

# Obtención experimental de la constante de Stefan-Boltzmann, mediante la temperatura de fusión del cobre

Laura Beatriz Salazar Nieva  
 Universidad Nacional Autónoma de México  
 Laboratorio de Física Contemporánea I

October 4, 2018

## Abstract

Se midió experimentalmente la constante de Stefan-Boltzmann, usando como cuerpo negro un alambre de cobre sin esmalte y pintado de negro con un plumón permanente, del cual se conoce su temperatura de fusión. Obteniendo un valor experimental de  $6.88 \times 10^{-5} \pm 0.79 \times 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{s K}^4 \text{cm}^2}$  el cual es 21% mayor al encontrado en tablas, por lo tanto fue un buen método el que se utilizó en este trabajo.

## 1 Introducción

En 1879 J. Stefan encontró experimentalmente que la energía emitida por un cuerpo negro (cuerpo que absorbe todas las longitudes de onda y emite en todas las longitudes de onda debido a su temperatura) es proporcional a la temperatura del cuerpo a la cuarta, sin embargo fue hasta 1884 que se demostró teóricamente por L. Boltzmann, pero no se consideró la repartición espectral de la emisión de cuerpo negro, la cual fue explicada por Planck.[2].

A continuación se explicará brevemente el origen de la Ley de Stefan-Boltzmann, sin las correcciones de Planck. Para ver más detalladamente esta deducción véase [3].

### 1.1 Deducción teórica de la Ley de Stefan-Boltzmann

Se considera a un cuerpo negro a temperatura  $T$ , el cual tiene una cavidad vacía en equilibrio termodinámico, lo cual implica que la radiación dentro de la cavidad es homogénea, isotrópica y despolarizada, entonces la densidad de energía es de la forma:

$$\rho(\vec{K}, \alpha, \vec{r}, T) = \rho(k, T) \quad (1)$$

donde  $k$  es el número de onda. Entonces la energía almacenada por la radiación dentro de la cavidad debe de ser:

$$E = V \int_0^\infty I(\nu, T) d\nu \quad (2)$$

Con  $I(\nu, T) d\nu$  la energía de radiación por unidad de volumen con frecuencia entre  $\nu$  y  $d\nu$ . Y se define a la energía de radiación por unidad de volumen  $u(T)$  como la integral en 2. y se define la presión de radiación como:

$$P = \frac{1}{3} u(T) \quad (3)$$

Además termodinamicamente la radiación puede verse como un gas de fotones, por tanto podemos expresar su entropía en función de la presión de radiación y posteriormente usar el potencial de acción de Helmholtz, para finalmente determinar:

$$u(T) = u_0 T^4 \quad (4)$$

Donde  $u_0$  es una constante a determinar. Posteriormente se utiliza el teorema de Kirchhoff el cual establece la condición de equilibrio entre la energía emitida por la diferencial de área de un cuerpo a temperatura  $T$  en forma de radiación electromagnética y la potencia por área de la radiación en equilibrio incidente en la misma diferencial de área y recordando que el cuerpo negro es aquel que absorbe toda radiación, llegando a que la energía radiada por el cuerpo por unidad de área y por unidad de tiempo está dada por:

$$J(T) = \frac{c}{4} u_0 T^4 \quad (5)$$

donde  $\frac{c}{4}u_0$  es la constante de Stefan-Boltzmann la cual tiene un valor de  $5.67 \times 10^{-5} \frac{erg}{sK^4cm^2}$  [1], entonces la constante de Stefan-Boltzmann esta dada por:

$$\sigma = \frac{P}{AK^4} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta P}{AK^4} - \frac{P\delta A}{A^2K^4}\right)^2} \quad (6)$$

En este caso la potencia está dada por la orriente y el voltaje, es importante mencionar que el experimento realizado durante este trabajo es justo el modelo contrario al utilizado para deducir la ley de Stefan-Boltzmann es justo lo contrario, es decir el cuerpo negro está dentro de una cavidad al vacío lo cual puede generar diferencias entre las dos áreas superficiales(la de la cavidad y la del cuerpo negro), causando errores en la medición de la constante.

## 2 Metodología Nuevamente falta un párrafo donde se explique el objetivo: En este trabajo se realizó la medición de la constante de Stefan-Boltzmann utilizando bla bla bla...

Se montó el arreglo experimental de la figura 1. Dentro del tubo(2) conectado a la bomba de vacío(1) se encuentra un alambre de cobre de diámetro de  $160 \pm 10\mu m$  amarrado a un pivote y a un extremo del tubo; se determinó la longitud del alambre, al comprobar la continuidad del circuito(tapa-alambre-pivote-tapa) con el multímetro(3), se encontró que la longitud idonea para realizar las mediciones era de  $26 \pm 2cm$  más 10cm para amarrarlo, se cortaron 24 alambres del largo mencionado, posteriormente se les quitó el esmalte con ayuda de una vela y una lija de agua para finalmente pintarlo con un plumón negro.

Para cada alambre se verificó la continuidad, en caso de quedar muy largo el alambre se desenroscó al menos una de las tapas de tal forma que el multímetro(3) marque continuidad al primer contacto del pivote con la tapa de abajo del tubo, evitando de esta forma que el alambre de cobre estuviera muy tenso o muy laxo. plomada

La fuente de voltaje(5) se conectó al tubo, para pasarle corriente al alambre y de esta forma calentarlo por efecto Joule, se aumentó el voltaje hasta que la corriente marcó 0A, momento en el cual el alambre se rompió. Para determinar correctamente la corriente y el voltaje pasando por el alambre se conectó el multímetro(4) en serie para medir la corriente y el mutímetro(6) en paralelo para medir el voltaje. Es importante encender labomaba de vacío previo a pasar corriente por el circuito.

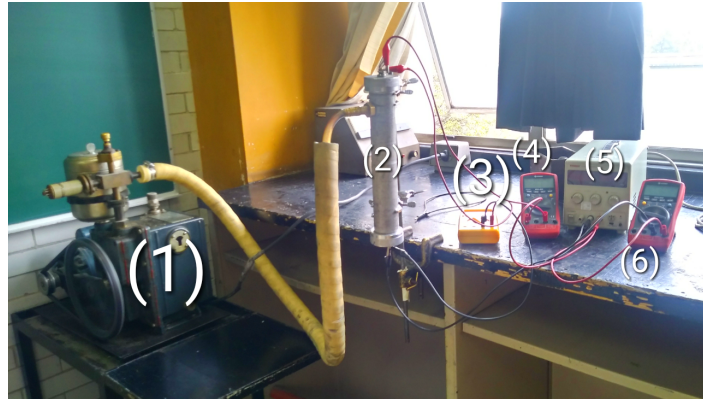


Figure 1: Sistema experimental utilizado para medir la constante de Stefan-Boltzmann.

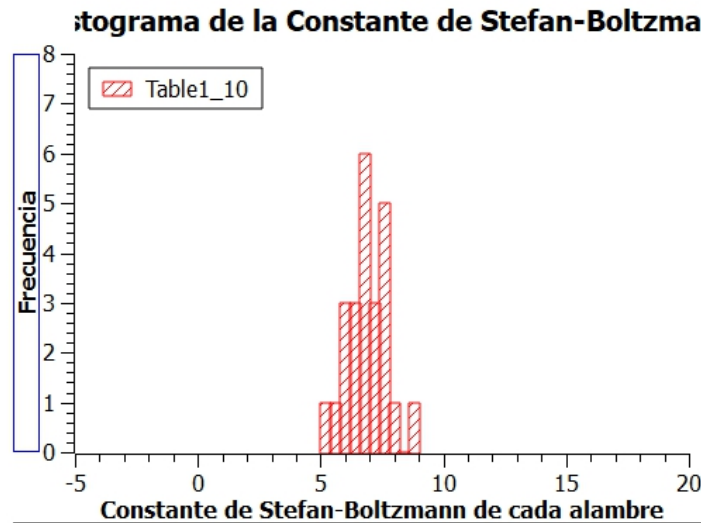
Para cada uno de los alambres se grabó las mediciones de la fuente de voltaje y de los multímetros para posteriormente analizar los videos con el programa Tracker y ver cuadro por cuadro para determinar correctamente el voltaje y corriente crítico.

## 3 Resultados y Análisis

En el anexo 1 se encuentra la tabla 1 donde se muestran los voltajes, corrientes, áreas, errores asociados a las áreas, constante de Boltzmann y error asociado(se usó como error de la corriente y el voltaje, la máxima diferencia de los valores medidos entre los multímetros y la fuente) de la constante de Stefan Boltzmann obtenidos con cada uno de los alambres, con los valores de la constante se hizo un análisis estadístico, el cual se observa en la figura 2.

Nótese que el valor promedio cae en el intervalo de la moda, por lo cual se puede tomar la desviación estándar como la incertidumbre de la medida, sin embargo se hizo un segundo cálculo de la incertidumbre a partir de el análisis estadístico de los valores de corriente y voltaje, para calcular directamente la incertidumbre a partir de la ecuación (6), dando un valor de  $0.26 \times 10^{-5} \frac{erg}{sK^4cm^2}$ , el cual es menor que la desviación estándar, por lo cual se usó el primer valor mencionado.

En la figura 3 se encuentran los histogramas con los valores promedios y su desviación estándar correspondientes al voltaje



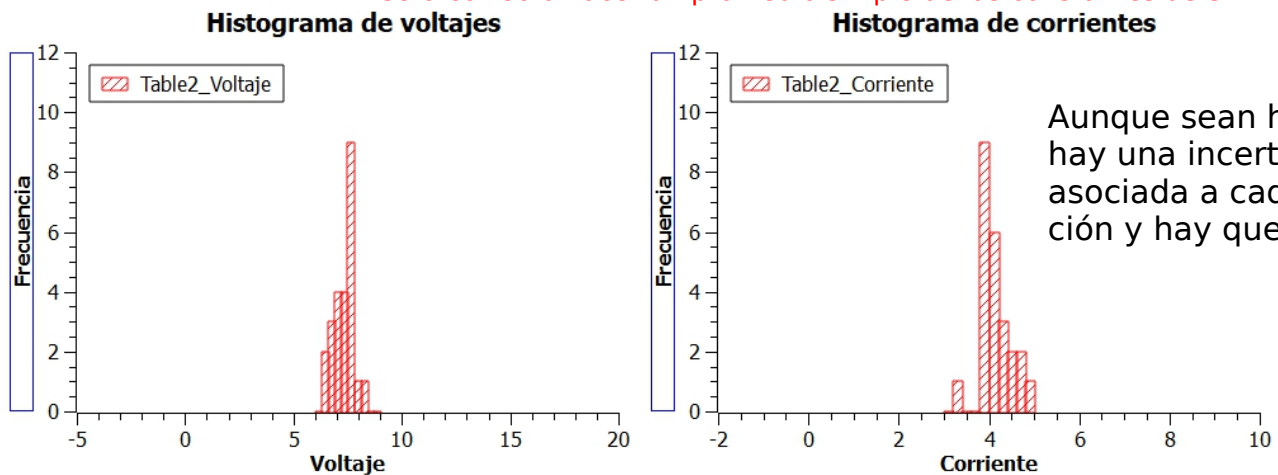
Al hacer una gráfica así, siempre es muy conveniente graficar  $\sigma_{\text{medido}} - \sigma_{\text{promedio}}$ , de suerte tal que la gaussiana esté centrada en 0.

Me surge un poco la duda: ¿Qué estoy viendo aquí? Son todas las mediciones? Qué es eso de frecuencia?

Figure 2: Histograma de la constante de Stefan Boltzmann, el valor promedio más la desviación estándar es  $6.88 \times 10^{-5} \pm 0.79 \times 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{sK}^4 \text{cm}^2}$ .

y la corriente.

Me parece interesante que la constante de Stefan-Boltzmann si tiene una distribución normal, y el voltaje y la corriente no. Será que faltaron mediciones? o así va la tendencia de esas mediciones. De ser así entonces, será correcto hacer un promedio simple de las constantes de SB??



Aunque sean histogramas hay una incertidumbre asociada a cada medición y hay que ponerla.

Figure 3: El valor promedio más la desviación estándar del voltaje fue de  $7.32 \pm 0.45 \text{ V}$  para la corriente el valor promedio más la desviación estándar fue de  $4.13 \pm 0.33 \text{ A}$ .

Por tanto el valor obtenido para la constante de Stefan-Boltzmann fue de  $6.88 \times 10^{-5} \pm 0.79 \times 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{sK}^4 \text{cm}^2}$  valor que es un 21% mayor al valor dado en tablas, esto se debió a las inhomogeneidades del alambre de cobre lo cual provocó que no se fundiera al mismo tiempo, es decir se creo una única ruptura. Sin embargo el alambre 17 se rompió en dos partes, cosa que sugiere que este alambre si se calentó homogéneamente, en el Anexo 1 se ve que el valor de la constante de Boltzmann para este alambre es de  $6.16 \times 10^{-5} \pm 0.38 \times 10^{-5} \frac{\text{erg}}{\text{sK}^4 \text{cm}^2}$  el cual se acerca más al valor reportado en tablas.

## 4 Conclusión

En conclusión la constante de Stefan-Boltzmann es una constante no fundamental, que depende de constantes fundamentales, ya ue la obtención experimental de esta depende en gran medida de la geometría del cuerpo negro, lo cual puede producir variaciones uy grandes y por lo cual es recomendable tener una gran cantidad de datos para hacer estadística, en el caso de este trabajo eel alambre de cobre tiene inhomogeneidades a todo lo largo, las cuales llegan a variar de alambre a alambre. Por tanto se propone aumentar la estadística al usar por lo menos 3 materiales más, siendo el diámetro mínimo.

Creo que las gráficas que pusiste te daban para hacer otro tipo de conclusión. Lo que yo concluiría, como ya lo mencioné arriba, no es sobre tipos de materiales (como yo les había comentado), sino sobre el número de mediciones para comprobar la tendencia de los histogramas 3 y4.

## References

- [1] V.Gusev, Yuri.(2014)On the integral law of thermal radiation.Russian Journal of Mathematical Physics.pp21
- [2] Montambaux,Gilles.(2018) Generalized Stefan-Boltzmann law.Université Paris-Sud.Orsay.Francia
- [3] Romero Rochín, Víctor.(2010)Apuntes de Termodinámica del cuerpo negro y la Ley de Stefan-Boltzmann.
- [4] JCGM100.(2010)Guide to the expression of uncertainty in measurement.

## 5 Anexo 1

Table 1: Constante de Stefan-Boltzmann obtenida para cada uno de los 24 alambres medidos.

Volts	Ampere	$\sigma = \frac{erg}{sK^4cm^2}$	$A = cm^2$	$\delta A = cm^2$	$\delta\sigma = \frac{erg}{sK^4cm^2}$
7.75	4.70	1.22	0.13	8.74e-05	9.93e-06
6.54	4.87	1.22	0.13	7.64e-05	9.61e-06
7.66	3.84	1.38	0.14	6.22e-05	1.40e-06
6.72	4.28	1.38	0.14	6.09e-05	4.37e-06
6.47	4.02	1.06	0.12	7.20e-05	4.77e-06
6.99	3.99	1.30	0.14	6.27e-05	2.90e-06
7.41	3.96	1.38	0.14	6.21e-05	2.30e-06
6.96	3.89	1.38	0.14	5.73e-05	1.64e-06
6.84	3.97	1.30	0.14	6.10e-05	2.69e-06
7.70	4.40	1.30	0.14	7.62e-05	6.61e-06
7.57	3.84	1.22	0.13	6.97e-05	2.52e-06
7.55	4.38	1.30	0.14	7.44e-05	6.32e-06
7.62	4.10	1.22	0.13	7.49e-05	4.72e-06
8.30	3.86	1.30	0.14	7.20e-05	2.28e-06
7.17	3.34	1.30	0.14	5.38e-05	2.05e-06
7.71	4.03	1.30	0.14	6.99e-05	3.54e-06
6.62	4.14	1.30	0.14	6.16e-05	3.82e-06
7.23	3.89	1.22	0.13	6.74e-05	2.81e-06
8.05	4.42	1.30	0.14	8.00e-05	7.09e-06
7.27	4.06	1.30	0.14	6.64e-05	3.57e-06
7.64	4.17	1.30	0.14	7.16e-05	4.66e-06
7.02	4.27	1.30	0.14	6.74e-05	5.04e-06
7.25	4.61	1.30	0.14	7.51e-05	7.87e-06
7.70	3.83	1.26	0.13	6.84e-05	2.16e-06

Al mandar un trabajo, es importante que le des una leída. Si bien no pasa nada que te comas letras, o que te comas interlineados (o los agregues donde no), habla muy bien de ti que revises antes y evites esto. Le da formalidad a tu trabajo y a todo lo que hagas.