

СЕМИНАР 5. МӨНГӨНИЙ ЦАГ ХУГАЦААНЫ ҮНЭ ЦЭНЭ (2)

д/д	Суралцахуйн үр дүнгүүд	Суралцахуйн үр дүнг илэрхийлэх үйл үг	Суралцахуйн үр дүнгийн түвшин (Блүүмийн)	CLOs хамаарал
1	Мөнгө, мөнгөний үнэ цэнийг тодорхойлох	Тодорхойлох (define)	Ойлгох	1
2	Мөнгөний цаг хугацааны үнэ цэнэ, эдийн засгийн эквивалентыг тооцоолох	Тайлбарлах (explain)	Ойлгох, хэрэглэх	2
3	Ирээдүйн мөнгөний энгийн ба нийлмэл хүүг тооцоолох	Тодорхойлох (define)	Ойлгох, хэрэглэх	2

ХИЧЭЭЛД ХЭРЭГДЭГДЭХ МЭРГЭЖЛИЙН НЭР ТОМЬЁОНУУД:

- ▶ Жигд (жилийн) цувралыг тэдгээрийн өнөөгийн болон ирээдүйн эквивалент үнэ цэнэтэй харьцуулах
- ▶ Хүүний томьёонууд болон салангид нийлмэл хүүний хамаарлын тойм
- ▶ Хойшлуулсан анюти (жигд гүйлгээ)
- ▶ Олон янзын хүүний томьёонуудыг багтаасан тэгшитгэлийн тооцоолол
- ▶ Мөнгөн гүйлгээний жигд (арифметик) граде́нт
- ▶ Мөнгөн гүйлгээний геометрийн дараалал
- ▶ Хүүний түвшин ба цаг хугацааны харьцаа
- ▶ Нэрлэсэн болон үр ашигтай хүүний түвшин
- ▶ Үргэлжилсэн ба тасралттай мөнгөн урсгалын хүүний томьёонууд

ХИЧЭЭЛИЙН ҮНДСЭН МАТЕРИАЛ:

Үе тутмын тэнцүү төлбөр (Аннуити), түүний өнөөгийн ба ирээдүйн үнэ цэнийн хоорондох холбоо

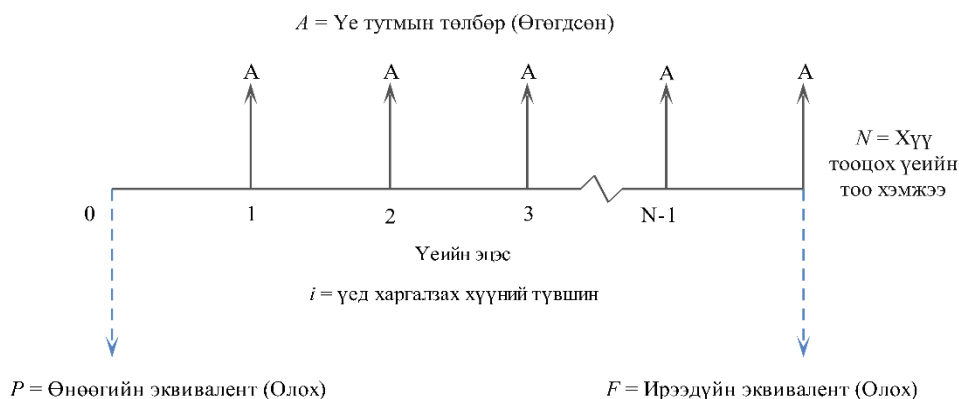
Зураг 4-6-д нэгж хугацаанд $i\%$ -ийн хүүтэй N үеийн үе тус бүрийн эцэст ижил тэнцүү 4.6 дугаар зурагт нэгж хугацаанд $i\%$ -ийн хүүтэй, N үеийн үе бүрийн эцэст тэнцүү хэмжээтэй A дүнтэй төлөлт хийгдэж байх үе тутмын тэнцүү төлбөрийн мөнгөн урсгалын диаграммыг харуулав. Тогтмол хугацаанд, түүний ижил үе тутамд дэс дараалан тэнцүү хэмжээтэй хийх өсөн нэмэгдэх төлбөрийг үе тутмын тэнцүү төлбөр буюу Аннуити гэж нэрлэдэг. Доор харуулсан томьёо, хүснэгтүүдийг тухайн үе бүрийн төгсгөлд A мөнгөн дүнтэй төлөлт тохиолдож байхаар гарган авсан.

Р (өнөөгийн эквивалент үнэ цэнэ) нь эхний А (үе тутмын тэнцүү төлбөр) –н өмнөх үед хийгдэх төлбөр,

F (ирээдүйн эквивалент үнэ цэнэ) нь Р-ын дараах N үед, сүүлийн А –тай нэг ижил хугацаанд хийгдэх төлбөр,

А (жилийн эквивалент утга) 1-ээс N хүртэл ижил хугацаанд (үед) тэнцүү хэмжээтэй хийгдэх төлбөр.

Р, А ба F-ийн цаг хугацааны холбоог 4.6 дугаар зурагт харуулав. А-ийн Р ба F-тай холбогдох холбоог дараах дөрвөн томъёогоор харуулав.



4.6 дугаар зураг. Үе тутмын тэнцүү төлбөр, түүний өнөөгийн болон ирээдүйн үнэ цэнийн хамаарлын мөнгөн урсгалын ерөнхий диаграмм

Зураг 4.6 Нэгэн жигд төлбөр болон түүний өнөөгийн болон ирээдүйн үнэ цэнийн хоорондох холбооны ерөнхий бэлэн мөнгөний урсгалын диаграм

Хэрвээ А дүнтэй тогтмол мөнгөн урсгал N хугацааны үе бүрийн төгсгөлд хийгдэх ба $i\%$ нь тайлант үед харгалзах хүүний түвшин (ашиг, өсөлт) бол N дүгээр үеийн эцэст ирээдүйн эквивалент үнэ цэнэ F-ийг мөнгөн урсгал бүрийн ирээдүйн эквивалент үнэ цэнийг нэмэх замаар тодорхойлно.

$$F = A(F/P, i\%, N-1) + A(F/P, i\%, N-2) + A(F/P, i\%, N-3) + \dots + A(F/P, i\%, 1) + A(F/P, i\%, 0) = A[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + (1+i)^{N-3} + \dots + (1+i)^1 + (1+i)^0].$$

Хаалтад байгаа гишүүд $(1+i)^{-1}$ гэсэн ерөнхий харьцаатай геометрийн цувааг харуулна. Геометр цувааны эхний N гишүүдийн нийлбэр:

$$S_N = \frac{a_1 - ba_N}{1-b}; \quad b \neq 1$$

байна. Энд: a_1 – цувааны эхний гишүүн; a_N – цувааны сүүлийн гишүүн; b – ерөнхий харьцаа. Хэрвээ $b = (1+i)^{-1}$, $a_1 = (1+i)^{N-1}$, $a_N = (1+i)^0$ бол

$$F = A \left[\frac{(1+i)^{N-1} - \frac{1}{(1+i)}}{1 - \frac{1}{(1+i)}} \right]$$

байх ба дараах байдлаар хялбарчилж болно.

$$F = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \quad (4.8)$$

$\frac{(1+i)^N - 1}{i}$ хэмжигдэхүүнийг *үе тутмын тэнцүү төлбөрийн хүүний хүчин зүйл* гэж нэрлэдэг. Энэ нь үлдсэн гурван *үе тутмын тэнцүү төлбөрийн хүүний хүчин зүйлийг* хөгжүүлэх эхлэл цэг юм.

Үе тутмын тэнцүү төлбөрийн хүүний хүчин зүйлийн тоон утгыг *C* хавсралтын хүснэгтийн 4 дүгээр баганад *i* ба *N*-ын утгуудын хувьд өргөн сонголттойгоор оруулж өгсөн болно. Энэ хүчин зүйлийн хувьд (*F/A*, *i*%, *N*) гэсэн тэмдэглэгээг ашиглана. Тэгэхээр, (4.8) тэгшитгэлийг дараах байдлаар илэрхийлж болно.

$$F = A(F/A, i\%, N) \quad (4.9)$$

Энэ төрлийн "баялаг хуримтлуулах" асуудлыг (*F/A*, *i*%, *N*) хүчин зүйл дээр тулгуурлан гаргасан жишээг 4.2 дугаар хүснэгтэд үзүүлсэн.

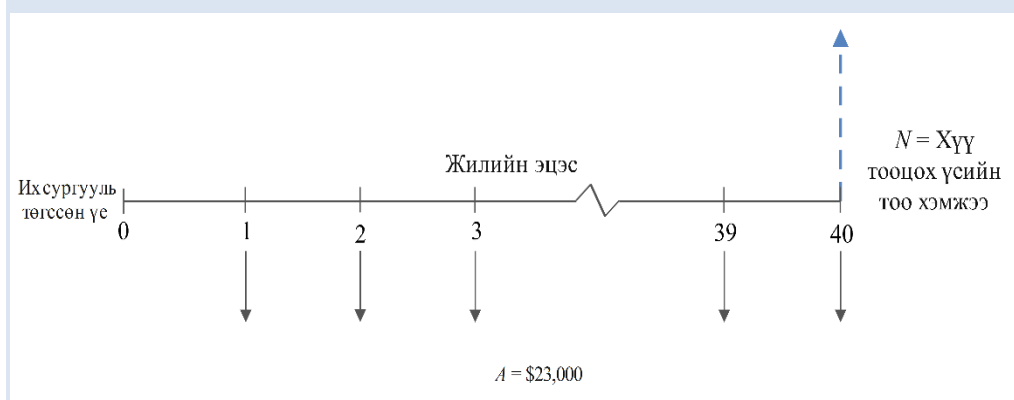
IV.7 жишээ

Бакалаврын зэргийн ирээдүйн үнэ цэнэ

Засгийн газрын саяхны судалгаагаар бакалаврын зэрэг нь бүрэн дунд боловсролтой төгсөгчидтэй харьцуулахад жилд \$23,000-оос дээш хэмжээний орлогыг нэмэлтээр (*A*) олдог гэжээ. Хэрвээ хүүний хэмжээ (*i*) жилд 6% бөгөөд та 40 жилийн турш (*N*) ажиллана гэвэл энэ нэмэлт орлогын ирээдүйн мөнгөн дүн (*F*) хэд байх вэ?

Шийдэл:

Энэ асуудлыг шийдэхийн тулд бидний харах өнцөг бол жилийн нэмэлт орлого болох \$23,000-ыг хадгаламжийн дансанд (эсвэл бусад хөрөнгө оруулалтыг ашиглан) "байршуулах" явдал юм. Ирээдүйн үнэ цэнэ бол 40 дэх жилийн дараа хадгаламжаас татан авах боломжтой мөнгөн дүн юм.



Ирээдүйн үнэ цэнэ нь хамгийн сүүлийн \$23,000-ын хадгаламжийг хийх хугацаатай давхцана гэдгийг анхаарна уу.

$$F = \$23,000(F/A, 6\%, 40) = \$23,000(154.762) = \$3,559,526$$

Хамгийн гол нь "Бакалаврын зэрэг авах!"

IV.8 жишээ

Өдөрт \$1 хэмнэн, саятан болцгооё!

Нийлмэл хүүний гайхамшигт үр нөлөөг тайлбарлахын тулд бид "Хэрвээ та 20 наснаас эхлэн амьдралынхаа туршид өдөр бүр \$1 хэмнэвэл саятан болох боломжтой" гэсэн мэдэгдлийн үнэн эсэхийг тооцож үзье. Та өөрийгөө 80 настай болтлоо амьдарна, мөн жилийн хүүний дундаж түвшин 10% ($i = 10\%$) гэж бодъё. Энэ нөхцөлд бид ирээдүйн хуримталсан мөнгөн дүнг (*F*) дараах байдлаар тооцоолно: $F = \$365/\text{жил}(F/A, 10\%, 60 \text{ жил}) = \$365(3,034.81) =$

\$1,107,706. Тиймээс энэ мэдэгдэл үнэн юм! Хэдий чинээ эрт хадгалж эхэлнэ, төдий чинээ хүүг хүртэх болно.

Ухаалаг хүмүүст хандаж хэдхэн үг хэлэх нь: Эртнээс мөнгөө хэмнэх, нөөц баялгаа хэмнэх замаар (хог хаягдлаас зайлсхийж) баялгийг бий болгох нь маш чухал үйл явц юм. Ихэнх тохиолдолд, даруу байх нь маргааш илүү сайн сайхнаар бүтээхэд шаардагдах материалыг өнөөдөр хэмнэх нэгэн сайн жишээ болдог. Үүнтэй холбоотой нэг зүйл бол ирээдүйн мөнгөн зардлыг шаардлагагүй зээлээр (жишээ нь, зээлийн карт) зарцуулах тал дээр маш болгоомжтой хандах хэрэгтэй. (F/A, i%, N) хүчин зүйл нь таны өрийн хуримтлал хэр хурдан өсч болохыг харуулж байна!

А өгөгдсөн үед Р-ийг олох

(4.2) тэгшитгэлийг (4.8) тэгшитгэлийн F-ийн оронд орлуулвал:

$$P(1+i)^N = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i} \right]$$

болно. Тэгшитгэлийг $(1+i)^N$ -д хуваавал $P = A \left[\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N} \right]$ (4.10)

болно. Тэгэхээр (4.10) тэгшитгэл бол N хугацааны туршид хийгдэх A мөнгөн дүнтэй үе бүрийн эцэст хийгдэх үе тутмын тэнцүү төлбөрийн өнөөгийн эквивалент үнэ цэнийг (эхний үеийн эхэнд) олох тэгшитгэл юм. Дунд хаалтан дотор байгаа хэмжигдэхүүнийг *үе тутмын тэнцүү төлбөрийн өнөөгийн үнэ цэнийн хүүний хүчин зүйл* гэж нэрлэдэг. Энэ хүчин зүйлийн тоон утгыг C хавсралтын хүснэгтийн 5 дугаар баганад i ба N -ын утгуудын хувьд өргөн сонголттойгоор оруулж өгсөн болно. Энэ хүчин зүйлийн хувьд $(P/A, i\%, N)$ тэмдэглэгээг ашиглах болно. Тиймээс,

$$P = A(P/A, i\%, N). \quad (4.11)$$

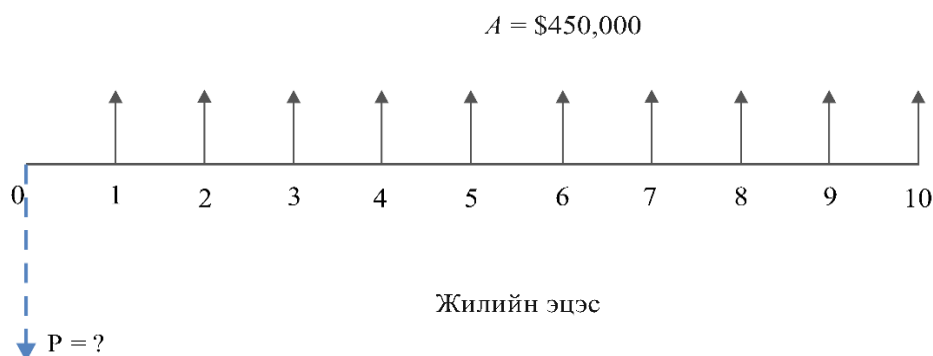
IV.9 жишээ	Үе тутмын тэнцүү төлбөрийн (Аннуитын) өнөөгийн эквивалент үнэ цэнэ (нэгэн жигд цуваа)
------------	---

Жижиг шар айрагны үйлдвэр шар айраг үйлдвэрлэх үйл явцын үр дүнд бий болсон ашиглагдсан арвайн үр, соёолжийг хатааж, шатаадаг шинэ загварын бойлерын систем суурилуулах талаар судалж байна. Бойлер шар айрагны үйлдвэрлэлийн эрчим хүчний үйл ажиллагааны ихэнх хэсэгт зарцуулагдах уурыг үйлдвэрлэж, жилд \$450,000 хэмнэнэ. Бойлерын хүлээгдэж байгаа ашиглалтын хугацаа 10 жил. Хэрвээ хүүний түвшин жилд 12% бол шар айрагны үйлдвэр шинэ бойлерын системд хэдий хэмжээний хөрөнгө оруулах боломжтой вэ?

Шийдэл:

Доор харуулсан мөнгөн урсгалын диаграммд боломжит мөнгөн дүн (өөрөөр хэлбэл, өнөөгийн эквивалент, P)-г эхний жилийн эхэнд оруулж, жил бүрийн эцэст \$450,000 -ын мөнгөн урсгал (хэмнэлт) гарч байгааг анхаарах хэрэгтэй. Жил бүрийн мөнгөн урсгал \$450,000 бөгөөд жилийн 12%-ийн хүүтэй, 10 жилийн турш үргэлжилнэ. Шинэ бойлерт зарцуулж болох

мөнгөн дүнгийн дээд хязгаар: $P = \$450,000 (P/A, 12\%, 10) = 450,000 (5.6502) = \$2,542,590$ байна.



IV.10 жишээ

Насан туршдаа машины тосоо солих эрхийн үнэ цэнэ ямар байх вэ?

“Шинэ машинаа биднээс худалдан авбал таныг машинаа өмчлөх тэр бүх хугацаанд машины тосыг тань үнэ төлбөргүй сольж байх болно!”. Хэрэв та энэ борлуулагчийн машиныг худалдаж авбал машинаа өмчлөх таван жилийн туршид жил бүр 4 удаа машины тань тосыг үнэ төлбөргүй солихыг амлаж байна. Машины тос солих бүрд \$30 төлөх ёстой. Хэрэв та мөнгөө улирлын 2%-ийн орлоготой хамтын фондоод хадгалуулсан бол автомашинаа худалдаж авах үед машины тос солих үнэ хэрхэн өөрчлөгдөх вэ?

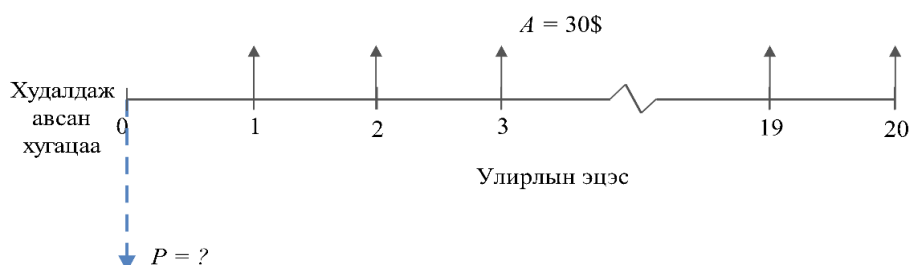
Шийдэл:

Энэ жишээнд машины тос солих ирээдүйн зардлын өнөөгийн үнэ цэнийг олох ёстой. Мөнгөн урсгалын диаграммыг доор үзүүлэв. P нь машины тосыг анх солих мөнгөн урсгалын (A) өмнө нэг удаа (энэ жишээнд, улирлаар) үүсдэг болохыг анхаарна уу.

Хүүний хэмжээ улирал тутам 2%, нийт (машины тосны 4 удаагийн солилт/жил \times 5 жил) = 20 удаагийн машины тос солилтыг (мөнгөн урсгалыг) тооцоолов.

$$P = \$30(P/A, 2\%, 20) = \$30(16.3514) = \$490.54$$

Одоо та санал болгож байгаа борлуулагчдын саналын аль нь сайн бэ гэдгийг тодорхойлох боломжтой.



Хэрвээ өөр борлуулагчийн санал болгож байгаа үнэ нь \$490.54-аас илүү хямд бол энэ борлуулагчтай хийх наймаа тийм ч сайн биш байх магадлалтай.

Ү өгөгдсөн үед А-ийг олох

(4.8) тэгшитгэлээс А-ийг тодорхойлвол:

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^N - 1} \right] \quad (4.12)$$

болно. Тэгэхээр, (4.12) тэгшитгэл бол N хугацааны төгсгөлд ирээдүйн үнэ цэнэтэй эквивалент байх үе тутмын тэнцүү төлбөрийн дүн А-ийг олох тэгшитгэл юм. Дунд хаалт дотор байгаа хэмжигдэхүүнийг *хуримтлалын хүүний хүчин зүйл* гэж нэрлэдэг. Энэ хүчин зүйлийн тоон утгыг S хавсралтын 6 дугаар баганад i ба N -ын утгуудын хувьд өргөн сонголттойгоор оруулж өгсөн болно. Энэ хүчин зүйлийн хувьд $(A/F, i\%, N)$ гэсэн тэмдэглэгээг ашиглана. Тиймээс,

$$A = F(A/F, i\%, N). \quad (4.13)$$

Энэ төрлийн асуудлын өөр нэг жишээг мөнгөн урсгалын диаграмм болон шийдлийн хамт 4.2 дугаар хүснэгтэд харуулав.

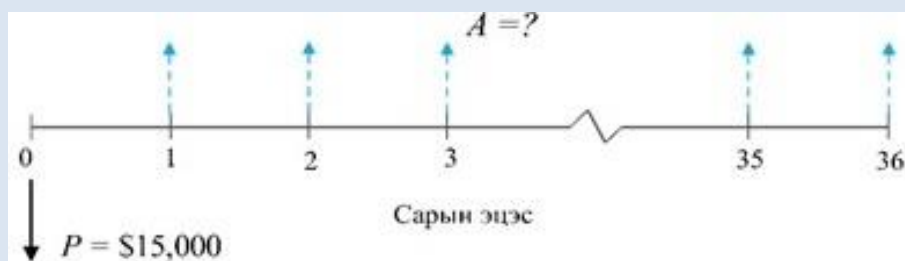
IV.11 жишээ

Таны автомашины сар бүрийн төлбөрийг тооцоолох

Та өөрийн зээлийн картаар \$15,000-ын машин худалдаж авсан. Зээлийн хүүний хувь хэмжээ сард 0.25% бөгөөд та нийтдээ 36 сарын төлбөр төлөх ёстой. Таны сарын төлбөр хэд болох вэ?

Шийдэл:

Доор үзүүлсэн мөнгөн урсгалын диаграммыг банкны харах өнцгөөс байгуулсан. \$15,000-ын өнөөгийн мөнгөн дүн нь үе тутмын тэнцүү төлбөрийн анхны мөнгөн гүйлгээ хийгдэхээс нэг сарын (хүүний хугацаа) өмнө гарсан дүн.



Машины төлбөрийн дүнг (4.15) тэгшитгэлийг ашиглан тооцоолох боломжтой.

$$A = \$15,000(A/P, 1/4\%, 36) = \$15,000(0.0291) = \$436.50 \text{ сард}$$

Машины төлбөрийн дүнг (4-15) тэгшитгэлийг ашиглан амархан тооцоолох боломжтой.

$$A = \$15,000(A/P, 1/4\%, 36) = \$15,000(0.0291) = \$436.50 \text{ сард}$$

А, Р ба i өгөгдсөн үед бэлэн мөнгөний урсгалын тоо N -г олох

Заримдаа бид одоогийн мөнгөний хэмжээ (P), жигд төлбөрийн хэмжээ (A) болон хүү (i) -ийн талаарх мэдээлэлтэй байж болно. Энэ тохиолдолд үл мэдэгдэх хүчин зүйл нь жигд төлбөрийн бэлэн мөнгөний урсгалын тоо (N) болно.

IV.12 жишээ**Зээлийн төлөлт – N-ийг олох**

Таны компани \$100,000-ын зээл авсан. 30 жилийн хугацаатай 8% хүүтэй, жилийн төлбөр нь \$ 8,880. Таны компани жил бүр \$10,000 төлж чадна гэж шийдсэн. Зээлийг хэдэн удаа төлөх вэ?

Шийдэл:

Зээлийн анхны төлөх графикийг (4-15) тэгшитгэлээр тодорхойлно.

$$A = \$100,000 (A/P, 8\%, 30) = \$100,000 (0.0888) = \$8,880 \text{ жилд}$$

Жилд \$8,880 төлөхийн оронд танай компани жил бүр \$10,000 төлөх болно. \$100,000-ын зээлийг төлөхөд 30 удаагаас бага төлбөр хийгдэх болно. Тэгшитгэл (4-11) ашиглавал

$$\$100,000 = \$10,000 (P/A, 8\%, N)$$

$$(P/A, 8\%, N) = 10.$$

Одоо бид Хавсралт C-д өгөгдсөн хүүгийн хүснэгтийг ашиглан N-ийг олох боломжтой. C-11 хүснэгтийн өнөөгийн үнэ цэнийн хүчин зүйл (P/A) хүснэгтийг харвал:

$$(P/A, 8\%, 20) = 9.8181$$

$$(P/A, 8\%, 21) = 10.0168.$$

Эндээс харвал, жилд \$10,000 төлвөл зээл 30 жилийн дараа биш, харин 21 жилийн дараа төлөгдөж дуусна. 21-ийн жилийн дараах төлбөрийн хэмжээ нь \$10,000 -аас арай бага байх болно.

Хүүгийн томъёо болон дискрет нийлмэл хүүгийн харилцан хамаарлын нэгтгэл

4.3 дугаар хүснэгтэд өмнөх бүлгийн өгөгдлүүдийг ашиглан хамгийн нийтлэг зургаан дискрет нийлмэл хүүний хүчин зүйлийн тоймыг харуулав.

Нийлмэл хүүний хүчин зүйлсийн хооронд хамгийн түгээмэл ашиглагддаг хэд хэдэн хамаарал байдаг. Эдгээр хамаарлыг дараах тэгшитгэлүүдээр нэгтгэн үзүүлэв.

$$(P/F, i\%, N) = \frac{1}{(F/P, i\%, N)} \quad (4.16)$$

$$(A/P, i\%, N) = \frac{1}{(P/A, i\%, N)} \quad (4.17)$$

$$(A/F, i\%, N) = \frac{1}{(F/A, i\%, N)} \quad (4.18)$$

$$(F/A, i\%, N) = (P/A, i\%, N)(F/P, i\%, N) \quad (4.19)$$

$$(P/A, i\%, N) = \sum_{k=1}^N (P/F, i\%, k) \quad (4.20)$$

$$(F/A, i\%, N) = \sum_{k=1}^N (F/P, i\%, N - k) \quad (4.21)$$

$$(A/F, i\%, N) = (A/P, i\%, N) - i \quad (4.22)$$

4.3 дугаар хүснэгт

Дискрет нийлмэл хүүний хүчин зүйлс болон тэмдэглэгээ

Олох нь	Өгөгдсөн нь	“Өгөгдсөн нь” баганаар үржүүлэх хүчин зүйлс ^a	Хүчин зүйлсийн нэр	Хүчин зүйлийн функциональ тэмдэглэгээ ^b
Нэг удаагийн мөнгөн урсгалын хувьд:				
F	P	$(1+i)^N$	нэг удаагийн төлбөрийн нийлмэл хүүний хүчин зүйл	$(F/P, i\%, N)$
P	F	$\frac{1}{(1+i)^N}$	нэг удаагийн төлбөрийн өнөөгийн үнэ цэнийн хүүний хүчин зүйл	$(P/F, i\%, N)$
Үе тутмын тэнцүү төлбөрийн хувьд (Аннуити):				
F	A	$\frac{(1+i)^N - 1}{i}$	үе тутмын тэнцүү төлбөрийн хүүний хүчин зүйл	$(F/A, i\%, N)$
P	A	$\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N}$	үе тутмын тэнцүү төлбөрийн өнөөгийн үнэ цэнийн хүүний хүчин зүйл	$(P/A, i\%, N)$
A	F	$\frac{i}{(1+i)^N - 1}$	хуримтлалын хүүний хүчин зүйл	$(A/F, i\%, N)$
A	P	$\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}$	капиталыг нөхөн сэргээх хүчин зүйл	$(A/P, i\%, N)$

^a i нь хүү тооцох үед харгалзах үр ашигтай хүүний түвшин; N – хүү тооцох үеийн тоо; A – (хүү тооцох үе бүрийн эцэст тохиох) үе тутмын тэнцүү төлбөр; F – ирээдүйн эквивалент; P – өнөөгийн эквивалент.

^b энэ хүчин зүйлийн функциональ тэмдэглэгээг энэ номд ашиглах болно.

5-Р СЕМИНАРЫН ДААЛГАВАР:

Бодлого 4-1. Та гэр бүлийнхээ нэг гишүүнээс \$500 зээлсэн ба 6 сарын дотор буцаан төлөхийг зөвшөөрсөн. Та гэр бүлийн нэг гишүүн тул сар бүр 0.5%-ийн энгийн хүү төлнө. 6 сарын дараа таны өр хэд болох вэ? Хүү нь ямар байх вэ? (4.2)

Бодлого 4-2. 3½ жилийн хугацаатай, жилд 6%-ийн энгийн хүүтэй \$1,000-ын хөрөнгө оруулалтын ирээдүйн үнэ цэнэ ямар байх вэ? (4.2)

Бодлого 4-3. Герман улсын богино хугацаатай бондын хүүний хэмжээ -0.1% байна. Ийм байх боломжтой юу? Учир шалтгааныг тайлбарлана уу?. (4.3.4.4)

Бодлого 4-4. 5 жилийн хугацаатай үед жилд $i\%$ -ийн энгийн хүүтэй P долларын олох хүүний ашгийг жил бүр нийлмэл хүү тооцох $i\%$ -ийн хүүтэй ижил P мөнгөн дүнтэй хүүний ашигтай харьцуулна уу?. (4.2)