

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Отчёт по курсовой работе

по дисциплине "Теория принятия решений"

Работу выполнил:

Поздняков А.А.

Группа:

5130904/00104

Преподаватель:

Черноруцкий И.Г.

Санкт-Петербург
2023

Содержание

1. Введение	3
2. Обзор литературы	3
3. Цель и предмет данного исследования	5
4. Разработка трёхтерминового FR алгоритма	5
4.1. Свойство спуска нового метода	5
4.1.1. Теорема	6
4.2. Глобальная сходимость предлагаемого метода	6
4.2.1. Теорема	7
5. Результаты экспериментов и обсуждения	7
6. Вывод	11
7. Благодарность	11
Список литературы	12

Реферат

При восстановлении изображений часто ставится цель вернуть высококачественную версию изображения из его более низкокачественной копии. В данной статье мы рассмотрим один вид задачи восстановления, а именно восстановление фотографий, заслоненных шумами в цифровых изображениях (иногда известных как "соль и перец"). Когда они подвергаются воздействию шума различных частот и интенсивностей (30, 50, 70, 90). В данной работе мы использовали алгоритм сопряженных градиентов для восстановления изображений и удаления из них шумов. Мы разработали алгоритм сопряженных градиентов с тремя ограничениями, используя сопряженное условие Дая и Ляо, где новый алгоритм достиг условий спуска и глобальной сходимости при некоторых предположениях.

Согласно результатам численного анализа, недавно созданный подход безусловно превосходит как метод Флетчера и Ривза (FR), так и трехтерминовый метод Флетчера и Ривза (TTFR). Используется мера структурной схожести (SSIM), которая применяется для измерения качества изображения, и чем выше ее значение, тем лучше результат. Исходное изображение сравнивалось со всеми зашумленными изображениями, а также каждым изображением в соответствии с процентом шума, а также изображениями, обработанными четырьмя методами.

1. Введение

Техники сопряженных градиентов представляют собой мощное семейство алгоритмов безусловной оптимизации, обладающих отличными локальными и глобальными свойствами сходимости, используя при этом небольшое количество памяти. Они также являются быстрыми и эффективными. Исследователи продолжают проявлять сильный интерес к свойствам сходимости и простоте представления алгоритмов в компьютерных программах за последние 50 лет и до настоящего дня. Недавно многие ученые изучают техники сопряженных градиентов, особенно два типа методов сопряженных градиентов, которые недавно привлекли наибольшее внимание. В первом методе используются условия секущей, которые включают вторичную информацию из целевой функции.

2. Обзор литературы

Согласно некоторым исследователям, безусловная оптимизация может быть рассмотрена как задача поиска минимизационного решения для реальной функции $F(\chi)$.

$$\min_{\chi \in R^n} F(\chi) \quad (1)$$

где $F(\chi)$ - это функция, которая может быть дифференцируемой хотя бы один раз см. [1]—[3]. Задачу (1) можно решить с помощью алгоритмов сопряженных градиентов (CG), основанных на итерационной связи, показанной в:

$$\chi_{k+1} = \chi_k + \alpha_k d_k \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

где α_k , длина шага в точном или неточном линейном поиске, вычисляется, когда уравнение является нелинейным, используя следующее соотношение:

$$F(\chi_k + \alpha_k d_k) = \min_{a \geq 0} F(\chi_k + a d_k) \quad (3)$$

d_k является направлением поиска и определено как:

$$d_1 = -\nabla F_1 \quad k = 1$$

$$d_{k+1} = -\nabla F_{k+1} + \beta_k d_k \quad k \geq 1 \quad (4)$$

∇F_{k+1} - это вектор-матрица, представляющая выход градиента. В методе CG есть параметр с именем β_k . В некоторых алгоритмах сопряженных градиентов включены следующие параметры, и эти техники всегда удовлетворяют условию адекватного спуска, где мы вычисляем β_k с направлением поиска d_{k+1} . Вот несколько алгоритмов сопряженных градиентов, включающих следующие параметры: $d_1 = -\nabla F_1$, $y_k = \nabla F_{k+1} - \nabla F_k$.

$$\beta_k^{FR} = \frac{\nabla F_{k+1}^T \nabla F_{k+1}}{\nabla F_k^T \nabla F_k} [4]; \quad \beta_k^{PRP} = \frac{y_k^T \nabla F_{k+1}}{g_k^T g_k} [5]; \quad \beta_k^{HS} = \frac{y_k^T \nabla F_{k+1}}{\nabla F_k^T d_k} [6];$$

$$\beta_k^{DL} = \frac{y_k^T \nabla F_{k+1} - \nabla F_{k+1}^T s_k}{\nabla F_k^T d_k} [7],$$

см. [8]—[15]. Существуют три номинальные модальности сопряженных градиентов, предложенные Чжангом [16]. Для параметров FR, Полака-Рибьера (PR) и Хестенса-Штифеля (HS) была предложена три номинальная модальность сопряженных градиентов. Эти три подхода последовательно выполняют свойство спуска, и следующим образом должно направляться поиск для некоторых методов три номинала сопряженных градиентов:

1. FR Трехтерминовый метод

$$d_{k+1} = -\nabla F_{k+1} + \beta^{FR} d_k - \theta_k^{(1)} \nabla F_{k+1}$$

$$\text{where } \theta_k^{(1)} = \frac{d_k^T \nabla F_{k+1}}{\nabla F_k^T \nabla F_k}$$

2. PR Трехтерминовый метод

$$d_{k+1} = -\nabla F_{k+1} + \beta^{PRP} d_k - \theta_k^{(1)} \nabla F_{k+1}$$

$$\text{where } \theta_k^{(1)} = \frac{d_k^T \nabla F_{k+1}}{\nabla F_k^T \nabla F_k}$$

3. HS Трехтерминовый метод

$$d_{k+1} = -\nabla F_{k+1} + \beta^{HS} d_k - \theta_k^{(1)} \nabla F_{k+1}$$

$$\text{where } \theta_k^{(1)} = \frac{d_k^T \nabla F_{k+1}}{d_k^T y_k}$$

Заметим, что данные методы удовлетворяют $d_k^T \nabla F_k = -\|\nabla F_k\|^2 < 0, \forall k$,

что означает, что $c = 1$ является достаточным условием для спуска. При изучении сходимости и применении метода CG исследователю часто требуется точное и неточное направление исследования, такие как сильные условия Вульфа. Сильные условия Вульфа предполагают нахождение α_k такого, что

$$F(\chi_k + \alpha_k d_k) \leq F(\chi) + n1\alpha_k \nabla F_k^T d_k \quad (5)$$

$$|d_k^T \nabla F_k(\chi_k + \alpha_k d_k)| \leq -n2 d_k^T \nabla F_k \quad (6)$$

где $0 \leq n_1 \leq n_2 \leq 1$ - это постоянная, установленная в соответствии с работой Вейджуна и Ли [17].

3. Цель и предмет данного исследования

В данной статье мы разработали новый алгоритм сопряженных градиентов для решения проблем с зашумленными изображениями:

- Достигнуть минимальной возможной ошибки по сравнению с другими методами в том же поле.
- Получить значение индекса структурной схожести (SSIM), близкое к 1, чтобы продемонстрировать эффективность нового разработанного алгоритма.
- Фильтрация зашумленных изображений с высокой точностью по сравнению с остальными используемыми в данной статье алгоритмами.

4. Разработка трёхтерминового FR алгоритма

В этой части статьи мы улучшаем трёхтерминовый метод Флетчера и Ривза (TTFR), находя новое значение для λ с использованием сопряженного условия Дая и Ляо, где мы получили

$$d_{k+1} = -\lambda \nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} d_k - \theta_k \nabla F_{k+1}$$

в зависимости от сопряженного условия Дая и Ляо $y_k^T d_{k+1} = -t s_k^T \nabla F_{k+1}$ значение $\lambda \leq 0$, and $t = 1$ мы находим значение θ_k^{NEW} [7],

$$y_k^T d_{k+1} = -\lambda y_k^T \nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} y_k^T d_k - \theta_k y_k^T \nabla F_{k+1} = -s_k^T \nabla F_{k+1}$$

$$\theta_k y_k^T \nabla F_{k+1} = -\lambda y_k^T \nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} y_k^T d_k + s_k^T \nabla F_{k+1}$$

$$\theta_k^{NEW} = -\lambda + \beta_k^{FR} \frac{y_k^T d_k}{y_k^T \nabla F_{k+1}} + \frac{s_k^T \nabla F_{k+1}}{y_k^T \nabla F_{k+1}} \quad (7)$$

$$d_{k+1} = -\nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} d_k - \theta_k^{NEW} \nabla F_{k+1} \quad (8)$$

План:

В следующем разделе мы подробно опишем этапы нового алгоритма:

Этап 1: пусть x_0 - начальная точка, где $\varepsilon \geq 0$, $k = 0$, а затем находим $d_0 = -\nabla F_0$.

Этап 2: используя условия Вульфа (5), (6), находим значение шага α_k .

Этап 3: если $\|\nabla F_{k+1}\| < \varepsilon$, то завершаем, в противном случае вычисляем x_{k+1} из (2).

Этап 4: вычисляем направление поиска из (7), (8) и β_k^{FR} .

Этап 5: устанавливаем $k = k + 1$ и переходим к Этапу 2.

4.1. Свойство спуска нового метода

В данном разделе мы докажем достаточное свойство спуска нового алгоритма, используя параметр FR и подставив новое значение для θ_k^{NEW} в (7). Свойство достаточного градиента методов сопряженных градиентов записывается как

$$\nabla F_{k+1}^T d_{k+1} \leq -c \|\nabla F_{k+1}\|^2 \text{ for } k \geq 0 \text{ and } c > 0 \quad (9)$$

где свойство достаточных пропорций важно для доказательства эффективности предложенного алгоритма.

4.1.1. Теорема

Для доказательства достаточного свойства спуска предложенного нового алгоритма мы берем направление поиска, найденное в (8) с параметром β_k^{FR} , а также значение θ_k , определенное в (7), и получаем (2) для всех значений $k \geq 1$ с использованием (5) и (6).

Доказательство: мы используем математическую индукцию для доказательства свойства спуска

- пусть $k = 0$, тогда $d_0 = -\nabla F_0 \rightarrow \nabla F_0^T d_0 = -\|\nabla F_0\|^2 < 0$
- предположим, что отношение $\nabla F_k d_k < 0$ справедливо для всех k
- умножим обе стороны уравнения (8) на ∇F_{k+1} , тогда уравнение (9) верно для $k = k + 1$.
Имеем:

$$\nabla F_{k+1}^T d_{k+1} = -\nabla F_{k+1}^T \nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} \nabla F_{k+1}^T d_k - \theta_k^{NEW} \nabla F_{k+1}^T \nabla F_{k+1}$$

$$\nabla F_{k+1}^T d_{k+1} = -\nabla F_{k+1}^T g_{k+1} (1 + \theta_k^{NEW}) + \beta_k^{FR} \nabla F_{k+1}^T d_k$$

Если $\theta_k^{NEW} \geq 0$, тогда

$$\nabla F_{k+1}^T d_{k+1} < -\nabla F_{k+1}^T \nabla F_{k+1} (1 + \theta_k^{NEW}) + \beta_k^{FR} \nabla F_{k+1}^T d_k$$

$$\nabla F_{k+1}^T d_{k+1} < 0$$

таким образом, новое и улучшенное свойство спуска успешно показано

4.2. Глобальная сходимость предлагаемого метода

Теперь мы докажем сходимость нового и известного модифицированного алгоритма в (7) и (8) с параметром β_k^{FR} FR. Это будет сделано с использованием уравнения для направления нашей работы. Для исследования сходимости вновь предложенного метода нам необходимо начать с следующих предположений.

ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ (1)

Будут сделаны следующие предположения относительно цели общей области (соответствующей области).

- $Q = \{\chi \in R^n : F(\chi) \leq F(\chi_0)\}$ Это ограниченное множество в первичной области и замкнутое.
- Функция соответствующей области или области значений дифференцируема и непрерывна в определенных N областях множества q , и ее производные являются липшицевыми непрерывными. Кроме того, непрерывное поведение функции соответствующей области или области значений можно увидеть в ее производных. Это указывает на наличие фиксированного значения, известного как $D > 0$, и его определение следующее:

$$\|\nabla F(\chi) - \nabla F(\Upsilon)\| \leq D \|\chi - \Upsilon\| \quad \forall \chi, \Upsilon \in N$$

- Функция области F является выпуклой функцией, которая равномерно выпукла, где g - константа, целое число, которое обеспечивает изменчивость, например,

$$(\nabla F(\chi) - \nabla F(\Upsilon))^T (\chi - \Upsilon) \geq \mu \|\chi - \Upsilon\|^2, \text{ for any } \chi, \Upsilon \in Q$$

Используя предположение (1), с другой стороны, мы находим положительную константу B в следующем виде:

$$\|\chi\| \leq B, \forall \chi \in Q$$

$$\underline{\gamma} \leq \|\nabla F(\chi)\| \leq \bar{\gamma}, \forall \chi \in Q \quad (10)$$

ЛЕММА (1)

Мы используем предположения (1) и (10), которые выполняются при взятии (7) и (8) и использовании строгих условий Вульфа для определения значения длины шага α_k , предполагая, что наши предположения верны, если $\sum_{k>1} \frac{1}{\|d_{k+1}\|^2} = \infty$, имеем

$$\text{we get } \lim_{k \rightarrow \infty} (\inf \|\nabla F_k\|) = 0$$

4.2.1. Теорема

Свойство спуска подтверждает предположение из (1) и (10). Техника сопряженных градиентов, вместе с параметром β_K^{FR} и θ_k , предоставляется уравнением (7), как если бы α_k удовлетворяло условиям сильного Вульфа (WSC) (5) и (6) соответственно. Она равномерно выпукла в области Q , следовательно, функция, уравнение $\lim_{k \rightarrow \infty} \inf \|g_k\| = 0$, удовлетворяет.

Доказательство:

$$\|d_{k+1}\| = \|\nabla F_{k+1} + \beta_k^{FR} d_k - \theta_k^{NEW} \nabla F_{k+1}\|$$

$$\|d_{k+1}\| \leq \|\nabla F_{k+1}\| + \beta_k^{FR} \|d_k\| + \theta_k^{NEW} \|\nabla F_{k+1}\|$$

$$\|d_{k+1}\| \leq \|\nabla F_{k+1}\| (1 + \theta_k^{NEW}) + \frac{\|\nabla F_{k+1}\|^2}{\|\nabla F_k\|^2} \|d_k\|$$

$$\|d_{k+1}\| \leq \left((1 + \theta_k^{NEW}) + \frac{\|\nabla F_{k+1}\|}{\|\nabla F_k\|^2} \|d_k\| \right) \|\nabla F_{k+1}\|$$

$$\sum_{k \geq 1} \frac{1}{\|d_{k+1}\|} \geq \left(\frac{1}{\left((1 + \theta_k^{NEW}) + \frac{\|\nabla F_{k+1}\|}{\|\nabla F_k\|^2} \|d_k\| \right)^2} \right) \frac{1}{\gamma^2} \Sigma \mathbf{1} = \infty$$

используя лемму, представленную ранее, $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\nabla F_k\|$

5. Результаты экспериментов и обсуждения

Изображение обычно искажается из-за шума, возникающего либо в процессе съемки, либо при передаче изображения. Эффективные решения для снижения шума необходимы для достижения более надежных результатов в широком спектре приложений, связанных с изображениями. В данной части статьи мы рассмотрим метод восстановления исходного изображения изнутри изображения, которое было повреждено ложным импульсным шумом. Речь идет об изображении, которое пострадало от ложного импульсного шума. Импульсный шум, который возникает, когда на шум подвергается только малая часть пикселя, является одним из наиболее распространенных типов шума и одним из самых шумных. Из-за шума любая информация о фактических значениях затронутых пикселей полностью уничтожается. Эти трудности считаются одними из самых сложных с точки зрения областей улучшения из-за своих плавных характеристик. Это связано с тем, что сложно найти решение для этих проблем. Особенно

трудно найти решения для несглаженных задач оптимизации из-за того, что многие существующие методы градиента не могут быть применены напрямую. Поэтому необходимо создавать оригинальные алгоритмы или подходы для решения этих трудностей. В этой связи Юань и др. [18]—[21] описывают ряд нелинейных алгоритмов сопряженных градиентов, которые могут использоваться для несглаженных задач оптимизации. Эти методы достигают множество отличных результатов, а также дополнительные результаты могут быть найдены в проблемах с изображениями [22]—[26], и ... Пусть:

$$Y = \{(k, m) \in \Lambda \mid \bar{\xi}_{k,m} \neq \xi_{k,m}, \xi_{k,m} = \delta_{\min} \text{ or } \delta_{\max}\}$$

будет индексным множеством шумовых кандидатов, а x - настоящим изображением с (X, Y) пикселями, $x_{k,m}$ - оттенком серого цвета x в указанной позиции пикселя (k, m) с $(k, m) \in \Lambda = \{1, 2, \dots, X\} \times \{1, 2, 3, \dots, Y\}$, и $\phi_{k,m} = \{(k, m - 1), (k, m + 1), (k - 1, m), (k + 1, m)\}$ будут в окрестности (k, m) , где ξ - это наблюдаемое зашумленное изображение x , искаженное шумом "соль и перец" $\bar{\xi}$ определено как изображение, созданное применением адаптивного медианного фильтра (MED) к зашумленному изображению y , где δ_{\min} указывает минимальное значение шумового пикселя, а δ_{\max} - максимальное значение шумового пикселя. В этом разделе детально рассматриваются следующие вопросы восстановления изображения, определенные как $\min_{\nu} \tau(\nu)$:

Где:

$$\tau(v) = \sum_{(k,m) \in Y} \left\{ \sum_{(x,y) \in \phi_{k,m} \setminus N} \chi(v_{i,j} - \xi_{x,y}) + \frac{1}{2} \sum_{(x,y) \in \phi_{k,m} \cap Y} \chi(v_{k,m} - v_{x,y}) \right\}$$

не трудно понять, что регулярность τ зависит только от χ и что функция Хьюбера определена как потенциальная функция для сохранения границы χ с тем же значением:

$$\chi = \begin{cases} e^2/u, & \text{если } |e| \leq u \\ |e| - 2u, & \text{если } |e| \geq u \end{cases}$$

где $u > 0$. Много полезных результатов относительно τ можно найти (см. [24]—[26]). В этой программе все инструкции выполняются на персональном компьютере с процессором MATLAB R2021b, процессором Intel Core i5 с тактовой частотой 2,4 ГГц, 8,00 гигабайтами оперативной памяти и операционной системой Windows 10. Параметры выбраны как $a = 0,5$, $b = 0,1$, $c = 0,9$ и $d = 0,3$. Условие остановки: $\frac{|\tau(v_{k+1}) - \tau(v_k)|}{|\tau(v_k)|} < 10^{-4}$. Предложенный фильтр (НМ) создан для обработки шума (соль и перец) в цифровых изображениях. При воздействии на изображение шумом с различными коэффициентами (30, 50, 70, 90). Зашумленные изображения были подвергнуты фильтрам (FR, TIFR, а затем медианный фильтр из системы MATLAB) и обработаны для удаления этого шума. Измерять улучшения и сравнивать эффективность предложенной работы кандидата. Изображение (Lena.png) было выбрано, известное в литературе и исследованиях по обработке цифровых изображений. К нему был добавлен шум с различными коэффициентами (30, 50, 70, 90). Изображение было обработано с использованием четырех коэффициентов шума и упомянутых фильтров, а также предложенного фильтра. Результаты представлены в таблице 1. Используйте SSIM, который используется для измерения качества изображения, и чем выше его значение, тем лучше результат. Оригинальное изображение было сравнено со всеми зашумленными изображениями и каждым в соответствии с процентом шума, а также с изображениями, обработанными четырьмя фильтрами. Из таблицы видно, что при коэффициенте шума 30 полученное изображение после обработки шума предложенным фильтром, и его сравнение с оригиналом, дало совпадение с оригинальным изображением, соотношение (0.9600). В то время как обработка фильтрами FR, TIFR и медианным фильтром дала

значения соответственно 0.8853, 0.9168 и 0.6993. То же самое относится к другим коэффициентам шума. При воздействии на изображение с коэффициентом шума 50 результат очищения и сравнения с оригинальным изображением составил 0.9392, при воздействии на изображение с коэффициентом шума 70 результат сравнения с оригинальным изображением составил 0.8946, при воздействии на изображение с коэффициентом шума 90 результат составил 0.7877. Предложенный фильтр сравнивался с другими фильтрами.

Lena						
Noise	original Image	noise Image	HM	FR	TTFR	median filtering
30	1.0000	0.0526	0.9600	0.8853	0.9168	0.6993
50	1.0000	0.0262	0.9392	0.5419	0.8326	0.2321
70	1.0000	0.0138	0.8946	0.0885	0.7397	0.0527
90	1.0000	0.0061	0.7877	0.4311	0.6159	0.0115
Barbara						
Noise	original Image	noise Image	HM	FR	TTFR	median filtering
30	1.0000	0.0959	0.9251	0.8305	0.9118	0.6213
50	1.0000	0.0465	0.8793	0.7180	0.7950	0.2351
70	1.0000	0.0224	0.7997	0.5255	0.6880	0.0587
90	1.0000	0.0081	0.6565	0.4141	0.5678	0.0129

Таблица 5.1

На рисунке 1 показано изображение предлагаемой программы работы, где первый столбец отображает оригинальное изображение. Второй столбец показывает изображение после воздействия шума. Третий столбец показывает изображения после их обработки предложенным фильтром, четвертый столбец показывает обработку фильтром (FR), пятый столбец показывает обработку фильтром TTFR, шестой столбец показывает обработку медианным фильтром (MED) MATLAB. Третий столбец показывает качество отображаемого изображения после его обработки предложенным фильтром и его соответствие оригинальному изображению при обсуждении метрик, упомянутых в вышеуказанной таблице. Для подтверждения результатов и точности предложенного фильтра было введено другое изображение программы, и результаты представлены на рисунке 2.

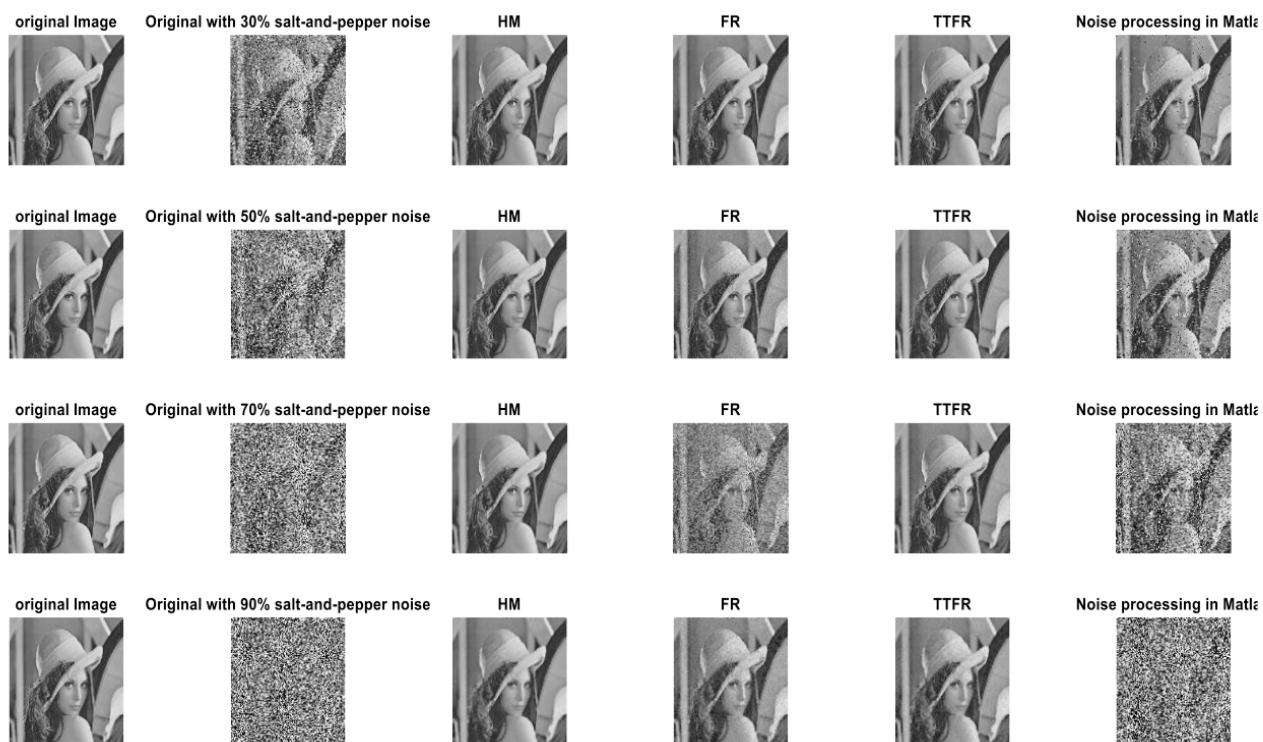


Рисунок 5.1. Сравнение результатов удаления шума (Lena.png) с использованием предложенного фильтра и других фильтров

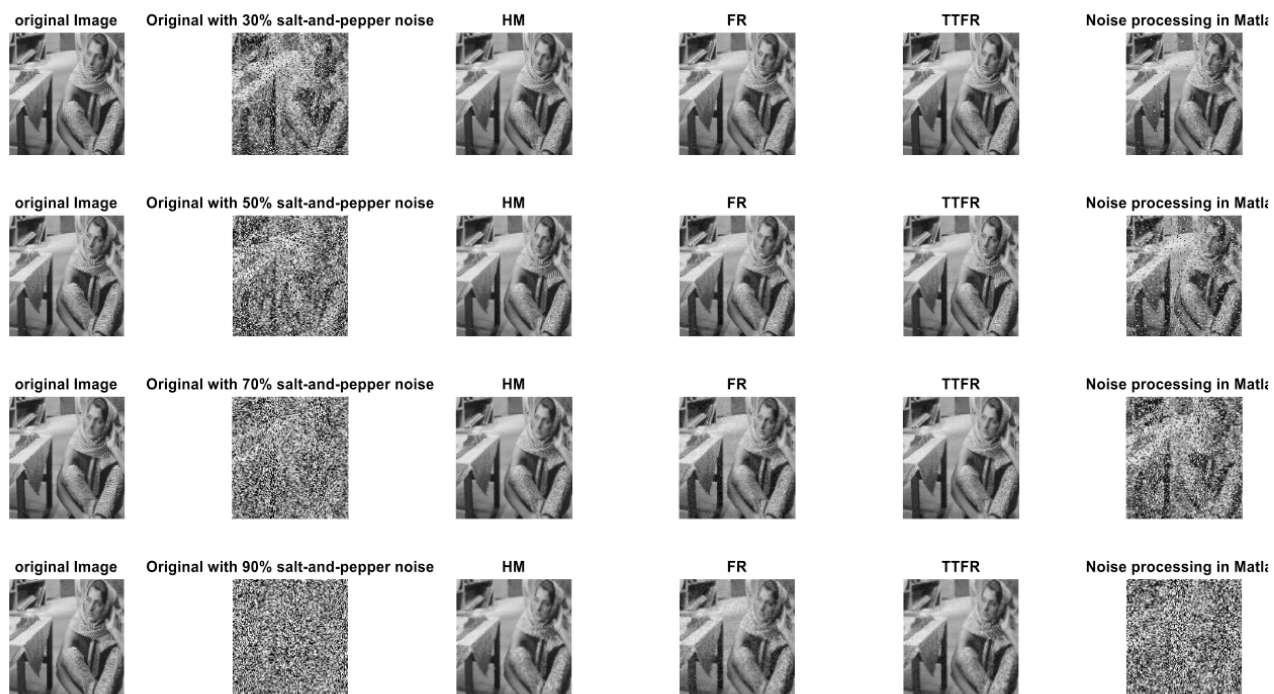


Рисунок 5.2. Сравнение результатов удаления шума (Barbara.png) с использованием предложенного фильтра и других фильтров

6. Вывод

На рисунке 1 показано изображение предлагаемой программы работы, где первый столбец отображает оригинальное изображение. Второй столбец показывает изображение после воздействия шума. Третий столбец показывает изображения после их обработки предложенным фильтром, четвертый столбец показывает обработку фильтром (FR), пятый столбец показывает обработку фильтром TTFR, шестой столбец показывает обработку медианным фильтром (MED) MATLAB. Третий столбец показывает качество отображаемого изображения после его обработки предложенным фильтром и его соответствие оригинальному изображению при обсуждении метрик, упомянутых в вышеуказанной таблице. Для подтверждения результатов и точности предложенного фильтра было введено другое изображение программы, и результаты представлены на рисунке 2.

7. Благодарность

Выражаю благодарность и признание колледжу компьютерных наук и математики, а также колледжу фундаментальных наук университета Мосула.

Список литературы

- [1] Н. М. Khudhur и К. I. Ibraheem, “Metaheuristic optimization algorithm based on the two-step Adams-Bashforth method in training multi-layer perceptrons”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, т. 2, № 4 (116), с. 6—13, апр. 2022, ISSN: 1729-3774. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.254023. url: <http://dx.doi.org/10.15587/1729-4061.2022.254023>.
- [2] К. I. Ibraheem и Н. М. Khudhur, “Optimization algorithm based on the Euler method for solving fuzzy nonlinear equations”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, т. 1, № 4 (115), с. 13—19, февр. 2022, ISSN: 1729-3774. DOI: 10.15587/1729-4061.2022.252014. url: <http://dx.doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252014>.
- [3] A. S. Ahmed, Н. М. Khudhur и М. S. Najmuldeen, “A new parameter in three-term conjugate gradient algorithms for unconstrained optimization”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, т. 23, № 1, с. 338, июль 2021, ISSN: 2502-4752. DOI: 10.11591/ijeecs.v23.i1.pp338-344. url: <http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v23.i1.pp338-344>.
- [4] R. Fletcher, “Function minimization by conjugate gradients”, *The Computer Journal*, т. 7, № 2, с. 149—154, февр. 1964, ISSN: 1460-2067. DOI: 10.1093/comjnl/7.2.149. url: <http://dx.doi.org/10.1093/comjnl/7.2.149>.
- [5] Y. H. Dai и Y. Yuan, “A Nonlinear Conjugate Gradient Method with a Strong Global Convergence Property”, *SIAM Journal on Optimization*, т. 10, № 1, с. 177—182, янв. 1999, ISSN: 1095-7189. DOI: 10.1137/S1052623497318992. url: <http://dx.doi.org/10.1137/S1052623497318992>.
- [6] E. Polak и G. Ribiere, “Note sur la convergence de méthodes de directions conjuguées”, *Revue française d’informatique et de recherche opérationnelle. Série rouge*, т. 3, № 16, с. 35—43, 1969, ISSN: 0373-8000. DOI: 10.1051/m2an/196903r100351. url: <http://dx.doi.org/10.1051/m2an/196903r100351>.
- [7] Y. -. Dai, “New Conjugacy Conditions and Related Nonlinear Conjugate Gradient Methods”, *Applied Mathematics and Optimization*, т. 43, № 1, с. 87—101, янв. 2001, ISSN: 1432-0606. DOI: 10.1007/s002450010019. url: <http://dx.doi.org/10.1007/s002450010019>.
- [8] M. R. Hestenes и E. Stiefel, “Methods of conjugate gradients for solving linear systems”, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, т. 49, № 1, 1952.
- [9] B. Abbas Hassan, “A new formula for conjugate parameter computation based on the quadratic model”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, т. 13, № 3, с. 954, март 2019, ISSN: 2502-4752. DOI: 10.11591/ijeecs.v13.i3.pp954-961. url: <http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v13.i3.pp954-961>.
- [10] B. A. Hassan и M. W. Taha, “A new variants of quasi-newton equation based on the quadratic function for unconstrained optimization”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, т. 19, № 2, с. 701, авг. 2020, ISSN: 2502-4752. DOI: 10.11591/ijeecs.v19.i2.pp701-708. url: <http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v19.i2.pp701-708>.
- [11] B. A. Hassan, H. O. Dahawi и A. S. Younus, “A new kind of parameter conjugate gradient for unconstrained optimization”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, т. 17, № 1, с. 404, янв. 2020, ISSN: 2502-4752. DOI: 10.11591/ijeecs.v17.i1.pp404-411. url: <http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v17.i1.pp404-411>.
- [12] Н. М. Khudhur и К. К. Abbo, “A New Type of Conjugate Gradient Technique for Solving Fuzzy Nonlinear Algebraic Equations”, *Journal of Physics: Conference Series*, т. 1879, № 2, с. 022111, май 2021, ISSN: 1742-6596. DOI: 10.1088/1742-6596/1879/2/022111. url: <http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1879/2/022111>.

- [13] Z. M. Abdullah, H. M. Khudhur и A. Khairulla Ahmed, “Modification of the new conjugate gradient algorithm to solve nonlinear fuzzy equations”, *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, т. 27, № 3, с. 1525, сент. 2022, ISSN: 2502-4752. DOI: 10.11591/ijeecs.v27.i3.pp1525-1532. url: <http://dx.doi.org/10.11591/ijeecs.v27.i3.pp1525-1532>.
- [14] M. Tang, K. j. Wang и Y. Zhang, “A Research on Chaotic Recurrent Fuzzy Neural Network and Its Convergence”, в *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*, IEEE, авг. 2007. DOI: 10.1109/icma.2007.4303626. url: <http://dx.doi.org/10.1109/ICMA.2007.4303626>.
- [15] L. C. W. DIXON, “Conjugate Gradient Algorithms: Quadratic Termination without Linear Searches”, *IMA Journal of Applied Mathematics*, т. 15, № 1, с. 9—18, 1975, ISSN: 1464-3634. DOI: 10.1093/imamat/15.1.9. url: <http://dx.doi.org/10.1093/imamat/15.1.9>.
- [16] K. j. W. M. Tang и Y. Zhang, “A research on chaotic recurrent fuzzy neural network and its convergence”, *International Conference on Mechatronics and Automation*, с. 682—687, 2007.
- [17] L. Zhang и W. Zhou, “Two descent hybrid conjugate gradient methods for optimization”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, т. 216, № 1, с. 251—264, июнь 2008, ISSN: 0377-0427. DOI: 10.1016/j.cam.2007.04.028. url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2007.04.028>.
- [18] G. Yuan, X. Duan, W. Liu, X. Wang, Z. Cui и Z. Sheng, “Two New PRP Conjugate Gradient Algorithms for Minimization Optimization Models”, *PLOS ONE*, т. 10, № 10, Y. Shi, ред., e0140071, окт. 2015, ISSN: 1932-6203. DOI: 10.1371/journal.pone.0140071. url: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0140071>.
- [19] G. Yuan, Z. Meng и Y. Li, “A Modified Hestenes and Stiefel Conjugate Gradient Algorithm for Large-Scale Nonsmooth Minimizations and Nonlinear Equations”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, т. 168, № 1, с. 129—152, июль 2015, ISSN: 1573-2878. DOI: 10.1007/s10957-015-0781-1. url: <http://dx.doi.org/10.1007/s10957-015-0781-1>.
- [20] G. Yuan, Z. Wei и G. Li, “A modified Polak–Ribière–Polyak conjugate gradient algorithm for nonsmooth convex programs”, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, т. 255, с. 86—96, янв. 2014, ISSN: 0377-0427. DOI: 10.1016/j.cam.2013.04.032. url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2013.04.032>.
- [21] X. Jiang, W. Liao, J. Yin и J. Jian, “A new family of hybrid three-term conjugate gradient methods with applications in image restoration”, *Numerical Algorithms*, т. 91, № 1, с. 161—191, март 2022, ISSN: 1572-9265. DOI: 10.1007/s11075-022-01258-2. url: <http://dx.doi.org/10.1007/s11075-022-01258-2>.
- [22] G. Yuan, T. Li и W. Hu, “A conjugate gradient algorithm and its application in large-scale optimization problems and image restoration”, *Journal of Inequalities and Applications*, т. 2019, № 1, сент. 2019, ISSN: 1029-242X. DOI: 10.1186/s13660-019-2192-6. url: <http://dx.doi.org/10.1186/s13660-019-2192-6>.
- [23] G. Yuan, T. Li и W. Hu, “A conjugate gradient algorithm for large-scale nonlinear equations and image restoration problems”, *Applied Numerical Mathematics*, т. 147, с. 129—141, янв. 2020, ISSN: 0168-9274. DOI: 10.1016/j.apnum.2019.08.022. url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.apnum.2019.08.022>.
- [24] J.-F. Cai, R. H. Chan и C. Di Fiore, “Minimization of a Detail-Preserving Regularization Functional for Impulse Noise Removal”, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, т. 29, № 1, с. 79—91, сент. 2007, ISSN: 1573-7683. DOI: 10.1007/s10851-007-0027-4. url: <http://dx.doi.org/10.1007/s10851-007-0027-4>.

- [25] J.-F. Cai, R. Chan и B. Morini, “Minimization of an Edge-Preserving Regularization Functional by Conjugate Gradient Type Methods”, в *Mathematics and Visualization*. Springer Berlin Heidelberg, 2007, с. 109—122, ISBN: 9783540332671. DOI: 10.1007/978-3-540-33267-1_7. url: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-33267-1_7.
- [26] G. Yu, J. Huang и Y. Zhou, “A descent spectral conjugate gradient method for impulse noise removal”, *Applied Mathematics Letters*, т. 23, № 5, с. 555—560, май 2010, ISSN: 0893-9659. DOI: 10.1016/j.aml.2010.01.010. url: <http://dx.doi.org/10.1016/j.aml.2010.01.010>.