

Laboratorio de Física Contemporánea I

Efecto Fotoeléctrico: Medición de h

Aldo Javier Gamboa Castillo*, Víctor Knapp Pérez, Jesús Alberto Aguirre Caro

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Av. Universidad 3000,
Circuito Exterior S/N, Coyoacán, Ciudad Universitaria, 04510, Ciudad de México

6 de abril de 2019

Resumen

En este trabajo se verificó el modelo de Einstein del efecto fotoeléctrico. El arreglo experimental consistió de una lámpara de mercurio cuya luz era filtrada por un monocromador y dirigida a una fotocelda a la que se le aplicaba un determinado voltaje y cuya corriente se medía con un electrómetro. Se obtuvo una gráfica de la relación entre corriente y voltaje para cada longitud de onda encontrada en la luz de la lámpara. Además, se midió el voltaje de frenado para cada longitud de onda y con un ajuste lineal se determinó el valor de la constante de Planck y de la función de trabajo de la fotocelda. La constante de Planck obtenida tuvo el valor de $(3.44 \pm 0.07) \times 10^{-34} J s$ con una diferencia de 48 % con el valor de referencia y un error relativo de 0.02. La función de trabajo medida tuvo un valor de $(1.32 \pm 0.02) \times 10^{-19} J$.

1. Introducción

El *efecto fotoeléctrico* consiste en la aparición de una corriente en un metal debido a la energía de radiación incidente en la superficie del metal. Este efecto fue descubierto en 1887 por G. Hertz en sus experimentos de propagación de ondas electromagnéticas. Observó que una chispa saltaría más fácilmente a través de una pequeña brecha entre unas terminales si éstas eran iluminadas con la radiación de otras chispas. En el transcurso de los siguientes años, se recopilieron hechos experimentales acerca de este efecto antes de que tuviera una explicación física. Algunos de estos, descubiertos principalmente por P. Lenard, fueron que las partículas emitidas eran electrones cuya energía cinética era independiente de la intensidad de la luz, y cuyo número era proporcional a la intensidad de la luz. Además, encontró que ningún electrón era emitido si la frecuencia de la luz llega-

ba a un cierto valor límite que depende del material empleado. [1]

Los resultados experimentales eran difíciles de explicar con la teoría ondulatoria de la luz. En 1905, Einstein llegó a una solución del problema basándose en la hipótesis de cuantos de Planck de 1900. Propuso que el campo de radiación estaba cuantizado por lo que la energía sólo podía absorberse en paquetes, llamados *fonones*, con una magnitud $h\nu$, con h la constante de Planck [2] y ν la frecuencia de la luz incidente. Para que haya conducción, un electrón que se encuentre en el material tiene que absorber la energía del fotón y realizar un trabajo W en contra del material. W es la *función de trabajo* propia de cada material. Así, el electrón será emitido con una energía [2]

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W. \quad (1)$$

Esta ecuación muestra que el efecto es independiente

* aldojavier@ciencias.unam.mx

¹Millikan realizó experimentos entre los años 1914 y 1916 que permitieron verificar que la constante h del efecto fotoeléctrico era precisamente la constante de Planck introducida en 1900. [2]

de la intensidad de la luz y dependiente de la frecuencia. Además, de esta ecuación se puede esperar que el número de electrones emitidos aumente con el número de fotones disponibles, es decir, que aumente con la intensidad de la luz.

Un dispositivo experimental general para estudiar el efecto fotoeléctrico consiste de un cátodo iluminado con luz monocromática al que se aplica un voltaje. El voltaje puede variarse para disminuir a cero la energía cinética de los electrones, de manera que la conservación de energía [1] ahora se escribe como:

$$eV_0 = h\nu - W, \quad (2)$$

con e la carga del electrón y V_0 el *voltaje de frenado*, que es una función lineal de la frecuencia.

En este trabajo se verificará el modelo del efecto fotoeléctrico de Einstein y se determinará la constante de Planck y la función de trabajo de una fotocelda al encontrar el voltaje de frenado de electrones para distintas longitudes de onda. Para esto se utilizará la ec. [2].

La organización de este trabajo se presenta a continuación: en la sección [2] se menciona el arreglo experimental utilizado, así como los detalles técnicos; en la sección [3] se presentan los resultados y discusiones; y por último, en la sección [4] se desarrollan las conclusiones.

2. Desarrollo Experimental

2.1. Arreglo experimental

La luz de una lámpara de mercurio fue filtrada con un monocromador para obtener una longitud de onda específica que después pasaba a una fotocelda a la que se le podía aplicar un determinado voltaje medido por un multímetro. La luz que entraba al monocromador lo hacía a través de una rendija con un ancho de $(0.125 \pm 0.005) \text{ cm}$ y salía por una de $(0.250 \pm 0.005) \text{ cm}$. La corriente producida por los fotones era medida con un electrómetro. El arreglo se muestra esquematizado en la Figura 1.

Se realizaron dos procedimientos para cada longitud de onda de la lámpara de mercurio. El primero consistió en encontrar el voltaje de frenado en el cual la corriente se hacía cero. El valor de este voltaje se dividía entre cuatro y se registraba el valor de corriente para cada una de las cuatro divisiones; este

proceso se repitió 5 veces con el objetivo de llegar un mejor valor del voltaje de frenado. El segundo consistió en medir la relación entre corriente y voltaje, comenzando en un voltaje de 0 V y avanzando en intervalos de 0.250 V hasta 2 V registrando los valores de corriente.

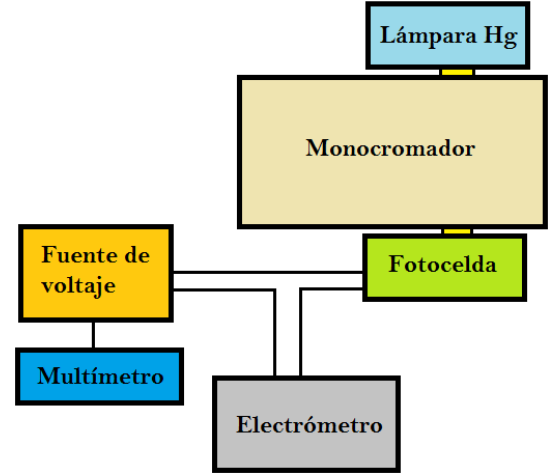


Figura 1: Dispositivo experimental utilizado para estudiar el efecto fotoeléctrico.

2.2. Especificaciones técnicas

La lámpara de mercurio utilizada era de la marca Pasco Scientific, modelo OS-9286. El monocromador empleado era de la marca SPEX Industries, Minimate. El electrómetro utilizado era de la marca Keithley Instruments, modelo 610B.

Para caracterizar el error en la medición asociado al monocromador se midió la distancia entre los dos mínimos de corriente alrededor de un máximo para cada longitud de onda de la lámpara de mercurio. Esta medición se realizó tres veces por diferentes integrantes del equipo. Luego, se promediaron estas tres distancias y la mitad de este promedio se tomó como la incertidumbre del monocromador para la longitud de onda respectiva. Estos valores se presentan en la Sección [3].

El electrómetro se utilizó en el rango de $(10^{-7} - 10^{-11}) \text{ A}$ con el switch del multiplicador en 1. Bajo estas condiciones, el electrómetro posee una incertidumbre de $\pm 2\%$ de la máxima escala [3].

El voltaje se midió con un multímetro Steren MUL-600. En el rango trabajado, la incertidumbre para el voltaje es de $(\pm 0.8\% + 3) \text{ V}$ [4]. Sin embargo, como la última cifra del voltaje fluctuaba mucho, se deci-

dió tomar solamente $\pm 0.8\%$ como incertidumbre y redondear la última cifra significativa de las mediciones en el rango de mV .

El análisis de los datos se realizó con el programa Microsoft Excel 2010 [5] y el programa SciDAVis [6].

3. Resultados y Análisis

Las longitudes de onda que correspondían a la mayor intensidad de luz (mayor corriente) se muestran en la Tabla 1 junto con su comparación² con los valores de referencia. Notamos que todos los valores medidos son menores que los del valor de referencia por 4 nm , aproximadamente, a excepción del último valor. Este desplazamiento en los valores representa un error sistemático pues el monocromador no estaba calibrado adecuadamente.

λ ref. [nm]	λ medida [nm]	Dif. %	Error rel.
365.0153	361.9 ± 5.7	0.8	0.02
404.656	401.2 ± 6.3	0.8	0.02
435.8328	431.5 ± 10.2	1.0	0.02
491.604	487.6 ± 11.5	0.8	0.02
546.074	542.2 ± 21.8	0.7	0.04
576.959	576.1 ± 14.3	0.1	0.02

Tabla 1: Longitudes de onda de las líneas de la lámpara de mercurio utilizada. La primer y segunda longitud de onda de referencia se obtuvieron de [7] y las restantes de [8]. La incertidumbre de las longitudes de onda se calculó con los datos de la Tabla 2 del Apéndice A, de acuerdo al procedimiento descrito en la Sección 2.

Los datos resultantes del procedimiento para determinar el voltaje de frenado se muestran en las Tablas 3-8 del Apéndice A. Estos datos se promediaron para obtener una relación entre corriente y voltaje para valores del voltaje negativo. Las incertidumbres de estos valores promedio de corriente y voltaje se calcularon a través de una suma estadística:

$$\Delta\sigma = \sqrt{S_\sigma^2 + \delta_\sigma^2}, \quad (3)$$

donde S_σ es la desviación estándar y δ_σ es el promedio de las incertidumbres asociadas a cada medición con el multímetro y el electrómetro.

Los datos restantes de la relación entre corriente y voltaje se muestran en las Tablas 9-14 donde se han incluido los valores promedio para los voltajes negativos de las Tablas 3-8. Con estos datos se realizó la gráfica mostrada en la Figura 2. En esta gráfica vemos que conforme la longitud de onda crece se requiere un voltaje de frenado menor en magnitud. Este comportamiento es el esperado, pues de la ec. (2) tenemos:

$$W = h \frac{c}{\lambda} - eV_0, \quad (4)$$

donde se ha usado la relación $\nu = c/\lambda$. Como se utilizó la misma fotocelda, W debe ser constante, y si λ crece entonces V_0 debe disminuir para que la relación (4) se siga satisfaciendo.

Notamos también que el mayor crecimiento de corriente se encuentra entre 0 y 0.5 V , aproximadamente. Para valores posteriores la corriente crece cada vez menos con el voltaje, indicando que se puede llegar a un valor de saturación.

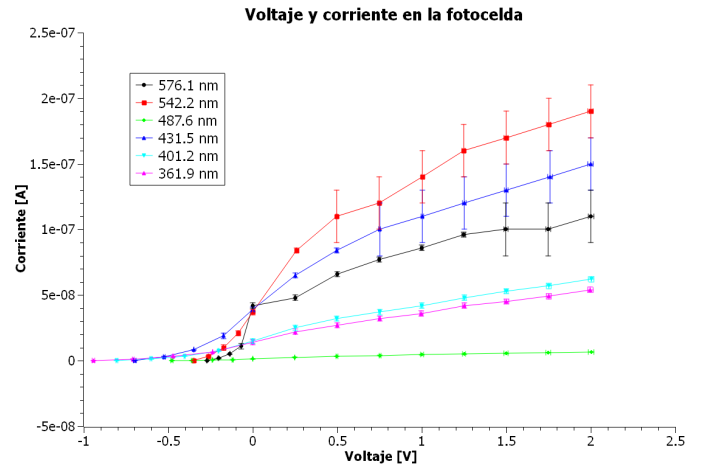


Figura 2: Relación entre corriente y voltaje en la fotocelda para cada longitud de onda.

Para calcular la constante de Planck se utiliza nuevamente la relación $\nu = c/\lambda$ para escribir las frecuencias asociadas a las longitudes de onda medidas y se toma el valor del voltaje de frenado para cada longitud de onda de las Tablas 9-14. Estos datos se muestran en la Tabla 15 y se encuentran graficados en la Figura 3 junto con un ajuste lineal realizado con el programa SciDAVis (Los datos otorgados por el programa se muestran en el Apéndice C). Este

²La diferencia porcentual se calcula con la fórmula $\frac{|x_{ref} - x_{exp}|}{x_{ref}} \times 100\%$, donde x_{ref} es un valor de referencia de la cantidad x , y x_{exp} es un valor experimental medido. El error relativo se calcula como $\frac{\delta x}{x}$, con δx la incertidumbre de x .

ajuste se identificó con la ec. (2) de manera que la constante de Planck obtenida es:

$$h = (3.44 \pm 0.07) \times 10^{-34} \text{ J s},$$

y la función de trabajo obtenida es:

$$W = (1.32 \pm 0.02) \times 10^{-19} \text{ J},$$

con un coeficiente de correlación lineal $R = 0.991$.

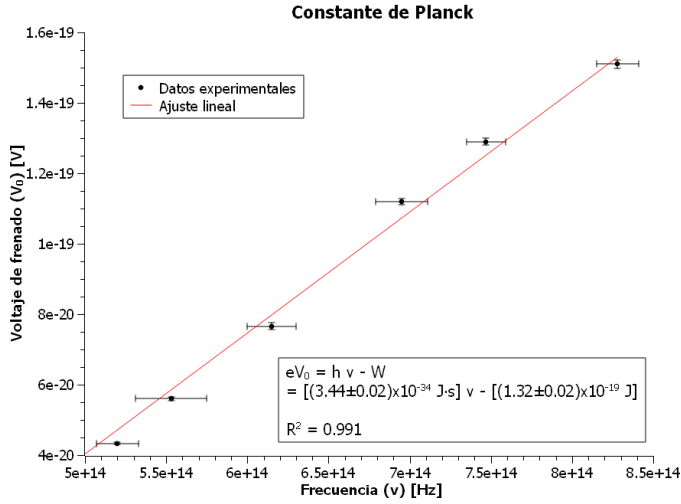


Figura 3: Ajuste lineal realizado para encontrar la constante de Planck y la función de trabajo.

De acuerdo a [9], el valor de la constante de Planck es de $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$, por lo que el resultado obtenido tiene una diferencia del 48 % con el valor de referencia, indicando que la medida no fue exacta. El error relativo del valor obtenido es de 0.02, por lo que obtuvimos una buena precisión en el experimento. El valor de referencia no se encontró dentro del intervalo de error de el reusltado obtenido.

Al final de este reporte se muestra una tabla de valores de la función de trabajo para distintos materiales tomada de [10]. El resultado obtenido para W es menor que la función de trabajo más pequeña enlistada en la tabla. Debido a esto, no se pudo determinar el material de la fotocelda utilizada. Como W es la ordenada al origen, entonces este fallo lo podemos asociar con un desplazamiento en los valores del voltaje de frenado.

A pesar de la diferencia del 48 % para el valor de h se realizó un buen ajuste lineal pues su coeficiente de correlación lineal fue cercano a 1, y las barras de error aseguran que los puntos experimentales queden en la recta ajustada.

Una fuente de error que afectó el valor de h fue el desplazamiento en los valores de las longitudes de onda comentado anteriormente y asociado al monocromador. Además, como las mediciones del voltaje de frenado se hacían con la escala más baja del electrómetro, éste era sensible al ruido que existía en el laboratorio, lo que pudo haber ocasionado una medición errónea de V_0 . Para minimizar este ruido se utilizaba un conector UHF para el electrómetro, sin embargo un poco del ruido persistía. Igualmente, el electrómetro pudo haber estado mal calibrado.

4. Conclusiones

Se obtuvo la relación entre corriente y voltaje en una fotocelda iluminada por distintas longitudes de onda. Estos resultados parecen indicar que existe un valor de saturación para la corriente para cada longitud de onda. Se logró verificar el modelo lineal que utilizó Einstein para describir el efecto fotoeléctrico y se identificó a la pendiente del ajuste lineal realizado como la constante de Planck, obteniendo los resultados: $h = (3.44 \pm 0.07) \times 10^{-34} \text{ J s}$, y $W = (1.32 \pm 0.02) \times 10^{-19} \text{ J}$ para la función de trabajo de la fotocelda utilizada. El valor de h presentó una diferencia de 48 % con el valor de referencia (el cual no se encontró dentro del intervalo de error del resultado) y un error relativo de 0.02, lo que nos indica que el experimento tuvo una mala exactitud pero una buena precisión. No se logró identificar el material de la fotocelda a través de su función de trabajo pues ningún valor de referencia coincidía con el valor obtenido.

Para futuros experimentos se sugiere continuar construyendo la relación entre corriente y voltaje para distintas longitudes de onda para verificar si la corriente tiende a un valor de saturación. Además, se sugiere calibrar adecuadamente el monocromador para que las longitudes de onda de la lámpara de mercurio coincidan con las de referencia. Por último, se recomienda asegurarse que el conector UHF aisle por completo al electrómetro del ruido y que éste se encuentre bien calibrado.

Referencias

- [1] Leighton, R. (1955), "Principles of Modern Physics", McGraw Hill, Nueva York.

- [2] De la Peña, L. (2006), “*Introducción a la Mecánica Cuántica*”, FCE, UNAM, Tercera Edición, México.
- [3] En línea: Keithley, “[Instruction Manual. Models 610B, 610BR](#)”.
Fecha de consulta: 29 de marzo de 2019.
- [4] En línea: Steren, MUL-600, “[Manual de instrucciones](#)”.
Fecha de consulta: 29 de marzo de 2019.
- [5] Microsoft Office Professional Plus 2010, “*Microsoft Excel*”, Versión 14.0.4760.1000 (32 bits)
- [6] En línea: Benkert, et al, “[SciDAVis](#)”.
Fecha de consulta: 29 de marzo de 2019.
- [7] En línea: NIST, “[Persistent Lines of Neutral Mercury \(Hg I\)](#)”.
Fecha de consulta: 30 de marzo de 2019.
- [8] Jenkins, F., White, H. (2001), “*Fundamentals of Optics*”, 4ta edición, McGraw-Hill.
- [9] En línea: NIST, “[Planck constant](#)”.
Fecha de consulta: 30 de marzo de 2019.
- [10] En línea: Vaxasoftware, “[Función trabajo para el efecto fotoeléctrico](#)”.
Fecha de consulta: 30 de marzo de 2019.
- [11] En línea: NIST, “[Speed of light in vacuum](#)”.
Fecha de consulta: 30 de marzo de 2019.

A. Datos experimentales

Longitud de onda (λ) [nm]	Longitud mínima [nm]	Longitud máxima [nm]
361.9 ± 5.7	357.3	366.9
	357.0	367.0
	356.0	370.6
401.2 ± 6.3	397.5	409.8
	397.2	409.8
	397.0	409.8
431.5 ± 10.2	426.6	440.6
	424.0	443.0
	423.5	451.6
487.6 ± 11.5	485.3	494.1
	485.5	497.5
	484.4	498.2
542.2 ± 21.8	539.0	553.9
	535.8	559.7
	535.2	561.7
576.1 ± 14.3	570.4	584.4
	569.3	584.0
	568.2	582.5

Tabla 2: Valores mínimos y máximos de la longitud de onda en los que la corriente era mínima para cada valor central. Con estos datos se obtuvo la incertidumbre para las longitudes de onda de acuerdo al procedimiento descrito en la Sección 2

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.942	0.008
6.7E-09	2E-10	-0.235	0.002
3.2E-09	2E-10	-0.470	0.004
1.2E-09	2E-10	-0.706	0.006
0	2E-12	-0.942	0.008
6.5E-09	2E-10	-0.236	0.002
3.1E-09	2E-10	-0.471	0.004
1.1E-09	2E-10	-0.706	0.006
0	2E-12	-0.944	0.008
6.6E-09	2E-10	-0.236	0.002
3.2E-09	2E-10	-0.473	0.004
1.1E-09	2E-10	-0.707	0.006
0	2E-12	-0.944	0.008
6.5E-09	2E-10	-0.230	0.002
3.1E-09	2E-10	-0.472	0.004
1.2E-09	2E-10	-0.709	0.006
0	2E-12	-0.945	0.008
6.4E-09	2E-10	-0.240	0.002
3.1E-09	2E-10	-0.470	0.004
1.1E-09	2E-10	-0.709	0.006

Tabla 3: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $361.9 \pm 5.7 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.804	0.006
7.3E-09	2E-10	-0.202	0.002
3.2E-09	2E-10	-0.402	0.003
1.2E-09	2E-10	-0.602	0.005
0	2E-12	-0.805	0.006
7.4E-09	2E-10	-0.201	0.002
3.5E-09	2E-10	-0.401	0.003
1.3E-09	2E-10	-0.603	0.005
0	2E-12	-0.804	0.006
7.3E-09	2E-10	-0.203	0.002
3.4E-09	2E-10	-0.402	0.003
1.3E-09	2E-10	-0.601	0.005
0	2E-12	-0.804	0.006
7.2E-09	2E-10	-0.202	0.002
3.4E-09	2E-10	-0.404	0.003
1.3E-09	2E-10	-0.601	0.005
0	2E-12	-0.804	0.006
7.2E-09	2E-10	-0.201	0.002
3.4E-09	2E-10	-0.403	0.003
1.3E-09	2E-10	-0.601	0.005

Tabla 4: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $401.2 \pm 6.3 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.698	0.006
1.9E-08	2E-09	-0.173	0.001
8.1E-09	2E-10	-0.349	0.003
2.8E-09	2E-10	-0.527	0.004
0	2E-12	-0.698	0.006
2E-08	2E-09	-0.175	0.0014
8E-09	2E-10	-0.350	0.003
3E-09	2E-10	-0.524	0.004
0	2E-12	-0.698	0.006
2.0E-08	2E-09	-0.174	0.001
8.3E-09	2E-10	-0.350	0.003
3.0E-09	2E-10	-0.522	0.004
0	2E-12	-0.697	0.006
1.9E-08	2E-09	-0.173	0.001
8.2E-09	2E-10	-0.349	0.003
2.9E-09	2E-10	-0.525	0.004
0	2E-12	-0.698	0.006
1.9E-08	2E-09	-0.174	0.001
8.3E-09	2E-10	-0.347	0.003
3.0E-09	2E-10	-0.521	0.004

Tabla 5: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $431.5 \pm 10.2 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[mV]	δ_V [mV]
0	2E-12	-471	4
7.8E-10	2E-11	-116	1
4.2E-10	2E-11	-234	2
2.7E-10	2E-11	-352	3
0	2E-12	-481	4
7.4E-10	2E-11	-121	1
3.9E-10	2E-11	-240	2
2.6E-10	2E-11	-360	3
0	2E-12	-481	4
7.5E-10	2E-11	-120	1
3.9E-10	2E-11	-240	2
1.5E-10	2E-11	-362	3
0	2E-12	-481	4
7.6E-10	2E-11	-119	1
3.9E-10	2E-11	-240	2
1.5E-10	2E-11	-360	3
0	2E-12	-478	4
7.8E-10	2E-11	-119	1
4.0E-10	2E-11	-239	2
1.7E-10	2E-11	-358	3

Tabla 6: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $487.6 \pm 11.5 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[mV]	δ_V [mV]
0	2E-12	-348	3
2.2E-08	2E-09	-87	1
1.1E-08	2E-09	-174	1
3.5E-09	2E-10	-260	2
0	2E-12	-349	3
2.1E-08	2E-09	-88	1
1.1E-08	2E-09	-175	1
3.5E-09	2E-10	-262	2
0	2E-12	-350	3
2.2E-08	2E-09	-88	1
9.5E-09	2E-10	-175	1
3.5E-09	2E-10	-261	2
0	2E-12	-349	3
2.1E-08	2E-09	-87	1
9.6E-09	2E-10	-173	1
3.5E-09	2E-10	-261	2
0	2E-12	-350	3
2.1E-08	2E-09	-88	1
9.5E-09	2E-10	-174	2
3.5E-09	2E-10	-263	2

Tabla 7: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $542.2 \pm 21.8 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[mV]	δ_V [mV]
0	2E-12	-270	2
1.1E-08	2E-09	-68	1
5.0E-09	2E-10	-135	1
1.9E-09	2E-10	-202	2
0	2E-12	-270	2
1.1E-08	2E-09	-67	1
4.9E-09	2E-10	-136	1
1.8E-09	2E-10	-204	2
0	2E-12	-271	2
1.1E-08	2E-09	-68	1
5.0E-09	2E-10	-135	1
1.9E-09	2E-10	-204	2
0	2E-12	-270	2
1.1E-08	2E-09	-68	1
5.0E-09	2E-10	-134	1
1.9E-09	2E-10	-203	2
0	2E-12	-271	2
1.1E-08	2E-09	-68	1
5.1E-09	2E-10	-135	1
1.9E-09	2E-10	-204	2

Tabla 8: Procedimiento para calcular el voltaje de frenado para una longitud de onda de $576.1 \pm 14.3 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro.

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.943	0.008
1.1E-09	2E-10	-0.707	0.006
3.1E-09	2E-10	-0.471	0.004
6.5E-09	2E-10	-0.236	0.002
1.4E-08	2E-09	0.001	0.001
2.2E-08	2E-09	0.251	0.002
2.7E-08	2E-09	0.499	0.004
3.2E-08	2E-09	0.750	0.006
3.6E-08	2E-09	0.998	0.008
4.2E-08	2E-09	1.250	0.010
4.5E-08	2E-09	1.501	0.012
4.9E-08	2E-09	1.751	0.014
5.4E-08	2E-09	1.998	0.016

Tabla 9: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $361.9 \pm 5.7 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.804	0.006
1.3E-09	2E-10	-0.602	0.005
3.4E-09	2E-10	-0.402	0.003
7.3E-09	2E-10	-0.202	0.002
1.5E-08	2E-09	0.001	0.001
2.5E-08	2E-09	0.250	0.002
3.2E-08	2E-09	0.498	0.004
3.7E-08	2E-09	0.751	0.006
4.2E-08	2E-09	1.000	0.008
4.8E-08	2E-09	1.253	0.010
5.3E-08	2E-09	1.500	0.012
5.7E-08	2E-09	1.751	0.014
6.2E-08	2E-09	2.002	0.016

Tabla 10: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $401.2 \pm 6.3 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.698	0.006
2.9E-09	2E-10	-0.524	0.005
8.2E-09	2E-10	-0.349	0.003
1.9E-08	2E-09	-0.174	0.002
3.9E-08	2E-09	0.002	0.001
6.5E-08	2E-09	0.250	0.002
8.4E-08	2E-09	0.498	0.004
1.0E-07	2E-08	0.750	0.006
1.1E-07	2E-08	1.003	0.008
1.2E-07	2E-08	1.252	0.010
1.3E-07	2E-08	1.500	0.012
1.4E-07	2E-08	1.758	0.014
1.5E-07	2E-08	1.999	0.016

Tabla 11: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $431.5 \pm 10.2 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.478	0.006
2.0E-10	6E-11	-0.358	0.005
4.0E-10	2E-11	-0.239	0.003
7.6E-10	3E-11	-0.119	0.002
1.3E-09	2E-10	0.001	0.001
2.5E-09	2E-10	0.250	0.002
3.3E-09	2E-10	0.498	0.004
3.9E-09	2E-10	0.753	0.006
4.5E-09	2E-10	1.001	0.008
5.0E-09	2E-10	1.250	0.010
5.5E-09	2E-10	1.499	0.012
6.1E-09	2E-10	1.749	0.014
6.6E-09	2E-10	2.002	0.016

Tabla 12: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $487.6 \pm 11.5 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.349	0.003
3.5E-09	2E-10	-0.262	0.002
1.0E-08	1E-09	-0.174	0.002
2.1E-08	2E-09	-0.088	0.001
3.7E-08	2E-09	0.001	0.001
8.4E-08	2E-09	0.251	0.002
1.1E-07	2E-08	0.497	0.004
1.2E-07	2E-08	0.748	0.006
1.4E-07	2E-08	1.005	0.008
1.6E-07	2E-08	1.247	0.010
1.7E-07	2E-08	1.499	0.012
1.8E-07	2E-08	1.750	0.014
1.9E-07	2E-08	1.999	0.016

Tabla 13: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $542.2 \pm 21.8 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Corriente (I)[A]	δ_I [A]	Voltaje (V)[V]	δ_V [V]
0	2E-12	-0.270	0.002
1.9E-09	2E-10	-0.203	0.002
5.0E-09	2E-10	-0.135	0.001
1.1E-08	2E-09	-0.068	0.001
4.2E-08	2E-09	-0.001	0.001
4.8E-08	2E-09	0.250	0.002
6.6E-08	2E-09	0.500	0.004
7.7E-08	2E-09	0.749	0.006
8.6E-08	2E-09	1.000	0.008
9.6E-08	2E-09	1.249	0.010
1.0E-07	2E-08	1.498	0.012
1.0E-07	2E-08	1.749	0.014
1.1E-07	2E-08	2.001	0.016

Tabla 14: Relación entre corriente y voltaje para una longitud de onda de $576.1 \pm 14.3 \text{ nm}$. Las incertidumbres de la corriente y el voltaje son las asociadas al electrómetro y el multímetro para los voltajes positivos. Las incertidumbres de las corrientes y voltajes negativos se calculó con la suma estadística (3).

Longitud de onda (λ)[m]	δ_λ	Frecuencia (ν)[Hz]	δ_ν	Voltaje de frenado por carga (V_0e)[Vc]	δ_{V_0e}
3.619E-07	5.7E-09	8.28E+14	1.3E+13	1.51E-19	1.2E-21
4.012E-07	6.3E-09	7.47E+14	1.2E+13	1.29E-19	1.0E-21
4.315E-07	1.02E-08	6.95E+14	1.6E+13	1.12E-19	9E-22
4.876E-07	1.15E-08	6.15E+14	1.5E+13	7.66E-20	9.3E-22
5.422E-07	2.18E-08	5.53E+14	2.2E+13	5.60E-20	4.6E-22
5.761E-07	1.43E-08	5.20E+14	1.3E+13	4.33E-20	3.5E-22

Tabla 15: Frecuencia de la longitudes de onda medidas para la luz de la lámpara de mercurio y los voltajes de frenado en los que la corriente en la fotocelda se anulaba. Se utilizó la relación $\nu = c/\lambda$ con un valor de $c = 299792458 \text{ m/s}$ [11]. La incertidumbre de la frecuencia se calculó con la ec. (5) del Apéndice B.

B. Ecuaciones de incertidumbre

La incertidumbre de la frecuencia dada por $\nu = c/\lambda$ es: ³

$$\delta_\nu = \left| -\frac{c}{\lambda^2} \right| \delta_\lambda. \quad (5)$$

C. Ajuste de SciDAVis

Ajuste del tipo: $y = a * x + b$, para los datos de la Tabla 15.

$$a = 3.43770760507993e - 34 + / - 7.47192749595933e - 36$$

$$b = -1.31744181547457e - 19 + / - 1.94950474845959e - 21$$

$$R^2 = 0.991300478536327$$

³La ecuación de incertidumbre de una variable $f = f(x_1, \dots, x_n)$, está dada por $\delta_f = \sum_{i=1}^n |\partial f / \partial x_i| \delta_{x_i}$.

Elemento	Función trabajo W_0		Longitud de onda umbral λ_0	Frecuencia umbral f_0
	eV	J		
Ag	4,73	$7,58 \cdot 10^{-19}$	262	$1,14 \cdot 10^{15}$
Al	4,08	$6,54 \cdot 10^{-19}$	304	$9,87 \cdot 10^{14}$
As	3,75	$6,01 \cdot 10^{-19}$	331	$9,07 \cdot 10^{14}$
Au	5,1	$8,2 \cdot 10^{-19}$	243	$1,2 \cdot 10^{15}$
Ba	2,7	$4,3 \cdot 10^{-19}$	459	$6,5 \cdot 10^{14}$
Be	4,98	$7,98 \cdot 10^{-19}$	249	$1,20 \cdot 10^{15}$
Bi	4,34	$6,95 \cdot 10^{-19}$	286	$1,05 \cdot 10^{15}$
C	5	$8 \cdot 10^{-19}$	248	$1,2 \cdot 10^{15}$
Ca	2,87	$4,60 \cdot 10^{-19}$	432	$6,94 \cdot 10^{14}$
Cd	4,08	$6,54 \cdot 10^{-19}$	304	$9,87 \cdot 10^{14}$
Ce	2,9	$4,7 \cdot 10^{-19}$	428	$7,0 \cdot 10^{14}$
Co	5	$8,0 \cdot 10^{-19}$	248	$1,2 \cdot 10^{15}$
Cr	4,5	$7,2 \cdot 10^{-19}$	276	$1,1 \cdot 10^{15}$
Cs	2,14	$3,43 \cdot 10^{-19}$	579	$5,17 \cdot 10^{14}$
Cu	4,7	$7,5 \cdot 10^{-19}$	264	$1,1 \cdot 10^{15}$
Fe	4,81	$7,71 \cdot 10^{-19}$	258	$1,16 \cdot 10^{15}$
Ga	4,32	$6,92 \cdot 10^{-19}$	287	$1,04 \cdot 10^{15}$
Hg	4,475	$7,170 \cdot 10^{-19}$	277,1	$1,082 \cdot 10^{15}$
K	2,29	$3,67 \cdot 10^{-19}$	541	$5,54 \cdot 10^{14}$
La	3,5	$5,6 \cdot 10^{-19}$	354	$8,5 \cdot 10^{14}$
Li	2,93	$4,69 \cdot 10^{-19}$	423	$7,08 \cdot 10^{14}$
Mg	3,66	$5,86 \cdot 10^{-19}$	339	$8,85 \cdot 10^{14}$
Mn	4,1	$6,6 \cdot 10^{-19}$	302	$9,9 \cdot 10^{14}$
Mo	4,95	$7,93 \cdot 10^{-19}$	250	$1,20 \cdot 10^{15}$
Na	2,36	$3,78 \cdot 10^{-19}$	525	$5,71 \cdot 10^{14}$
Nb	4,3	$6,9 \cdot 10^{-19}$	288	$1,0 \cdot 10^{15}$
Ni	5,35	$8,57 \cdot 10^{-19}$	232	$1,29 \cdot 10^{15}$
Os	5,93	$9,50 \cdot 10^{-19}$	209	$1,43 \cdot 10^{15}$
Pb	4,25	$6,81 \cdot 10^{-19}$	292	$1,03 \cdot 10^{15}$
Pd	5,6	$9,0 \cdot 10^{-19}$	221	$1,4 \cdot 10^{15}$
Pt	5,93	$9,50 \cdot 10^{-19}$	209	$1,43 \cdot 10^{15}$
Rb	2,261	$3,623 \cdot 10^{-19}$	548,4	$5,467 \cdot 10^{14}$
Re	4,72	$7,56 \cdot 10^{-19}$	263	$1,14 \cdot 10^{15}$
Sb	4,7	$7,5 \cdot 10^{-19}$	263	$1,1 \cdot 10^{15}$
Sc	3,5	$5,6 \cdot 10^{-19}$	354	$8,5 \cdot 10^{14}$
Se	5,9	$9,5 \cdot 10^{-19}$	210	$1,4 \cdot 10^{15}$
Si	4,85	$7,77 \cdot 10^{-19}$	256	$1,17 \cdot 10^{15}$
Sn	4,42	$7,08 \cdot 10^{-19}$	281	$1,07 \cdot 10^{15}$
Sr	2,59	$4,15 \cdot 10^{-19}$	479	$6,26 \cdot 10^{14}$
Te	4,95	$7,93 \cdot 10^{-19}$	250	$1,20 \cdot 10^{15}$
Ti	4,33	$6,94 \cdot 10^{-19}$	286	$1,05 \cdot 10^{15}$
U	3,90	$6,25 \cdot 10^{-19}$	318	$9,43 \cdot 10^{14}$
V	4,3	$6,9 \cdot 10^{-19}$	288	$1,0 \cdot 10^{15}$
W	5,22	$8,36 \cdot 10^{-19}$	238	$1,26 \cdot 10^{15}$
Zn	4,3	$6,9 \cdot 10^{-19}$	288	$1,0 \cdot 10^{15}$
Zr	4,05	$6,49 \cdot 10^{-19}$	306	$9,79 \cdot 10^{14}$