

Efecto Faraday: cálculo de la constante de Verdet

Torres Revuelta Mariana Esther

Universidad Nacional Autónoma de México

marianatr.97@ciencias.unam.mx

Laboratorio de Física Moderna 1, Edificio de Física, Facultad de Ciencias

Resumen

Se calculó la constante de Verdet para 7 supuestas muestras cristalinas empleando 2 láseres de luz de longitudes de onda diferente. Este cálculo experimental se llevó a cabo mediante la medición del campo magnético, corriente y ángulo de giro en un polarizador de cada cristal siendo expuestos a la fuente de luz monocromática. Se utilizaron un generador de campo magnético que varía en relación al suministro de corriente al igual que una fotocelda para detectar los mínimos de intensidad ya que cada ojo percibe la luz de diferente manera. Se obtuvieron que los 7 cristallitos aparentemente no son del mismo material y que el generador de campo magnético tiene un campo magnético inicial"; es decir, que se agrega a cada medición obtenida.

Y los valores??

1. Introducción

Para comenzar el escrito, Michael Faraday no es tan conocido por realizar contribuciones fundamentales a la teoría electromagnética de la luz. En 1845 descubrió que un campo magnético influye sobre un haz de luz polarizada, fenómeno conocido como efecto Faraday o efecto magneto-óptico. Es decir, que encontró que el plano de vibración de la luz polarizada linealmente que incide en un trozo de cristal giraba cuando se aplicaba un campo magnético en la dirección de propagación. Faraday fue un caso atípico en la historia de la física ya que su formación era muy elemental; sin embargo, las leyes de la electricidad y el magnetismo cuentan con el descubrimiento empírico de la inducción magnética. La ley de inducción de Faray dio pauta a la invención del dinamo que fue precursora del generador eléctrico. Así mismo, explicó la electrólisis en términos de fuerzas eléctricas e introdujo conceptos como campo y líneas de fuerza que son fundamentales en la comprensión de las interacciones electromagnéticas así como en la mecánica clásica. Faraday en 1821 repitió el experimento de Oersted con una aguja imantada en diversos puntos alrededor de un hilo con corriente, deduciendo así que, el hilo estaba rodeado por una serie infinita de líneas de fuerza circulares y concéntricas. Para 1831, Michael consiguió producir corriente eléctrica a partir de una acción magnética, fenómeno conocido como inducción electromagnética y se utiliza con el fin de generar electricidad a gran escala en las centrales eléctricas. [1]

1.1. Efecto magneto-óptico

Como se mencionó previamente, otro de los fenómenos descubiertos por Faraday y no tan popular, es el de la influencia de un campo magnético sobre un haz de luz polarizada que se conoce como **efecto Faraday** o **efecto magneto-óptico**. A lo cual, Michael tenía curiosidad por saber si los imanes afectaban a los fe-

nómenos ópticos. En 1845 comprobó que si un haz de luz polarizado linealmente atraviesa un cierto material al que se aplica un campo magnético en la dirección de propagación de la luz, se observa un giro en el plano de polarización de la luz. Y lo más interesante es, que Faraday en una conferencia en la Royal Institution especuló que la luz podría ser algún tipo de perturbación que se propaga a lo largo de las líneas de campo. [1]

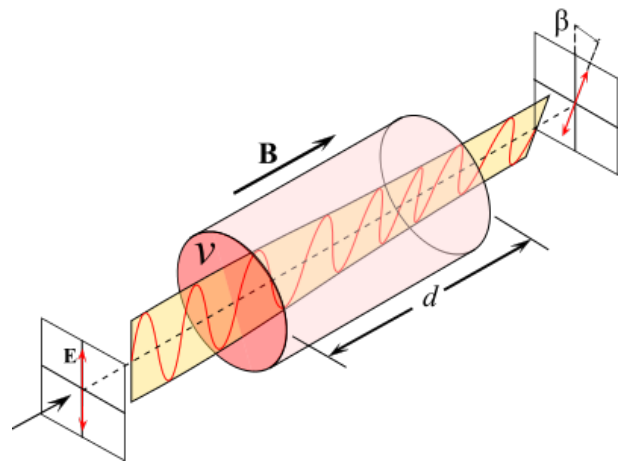


Figura 1. Se puede apreciar una onda electromagnética que se encuentra linealmente polarizada en el plano ortogonal al de transmisión. De igual modo, se muestra que el campo magnético va en la dirección de propagación de la onda atravesando una muestra de cierta longitud. Mientras se propaga la onda en el medio, la polarización gira debido al campo magnético en el que está sujeto. [4]

El efecto Faraday trabaja con rotación del estado de polarización de la luz mediante la transmisión de la luz en un medio. Este efecto puede aplicarse en moduladores espaciales de luz magneto-ópticos (MOSLMs). Este fenómeno es resultado de la transferencia de momento angular entre fotones y momentos magnéticos de materia magnetizada. Así mismo, se puede describir usando conceptos clásicos o cuánticos. Si se piensa

en el sistema clásico, luz linealmente polarizada puede considerarse como la superposición de luz circularmente polarizada izquierda (LHCP) y derecha (RHCP). De este modo, la diferencia en las componentes de LHCP y RHCP definen el ángulo del plano de polarización. Por tanto, cuando la luz ilumina algún material, el momento angular asociada a las componentes de la polarización circular generará que las partículas cargadas del material roten el estado de polarización. [3]

1.2. Descripción del efecto [2]

Como se muestra en la figura 1. el plano de polarización se halla representado por la superficie sobre la que oscila la componente del campo eléctrico de la onda electromagnética. Durante el trayecto a través de la muestra, el plano de polarización va girando y emerge del medio propagador con un ángulo de giro respecto a su dirección original. El ángulo está dado por la ecuación (1.1).

$$\Delta\theta = V \int_0^X \vec{H} \cdot d\vec{x} = V H X \quad (1.1)$$

donde \vec{H} es el campo magnético aplicado, \vec{x} es un vector cuya dirección es misma que la del haz de luz que atraviesa la muestra y cuya magnitud X es igual a la longitud del camino óptico en la muestra. Finalmente V es una constante asociada a cada sustancia, en particular esta constante recibe el nombre de *constante de Verdet* que depende de la longitud de onda de la luz y de la temperatura del material. El estudio teórico del efecto Faraday involucra a la teoría cuántica de la dispersión incluyendo los efectos del campo magnético sobre los niveles atómicos o moleculares; sin embargo, para materiales no magnéticos se puede emplear la ecuación (1.1).

Previamente se mencionó que la polarización lineal se puede ver en términos de las polarizaciones circulares LHCP y RHCP. La rotación óptica del plano de polarización de un haz de luz que atraviesa el medio es explicada por el hecho de que alguna de las componentes del campo eléctrico \vec{E} atraviesa el material más lentamente que la otra provocando un desfaseamiento.

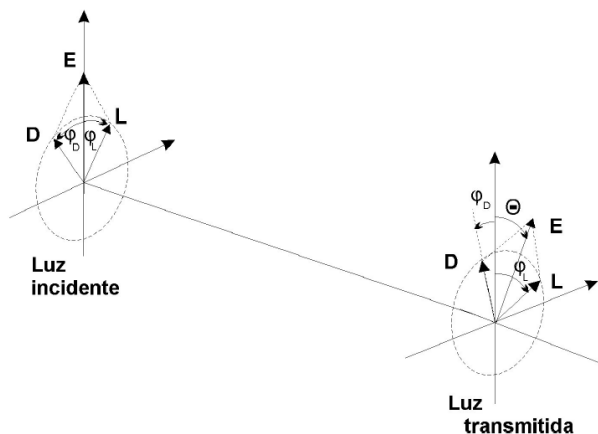


Figura 2. Al incidir un haz de luz linealmente polarizado, se puede describir su polarización en términos de las polarizaciones circulares izquierda (LHCP) y derecha

(RHCP). Al transmitirse dentro de una muestra, ambas componentes no tendrán la misma velocidad de propagación en el medio por lo que se desfazarán. Al salir del medio, se puede apreciar un ángulo mostrando que ambas componentes ya no están en fase y por ende la dirección de la polarización lineal está girada. [2,p.p. 477]

El hecho de que las componentes LHCP y RHCP viajen a distinta velocidad dentro de una muestra es debido a que hay 2 índices de refracción distintos entre sí n_d y n_l (recordando que el índice de refracción está relacionado con la velocidad de la luz en el medio). Debido a los 2 índices de refracción, se tienen 2 caminos ópticos: uno para cada componente RHCP y LHCP; tal que dicho camino óptico está descrito por $\Delta = n_l l$. En particular, se reescalan los caminos ópticos para trabajar el largo de la muestra X en términos de longitudes de onda agregando el factor 2π cuando un haz de luz cambia de medio, por lo que los ángulos de incidencia y de transmisión de la onda electromagnética están descritos por las ecuaciones (1.2) y (1.3) respectivamente.

$$\phi_d = 2\pi n_d \times \frac{X}{\lambda} \quad (1.2)$$

$$\phi_l = 2\pi n_l \times \frac{X}{\lambda} \quad (1.3)$$

De este modo, el ángulo de giro se puede ver en términos de los ángulos incidente y transmitido a manera que $\theta = \frac{1}{2}(\phi_l - \phi_d)$ por lo que el ángulo de giro en términos del espesor de la muestra se expresa en la ecuación (1.4).

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \left(2\pi \times \frac{X}{\lambda} \right) (n_l - n_d) \quad (1.4)$$

Cabe recalcar que existe un fenómeno en el que el índice de refracción depende de la longitud de onda, probablemente más popularizado por ser la portada de un disco de Pink Floyd, cuyo nombre es "dispersión". El hecho de que la luz blanca se disperse es debido a las diferentes frecuencias de la luz mediante su relación de dispersión ($\nu = \frac{c}{\lambda}$); el fin de $n_l - n_d$ es calcular las relaciones de dispersión para las 2 frecuencias que están relacionadas con los índices de refracción.

Pensando en que se está trabajando con campos magnéticos, se podría aproximar a un efecto Zeeman clásico donde los electrones de la muestra giran en órbitas circulares orientadas al azar. Es decir, que el movimiento circular establece un movimiento de precesión alrededor del campo H ... con ello se podría pensar en trabajar con la frecuencia de Larmor $\nu_L = \frac{eH}{4\pi m}$ donde e es la carga y m la masa del electrón. Dado que los electrones se encuentran girando con una frecuencia de ν_L , las componentes de la luz circularmente polarizada LHCP y RHCP estarán girando con frecuencias $(\nu \pm \nu_L)$. Asociando una de estas frecuencias a cada componente como $n_i = n(\nu \pm \nu_L)$ la diferencia en las relaciones de dispersión $n_l - n_d$ queda como función de la frecuencia como se muestra en la ecuación (1.5).

$$n_l - n_d = n(\nu + \nu_L) - n(\nu - \nu_L) = 2n\nu_L \quad (1.5)$$

Aproximando la ecuación (1.5) al primer término en una expansión en serie de potencias donde la diferencia entre relaciones de dispersión es proporcional a la

Lo de disco de Pink Floyd no es propio de ponerse en un artículo. Si querías una referencia del estilo, hubieras hablado de Newton

dependencia del índice de refracción con la frecuencia, la ecuación se puede ver como la ecuación (1.6)

$$n_l - n_d \approx 2\nu_L \frac{dn}{d\nu} \quad (1.6)$$

Sustituyendo la ecuación (1.6) en la ecuación (1.1), dejando explícita la frecuencia de Larmor, sucede que el ángulo de giro se puede reescribir se muestra en la ecuación (1.7).

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \left(2\pi \times \frac{X}{\lambda} \right) 2 \left(\frac{eH}{4\pi m} \frac{dn}{d\nu} \right) \quad (1.7)$$

Así mismo, como la relación de dispersión indica que $\nu = \frac{c}{\lambda}$, al desarrollar $\frac{dn}{d\nu} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\nu}$ sucede que la ecuación (1.7) se reescribe en términos de la longitud de onda de tal manera que $\frac{d\lambda}{d\nu} = \frac{\lambda^2}{c}$

$$\Delta\theta = XH \left(\frac{e}{2m} \right) \left(\frac{\lambda}{c} \right) \frac{dn}{d\lambda} \quad (1.8)$$

De la ecuación (1.8) en comparación con la ecuación (1.1) se puede ver que existe una similitud; de la ecuación (1.8), la constante de Verdet es $V = \left(\frac{e}{2m} \right) \left(\frac{\lambda}{c} \right) \frac{dn}{d\lambda}$. Sin embargo, en el laboratorio no se pueden emplear empíricamente la carga y masa del electrón, así como la longitud de onda del láser utilizado, porque no hay certeza de que el valor dado por el fabricante es correcta, y la relación de dispersión del índice de refracción con la longitud de onda no se conoce para el cristalito. Por ende, se debe calcular en términos de variables que si son medibles en el sistema de referencia del laboratorio. Por lo cual, se propone que el cálculo de la constante de Verdet sea en base a la variación del ángulo de giro (la diferencia entre el ángulo incidente y transmitido), el campo magnético aplicado para dicho ángulo y la longitud de la muestra por la que el haz de luz deberá pasar. [478]

$$V = \frac{\Delta\theta}{HX} \quad (1.9)$$

En este trabajo se emplea la ecuación (1.9) para calcular la constante de Verdet para 7 muestras cristalinas (o que aparentemente lo son) con la finalidad de poder predecir si están hechas del mismo material. Así mismo, se compararon los datos obtenidos para 2 longitudes de onda diferentes dado que, como previamente se ha mencionado, la constante depende de la longitud de onda del haz de luz que se transmite dentro de una muestra.

Bien!

2. Metodología Experimental y Análisis de Datos

Se sometieron 7 muestras cristalinas proporcionadas por el laboratorio de Física Moderna 1, cada objeto se encontraba dentro de un cilindro de acrílico para evitar ensuciar las superficies del cristalito. Cabe recalcar que, habría que considerar que los cristalitos se encuentran bajo estrés debido a que probablemente estén

siendo comprimidos en las aristas más largas (las que se pueden definir como la altura de un prisma). Por lo que el cálculo de la constante de Verdet lleva errores asociados a la muestra; de igual manera, es necesario conocer el campo magnético en el que se encuentra inmerso el objeto bajo estudio. En primer lugar, se procedió a calibrar el aparato que proporcionaba campo magnético en términos de la corriente que se le suministraba externamente. El daigrama experimental se muestra en la figura 2.

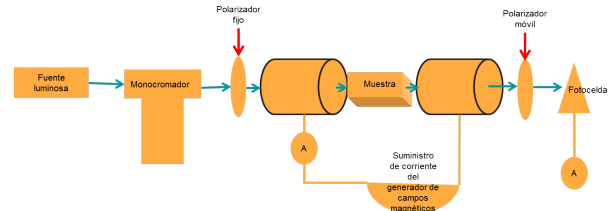


Figura 2. Diagrama experimental para poder calcular la constante de Verdet mediante el uso de campos magnéticos, corriente suministrada al generador de campos y el ángulo de giro de un polarizador.

Esta calibración recabó datos cada 0.5 A a partir del 0.5A hasta 5A; se obtuvieron 10 datos a los que se les ajustó una recta por mínimos cuadrados como se muestra en la figura 1. teniendo así una ecuación que relaciona corriente y campo magnético dada por la expresión (2.1). La conexión de los instrumentos fue conectar en serie el generador de campo magnético, el suministro de corriente y un amperímetro; a pesar que el aparato que suministra corriente indica el valor que proporciona de corriente, es más de fiar medir la corriente que está percibiendo el generador de campo magnético.

$$H = kI + H_o \quad (2.1)$$

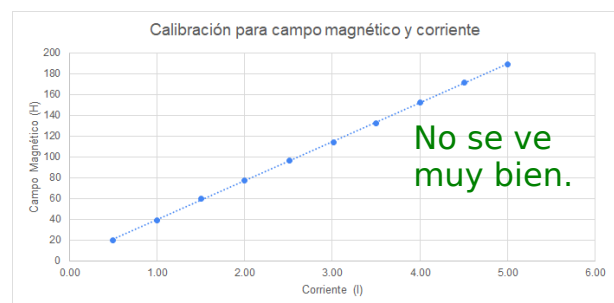


Figura 3. Recta de calibración obtenida en relación al campo magnético y la corriente ajustada mediante mínimos cuadrados. Así mismo, la ecuación obtenida del ajuste fue la ecuación (2.2) **Unidades!!!!**

$$H = (37.398 \pm 0.186)I + 2.042 \pm 0.577 \quad (2.2)$$

De igual modo, para trabajar con un haz de luz que permitiese manipular el cambio de orientación al plano de polarización, lo que se hizo fue trabajar con un haz de luz monocromada (diodos láser aunque muchos de estos emisores de luz por radiación estimulada suelen estar polarizados) de longitud de onda $\lambda \approx 638\text{nm}$ (rojo) y $\lambda \approx 533\text{nm}$ (verde). Al haz de luz que era emitida, se le hacía pasar por un polarizador fijo posteriormente pasaba por el cristalito a lo largo de la muestra, después sobre un polarizador móvil para finalmente ser percibido por una fotocelda. Esta fotocelda entregaba

un valor de corriente para la intensidad de luz que percibía; de tal modo que permitía obtener el mínimos de intensidad.

Para las muestras estudiadas, se les hicieron mediciones cada 1A desde 0A (o lo próximo) hasta 5A; es decir, 6 mediciones para cada uno de los 7 cristallitos. De igual modo, se trataron con dos longitudes de onda, lo interesante es que 2 de los cristallitos coinciden en la constante de Verdet calculada por ajuste de mínimos cuadrados. Hay que recordar que la pendiente obtenida está relacionada con el largo del cristallito así como con su respectiva constante de Verdet por medio de la relación $V = \frac{m}{l}$ donde además H es el campo magnético en mili Teslas $[H] = mT$, la longitud del cristallito en metros $[l] = m$

$$\Delta\theta = V l H + \theta_o \quad (2.3)$$

Las ecuaciones que se obtuvieron por mínimos cuadrados para cada cristallito para el láser verde se enumeran de la ecuación (2.4) a la ecuación (2.10) graficadas en la figura 4.

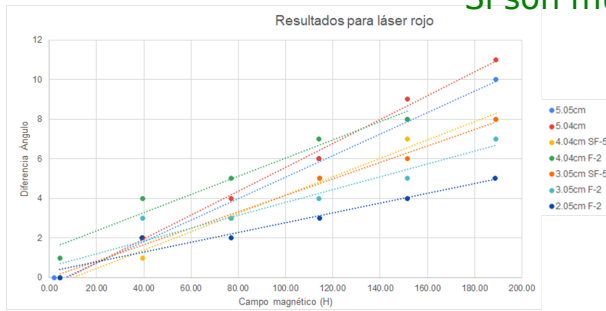


Figura 4. Se muestran las 7 rectas que ajustan los respectivos datos para cada cristallito habiendo empleado un láser cuya longitud de onda se encuentra en el intervalo del rojo; de tal manera que sus ecuaciones son para el cristallito de largo:

- Para el cristallito de 5.05cm de largo, su ecuación correspondiente es la (2.4).

$$\Delta\theta = (0.054 \pm 0.003)H + (-0.349 \pm 0.332) \quad (2.4)$$

- Para el cristallito de 5.04cm de largo, su ecuación correspondiente es la (2.5).

$$\Delta\theta = (0.060 \pm 0.002)H + (-0.446 \pm 0.221) \quad (2.5)$$

- Para el cristallito de 4.04cm de largo con etiqueta SF-5, su ecuación correspondiente es la (2.6).

$$\Delta\theta = (0.046 \pm 0.002)H + (-0.446 \pm 0.265) \quad (2.6)$$

- Para el cristallito de 4.04cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.7).

$$\Delta\theta = (0.046 \pm 0.003)H + (-0.201 \pm 0.389) \quad (2.7)$$

- Para el cristallito de 3.05cm de largo con etiqueta SF-5, su ecuación correspondiente es la (2.8).

$$\Delta\theta = (0.042 \pm 0.002)H + (0.004 \pm 0.228) \quad (2.8)$$

- Para el cristallito de 3.05cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.9).

$$\Delta\theta = (0.032 \pm 0.005)H + (0.563 \pm 0.555) \quad (2.9)$$

- Para el cristallito de 2.05cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.10).

$$\Delta\theta = (0.025 \pm 0.003)H + (0.301 \pm 0.323) \quad (2.10)$$

De igual modo se experimentó con láser cuya longitud de onda se encuentra en el intervalo del rojo, ajustando una recta por mínimos cuadrados y graficándolas en la figura . Sus respectivas ecuaciones se encuentran enumeradas de la ecuación (2.11) a la ecuación (2.17) graficadas en la figura 5.

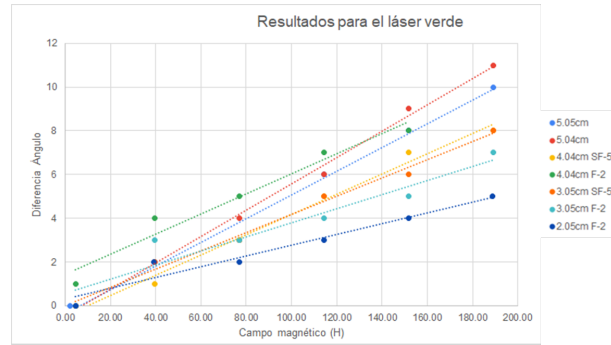


Figura 5. Se muestran las 7 rectas que ajustan los respectivos datos para cada cristallito habiendo empleado un láser cuya longitud de onda se encuentra en el intervalo del verde; de tal manera que sus ecuaciones son para el cristallito de largo:

- Para el cristallito de 5.05cm de largo, su ecuación correspondiente es la (2.11).

$$\Delta\theta = (0.021 \pm 0.005)H + (-0.841 \pm 0.567) \quad (2.11)$$

- Para el cristallito de 5.04cm de largo, su ecuación correspondiente es la (2.12).

$$\Delta\theta = (0.053 \pm 0.005)H + (-0.954 \pm 0.600) \quad (2.12)$$

- Para el cristallito de 4.04cm de largo con etiqueta SF-5, su ecuación correspondiente es la (2.13).

$$\Delta\theta = (0.038 \pm 0.006)H + (-0.807 \pm 0.527) \quad (2.13)$$

- Para el cristallito de 4.04cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.14).

$$\Delta\theta = (0.029 \pm 0.006)H + (0.094 \pm 0.678) \quad (2.14)$$

- Para el cristallito de 3.05cm de largo con etiqueta SF-5, su ecuación correspondiente es la (2.15).

$$\Delta\theta = (0.026 \pm 0.005)H + (-0.859 \pm 0.612) \quad (2.15)$$

- Para el cristallito de 3.05cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.16).

$$\Delta\theta = (0.035 \pm 0.004)H + (0.265 \pm 0.403) \quad (2.16)$$

- Para el cristallito de 2.05cm de largo con etiqueta F-2, su ecuación correspondiente es la (2.17).

$$\Delta\theta = (0.012 \pm 0.009)H + (1.834 \pm 1.079) \quad (2.17)$$

3. Resultados

Se encontró que para el láser verde, se obtuvo una gráfica comparativa como se muestra en la figura 6, donde para los cristales del mismo largo 3.05cm pero con etiquetas SF-5 y F-2, son los valores máximo y mínimo encontrados para esa sesión de laboratorio y láser de color verde. Se puede inferir que, debido a la diferencia entre ambas constantes, ambos cristallitos están hechos de diferentes materiales. De igual manera para los cristallitos de 4.04cm, en el caso del láser verde, difieren únicamente en 0.02 por lo que se podría inferir que ambos cristallitos con etiquetas SF-5 y F-2 están hechos del mismo material. La diferencia entre ambas constantes de Verdet puede surgir en la falta de precisión al momento de medir el ángulo de giro con el polarizador móvil debido a la resolución del instrumento. En muchas ocasiones, aunque el polarizador se encontraba entre 2 unidades (entre 77° y 78° se tomaba el valor entero por debajo de la medida ya que era el valor que si estaba siendo medido, en este caso se tomaba 77°.

No se ve muy bien, las letras tanto de los resultados como de las gráficas son muy pequeñas, debes checar eso, pero las gráficas están bien.

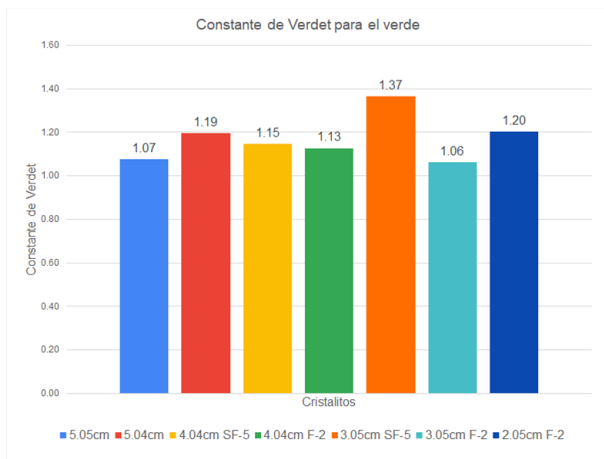


Figura 6. En esta imagen se muestran las constantes de Verdet obtenidas para el láser color verde; se encuentran en el intervalo de 1.06 a 1.37 habiendo obtenido la máxima constante de Verdet para el cristalito de 3.05cm de largo con etiqueta SF-5 en comparación con el otro cristalito, cuyo largo es el mismo pero con etiqueta F-2. Se puede decir que debido a la diferencia entre ambas constantes, el material de ambos cristalitos no es el mismo.

En la figura 7 se muestra una gráfica comparativa para las constantes de Verdet encontradas para el láser color rojo. Lo primero de notar es que el láser de color rojo no tiene el mismo alcance que el de color verde debido a la longitud de onda. De este modo, el color rojo es más complicado de percibir por el ojo humano que el color verde; aunado a que la corriente percibida por el amperímetro para encontrar el mínimo de intensidad no tenía la suficiente resolución para poder encontrar el mínimo. Esto debido a que, cuando se buscaba el mínimo para el color rojo, las corrientes eran tan pequeñas que el detector medía la misma corriente habiendo girado el polarizador significativamente; es decir, alrededor de 2 grados.

Ciertamente se mantiene un factor constante que es que el cristalito de mayor longitud, su constante de Verdet es de las menores de todos los cristalitos.

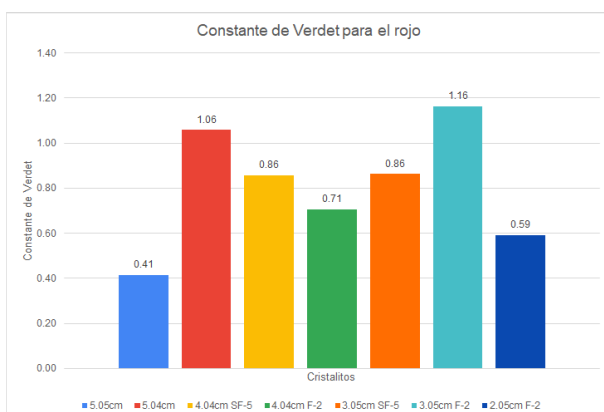


Figura 7. En esta imagen se muestra el contraste entre las constantes de Verdet que, nuevamente, debido a la dependencia con la longitud de onda, no es necesario que se asemejen a las del láser verde. Sin embargo, en esta ocasión los 2 cristales que tenían constantes de Verdet cercanas en el verde, en esta ocasión difieren casi en 0.2 a lo cual no se parecen. Lo más interesante es que los dos cristalitos con etiqueta SF-5 tienen la misma constante de Verdet para el láser rojo.

4. Conclusiones

Lo que es de notar es que para cada cristalito, en efecto, la constante de Verdet si depende de la longitud de onda de la fuente de luz con la que se está trabajando. Así mismo, no serviría hacer una comparación entre las constantes dado que la obtención de los datos obtenidos para esta práctica se tomaron en 2 sesiones diferentes; es decir, las condiciones en las que se llevaron a cabo los experimentos no fueron las mismas. De igual manera, en la teoría se mencionó que la constante de Verdet también dependía de la temperatura de la muestra; por lo que un punto muy importante a considerar es para los equipos próximos en repetir este experimento que midan con un termómetro ambiental la temperatura a la que estaban realizando las mediciones.

De igual modo, si se llegaron a hacer las mediciones para las 2 longitudes de onda bajo las mismas condiciones ambientales, se debe considerar que la constante depende de la longitud de onda como se muestra en la ecuación (1.8). Por lo tanto, tampoco es recomendable hacer una comparación para 2 longitudes de onda diferentes entre sí; lo que sí se podría hacer es una comparación entre dos láseres de potencias diferentes de misma longitud de onda (preferentemente el verde por tener un mayor alcance y porque la variación en el ángulo de giro es mayor). Parte relevante que se podría considerar para este experimento es que el láser debe tener potencia suficiente para que, aún pasando por 2 polarizadores, la potencia percibida por la fotocelda sea tal que haya una diferencia significativa de al menos 1° .

Así mismo, si es que llegasen a ser del mismo material, hay que recordar que el cristalito no es de forma cilíndrica por lo que el estrés al que está sometido podría afectar en el arreglo tridimensional que lo compone por lo que es razonable que las constantes difieran. Sin embargo, en cuanto a una generalización de los datos obtenidos para las constantes de Verdet, se puede concluir que los cristalitos no son del mismo material.

5. Referencias

1. Beléndez, Augusto (2015). *Faraday y la teoría electromagnética de la luz*. Revista Open-Mind, Tema de Ciencia, Física. Consultado el 11 de Octubre de 2019 en: <https://www.bbvaopenmind.com/ciencia/grandes-personajes/faraday-y-la-teoria-electromagnetica-de-la-luz/>, p.p. 1-4.
2. S. Galindo y S. Cruz (2002). *Aparato para la medición del efecto Faraday*. Revista Mexicana de Física **48** (5) p.p. 475-484. Consultado el 14 de Octubre de 2019 en: https://www.researchgate.net/publication/253456800_Aparato_para_la_medicion_del_efecto_Faraday, p.p. 475-478.

3. Soheia Kharratian, Hakan Urey, Mehmet C. Onbash (2019). *Advanced Materials and Device Architectures for Magneto-optical Spatial Light Modulators*. Consultado el 13 de Octubre de 2019 en: <https://arxiv.org/abs/1909.07494>, p.p. 1.
4. Imagen obtenida de internet vía [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a5/Faraday_effect.svg/400px-Faraday_effect.svg.png)
[thumb/a/a5/Faraday_effect.svg/400px-Faraday_effect.svg.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/a/a5/Faraday_effect.svg/400px-Faraday_effect.svg.png)
5. Philip R. Bevington, D. Keith Robinson (2003). *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill, Nueva York, U.S.A., p.p. 98-116. (113 del pdf)

6. Anexos

Para poder hacer una regresión lineal, existen diferentes métodos para obtener una recta; en particular el método más socorrido es el de mínimos cuadrados. Para obtener por mínimos cuadrados una función lineal del estilo $f(x) = mx + b$ que en particular para este reporte se debían calcular las ecuaciones (2.1) y (2.3) respectivamente. En base a la referencia [5], se hará el cálculo para obtener los coeficientes de la ecuación (2.1), el procedimiento se sigue de manera análoga para los 28 coeficientes de las ecuaciones que se obtienen de la ecuación (2.3) pero para cada cristalito. Es necesario calcular los siguientes factores para poder hacer el ajuste por mínimos cuadrados, la ecuación a ajustar es la ecuación (2.1) que se renombra como (6.1).

$$H = kI + H_o \quad (6.1)$$

Cálculo de la desviación para los datos obtenidos experimentalmente de la variable dependiente, considerando el número de datos como $N = 10$; además $\sigma_i^2 = H_i$, así como para que se puedan calcular los coeficientes se necesita que $\Delta \neq 0$.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-2} \sum (H_i - \bar{H})^2 = \frac{1}{10-2} \sum (H_i - 105)^2 = \frac{1}{8} (28902) = 3612.75 \quad (6.2)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{I_i^2}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{I_i^2}{\sigma_i^2} - \left(\sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} \right)^2 = (0.15)(0.72) - (0.26)^2 = 0.041 \neq 0 \quad (6.3)$$

El cálculo para la pendiente se puede apreciar en la ecuación (6.4) donde la constante es una relación de cambio entre el campo magnético y la corriente medida.

$$k = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \sum \frac{1}{\sigma_i^2} & \sum \frac{H_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{I_i H_i}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \left(\sum \frac{1}{\sigma_i^2} \sum \frac{I_i H_i}{\sigma_i^2} - \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{H_i}{\sigma_i^2} \right) = \frac{(0.15)(27.53) - (0.26)(10)}{0.041} \quad (6.4)$$

Análogo al cálculo de la ordenada al origen que es el campo magnético inicial a considerar se puede apreciar en la ecuación (6.5) tal que

$$H_o = \frac{1}{\Delta} \begin{vmatrix} \sum \frac{H_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} \\ \sum \frac{I_i H_i}{\sigma_i^2} & \sum \frac{I_i^2}{\sigma_i^2} \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \left(\sum \frac{H_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{I_i^2}{\sigma_i^2} - \sum \frac{I_i}{\sigma_i^2} \sum \frac{I_i H_i}{\sigma_i^2} \right) = \frac{(10)(0.72) - (0.26)(27.53)}{0.041} \quad (6.5)$$

Finalmente el cálculo de la incertidumbre para la pendiente k y la ordenada al origen H_o

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{\Delta} \sum \frac{1}{\sigma_i^2}} = 0.186 \quad (6.6)$$

$$\sigma_{H_o} = \sqrt{\frac{1}{\Delta} \sum \frac{I_i^2}{\sigma_i^2}} = 0.577 \quad (6.7)$$

De tal modo que la ecuación (6.4) para calcular la pendiente regresa un valor de $m = 37.398$, una ordenada al origen de $b = 2.042$; el valor puede variar dependiendo del número de decimales al que se redondeen. Esta ordenada al origen la puedo asociar al campo magnético terrestre... aunque el campo magnético terrestre es del orden de decimas de militeslas; por lo que también le puedo asociar a cierta histéresis magnética del aparato de medición.