

Projektovanje sistema automatskog upravljanja

Laboratorijska vježba broj 2

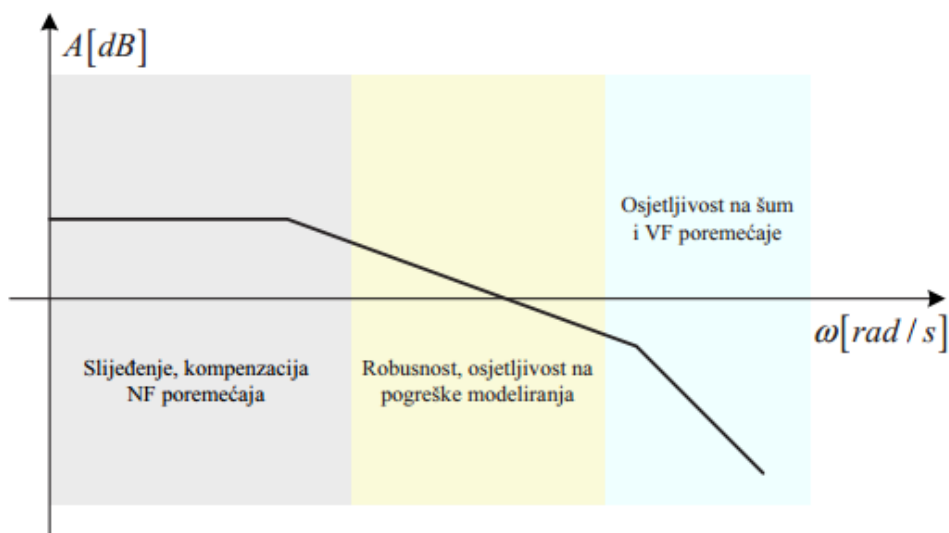
Sinteza LAG i LEAD regulatora koristeći Bodeove dijagrame

Napomene:

1. U zadacima figurišu parametri a i b takvi da je $a = \{0, 1, 2, 3\}$ i $b = \{0, 1, \dots, 9\}$ gdje \overline{ab} označava redni broj dana u mjesecu datuma vašeg rođenja.
2. Samostalnu Izradu zadataka sa Laboratorijske vježbe 2 predati u elektronskom formatu najdalje do 30.11.2020. godine putem e-maila mbrkic@etf.unsa.ba. Naknadno dostavljene izrade neće biti prihvaćene. Izrada laboratorijske vježbe donosi maksimalno 2 boda.

Uvod

U laboratorijskoj vježbi će studenti istražiti korištenje metodologije sinteze *lag* i *lead* kompenzatora koristeći Bodeove dijagrame. Sinteza sistema upravljanja u frekventnom području je jedna od najznačajnijih metoda projektovanja sistema upravljanja. Razlog tome leži u činjenici da frekventna karakteristika serijski povezanih dinamičkih sistema odgovara zbrajanju njihovih frekventnih karakteristika u Bodeovom dijagramu. Kako bi se zadovoljili zahtjevi na sistem upravljanja koji se obično izražavaju pokazateljima kvalitete zatvorenog regulacijskog kruga u vremenskom (preskok, vrijeme porasta, vrijeme smirivanja i sl.) i/ili frekventnom području (širina pojasa propuštanja ω_b , rezonantno izdizanje M_r), potrebno je te zahtjeve na neki način "transformirati" u zahtjeve na frekventnu karakteristiku otvorenog kruga. Okvirna povezanost frekvencijske karakteristike otvorenog kruga s pokazateljima vladanja zatvorenog regulacijskog kruga prikazana je na slici 1.



Slika 1 Bodeov dijagram

Vidljivo je da frekventna karakteristika otvorenog regulacijskog kruga u području niskih frekvencija određuje ponašanje zatvorenog sistema u stacionarnom stanju, odnosno kompenzaciju nisko-frekventnih smetnji. Prelazne

pojave su određene frekventnim karakteristikama na srednjim frekvencijama (oko prelomne frekvencije), dok frekventna karakteristika na visokim frekvencijama određuje osjetljivost sistema na mjereni šum, odnosno visoko-frekvencijske poremećaje.

1. Sinteza *lead* kompenzatora

Lead kompenzator ili korekcijski član s faznim prethođenjem se obično koristi ako je potrebno korigirati frekventnu karakteristiku oko prelomne frekvencije, te na taj način uticati na prelazne pojave u vremenskom domenu. Najčešće se to odnosi na povećanje fazne margine, te se time direktno utiče na iznos preskoka u vremenskom odzivu. Svrha dizajna faznog *lead* kompenzatora u frekventnom domenu općenito je zadovoljenje specifikacija za stabilnost sistema i fazne margine. Također, mogu biti specifikacije za prelomnu frekvenciju ili propusnost zatvorene petlje. Specifikacija fazne margine može predstavljati zahtjev na relativnu stabilnosti zbog čistog vremenskog kašnjenja u sistemu, ili može predstavljati željeni odziv karakteristika koje su prevedene iz vremenskog domena u frekvencijski domen.

Ukupna filozofija u proceduri dizajna je sinteza kompenzatora koji prilagođava Bodeov dijagram fazne karakteristike sistema da bi ostvario željenu faznu marginu na postojećoj prelomnoj frekvenciji, idealno bez ometanja amplitudne karakteristike sistema na toj frekvenciji i bez smanjenje vrijednosti amplitudne karakteristike na nultoj frekvenciji. Neizbježno pomjeranje prelomne frekvencije je funkcija iznosa faznog pomaka koji se mora dodati da se zadovolji zahtjev za faznu marginu. Kako bi fazni *lead* kompenzator radio u tom kontekstu, sljedeće dvije karakteristike su potrebne:

- Bodeova amplitudna kriva (nakon što je zadovoljena specifikacija tačnosti stanja mirovanja) mora proći kroz 0 dB u nekom prihvatljivom opsegu frekvencija
- nekompenzirani fazni pomak na prelomnoj frekvenciji mora biti više negativan od vrijednosti koja je potrebna da zadovolji specifikacije fazne margine (inače, nije potrebna kompenzacija)

Ako se kompenzacija obavlja jednostepenim kompenzatorom, onda iznos za koji se fazna kriva mora podignuti na prelomnu frekvenciju da bi zadovoljila specifikaciju fazne margine mora biti manji od 90° , a općenito je ograničen na maksimalnu vrijednost u opsegu 55° - 65° . Višestepena kompenzacija se može koristiti, prema istom postupku kao što je prikazano u nastavku. Višestruki nivoi su potrebni kada iznos za koji se Bodeova fazna kriva mora podignuti prelazi dostupni fazni pomak za jednostepenu kompenzaciju.

Prelomna frekvencija i propusnost za *lead* kompenzirane sisteme će biti viši nego za zadani sistem (čak i kad je zadovoljena specifikacija za grešku u stacionarnom stanju) tako da će sistem imati brži odziv u vremenskom domenu. Brži odziv može biti prednost u mnogim aplikacijama, ali nedostatak široke propusnosti je taj što će sistem propustiti više šuma i ostalih signala visokih frekvencija (često neželjeni). Manja propusnost će također pružiti veću robusnost (rezervu stabilnosti) kada sistem ima nemodeliranu visoko frekventnu dinamiku. Dakle, tu je kompromis između mogućnosti praćenja brzih promjena referentnih signala i mogućnosti odbijanja visokofrekventnih smetnji.

1.1 Procedura dizajna *lead* kompenzatora

1.1.1 Struktura *lead* kompenzatora

Osnovni kompenzator faznog prethodjenja (*lead*) sadrži pojačanje, jedan pol i jednu nulu. Specifična struktura kompenzatora je:

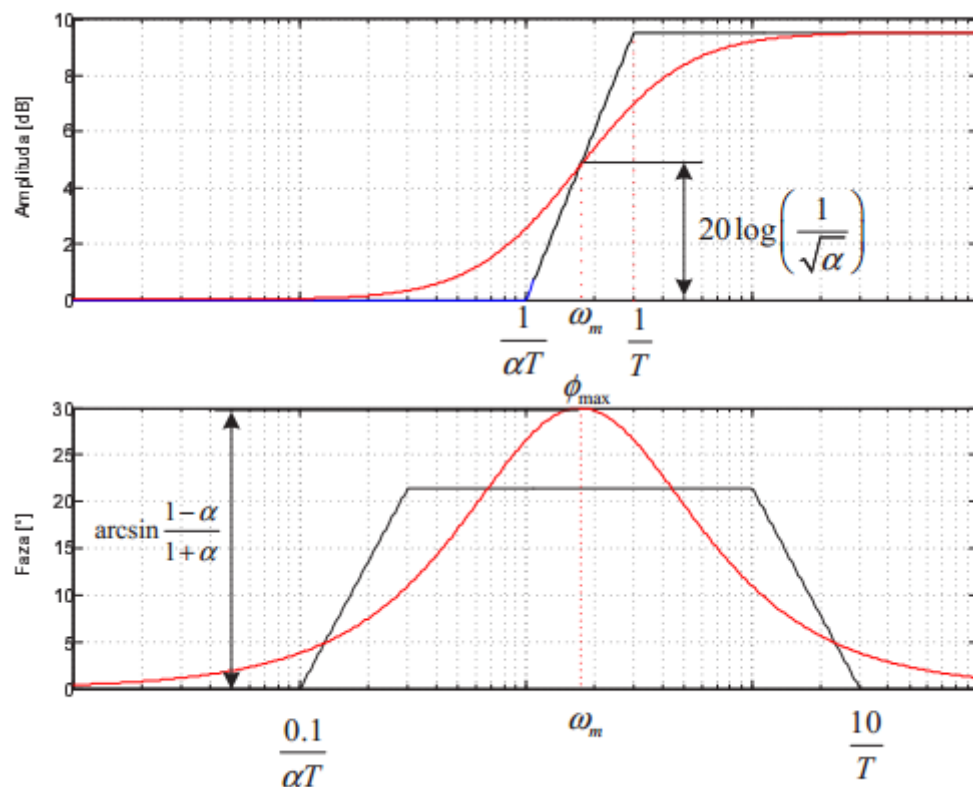
$$G_{c_lead}(s) = K_c \left[\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)} \right]$$

$$= K_c \frac{(s/z_c + 1)}{(s/p_c + 1)} = K_c \frac{(\tau s + 1)}{(\alpha \tau s + 1)}$$

gdje je

$$z_c > 0, \quad p_c > 0, \quad \alpha \triangleq \frac{z_c}{p_c} > 1, \quad (z_c > p_c), \quad \tau = \frac{1}{z_c} = \frac{1}{\alpha p_c}.$$

Slika 2 prikazuje Bodeove dijagrame amplitudne i fazne karakteristike tipičnog *lead* kompenzatora.



Slika 2 Frekvencijska karakteristika *lead* kompenzatora, tj. korekcijskog člana s faznim prethodjenjem

Promjena pojačanja samo pomiče amplitudnu karakteristiku za $20 \cdot \log_{10} |K_c|$. Glavna karakteristika *lead* kompenzatora je pozitivni fazni pomjeraj na srednjim frekvencijama. **Maksimalni fazni pomjeraj se javlja na frekvenciji $\omega = \omega_{max}$, koja je geometrijska sredina z_c i p_c .** Pomak amplitudne karakteristike na srednjim i visokim frekvencijama je neželjen, ali i neizbježan. Pravilan dizajn kompenzatora zahtjeva postavljanje pola i

nule kompenzatora na odgovarajuće vrijednosti tako da se dobiju prednosti pozitivnog faznog pomjeraja, pri čemu je uračunat i amplitudni pomjeraj.

1.1.2 Koraci procedure za dizajn *lead* kompenzatora

Sljedeći koraci opisuju postupak koji će se koristiti za dizajn *lead* kompenzatora koji će zadovoljiti zahtjeve na grešku u stacionarnom stanju i specifikacije na fazne margine.

- 1) Odrediti da li se sistemu reda N treba povećati red sistema kako bi se zadovoljile specifikacije za grešku u stacionarnom stanju, i ako je neophodno, povećati red sistem sa potrebnim brojem polova $s = 0$. Izračunati pojačanje K_c tako da ispunjava zahtjeve na grešku u stacionarnom stanju.
- 2) Napraviti Bodeove dijagrame za prenosnu funkciju $G(s) = K_c G_p(s) / s^{N_{req} - N_{sys}}$.
- 3) Dizajniranje parametara *lead* kompenzatora:
 - a) Odrediti iznos faznog pomaka $G(j\omega)$ na prelomnoj frekvenciji i izračunati nekompenziranu faznu marginu $PM_{uncompensated}$
 - b) Izračunati vrijednosti ϕ_{max} i α koje su potrebne da podignu faznu krivu na vrijednost koja je potrebna za zadovoljavanje specifikacija na faznu marginu
 - c) Odrediti vrijednost konačne prelomne frekvencije
 - d) Koristeći vrijednost α i konačnu prelomnu frekvenciju, izračunati nulu z_c i pol p_c *lead* kompenzatora

2. Sinteza *lag* kompenzatora

Lag kompenzator ili korekcijski član s faznim kašnjenjem obično se koristi ako je potrebno korigirati frekvencijsku karakteristiku u nisko-frekventnom području, te na taj način uticati na ponašanje sistema u stacionarnom stanju i na faznu marginu. Također mogu biti specifikacije na prelomnu frekvenciju ili propusnost zatvorene petlje. Specifikacija fazne margine može predstavljati zahtjev na relativnu stabilnosti zbog čistog vremenskog kašnjenja u sistemu, ili može predstavljati željeni odziv karakteristika koje su prevedene iz vremenskog domena u frekvencijski domen.

Ukupna filozofija u proceduri dizajna je sinteza kompenzatora koji prilagođava Bodeov dijagram amplitudne karakteristike sistema da bi uspostavio željenu prelomnu frekvenciju, bez ometanja fazne karakteristike sistema na toj frekvenciji i bez smanjenje vrijednosti amplitudne karakteristike na nultoj frekvenciji. Kako bi fazni *lag* kompenzator dizajnirali u tom kontekstu, sljedeće dvije karakteristike su potrebne:

- nekompenzirana Bodeova fazna kriva mora proći kroz ispravnu vrijednost kako bi se zadovoljila specifikacija fazne margine na nekim prihvatljivim frekvencijama;

- Bodeova amplitudna kriva (nakon što je zadovoljena specifikacija robusnosti) mora biti iznad 0 dB na frekvenciji gdje nekompenzirana fazna kriva ima ispravnu vrijednost koja zadovoljava specifikaciju fazne margine (inače nije potrebna kompenzacija, već samo dodatno pojačanja).

Višestepena kompenzacija može se koristiti, prema istom postupku kao što je prikazano u nastavku. Višestruki nivoi su potrebni kada je iznos za koji se Bodeova kriva mora sniziti prevelik za jednostepenu kompenzaciju.

Prelomna frekvencija i propusnost zatvorene petlje za *lag* kompenzirane sisteme će biti niži nego za nekompenzirani sistem tako da će kompenzirani sistem imati sporiji odziv u vremenskom domenu. Sporiji odziv se može smatrati kao nedostatak, ali jedna korist manje propusnosti je ta što će sistem propustiti manje šuma i drugih signala visokih frekvencija (često neželjeni). Manja propusnost će također pružiti veću robusnost (rezervu

stabilnosti) kada sistem ima nemodeliranu visoko frekventnu dinamiku. Dakle, tu je kompromis između mogućnosti praćenja brzih promjena referentnih signala i mogućnosti odbijanja visokofrekventnih smetnji.

2.1 Procedura dizajna *lag* kompenzatora

2.1.1 Struktura *lag* kompenzatora

Osnovni kompenzator faznog kašnjenja sadrži pojačanje, jedan pol i jednu nulu. Specifična struktura *lag* kompenzatora je:

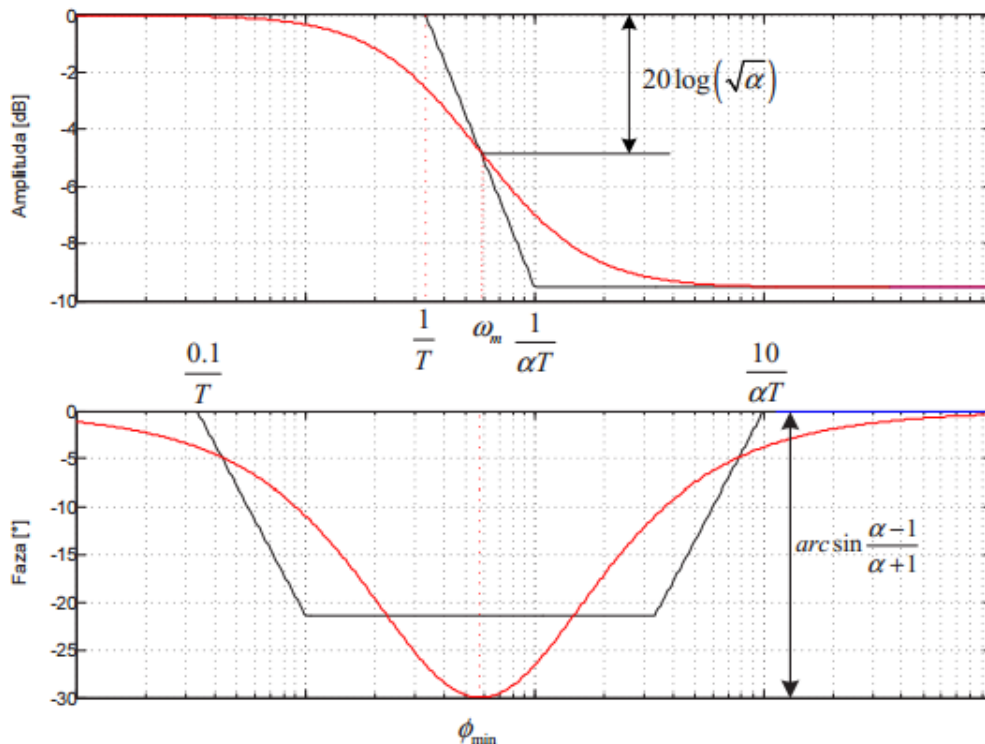
$$G_{c_lag}(s) = K_c \left[\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)} \right]$$

$$= K_c \frac{(s/z_c + 1)}{(s/p_c + 1)} = K_c \frac{(\tau s + 1)}{(\alpha \tau s + 1)}$$

gdje je

$$z_c > 0, \quad p_c > 0, \quad \alpha \triangleq \frac{z_c}{p_c} < 1, \quad (z_c < p_c), \quad \tau = \frac{1}{z_c} = \frac{1}{\alpha p_c}.$$

Slika 3 prikazuje Bodeove dijagrame amplitudne i fazne karakteristike tipičnog *lag* kompenzatora.



Slika 3 Frekvencijska karakteristika *lag* kompenzatora, tj. korekcijskog člana s faznim kašnjenjem

Glavne karakteristike *lag* kompenzatora su konstanto prigušenje amplitudne karakteristike na visokim frekvencijama kao i nulti fazni pomjeraj. Veliki negativni fazni pomjeraj koji je prisutan na srednjim frekvencijama je neželjen, ali i neizbježan. Pravilan dizajn kompenzatora zahtjeva postavljanje pola i nule

kompensatora na odgovarajuće vrijednosti tako da se prednosti prigušenja amplitudne karakteristike mogu dobiti bez da negativni fazni pomjeraj uzrokuje probleme.

2.1.2 Koraci procedure za dizajn lag kompensatora

Slijedeći koraci opisuju postupak koji će se koristiti za dizajn lag kompensatora koji će zadovoljiti zahtjeve na grešku u stacionarnom stanju i specifikacije fazne margine.

- 1) Odrediti da li se sistemu reda N treba povećati red sistema kako bi se zadovoljile specifikacije na grešku u stanju mirovanja, i ako je neophodno, povećati red sistema sa potrebnim brojem polova $s = 0$. Izračunati K_c tako da ispunjava zahtjeve greške u stacionarnom stanju.
- 2) Napraviti Bodeove dijagrame za prenosnu funkciju $G(s) = K_c G_p(s) / s^{N_{req} - N_{sys}}$.
- 3) Dizajniranje parametara lag kompensatora:
 - a) Odrediti frekvenciju na kojoj $G(j\omega)$ zadovoljava specifikacije fazne margine ako je ta frekvencija prelomna frekvencija
 - b) Odrediti vrijednost prigušenja koja je potrebna da obori vrijednost amplitude $G(j\omega)$ na 0 db na toj istoj frekvenciji, te izračunati odgovarajuće α
 - c) Koristeći vrijednost α i odabranu prelomnu frekvenciju, izračunati nulu z_c i pol p_c lag kompensatora

3. Rezime koraka dizajna lag i lead kompenzatora

Procedura sinteze lead i lag kompensatora se provodi koristeći relacije date u tabeli 1.

Korak	Fazno kašnjenje (LAG kompenzator)	Fazno prethođenje (LEAD kompenzator)
1	$K_c = \frac{e_{ss-plant}}{e_{ss-spec}}$	$K_c = \frac{e_{ss-plant}}{e_{ss-spec}}$
2	Plot $ K_c G_p(j\omega) $, $\angle K_c G_p(j\omega)$	Plot $ K_c G_p(j\omega) $, $\angle K_c G_p(j\omega)$
3	Odrediti ω_{xc} : $\angle K_c G_p(j\omega_{xc}) = -180^\circ + PM_{spec} + 10^\circ$	Odrediti ω_x i izračunati PM_{uncomp}
4	$\alpha_g = 10^{(K_c G_p(j\omega_{xc}) /20)}$	$\phi_{max} = PM_{spec} + 10^\circ - PM_{uncomp} = (PM_{spec} + 10^\circ) - (180^\circ + \angle K_c G_p(j\omega_x))$
5	$z_{cg} = \frac{\omega_{xc}}{10}$, $p_{cg} = \frac{z_{cg}}{\alpha_g}$	$\alpha_d = \frac{1 - \sin(\phi_{max})}{1 + \sin(\phi_{max})}$
6		Odrediti ω_{xc} : $ K_c G_p(j\omega_{xc}) = -10 \log_{10}(\frac{1}{\alpha_d})$
7		$z_{cd} = \omega_{xc} \sqrt{\alpha_d}$, $p_{cd} = \frac{z_{cd}}{\alpha_d}$

Zadatak 1

Za proces zadan prenosnom funkcijom

$$G(s) = \frac{0.1}{(1 + 0.2s)(1 + 0.02s)}$$

potrebno je izvršiti sintezu *lag* i *lead* kompenzatora kako bi se zadovoljili zahtjevi na zatvoreni regulacijski krug:

- greška u stacionarnom stanju manja od 5% ,
- vrijeme porasta manje od 0.15 [s].

Uporediti rezultate dobijene korištenjem *lag* i *lead* kompenzatora i donijeti zaključke o prednostima i manama istih. Nakon projektovanja kompenzatora, proanalizirati odziv sistema na ulazni signal koji je kombinacija rampe, četvrtke i step signala. Pri tome na ulaz sistema simulirati djelovanje šuma i donijeti zaključak o robusnosti sistema sa kompenzatorom.

Zadatak 2

Sistem je opisan sa prenosnom funkcijom

$$G(s) = \frac{28(a+3)(s+0.5)}{s(s+0.1(a+1))(s+b)(s+6(b+3))}.$$

Izvršiti sintezu *lag* i *lead* kompenzatora ako su zahtjevi na zatvoreni regulacijski sistem:

- greška u stacionarnom stanju pri dejstvu rampe $e_{ss} \leq 0.02$,
- fazna margina $PM_{specified} \geq 45^\circ$.

Komentar: Izvršiti dizajn/sintezu kompenzatora tako da ograničenja/zahtjevi na odziv sistema budu zadovoljena što bliže zadatim. Ako student za sopstvene parametre a i b ne može zadovoljiti zadana ograničenja/zahtjeve na odziv sistema, onda pokušati ograničenja/zahtjeve zadovoljiti približno zadanim.

Zadatak 3

Dizajnirati *lag* i *lead* kompenzatore za sistem

$$G(s) = \frac{1}{s^{a+1}(s+1)}$$

tako da je:

- greška u stacionarnom stanju pri dejstvu rampe $e_{ss} \leq 0.1$,
- prvi preskok $\%OS \leq 25\%$.

Uporediti rezultate dobijene korištenjem *lag* i *lead* kompenzatora i donijeti zaključke o prednostima i manama istih. U svakom od zadataka, nakon projektovanja kompenzatora, proanalizirati odziv sistema na ulazni signal koji je kombinacija rampe, četvrtke i step signala. Pri tome na ulaz sistema simulirati djelovanje šuma.

Komentar: Izvršiti dizajn/sintezu kompenzatora tako da ograničenja/zahtjevi na odziv sistema budu zadovoljena što bliže zadatim. Ako student za sopstvene parametre a i b ne može zadovoljiti zadana ograničenja/zahtjeve na odziv sistema, onda pokušati ograničenja/zahtjeve zadovoljiti približno zadanim.

Zadatak 4

Sistem je opisan sa prenosnom funkcijom

$$G(s) = \frac{2(s/0.7 + 1)(s + b)}{s^a(10s + 1)(s/4 + a + 1)(s/(b + 1) + 1)(s/50 + 1)}.$$

Za dati proces je potrebno zadovoljiti slijedeće zahtjeve na zatvoreni regulacijski sistem koristeći *lag* i *lead* kompenzator:

- greška u stacionarnom stanju pri dejstvu rampe $e_{ss} \leq 0.005$,
- fazna margina $PM_{specified} \geq 45^\circ$.

Komentar: Izvršiti dizajn/sintezu kompenzatora tako da ograničenja/zahtjevi na odziv sistema budu zadovoljena što bliže zadatim. Ako student za sopstvene parametre a i b ne može zadovoljiti zadana ograničenja/zahtjeve na odziv sistema, onda pokušati ograničenja/zahtjeve zadovoljiti približno zadanim.

Zadatak 5

Za proces zadan prenosnom funkcijom $G(s) = \frac{1}{s(s + 3)(s + 6)}$ potrebno je projektirati

regulator sa faznim kašnjenjem (LAG regulator) uz zahtjev da prijelazna funkcija zatvorenog sistema ima regulacijsko odstupanje u stacionarnom stanju manje od 0.5 pri odzivu na pobudu oblika jedinične rampe. Relativni koeficijent prigušenja treba biti 0.5; te dominantni polovi zatvorenog kruga trebaju imati realni dio manji ili jednak od -1.