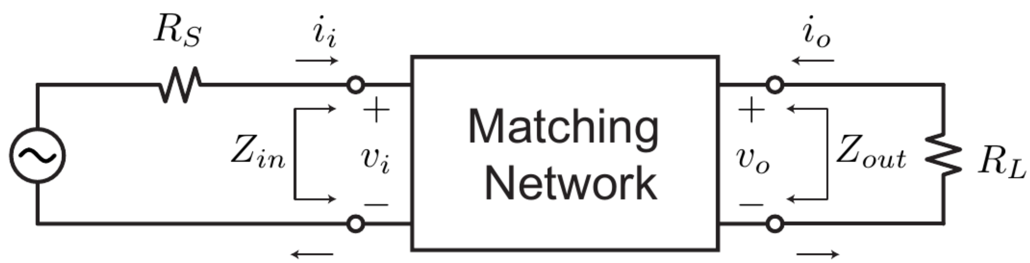
Didactica_2

April 7, 2025

1 Técnicas de adaptación

1.1 Adaptador de impedancia.

Un adaptador de impedancia, en este caso un cuadripolo colocado en cascada en el circuito, modifica la resistencia de carga dada R_L a un valor dado de entrada o la resistencia de entrada a un valor dado de salida.



Dependiendo del uso, estos valores de entrada o salida se ajustan para lograr distintos objetivos. A continuación se listan los más frecuentes.

Transferencia de energía óptima: maximiza la transferencia de energía desde la fuente (por ejemplo, una antena) y la carga (por ejemplo, un amplificador).

Cifra de ruido óptima: amplificadores que agreguen la menor cantidad de ruido a una señal mientras realizan la amplificación. Esta depende de la impedancia presentada al dispositivo activo.

Criterio de estabilidad: donde se busca la estabilidad del sistema.

Reflexiones mínimas en las líneas de transmisión: Las reflexiones causan dispersión e interferencia y dan como resultado una impedancia de entrada sensible cuando se mira en la línea de transmisión (cambia con la distancia).

Eficiencia óptima: los amplificadores de potencia obtienen la máxima eficiencia cuando utilizamos la mayor oscilación de voltaje posible en el nodo de salida de los elementos activos (Drain o colector), lo que requiere que hagamos coincidir la carga con un valor que satisfaga las condiciones de potencia de carga y oscilación de carga.

1.2 Circuitos resonantes.

Además de realizar adaptaciones de impedancia, los sistemas de RF precisan filtros pasabanda para atenuar las bandas de frecuencias no deseada, como la frecuencia imagen. Por su flexibilidad, los circuitos resonantes permiten diseñar filtros pasabanda fijos o variables.

En su forma más básica, están formados por elementos reactivos (inductancias y capacitancia). Estos circuitos pueden ser realizados por elementos de constantes concentradas como inductores o capacitores, elementos de constantes distribuidas, como los obtenidos de las líneas transmisión o elementos resonantes como cristales piezoeléctricos.

A continuación, se analizarán circuitos resonantes simples formados por inductancias y capacitancia en paralelo y en serie.

1.2.1 Factor de selectividad Q

El factor de selectividad es un parámetro que mide la relación entre la energía reactiva que almacena y la energía que disipa durante un ciclo completo de la señal. Este parámetro esta relacionado con el ancho de banda. Un alto factor Q indica una tasa baja de pérdida de energía en relación a la energía almacenada por el resonador. Es un parámetro importante para los osciladores, filtros y otros circuitos sintonizados, pues proporciona una medida de lo selectiva que es su resonancia.

El factor de selectividad entonces se calcula como:

$$Q_o = \frac{Pot_{reactiva}}{Pot_{activa}}$$

Factor de selectividad en circuito paralelo En un circuito paralelo conformado por una reactancia y una resistencia, la tensión es un parametro común para ambos componentes, por lo tanto, las potencias las debemos calcular en función de este.

En un circuito RL:

$$Q_o = \frac{\frac{v_g^2}{w_o \cdot L}}{\frac{v_g^2}{R}} = \frac{R}{w_o \cdot L}$$

En un circuito RC:

$$Q_o = \frac{v_g^2 \cdot w_o \cdot C}{\frac{v_g^2}{R}} = R \cdot w_o \cdot C$$

Factor de selectidad en circuito serie En un circuito serie conformado por una reactancia y una resistencia, la corriente es un parametro común para ambos componentes, por lo tanto, las potencias las debemos calcular en función de este.

En un circuito RC:

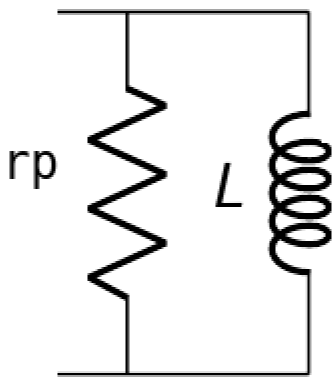
$$Q_o = \frac{\frac{i_g^2}{w_o \cdot C}}{i_g^2 \cdot R} = \frac{1}{R \cdot w_o \cdot C}$$

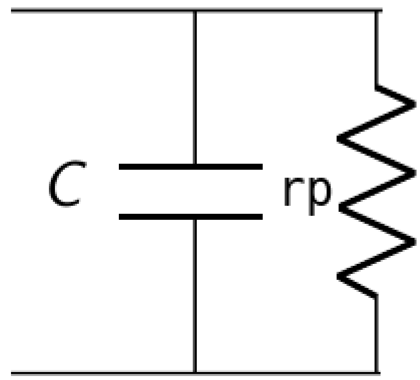
En un circuito RL:

$$Q_o = \frac{i_g^2 \cdot w_o \cdot L}{i_g^2 \cdot R} = \frac{w_o \cdot L}{R}$$

1.2.2 Q_o (Q libre) en inductores y capacitores

Los inductores y capacitores reales presentan perdidas. Esto quiere decir que a la frecuencia de trabajo, el comportamiento de estos componentes se pude modelizar (de la manera mas simple) como una inductancia o capacitancia, en paralelo con una resistencia de perdidas.

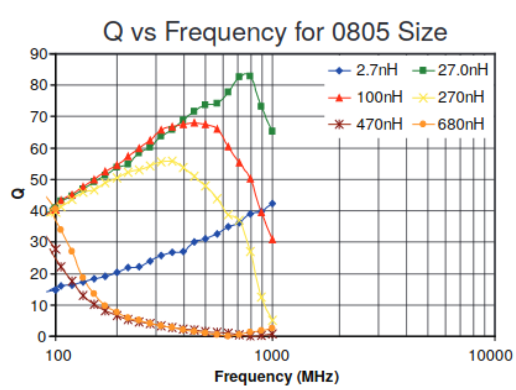


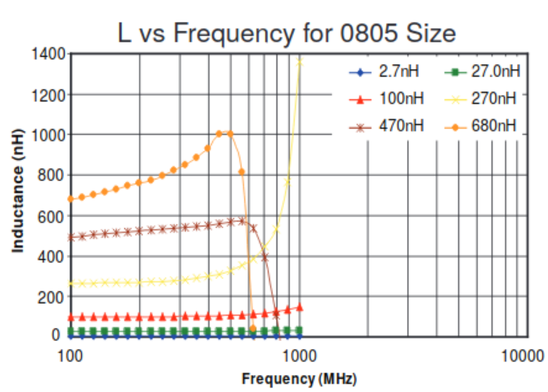


El Q_o (libre) de un inductor para el modelo paralelo, dada una resistencia de perdida r_p se calcula como:

$$Q_o = \frac{r_p}{w_o \cdot L}$$

Inductores de alto Q para RF Como ejemplo podemos ver como la curva de los inductores de alto Q que comercializa la empresa Johanson (https://www.johansontechnology.com/downloads/johanson-technology-rf-wirewound-chip-inductors.pdf)





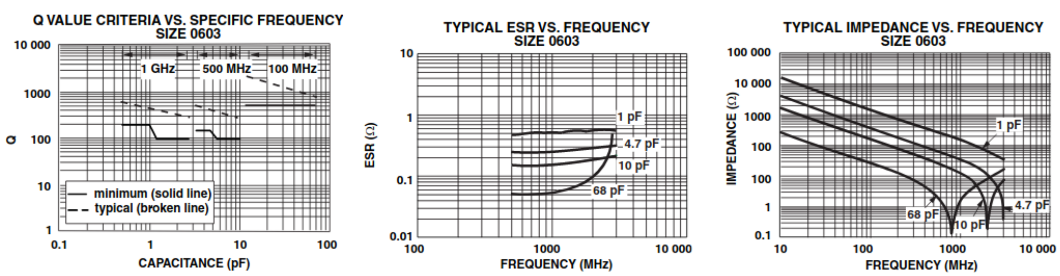
El factor de selectividad y la resistencia equivalente serie (ESR) Uno de los parámetros más importantes en la evaluación de un capacitor de chip de alta frecuencia es el factor Q, o la resistencia en serie equivalente (ESR) relacionada.

Un capacitor sin perdidas presenta un ESR de cero ohmios y sería puramente reactivo sin ningún componente real (resistiva). La corriente que pasa por el capacitor conduciría el voltaje a través exactamente 90 grados en todas las frecuencias.

Los capacitores no son ideales, y siempre exhibirá una cantidad finita de ESR. El ESR varía con la frecuencia de un capacitor dado y es “equivalente” porque su fuente proviene de las características de las estructuras de electrodo conductor y de la estructura dieléctrica aislante. Con el propósito de modelar, el ESR se representa como un elemento parásito de una sola serie. En las últimas décadas, todos los parámetros del condensador se midieron a un estándar de 1 MHz, pero en el mundo de alta frecuencia actual, esto está lejos de ser suficiente. Los valores típicos para un buen condensador de alta frecuencia de un valor dado podrían funcionar en el orden de aproximadamente 0,05 ohmios a 200 MHz, 0,11 ohmios a 900 MHz y 0,14 ohmios a 2000 MHz.

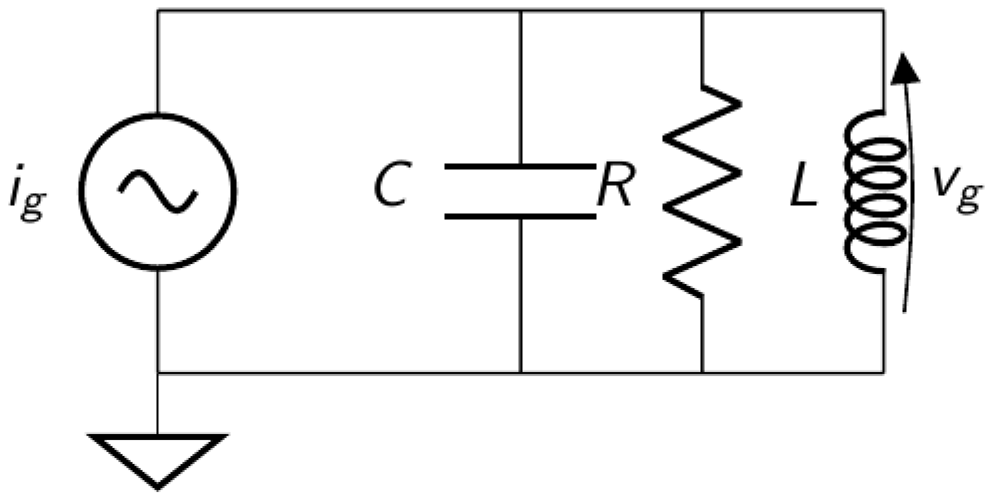
El factor de calidad Q es un número adimensional que es igual a la reactancia del capacitor dividido por la resistencia parásita del capacitor (ESR). El valor de Q cambia mucho con la frecuencia, ya que tanto la reactancia como la resistencia cambian con la frecuencia. La reactancia de un condensador cambia enormemente con la frecuencia o con el valor de capacitancia y, por lo tanto, el valor Q podría variar en gran medida.

http://www.vishay.com/docs/28534/highqdielectric.pdf



1.2.3 Circuito resonante RLC paralelo.

Comenzamos el análisis empleando el circuito de la figura, el cual corresponde al filtro pasabanda mas simple realizado con componetes pasivos.



Calcularemos la transferencia del circuito. Vamos a emplear una fuente de corriente y calcular la tensión en el nodo común.

$$v_g = i_g \cdot \frac{1}{(\frac{1}{R} + \frac{1}{SL} + SC)}$$

Calculando para $S = j\omega$, para el análisis del comportamiento del circuito en frecuencia:

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{1}{(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C)}$$

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{j\omega}{C(\frac{j\omega}{CR} + \frac{1}{LC} - \omega^2)}$$

Donde podemos normalizar la ecuación empleando los terminos Q, ya presentado, y $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ como la frecuencia de resonancia.

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{j\omega}{C(\frac{j\omega}{CR} + \omega_o^2 - \omega^2)}$$

Podemos remplazar el $C = \frac{Q}{R \cdot \omega_o}$

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{jR\omega_o\omega}{Q(\frac{j\omega_o\omega}{Q} + \omega_o^2 - \omega^2)}$$

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{jR\omega_o\omega}{(j\omega_o\omega + Q(\omega_o^2 - \omega^2)}$$

Sacando factor comun $j\omega_o\omega$ y simplificando :

$$\frac{v_g}{i_g} = \frac{R}{1 + jQ(\frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega_o \omega})}$$

Donde es facil reconocer el que el máximo de transferencia se produce cuando $\omega^2 = \omega_o^2$ (resonancia).

$$\frac{v_g}{i_g}(\omega_o) = R$$

El factor de selectividad relaciona el Q con el ancho de banda del circuito.

Para tener el ancho de banda, debemos buscar el ancho de banda donde la transferencia sea mayor a los $3dB$.

El modulo de la transferencia,

$$|\frac{v_g}{i_g}| = \frac{R}{\sqrt{1 + (Q(\frac{f^2 - f_o^2}{f_o f}))^2}}$$

$$\frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + (Q(\frac{f_c^2 - f_o^2}{f_o f_c}))^2}}$$

Por lo tanto, las frecuencias donde cae $3dB$.

$$2 = 1 + (Q(\frac{f_c^2 - f_o^2}{f_o f_c}))^2$$

$$1 = (Q(\frac{f_c^2 - f_o^2}{f_o f_c}))^2$$

$$1 = Q(\frac{f_c}{f_o} - \frac{f_o}{f_c})$$

$$f_c = -Qf_o + Q\frac{f_c^2}{f_o}$$

$$f_c + Qf_o - Q\frac{f_c^2}{f_o} = 0$$

$$f_c^2 - f_c\frac{f_o}{Q} - f_o^2 = 0$$

Donde f_c puede tomar los valores.

$$f_c = \frac{f_o}{2Q}(1 \pm \sqrt{4Q^2 + 1})$$

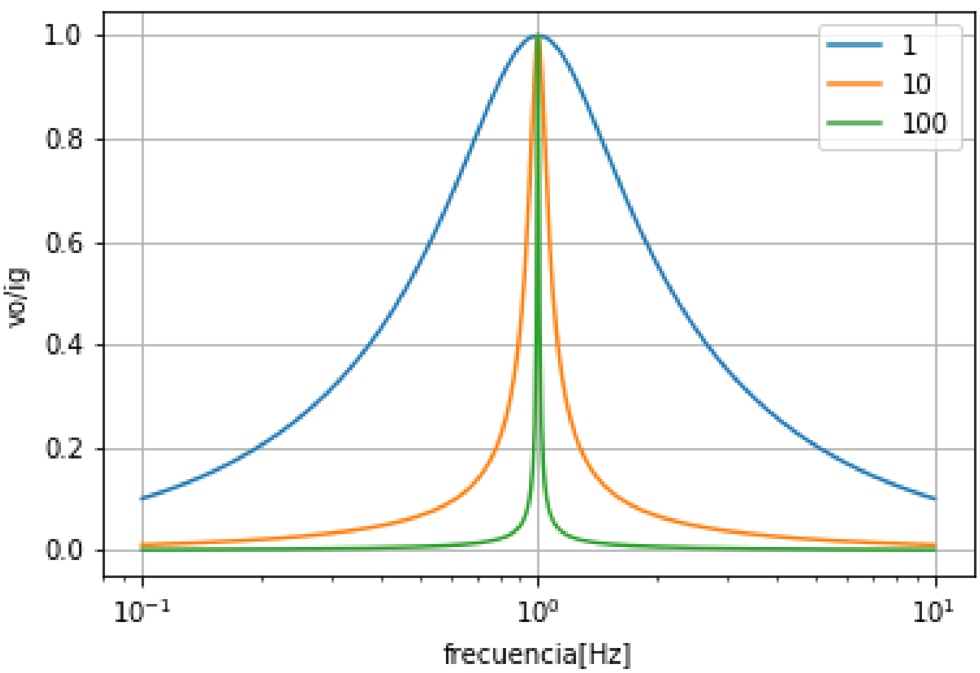
$$f_{c1} = \frac{f_o}{2Q}(1 + \sqrt{4Q^2 + 1})$$

$$f_{c2} = \frac{f_o}{2Q}(1 - \sqrt{4Q^2 + 1})$$

Entonces el ancho de banda:

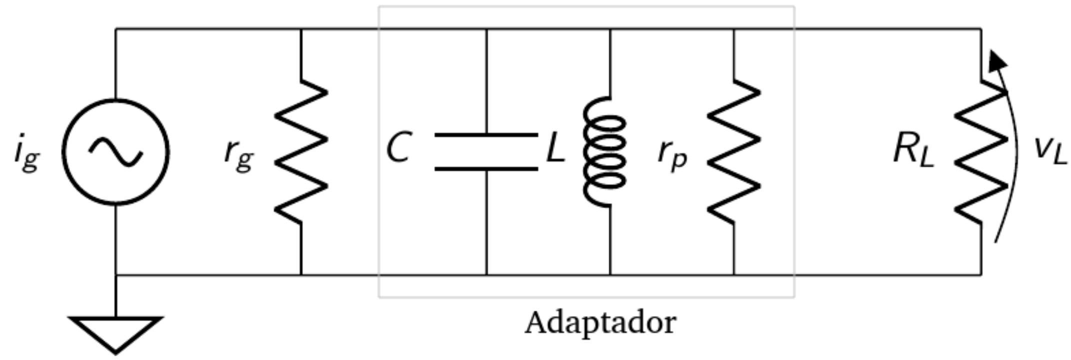
$$BW = f_{c1} - f_{c2} = \frac{f_o}{Q}$$

donde f_o corresponde a la frecuencia de resonancia ($\omega = 2\pi f_o$).



1.2.4 Q_c (Q cargado) en circuitos RLC paralelos.

El Q_c nos permite conocer el comportamiento del circuito cuando esta cargado por la impedancia de la fuente y la de la carga.



Del circuito resonante paralelo, en resonancia (donde se anula la componente imaginaria) la resistencia total $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_p} + \frac{1}{R_{ext}}$ se calcula como:

donde $R_{ext} = \frac{r_g R_L}{r_g + R_L}$

$$Q_c = \frac{r}{w_o \cdot L} = r \cdot w_o \cdot C$$

Entonces, de igual manera multiplicando ambos terminos por $w_o \cdot L$:

$$\frac{w_o \cdot L}{r} = \frac{w_o \cdot L}{r_p} + \frac{w_o \cdot L}{R_{ext}}$$

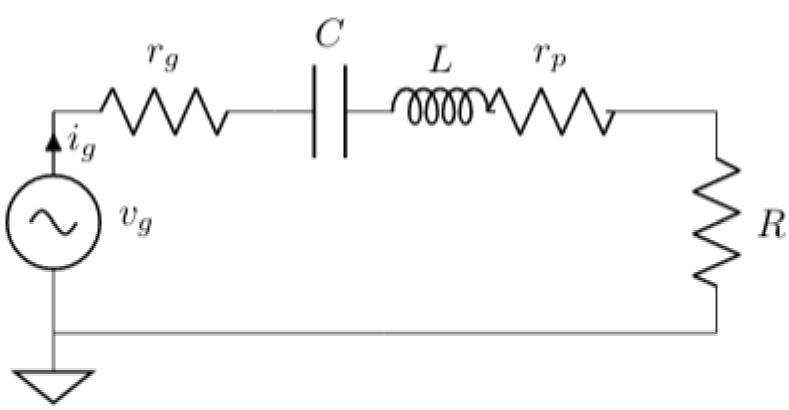
$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{w_o \cdot L}{R_{ext}}$$

https://www.coilcraft.com/pdfs/Doc945_Inductors_as_RF_Chokes.pdf

http://www.ee.iitm.ac.in/~ani/2011/ee6240/pdf/AN721_AppNote_Matching.pdf

https://www.spelektroniikka.fi/kuvat/schot7.pdf

1.2.5 Circuito RLC serie.



r

En un circuito RLC serie en resonancia,

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

,

Q_c (Q cargado) en circuitos RLC serie. El Q_o (libre) de un inductor para el modelo paralelo, dada una resistencia de perdida r_p se calcula como:

$$Q_o = \frac{w_o \cdot L}{r_p}$$

El Q_c (cargado) de este circuito resonante para el modelo serie, dada una resistencia total $r = r_p + R_{ext}$ se calcula como $Q_c = \frac{w_o \cdot L}{r}$, donde $R_{ext} = r_g + R$.

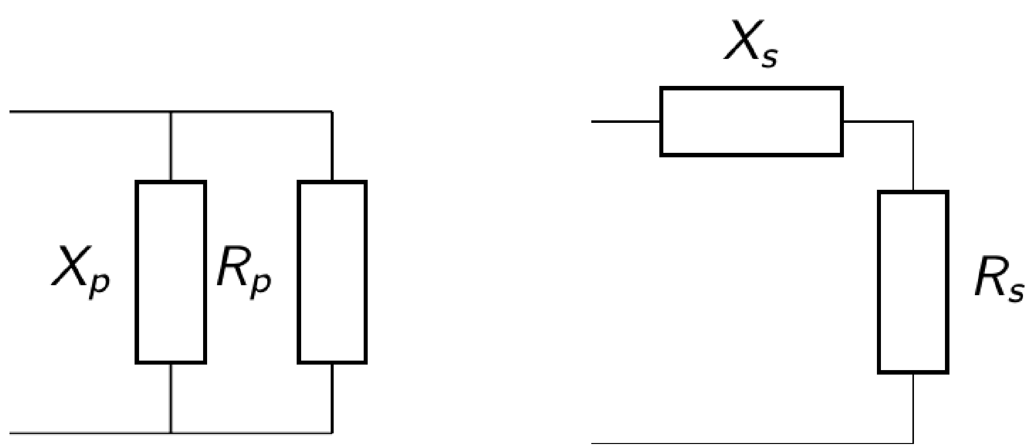
Entonces, dividiendo ambos miembros de la ecuación por $w_o \cdot L$:

$$\frac{r}{w_o \cdot L} = \frac{r_s}{w_o \cdot L} + \frac{R_{ext}}{w_o \cdot L}$$

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{R_{ext}}{w_o \cdot L}$$

2 Conversión serie a paralelo

Buscaremos la relación entre un circuito resonante serie y un resonante paralelo. Esto será muy útil para el diseño y verificación de los filtros, ya que no permitirán agilizar los calculos.



En un circuito resonante paralelo, la impedancia de entrada se calcula como:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{j \cdot X_p}$$

Separando la parte real de la parte imaginaria:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{R_p + j \cdot X_p}{R_p \cdot j \cdot X_p}$$

$$Z_p = \frac{R_p \cdot j \cdot X_p}{R_p + j \cdot X_p} \cdot \frac{R_p - j \cdot X_p}{R_p - j \cdot X_p}$$

$$Z_p = \frac{R_p \cdot j \cdot X_p \cdot (R_p - j \cdot X_p)}{(R_p^2 + X_p^2)}$$

$$Z_p = \frac{(R_p \cdot X_p^2) + j \cdot (R_p^2 \cdot X_p)}{(R_p^2 + X_p^2)}$$

$$Z_p = \frac{(R_p \cdot X_p^2)}{(R_p^2 + X_p^2)} + j \cdot \frac{(R_p^2 \cdot X_p)}{(R_p^2 + X_p^2)}$$

$$Z_p = \frac{(R_p \cdot (\frac{R_p}{Q_o})^2)}{(R_p^2 + (\frac{R_p}{Q_o})^2)} + j \cdot \frac{(R_p^2 \cdot X_p)}{(R_p^2 + (\frac{R_p}{Q_o})^2)}$$

En un circuito resonante serie, la impedancia de entrada se calcula como:

$$Z_s = R_s + j \cdot X_s$$

Entonces, en resonancia, igualando la parte real de la impedancia :

$$R_s = \frac{(R_p \cdot X_p^2)}{(R_p^2 + X_p^2)}$$

En resonancia, $Q_o = \frac{R}{X_p}$, entonces $X_p = \frac{R}{Q_o}$. Remplazando resulta:

$$R_s = \frac{(R_p \cdot (\frac{R_p}{Q_o})^2)}{(R_p^2 + (\frac{R_p}{Q_o})^2)}$$

Sacando R_p^2 como factor comun y simplificando resulta:

$$R_s = \frac{R_p \cdot (\frac{1}{Q_o^2})}{(1 + (\frac{1}{Q_o^2}))} = \frac{R_p}{(1 + Q_o^2)}$$

Por lo tanto, en resonancia, igualando la parte imaginaria de la impedancia :

$$X_s = \frac{(R_p^2 \cdot X_p)}{(R_p^2 + (\frac{R_p}{Q_o})^2)}$$

$$X_s = \frac{X_p}{(1 + \frac{1}{Q_o^2})}$$

De las ecuaciones, podemos concluir que para realizar una conversión de serie a paralelo, donde el Q_o se suele llamar Q_m (Q de adaptación o 'matching'), ya que no solo se emplea para las perdidas de los componentes:

$$R_s = \frac{R_p}{(1 + Q_m^2)}$$

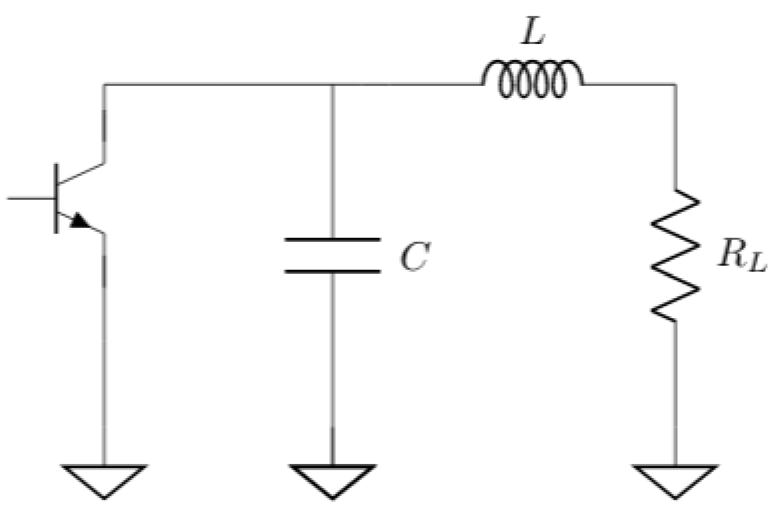
$$X_s = \frac{X_p}{(1 + \frac{1}{Q_m^2})}$$

Si el Q_m es mayor a 10 podemos despreciar el termino $\frac{1}{Q_m^2}$

$$X_s \sim X_p$$

2.1 Ejemplo 1: conversión serie a paralelo

Se desea diseñar una red de adaptación para transformar una carga de $R_L = 50\Omega$ para que presente a el colector de un transistor una resistencia de $R'_L = 1000\Omega$ a la frecuencia de $f_o = 2MHz$. Por simplicidad, suponemos que todos los componentes no tienen perdidas (son ideales) y que la salida del transistor presenta una admitancia resistiva pura.



Para resolver este diseño, debemos primero realizar la conversión de serie a paralelo del inductor y la resistencia. Esta conversión tiene que darnos como resultado una resistencia paralelo de $R'_L = 1000\Omega$. La conversión de serie a paralelo depende del valor de Q_m (Q de matching).

$$R_p = R_s(1 + Q_m^2)$$

$$Q_m = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1}$$

$$Q_m = \sqrt{\frac{1000}{50} - 1} = 4.36$$

Entonces con un $Q_m = 4.36$ la resistencia del circuito paralelo se comporta como una resistencia de $R_p = 1000\Omega$.

Debemos conocer el valor del inductor que permite tener un $Q_m = 4.36$. Dado que el valor que queremos conocer corresponde al inductor L serie, empleamos el calculo del Q_m del circuito serie (recordando que la corriente es el parametro común para el calculo de la potencia en ambos componentes).

$$Q_m = \frac{i^2 X_L}{i^2 r_s}$$

$$Q_m = \frac{X_L}{r_s}$$

$$X_L = Qmr_s = 4.36 \cdot 50\Omega = 217.94\Omega$$

siento $X_L = w_o \cdot L$, donde $w_o = 2\pi f_o$. Entonces,

$$L = \frac{X_L}{2\pi f_o}$$

$$L = \frac{217.94\Omega}{2\pi 2 \times 10^6 Hz} = 17.3\mu Hz$$

Para obtener el valor de C, necesitamos conocer el valor del inductor correspondiente al circuito paralelo. Debemos calcular su valor para el circuito paralelo.

$$X_p = X_s(1 + \frac{1}{Q_m^2})$$

$$X_L' = X_L(1 + \frac{1}{Q_m^2})$$

$$X_L' = 217.94\Omega(1 + \frac{1}{4.36^2}) = 229.41\Omega$$

El valor que resuena con el capacitor entonces es $X_C = X_L'$, siendo $X_C = \frac{1}{w_o \cdot C}$. Hacemos entonces el calculo del valor del capacitor C.

$$C = \frac{1}{w_o \cdot X_C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi 2 \times 10^6 Hz \cdot 229.41\Omega} = 346.8pF$$

Como vemos en este ejemplo, se logra la adaptación de la resistencia mediante la conversión de serie a paralelo. Dado que se emplean solo dos componentes reactivos, el Q_c queda impuesto por el circuito y no puede ser modificado sin afectar la adaptación.

[10]:

```
1.1) L= 17.344 uHy
1.2) C =346.87 pF
```

[ ]: