

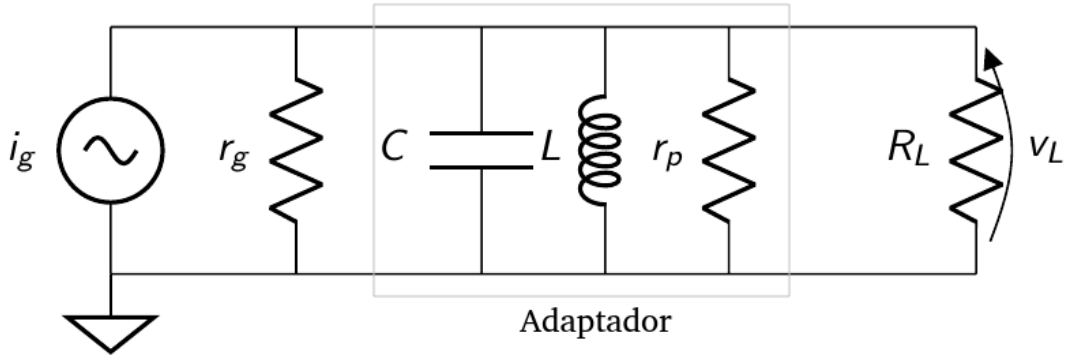
Didactica_3

April 7, 2025

1 Máxima transferencia de energía a Q constante.

Se desea encontrar el valor de R_L que maximice la transferencia de energía desde el generado a la carga, teniendo en cuenta que se emplea un circuito sintonizado LC con pérdidas (r_p) donde se busca el valor de R_L para lograr la máxima transferencia de energía desde la fuente para un dado un Q_c .

Dado que el circuito sintonizado está compuesto por dos componentes, L y C , para cada valor de R_L podríamos proponer que el inductor L se escoja para tener un Q_c dado y, luego, se buscará el valor de C que sintonice a w_o . Asumimos que el Q_o libre del inductor no varía en este análisis.



La potencia sobre R_L

$$P_{R_L} = \frac{v_L^2}{R_L}$$

La tensión v_L , que se expresa en valores eficaces, se puede obtener en función de la fuente de corriente que alimenta al circuito como:

$$v_L = i_g \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_g} + \frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_L}}$$

Reemplazando el valor de v_L en P_{R_L} :

$$P_{R_L} = \frac{(i_g \cdot \frac{1}{\frac{1}{r_g} + \frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_L}})^2}{R_L}$$

Operando,

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{R_L \cdot \left(\frac{1}{r_g} + \frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_L}\right)^2}$$

De la ecuación, r_p buscamos escribir en función de Q_c .

Sabemos que $r_p = w_o \cdot L \cdot Q_o$.

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{w_o \cdot L}{R}$$

$$w_o \cdot L = R \cdot \left(\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_o}\right)$$

donde $R = \frac{R_L \cdot r_g}{R_L + r_g}$.

$$Q_o = \frac{r_p}{w_o \cdot L}$$

$$r_p = R \cdot \left(\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_o}\right) \cdot Q_o$$

$$r_p = \frac{R_L \cdot r_g}{R_L + r_g} \cdot \left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)$$

Reemplazando r_p en la ecuación de la potencia P_{R_L} :

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{R_L \cdot \left(\frac{1}{r_g} + \frac{1}{\frac{R_L \cdot r_g}{R_L + r_g} \cdot \left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)} + \frac{1}{R_L}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{R_L \cdot \left(\frac{1}{r_g} + \frac{R_L + r_g}{R_L \cdot r_g \cdot \left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)} + \frac{1}{R_L}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L^2 \cdot r_g^2}{R_L \cdot \left(r_g + \frac{R_L + r_g}{\left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)} + R_L\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L \cdot r_g^2}{\left(r_g + \frac{R_L + r_g}{\left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)} + R_L\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L \cdot r_g^2}{(R_L + r_g)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{Q_o}{Q_c} - 1\right)}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L \cdot r_g^2}{(R_L + r_g)^2 \cdot \left(\frac{Q_o}{Q_c - 1}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L \cdot r_g^2}{(R_L + r_g)^2 \cdot \left(\frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2 \cdot R_L}{\left(\frac{R_L + r_g}{r_g} \cdot \frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{\left(\frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2} \cdot \frac{R_L \cdot r_g^2}{(R_L + r_g)^2}$$

Buscando el máximo valor de P_{R_L} :

$$\frac{\partial P_{R_L}}{\partial R_L} = \frac{i_g^2}{\left(\frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2} \cdot \frac{[(r_g^2 \cdot (R_L^2 + r_g)^2) - 2 \cdot (R_L + r_g) \cdot (R_L \cdot r_g^2)]}{(R_L + r_g)^4} = 0$$

$$(r_g^2 \cdot (R_L + r_g)^2) - 2 \cdot (R_L + r_g) \cdot (R_L \cdot r_g^2) = 0$$

$$r_g^2 \cdot (R_L + r_g)^2 = 2 \cdot (R_L + r_g) \cdot (R_L \cdot r_g^2)$$

$$(R_L + r_g) = 2 \cdot R_L$$

$$R_L = r_g$$

Entonces :

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{\left(\frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2} \cdot \frac{r_g \cdot r_g^2}{(r_g + r_g)^2}$$

$$P_{R_L} = \frac{i_g^2}{\left(\frac{Q_o}{Q_o - Q_c}\right)^2} \cdot \frac{r_g}{4}$$

$$P_{R_L \text{ MAX:}(R_L=r_g)} = \frac{i_g^2 \cdot r_g}{4} \cdot \left(1 - \frac{Q_c}{Q_o}\right)^2$$

donde i_g es valor RMS. Si se emplea valores pico:

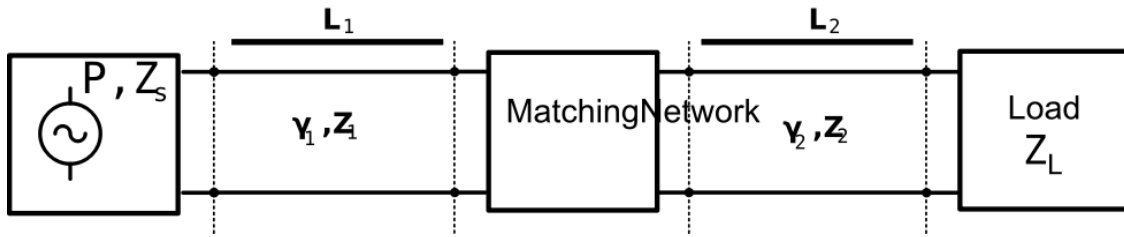
$$P_{R_L MAX:(RL=r_g)} = \frac{i_g^2 \cdot r_g}{8} \cdot \left(1 - \frac{Q_c}{Q_o}\right)^2$$

donde reconocemos el termino $\frac{i_g^2 \cdot r_g}{8}$ como P_{av} o potencia disponible.

$$P_{R_L MAX:(RL=r_g)} = P_{av} \cdot \left(1 - \frac{Q_c}{Q_o}\right)^2$$

2 Redes de adaptación, circuitos resonantes con derivación.

2.1 El adaptador tipo “L”



El problema general se ilustra en la siguiente figura: un generador con un impedancia interna Z_g suministra energía a una carga pasiva Z_L , a través de una red de coincidencia de 2 puertos.

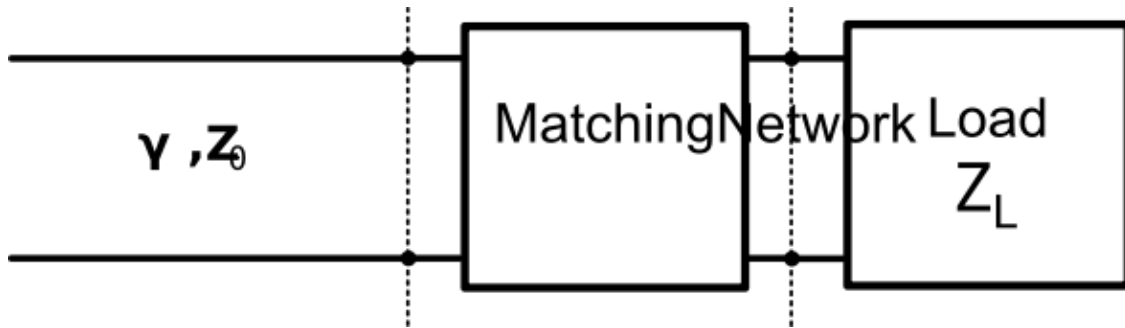
Este problema se denomina comúnmente “el problema de doble coincidencia”. La coincidencia de impedancia es importante por las siguientes razones:

- Maximizando la transferencia de potencia. La potencia máxima se entrega a la carga cuando el generador y la carga coinciden con la línea y la pérdida de potencia en la línea se minimiza.
- Mejora de la relación señal / ruido del sistema.
- Reducción de errores de amplitud y fase.
- Reducción de la potencia reflejada hacia el generador.

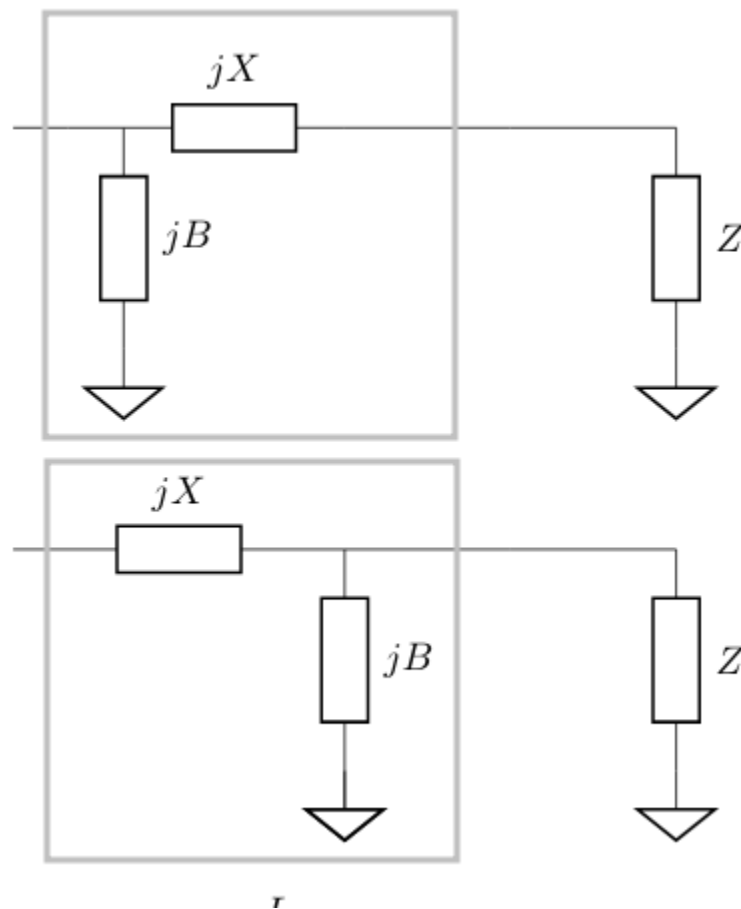
Mientras la impedancia de carga Z_L tenga una parte positiva real, siempre se puede encontrar una red coincidente. Hay muchas opciones disponibles y los ejemplos a continuación solo describen algunas. Los ejemplos están tomados del libro de D.Pozar “Ingeniería de microondas”, cuarta edición. “Microwave Engineering”, 4th edition.

2.2 Adaptador con elementos de constantes concentradas.

Para comenzar, supongamos que la red adaptadora que no tiene pérdidas y la impedancia característica de la línea de alimentación es Z_o :



El tipo más simple de red es la red “L”, que utiliza dos elementos reactivos para adaptar una impedancia de carga arbitraria. Existen dos configuraciones posibles y se ilustran en las siguientes figuras. En cualquiera de las configuraciones, los elementos reactivos pueden ser inductivos de capacitivos, dependiendo de la impedancia de carga.



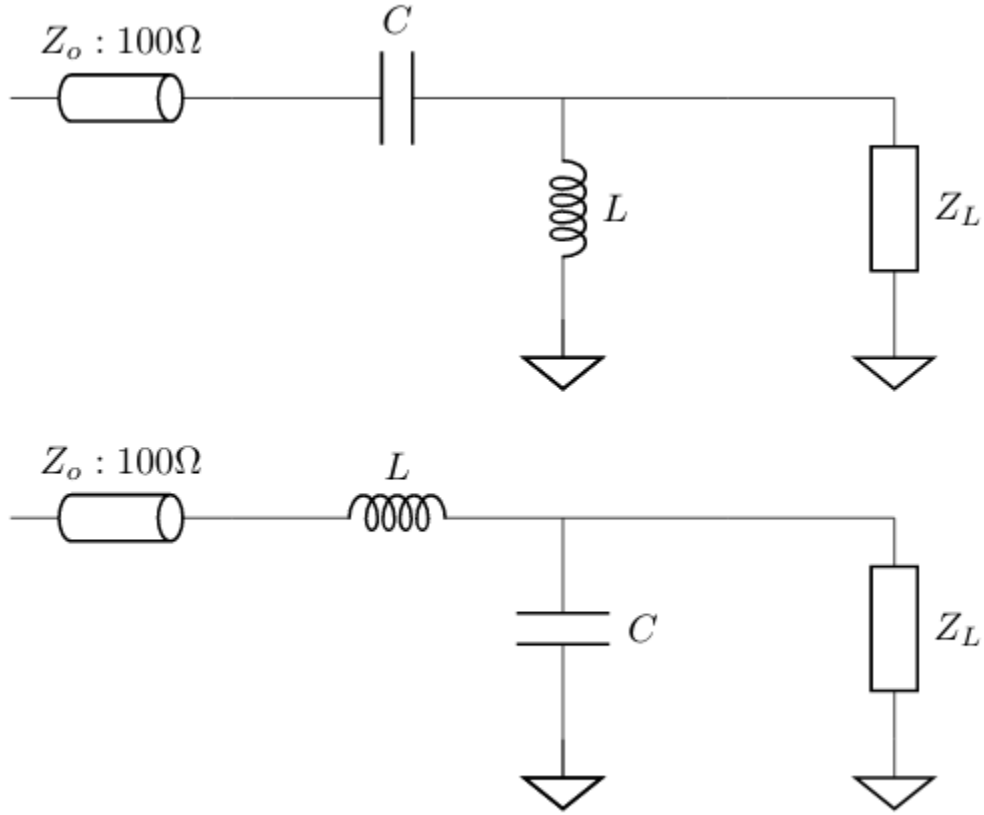
2.2.1 Ejemplo 2

Supongamos que la carga es $Z_L = 200\Omega$ para una línea $Z_o = 100\Omega$ a la frecuencia de $f_o = 500MHz$.

El adaptador tipo “L” debe llevar de $\Re(Z_L) = 200\Omega$ a la impedancia de $Z_o = 100\Omega$ de la línea.

En este esquema, deseamos reducir el valor de la resistencia, por lo tanto empleamos una conversión

de paralelo a serie. Buscamos una red L-C que corresponda a la primer propuesta. Tenemos dos alternativas, las cuales se ilustran en la siguiente figura.



Esta conversión tiene que darnos como resultado una resistencia serie de $R'_L = 100\Omega$. La conversión de serie a paralelo depende del valor de Q_m (Q de matching).

$$R_s = \frac{R_p}{(1 + Q_m^2)}$$

$$Q_m = \sqrt{\frac{200\Omega}{100\Omega}} - 1 = 1$$

El $Q_m = 1$ permite que la resistencia del circuito serie se comporta como una resistencia de $R_s = 100\Omega$.

Calculemos ahora la susceptancia B_p para el Q_m necesario. Siendo este un circuito paralelo que tiene como parametro común la tensión:

$$Q_m = (v_p^2 B_p) \cdot \frac{R_s}{v_p^2} = R_s \cdot B_p$$

$$B_p = \frac{Q_m}{R_p} = \frac{1}{200\Omega} = 5mS$$

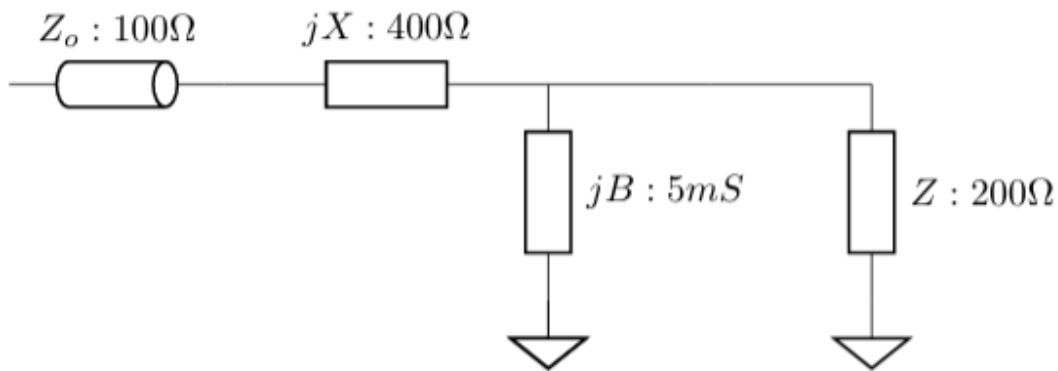
Para conocer el valor de la reactancia X_s , debemos realizar la conversión paralelo a serie de la susceptancia B_p .

$$B'_p = B_p \cdot \left(1 + \frac{1}{Q_m^2}\right)$$

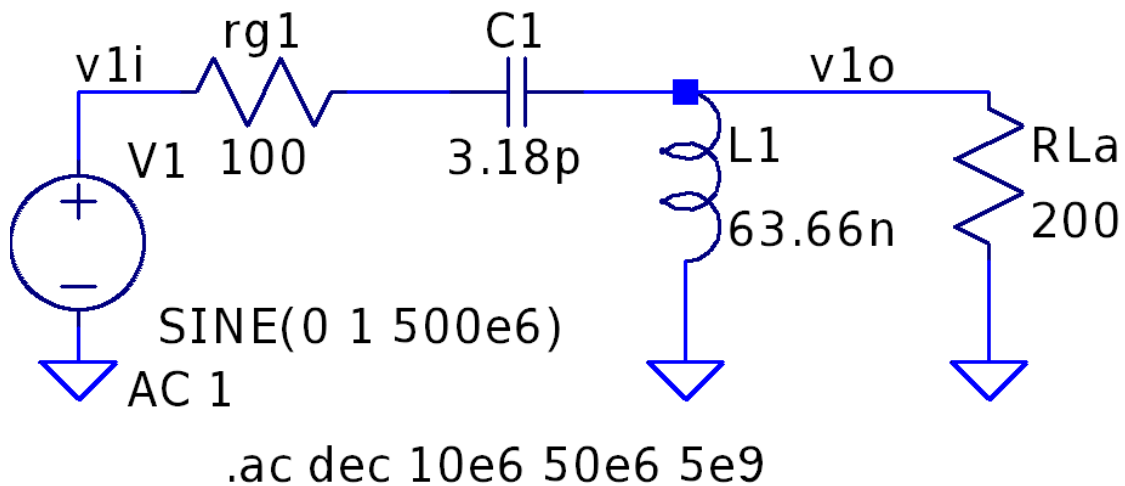
$$B'_p = 5mS \left(1 + \frac{1}{1^2}\right) = 10mS$$

El valor de X_s que resuena con B'_p .

$$X_s = \frac{1}{B'_p} = \frac{1}{10mS} = 100\Omega$$



Primera alternativa: C serie, L derivación

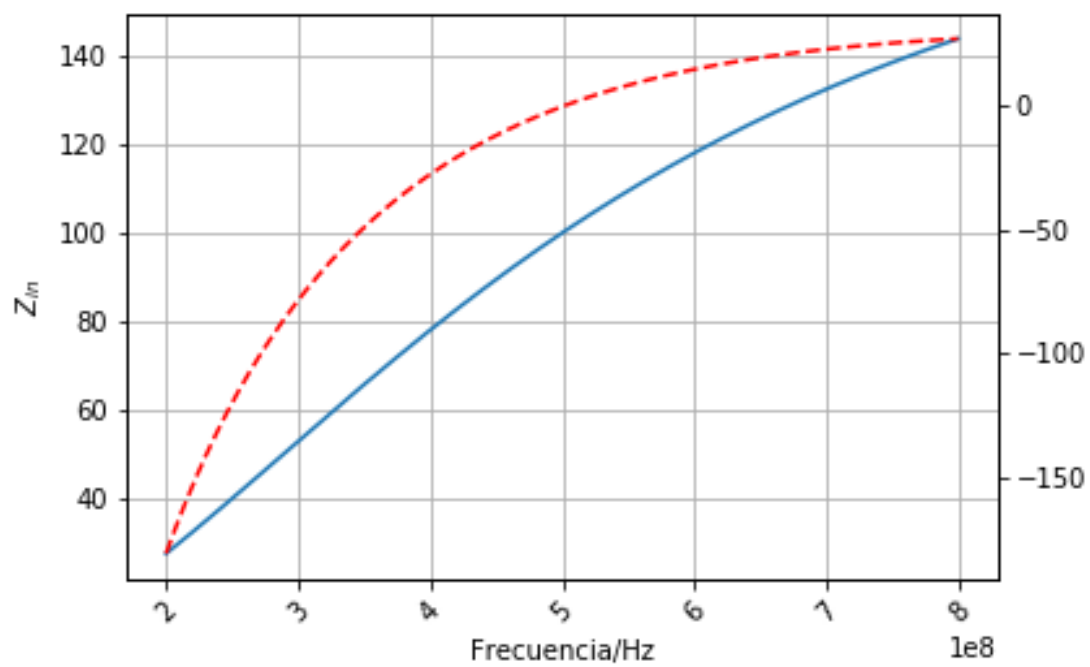


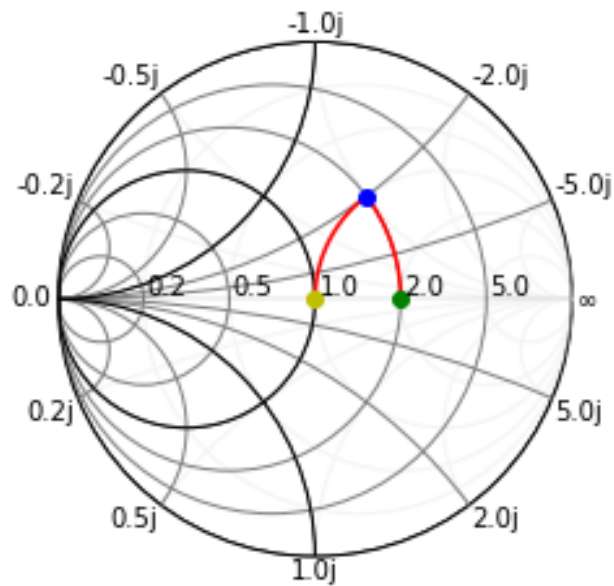
$$B_p = \frac{1}{2\pi f_o L}$$

$$L = \frac{1}{2\pi 500MHz 5mS} = 63.66nHy$$

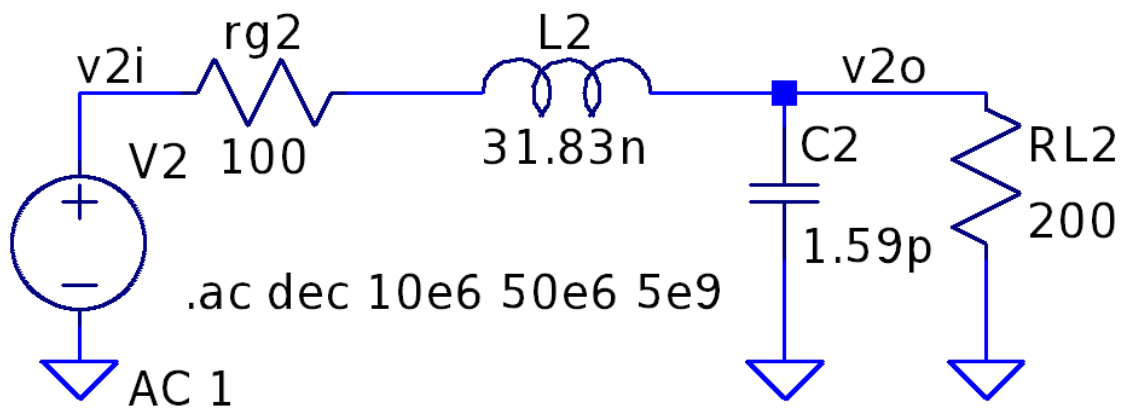
$$X_s = \frac{1}{2\pi f_o C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi 500MHz 400\Omega} = 3.18pF$$





Segunda alternativa: L serie, C derivación

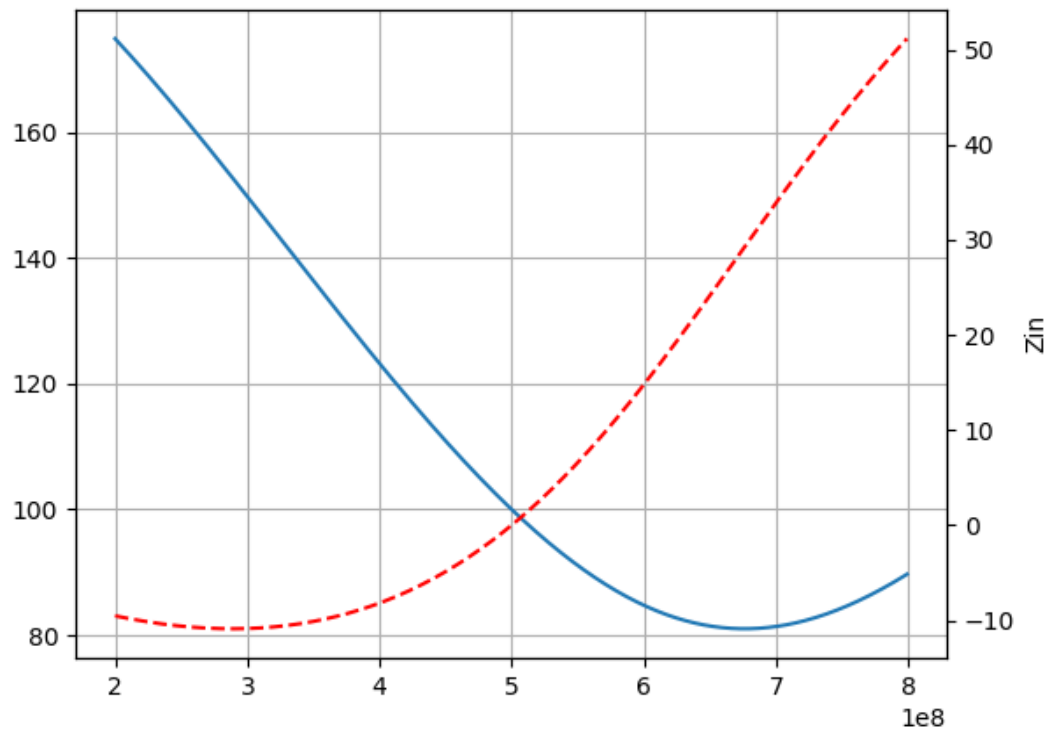


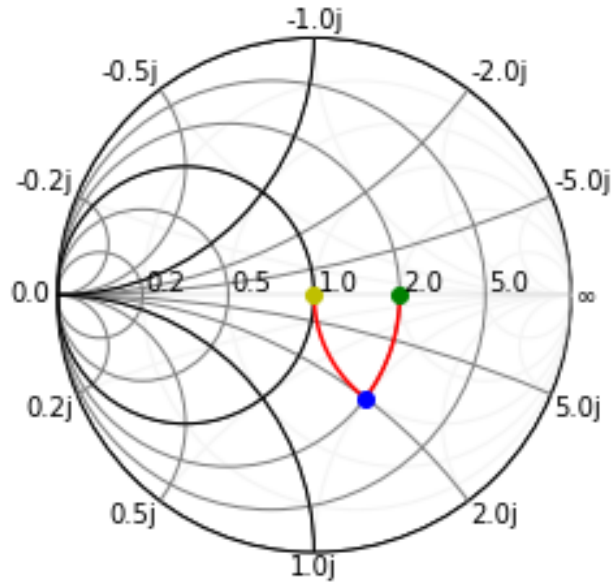
$$B_p = 2\pi f_o C$$

$$C = \frac{B_p}{2\pi 500MHz} = 1.59pF$$

$$X_s = 2\pi f_o L$$

$$L = \frac{400\Omega}{2\pi 500MHz} = 31.8nHy$$





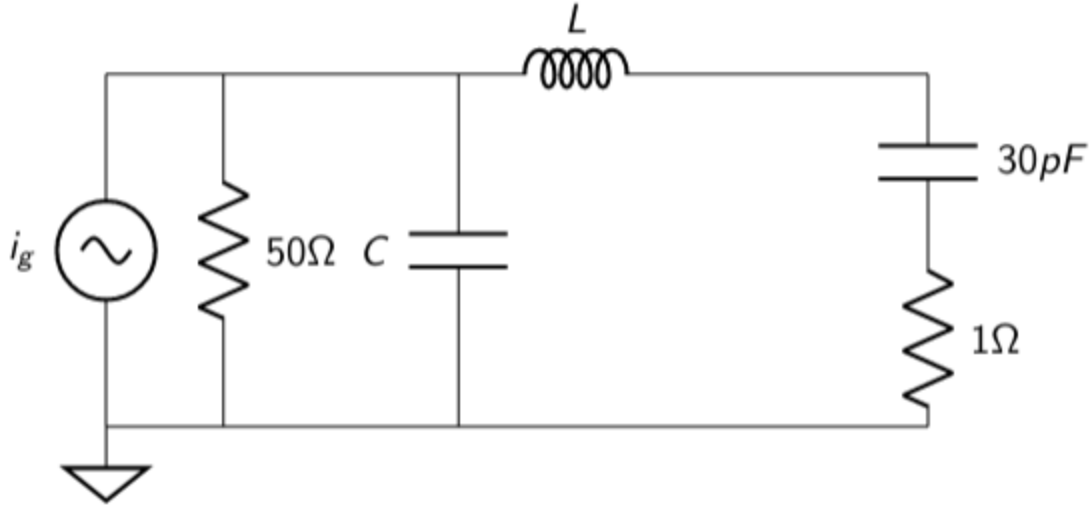
Conclusiones

Ambas alternativas cumplen con el objetivo de adaptar la impedancia de carga a la línea. Podemos adaptar a una única frecuencia. Para el caso de máxima transferencia de energía, el Q_c del circuito queda impuesto. Si se desea además un valor determinado, se necesitarían más componentes.

Por otro lado, podemos ver que la primera alternativa corresponde a un paso alto y la segunda a un pasabajos. La elección dependerá del uso de este circuito.

2.2.2 Ejemplo 3: adaptador tipo L, adaptador para antena de 11m.

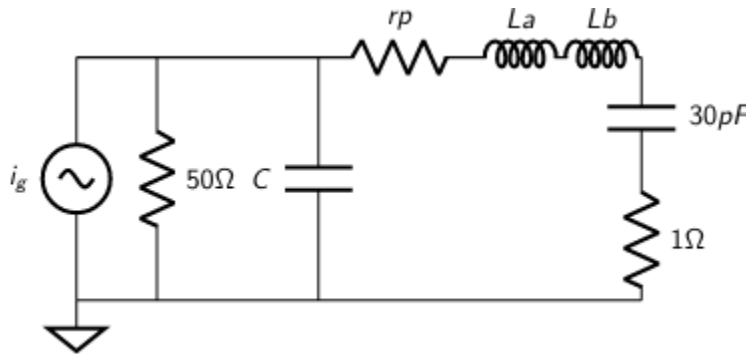
Supóngase querer adaptar una antena látigo de $3m$ que presenta 50Ω a aprox. $27MHz$, pero que va a usarse a $3MHz$, presentando en este caso una impedancia $Z_{ant} = 0.3\Omega + j\frac{1}{2\pi 3MHz 30nF}$.



Se desea que el equipo transmisor, la fuente de corriente, tenga una carga de $Z_{in} = 50\Omega + j0\Omega$ @ $3MHz$ para que esté adaptada, se recurre así al circuito de adaptación mostrado en la figura compuesto por L y C. Suponga que la resistencia de pérdida de L es $r_p = 1\Omega$. La potencia disponible del transmisor es $P_{disp} = 100W$.

Calculo L y C sin pérdidas

Para el cálculo del inductor primero debemos neutralizar el efecto de la capacitancia producida en la antena. Para ello, separamos el inductor en dos inductores conectados en serie, como muestra la figura.



Calculamos L_b para que neutralice o resuene con la capacidad.

$$X_c = \frac{1}{2\pi 2MHz 30pF} = 2652.5\Omega$$

$$L_b = \frac{X_c}{2\pi 2MHz} = 211\mu Hy$$

El circuito resultante en la rama es un RL serie en paralelo con el capacitor de adaptación. Es necesario que el circuito serie RL se presente como un circuito paralelo RL, donde R debe tomar valor el valor de 50Ω . Para ello necesitamos calcular el Q_M que permita obtener el valor buscado.

$$R_p = R_s(1 + Q_M^2)$$

$$Q_M = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} = \sqrt{\frac{50}{1} - 1} = 7$$

A partir de Q_M calculamos L_a .

$$Q_M = \frac{\omega L_a}{R_s}$$

$$L_a = 557nHy$$

Para finalmente obtener el valor de L .

$$L = L_a + L_b = 211.557\mu Hy$$

El capacitor que resuena con el L' equivalente paralelo entonces,

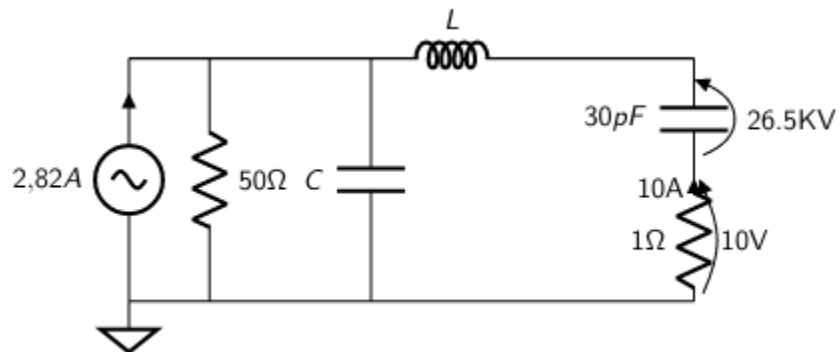
$$C = 11.14nF$$

$$Q_o = \frac{\omega L}{r_p} = 7$$

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{\omega L'_a}{R_{ext}}$$

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{2\pi 2MHz 568.3nHy}{25}$$

$$Q_c = 2.33$$



Calcular la potencia en la carga.

Para el calculo de la potencia, en base a la potencia disponible calculamos la carga.

$$P_{disp} = \frac{i_g^2 r_g}{8} = 100W$$

$$i_g = \sqrt{\frac{P_{disp} 8}{r_g}}$$

$$i_g = \sqrt{\frac{50 \cdot 8}{50\Omega}} = 4A$$

2.3 Transformadores

En general, es necesario controlar las impedancias de terminación de las líneas de las señales de RF, especialmente en aplicaciones de banda ancha donde las longitudes de las rutas no son despreciables en relación con la longitud de onda.

Una implementación común de un transformador de RF consiste en dos o más alambres distintos envueltos alrededor de un núcleo magnético - o un núcleo de aire en frecuencias más altas - que es la razón por la que los transformadores de RF se describen a menudo como la relación del número de bobinas o vueltas.

En un transformador, cuando la corriente de señal pasa a través del devanado primario, genera un campo magnético que induce un voltaje a través del devanado secundario. La conexión de una carga al secundario hace que fluya una corriente alterna en la carga.

El rendimiento óptimo se logra cuando los devanados primario y secundario están conectados a impedancias de terminación resistivas para las que está diseñado el transformador.

La relación del acoplamiento magnético de las vías conductoras con el núcleo determina la tensión inducida en las vías conductoras adicionales, proporcionando tanto una transformación de la impedancia como un aumento o disminución de la tensión. Pueden añadirse trayectorias conductoras adicionales, potencialmente todas con diferentes relaciones de acoplamiento, para realizar diversas funciones, razón por la cual los transformadores de RF son dispositivos tan variados y versátiles y se utilizan ampliamente en toda la industria de RF/microondas.

Los transformadores de RF de banda ancha se bobinan utilizando cables trenzados que se comportan como líneas de transmisión, y el acoplamiento requerido se produce a lo largo de estas líneas, así como magnéticamente a través del núcleo.

Los transformadores de RF típicamente que tienen una relación de vueltas de por ejemplo 1 : 1 y se diseñan típicamente para su uso en un sistema de 50 o 75 ohmios.

2.3.1 Funciones y aplicaciones de los transformadores

Dependiendo de la topología, los transformadores de RF cumplen una serie de funciones:

Adaptación Un transformador puede adaptar dos circuitos con diferentes impedancias o proporcionar un aumento o disminución de la tensión de la fuente. En los circuitos de RF, un desajuste de impedancia entre dos nodos provoca una reducción de la transferencia de potencia y reflexiones molestas. El transformador de adaptación de impedancias elimina eficazmente las reflexiones y proporciona la máxima transferencia de potencia entre los dos nodos del circuito (véase la figura 9).

Baluns y ununs Los baluns se utilizan para conectar secciones de circuito equilibradas y desequilibradas. En el caso de las líneas no equilibradas, se puede utilizar una configuración de autotransformador para la adaptación de la impedancia, es decir, un unun.

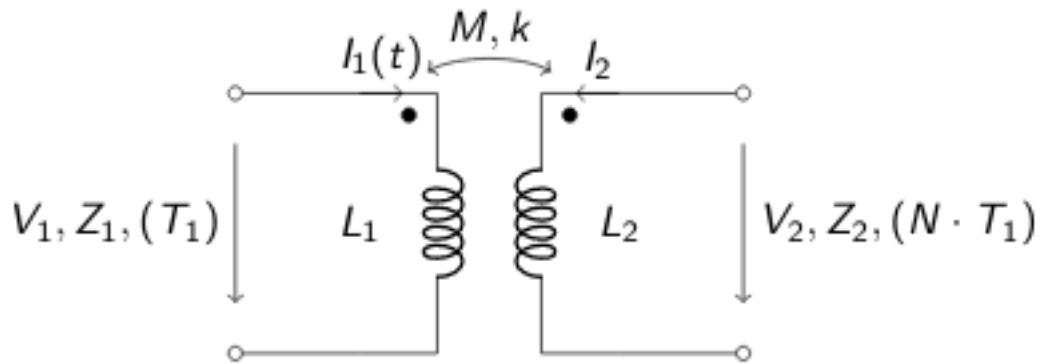
Inyección de polarización y aislamiento. Un transformador de RF puede diseñarse para proporcionar aislamiento de DC entre los devanados primario y secundario, lo que resulta útil para separar los circuitos de RF que requieren una polarización de DC de los circuitos afectados negativamente por una tensión de DC. Si se requiere una corriente continua para una parte del circuito, se puede utilizar un transformador de RF especializado para inyectar corriente en la ruta de la señal. Por ejemplo, dos transformadores con punto central pueden inyectar una polarización de DC.

Otras funciones. Los diseños de transformadores de RF pueden utilizarse para proporcionar un mayor rechazo de modo común para los circuitos balanceados (es decir, diferenciales). Otras topologías pueden funcionar como un filtro, atenuando componentes de alta frecuencia de una línea de señal.

2.3.2 Ecuaciones del transformador

Aunque no es realista para las aplicaciones reales, un modelo de transformador ideal ilustra el comportamiento fundamental de los transformadores.

Según la Ley de Faraday, la corriente que pasa por el devanado primario crea un flujo magnético a través del campo magnético mutuo del núcleo, induciendo una corriente y una tensión proporcionales en el devanado secundario. Tanto la corriente como la tensión desarrolladas son proporcionales a la relación de los devanados o al acoplamiento magnético entre los devanados y el núcleo. Por lo tanto, la impedancia del secundario es una función del cuadrado de la relación de los devanados multiplicada por la impedancia del primario.



Siendo N la relación de vueltas.

Relaciones de tensión: $V_2 = NV_1$

Relaciones de corriente: $I_2 = \frac{I_1}{N}$

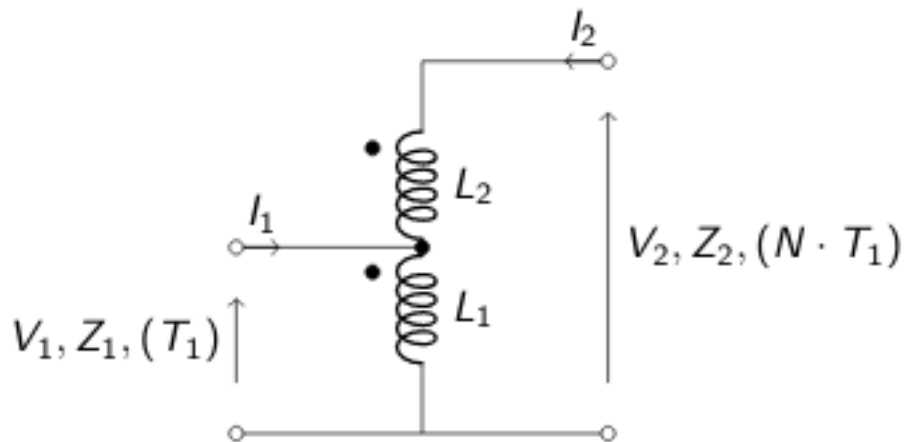
Relaciones de impedancia:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$Z_2 = N^2 Z_1$$

$$L_2 = N^2 L_1$$



Ecuaciones del auto-transformador Siendo N la relación de vueltas.

Relaciones de tensión: $V_2 = NV_1$

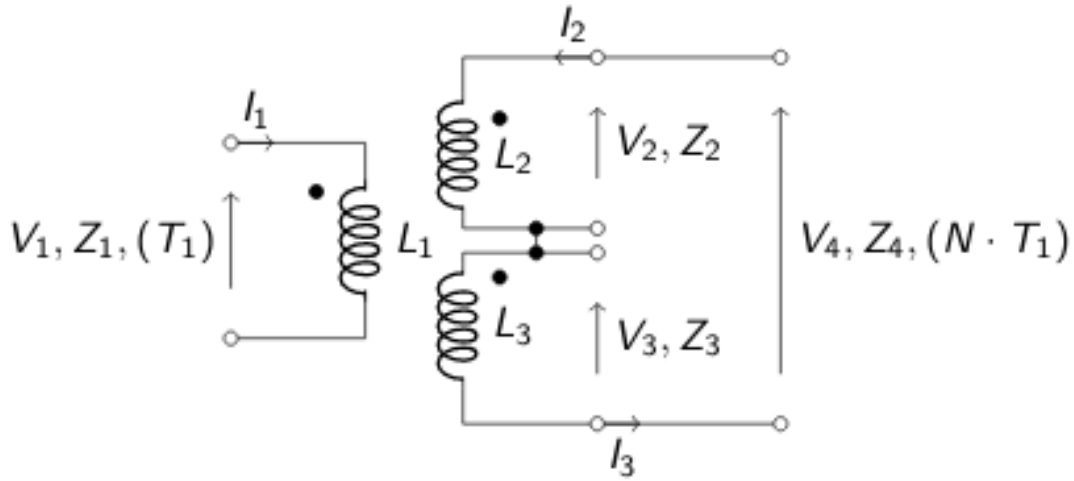
Relaciones de corriente: $I_2 = \frac{I_1}{N}$

Relaciones de impedancia:

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2}$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$Z_2 = N^2 Z_1$$



Ecuaciones del transformador auto-transformador El devanado secundario tiene una toma central, lo que hace que el transformador sea útil como divisor de señal balanceado; Se puede obtener un excelente equilibrio de amplitud y fase con transformadores de RF bien diseñados que tienen esta configuración.

En las ecuaciones que siguen, la relación de vueltas N se refiere a todo el devanado secundario.

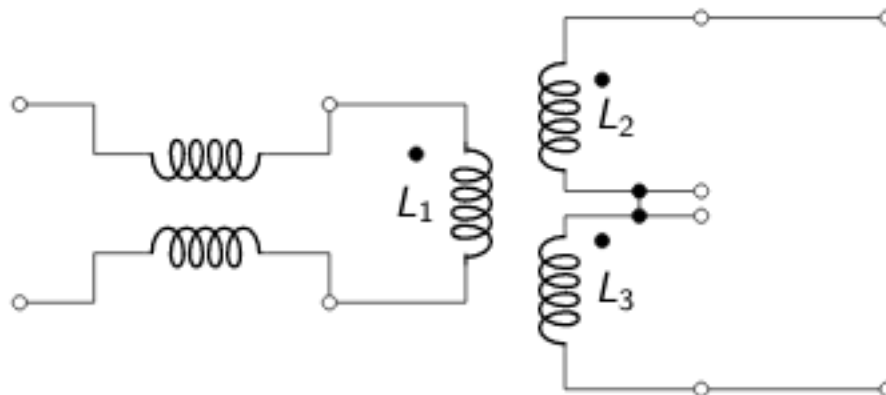
$$V_4 = NV_1 \text{ y } V_2 = V_3 = \frac{NV_1}{2}$$

Cuando las dos mitades del secundario están conectadas a impedancias terminales iguales Z_2 y Z_3

$$I_2 = I_3 = \frac{I_1}{N}$$

$$Z_4 = N^2 Z_1 \text{ y } Z_2 = Z_3 = \frac{Z_4}{2} = N^2 Z_1$$

2.3.3 Ecuaciones del transformador auto-transformador con mejor rendimiento



En la Figura se muestra una variación en el transformador auto-transformador, que favorece el rendimiento de alta frecuencia. Agrega un transformador de línea de transmisión en cascada en la entrada, para convertir una señal no balanceada en balanceada en la entrada al centro. transformador roscado. Características de este diseño:

- . Ancho de banda amplio, superior a 1000 MHz .
- . Excelente equilibrio de amplitud y fase.
- . Mayor pérdida de retorno (menor VSWR) en el lado primario.

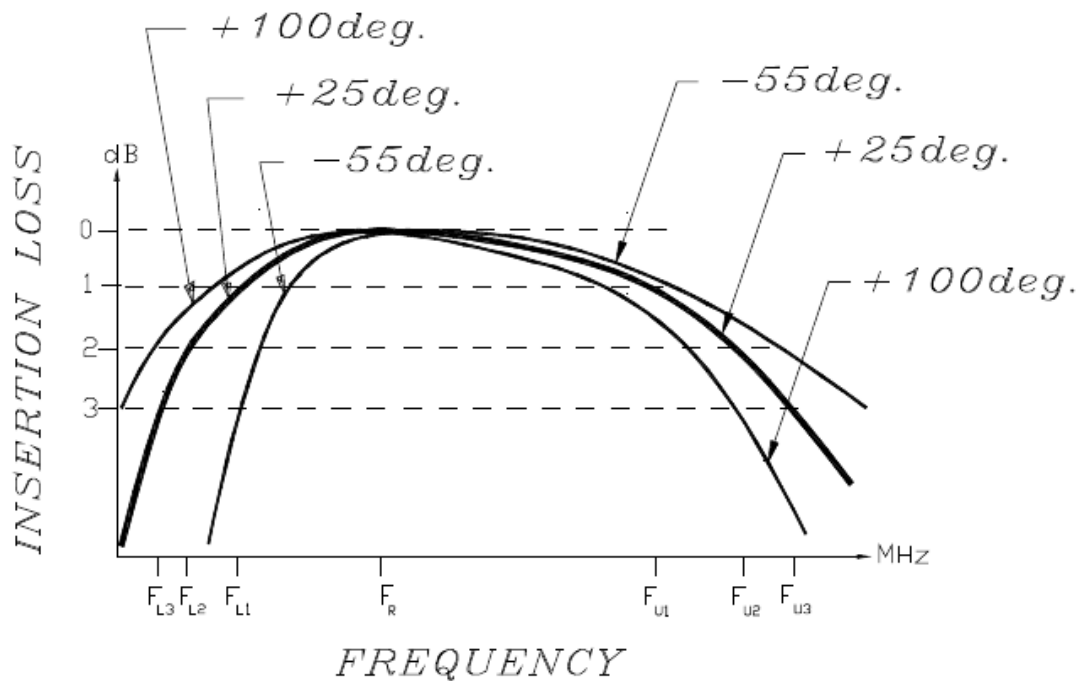
2.4 CARACTERÍSTICAS DE RENDIMIENTO DEL TRANSFORMADOR

2.4.1 Pérdida de inserción y ancho de banda de frecuencia

La pérdida de inserción de un transformador es la fracción de potencia de entrada perdida cuando el transformador se inserta en un sistema de transmisión de impedancia igualada en lugar de un ideal (teóricamente transformador sin pérdidas con la misma relación de vueltas. La pérdida de inserción real se ve afectada por la impedancia característica no ideal de los devanados del transformador, así como por las pérdidas del devanado y del núcleo.

La variación típica de la pérdida de inserción con la frecuencia se ilustra en la Figura, que muestra los anchos de banda de 1 dB , 2 dB y 3 dB , referidos a la pérdida de banda media como se especifican normalmente.

La pérdida de inserción a baja frecuencia se ve afectada por la inductancia paralela (magnetizante). A baja temperatura, la pérdida de inserción de baja frecuencia tiende a aumentar debido a la disminución de la permeabilidad del núcleo magnético. La pérdida de inserción de alta frecuencia se atribuye a la capacitancia entrelazada, la inductancia en serie (fuga) y las pérdidas del núcleo y del conductor. A altas temperaturas, tiende a aumentar debido al aumento del componente de pérdida de la permeabilidad del núcleo.



Otra influencia en la pérdida de inserción del transformador es la alta corriente CA o CC. La mayoría de los transformadores de RF se utilizan en aplicaciones de señales pequeñas, en las que normalmente pasan hasta $250mW$ de RF o $30mA$ de corriente CC no balanceada a través de los devanados. Para un tamaño pequeño y un ancho de banda más amplio, se utiliza el tamaño práctico más pequeño de núcleos. Cuando las especificaciones de pérdida de inserción deben cumplirse con una mayor potencia de RF o corriente CC aplicada, esto debe tenerse en cuenta en el diseño del transformador para evitar la saturación del núcleo magnético y la consiguiente reducción del ancho de banda.

2.5 Impedancia y pérdidas de retorno

La impedancia que mira hacia el devanado secundario se mide con el devanado primario terminado en su impedancia especificada (generalmente 50 o 75 ohmios) y se compara con el valor de terminación teórico.

La pérdida de retorno, o VSWR, se mide en el devanado primario, con el secundario terminado en su impedancia teórica; p. ej., $2 \times Z_{primario}$ para una relación de impedancia de 1 : 2 (relación de vueltas de $1 : \sqrt{2}$).

[]:

[]: