sayısı ise işaret biti 1 olduğundan negatif bir sayıdır. Bu sayı 1'e tümleyen gösterimi olduğundan onluk sistemdeki karşılığı,
 $-2^7+2^6+2^5+2^2+2^1+2^0 + 1 = -24$ 'tür.

İşaretili Sayıların Onluk Sistemdeki Karşılığı

2'ye tümleyen formundaki pozitif ve negatif sayıların onluk sistemdeki karşılığı, işaret bitinin negatif ağırlık değeriyle diğer bitlerin ağırlık değerlerinin toplanması neticesinde elde edilir. N bitlik işaretili 2'ye tümleyen formuyla -2^{N-1} ile $(2^{N-1} - 1)$ arasındaki sayılar gösterilebilir.

Örnek: 2'ye tümleyen formundaki 01000101_2 sayısının onluk sistemdeki karşılığı, $2^6 + 2^2 + 2^0 = 69$ 'tur.

10111011_2 sayısının karşılığı ise $-2^7 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = -69$ 'tur.

2'ye tümleyen gösteriminin diğer gösterim şekillerine nazaran tercih edilmesinin sebebi hem pozitif hem de negatif sayılar için aynı prosedürün takip edilmesindendir. Oysa 1'e tümleyen gösteriminde farklı prosedürler işletilir ve sıfır sayısının iki gösterimi (00000000_2 ve 11111111_2) vardır.