# Osciladores

October 18, 2021

# 1 Introducción osciladores

Oscilador es un circuito que genera una señal periódica, es decir, que produce una señal periódica a la salida sin tener ninguna entrada periódica. Los osciladores se clasifican en armónicos, cuando la salida es sinusoidal, o de relajación, si generan una onda cuadrada.

Un oscilador a cristal es un oscilador armónico cuya frecuencia está determinada por un cristal de cuarzo o una cerámica piezoeléctrica.

Los sistemas de comunicación suelen emplean osciladores armónicos, normalmente controlados por cristal, como oscilador de referencia. Pero también osciladores de frecuencia variable. La frecuencia se puede ajustar mecánicamente (condensadores o bobinas de valor ajustable) o aplicando tensión a un elemento, estos últimos se conocen como osciladores controlados por tensión o VCO, es decir, osciladores cuya frecuencia de oscilación depende del valor de una tensión de control.

Existen varios tipos de osciladores, la clasificación es arbitraria pero suele hablarse en principio de osciladores de 2 terminales y osciladores de 4 terminales, esto se refiere a la cantidad de terminales que tiene un circuito LC o RC para conectarse con el dispositivo activo.

Los osciladores de 2 terminales usan el concepto de resistencia negativa propia de algunos dispositivos.

Los osciladores de 4 terminales se basan en conseguir realimentación positiva para alguna frecuencia de modo que el circuito quede oscilando a dicha frecuencia. La utilización de un tipo u otro de oscilador depende de la gama de frecuencias y de las potencias de señal requeridas, así los de dos terminales son para muy alta frecuencia y entregan potencias reducidas, en tanto que los de cuatro terminales son para frecuencias dentro de un amplio rango según sean LC o R-C, y las potencias son bastante mayores, la tabla que se observará a continuación pretende sintetizar lo comentado y además marcar algunos representantes dentro de cada tipo.

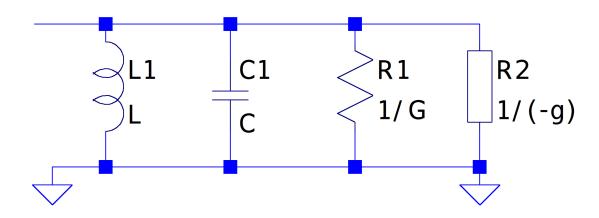
### 1.1 Parámetros del oscilador

- Frecuencia: es la frecuencia del modo fundamental
- Margen de sintonía, para los de frecuencia ajustable, es el rango de ajuste
- Potencia de salida y rendimiento. El rendimiento es el cociente entre la potencia de la señal de salida y la potencia de alimentación que consume
- Nivel de armónicos: potencia del armónico referida a la potencia del fundamental, en dB
- Pulling: variación de frecuencia del oscilador al variar la carga

- Pushing: variación de frecuencia del oscilador al variar la tensión de alimentación
- Deriva con la temperatura: variación de frecuencia del oscilador al variar la temperatura
- Ruido de fase o derivas instantáneas de la frecuencia
- Estabilidad de la frecuencia a largo plazo, durante la vida del oscilador

### 1.2 Osciladores de resistencia negativa o de dos terminales

Poseen un circuito esquemático de características muy simples, no se fabrica artificialmente como en el caso anterior la resistencia negativa, sino que se aprovecha algún dispositivo que presente naturalmente una zona de estas características.



Donde: -g: representa la conductancia negativa del dispositivo usado (DIODO TUNEL, IM-PATT, etc.)

G: conductancia de pérdidas del tanque + carga del circuito.

Planteando el equilibrio de la corriente en las ramas.

$$i_L + i_C + i_G + i_g = 0$$

Pero como:

$$i_G = Gv(t)$$

$$i_L = L \int_0^t c(t)dt$$

$$i_g = -gv(t)$$

$$i_C = C \frac{dv(t)}{dt}$$

Reemplazando:

$$\frac{1}{L}\int v(t)dt + C\frac{dv(t)}{dt} + Gv(t) - gv(t) = 0$$

Derivando con respecto a t miembro a miembro:

$$\frac{1}{L}v(t) + C\frac{d^2v(t)}{dt^2} + (G - g)\frac{v(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{(G-g)}{C}\frac{v(t)}{dt} + \frac{1}{LC}v(t) = 0$$

Para resolver esta ecuación, primero se supone que la expresión del voltaje es de tipo exponencial:  $v(t) = k_1 e^{st}$ .

Reemplazando y sacando factor común, se obtiene:

$$k_1 e^{st} (s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}) = 0$$

Donde

$$\alpha = \frac{G-g}{2C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_d = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Que es una ecuación diferencial de segundo orden homogénea, cuya solución es:

$$v(t) = k_1 e_{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

siendo s1 y s2 las raíces de la ecuación característica, es decir:

$$s_{1,2} = -\frac{(G-g)}{2C} \pm sqrt(\frac{G-g}{2C})^2 - \frac{1}{LC}$$

$$s_{1,2} = -\frac{(G-g)}{2C} \pm j sqrt \frac{1}{LC} - (\frac{G-g}{2C})^2$$

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Entonces

$$v(t) = e^{-\alpha t} (k_1 cos(\omega_d t) + k_2 sin(\omega_d t))$$

Si  $\alpha = 0$  resulta en oscilaciones de amplitud constante y pulsación  $\omega_0$ .

Cuando el oscilador arranca,  $\alpha$  resulta negativo, o sea que g>G, la señal crece y cuando G=g la amplitud permanecera constante. Cuando se carga más; G aumentará y el sistema buscará el equilibrio modificando la amplitud de modo de quedar en una zona en que g pueda compensar.

Si se lo sobrecarga la oscilación se extingue pues g nunca llega a compensar G. Constructivamente un oscilador de este tipo se basa en colocar algún elemento que provea la resistencia negativa, como por ejemplo diodo Tunel, diodo Impatt o diodo Gunn.

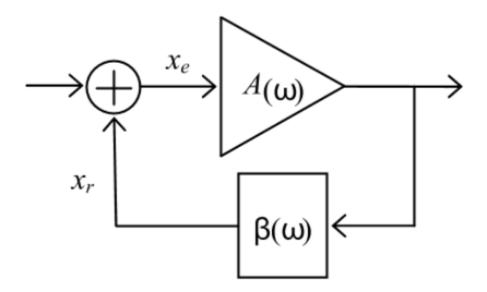
# 1.3 Criterio de oscilación para osciladores de cuatro terminales.

Podemos enumerar distintos criterios de oscilación:

- 1. Criterio de Barkhausen
- 2. Criterio matricial
- 3. Criterio empleado el cificiente de Stern
- 4. Criterio de impedancia negativa

#### 1.3.1 Criterio de Barkhausen

Supongamos el siguiente diagrama



Para hallar el criterio de oscilación se puede asimilar el oscilador a un circuito con realimentación positiva,  $x_i$  y  $x_o$  son las señales de entrada y salida, mientras que  $x_r$  y  $x_e$  son, respectivamente, la señal de realimentación y la señal de error.

La ganancia del circuito realimentado es

$$\frac{x_o}{x_i} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

Donde: A es la ganancia del amplificador inicial, o ganancia en lazo abierto,

 $\beta$  es el factor de realimentación

 $A\beta$  es la ganancia de lazo.

Todos estos parametros representan números complejos, cuyo módulo y fase varían con la frecuencia angular,  $\omega$ .

El comportamiento del circuito se puede predecir conociendo el módulo,  $|A\beta|$ , y la fase,  $\angle(A\beta)$ , de la ganancia de lazo.

Si  $A\beta < 1$ , el circuito es estable sea cual sea el valor de  $\angle(A\beta)$ .

Si a una frecuencia determinada  $A\beta = 1$ , es decir  $|A\beta| = 1$  y  $\angle(A\beta) = 0$ , también conocida como condicion de Barkhausen, cualquier oscilación presente en la entrada a esa frecuencia se mantiene indefinidamente con la misma amplitud.

Si a una frecuencia determinada  $A\beta > 1$ , es decir  $|A\beta| > 1$  y  $\angle(A\beta) = 0$ , cualquier oscilación presente en la entrada a esa frecuencia se amplifica indefinidamente hasta que la saturación del amplificador lo devuelve a la condición anterior. Como la saturación es un fenómeno no lineal, al mismo provoca la aparición de armónicos.

Si el circuito tiene  $|A\beta| > 1$  podemos prescindir de la señal de entrada puesto que el ruido, siempre presente, contiene componentes a todas las frecuencias.

La componente de ruido a la frecuencia en la que se cumpla esta condición, conocida como condición de arranque, se amplifica indefinidamente hasta la saturación del amplificador o hasta que un circuito auxiliar consiga que para esa frecuencia  $A\beta = 1$ . Durante la condición de arranque, dado que la señal que inicia el proceso es de muy baja amplitud (probablemente proveniente de ruido termico), se considera que en durante esta etapa el circuito tiene una respuesta lineal.

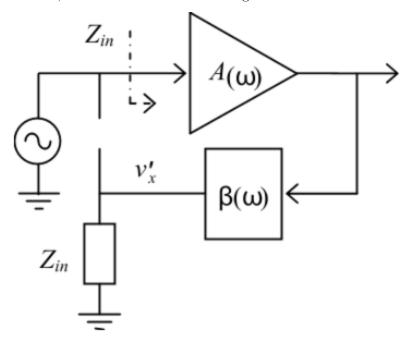
A partir de entonces la amplitud de la oscilación se mantiene, por eso a la condición  $A\beta = 1$  se la denomina condición de mantenimiento. Estas condiciones para que un circuito oscile se conocen como criterio de Barkhausen.

El circuito externo para establecer la condición de mantenimiento mide la amplitud de la oscilación y varía la ganancia del amplificador de forma inversamente proporcional. Si se emplea, se obtiene un tono más puro, con menos armónicos, que si se deja a la saturación del amplificador la limitación de la amplitud. Aunque la pureza de la oscilación depende de otros factores adicionales.

Aunque en general el funcionamiento del oscilador es no lineal, notar que la condición de arranque se puede estudiar con un modelo lineal del amplificador porque trabaja con señales muy pequeñas.

#### 1.3.2 Análisis de las condiciones de oscilación

El método de análisis consiste primero en identificar el lazo de realimentación y el sentido del lazo. Después el lazo debe abrirse en un punto cualquiera, situar al inicio un generador de tensión auxiliar, vx, y al final un impedancia,  $Z_{in}$ , equivalente a la impedancia de entrada que se ve desde el inicio, tal como se muestra en la figura .



A continuación se calcula la señal al final del lazo, vx, y la ganancia de lazo como

$$A\beta = \frac{v_o}{v_i}$$

Finalmente, aplicando el criterio de Barkhausen obtendremos la frecuencia de oscilación y la condi-

ción de arranque.

$$\angle(A\beta) = 0$$

у

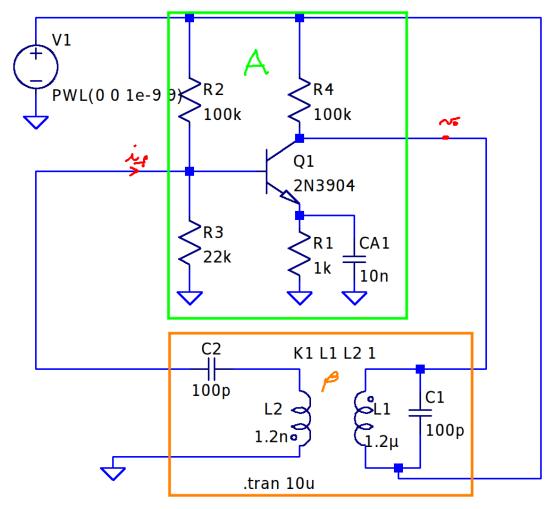
$$|A\beta| > 1$$

,

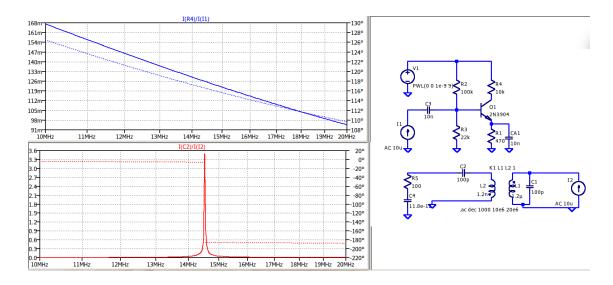
La ganancia de lazo,  $A\beta$ , es independiente del punto en que se abra el lazo, pero la dificultad de su cálculo a menudo no. Elegir un punto en que  $Z_{in}=\infty$  puede simplificar mucho este cálculo. Alternativamente, se puede escoger un punto en que la impedancia de salida al final del lazo es nula, de forma que el valor de  $Z_{in}$  sea irrelevante.

# 1.3.3 Ejemplo

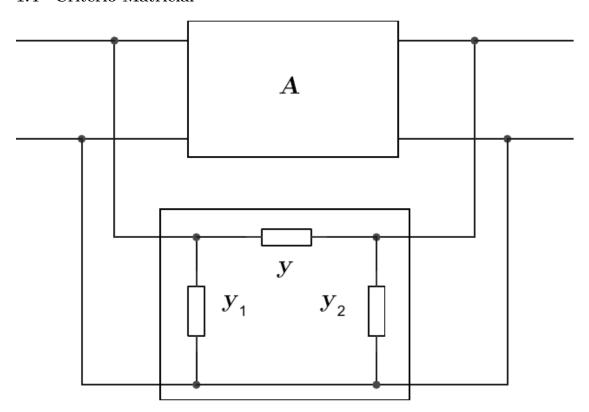
El siguiente ejemplo se emplea un amplificador realizado con un transistor NPN (2N3904).



El bloque A



# 1.4 Criterio Matricial



$$[y] = [y_A] + [y_\beta]$$

Para este sistema, se pueden plantear las ecuaciones del cuadripolo como:

$$[i] = [v] \times [y]$$

Para un cuadripolo de dos puertos, se puede expresar.

$$i_i = v_i y_{11} + v_o y_{12}$$

$$i_o = v_i y_{21} + v_o y_{22}$$

Donde en base a este sistema de ecuaciones podemos calcular las tensión del sistema como.

$$v_i = i_i \frac{y_{22}}{\Delta y} - i_o \frac{y_{12}}{\Delta y}$$

$$v_o = -i_i \frac{y_{22}}{\Delta y} + i_o \frac{y_{12}}{\Delta y}$$

donde  $\Delta y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$ 

Dado que este circuito corresponde a un oscilador, asumimos que la carga es parte del cuadripolo A y, en este esquema,  $i_i = 0$  y  $i_o = 0$ .

Si el determinante de la matriz admitancia resulta igual a cero ( $\Delta y = 0$ ) el sistema es indeterminado y admite infinitas soluciones, donde una solución posible es la existencia de tensiones y corrientes en la salida sin la existencia de tensiones o corrientes de entrada.

$$y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21} = 0$$

#### 1.4.1 Ecuación fundamental del oscilador

Siendo  $y_A$ 

$$|y_A| = \begin{vmatrix} y_{11A} & y_{21A} \\ y_{12A} & y_{22A} \end{vmatrix}$$

 $y y_{\beta}$ 

$$|y_{\beta}| = \begin{vmatrix} y_{11\beta} & y_{21\beta} \\ y_{12\beta} & y_{22\beta} \end{vmatrix}$$

Del circuito podemos obtener los valores de la red  $\beta$ 

$$y_{11\beta} = y_1 + y$$

$$y_{11\beta} = -y$$

$$y_{11\beta} = -y$$

$$y_{11\beta} = y_2 + y$$

$$|y_t| = |y_A| + |y_\beta| = \begin{vmatrix} y_{11A} + y_1 + y & y_{21A} - y \\ y_{12A} - y & y_{22A} + y_2 + y \end{vmatrix}$$

Entonces el determinante se puede expresar como,

$$\Delta = (y_{11A} + y_1 + y) \cdot (y_{22A} + y_2 + y) - (y_{21A} - y) \cdot (y_{12A} - y)$$

que igualaremos a cero para encontrar la ecuación fundamental del oscilador:

$$\Delta = (y_{11A} + y_1 + y) \cdot (y_{22A} + y_2 + y) - (y_{21A} - y) \cdot (y_{12A} - y) = 0$$
$$(y_{11A} + y_1 + y) \cdot (y_{22A} + y_2 + y) = (y_{21A} - y) \cdot (y_{12A} - y)$$
$$\frac{(y_{12A} - y)}{(y_{11A} + y_1 + y)} \cdot \frac{(y_{21A} - y)}{(y_{22A} + y_1 + y)} = 1$$

Despejando  $y_{21A}$ 

$$y_{21A} = \frac{(y_{11A} + y_1 + y)(y_{22A} + y_2 + y)}{(y_{12A} - y)} - y$$

### 1.4.2 Analisis de pequeña señal

Para simplificar el analisis, supondremos que  $y_{12A} \ll y_{21A}$  y que  $y_{12A} \ll y$ .

$$y_{21A} = \frac{(y_{11A} + y_1 + y)(y_{22A} + y_2 + y)}{(y_{12A} - y)} - y$$
$$-y_{21A} = \frac{(y_{11A} + y_1)(y_{22A} + y_2)}{y} + (y_{11A} + y_1 + y_{22A} + y_2)$$

### 1.5 Critero de Stern

El criterio de estabilidad de Stern se asocia a la impedacia que presenta el cuadripolo en su entrada, donde se busca la condición de que la parte real resultante sea negativa.

$$y_{in} = y_{11} - \frac{y_{12}y_{21}}{y_{22} + Y_L}$$

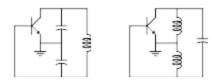
Para osciladores de 2 terminales el criterio de oscilación podría ser la existencia de una impedancia de entrada con parte real negativa. En el caso de trabajar con amplificadores que se vuelven osciladores podría aplicarse este criterio para el diseño.

$$k = \frac{2G_1G_2}{|y_{12}y_{21}| + R_L|y_{12}y_{21}|} < 1$$

### 1.6 Osciladores Colpitts y Hartley

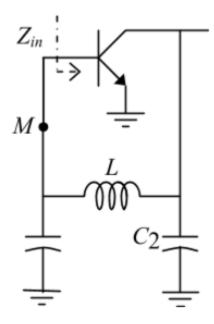
Son dos esquemas clásicos de oscilador para comunicaciones con un único elemento activo, que puede ser un BJT o un MOSFET.

Los circuitos equivalentes para c.a. de las versiones con BJT están representados en la figura.

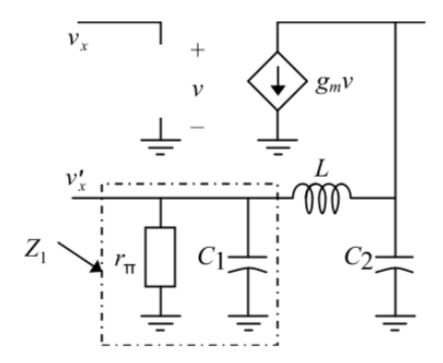


El Colpitts emplea dos capacitores y un inductor en la red de realimentación, mientras que el Hartley emplea dos inductores y un ccapacitor. El análisis de estos osciladores es similar, así que nos limitaremos a estudiar el Colpitts.

El Colpitts emplea dos capacitores y un inductor en la red de realimentación.



En la figura se representa el esquema del oscilador Colpitts, redibujado para poner en evidencia la red de realimentación. También en esta figura se indica el punto M, elegido para abrir el lazo de realimentación.



En la siguiente figura se muestra el circuito que resulta después de abrir el lazo y de sustituir el BJT por su circuito equivalente en pequeña señal. Notar que la impedancia de entrada en el punto de inicio es  $Z_{in}=r_{\pi}$ .

De circuito se obtienen los valores de la impedancia.

$$Z_1 = \frac{r_{\pi}}{1 + j\omega C_1 r_{\pi}}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$Z = j\omega L$$

$$A = -gm \cdot \frac{Z_2 \cdot (Z + Z_1)}{Z_1 + Z + Z_2}$$

$$\beta = \frac{Z_1}{Z + Z_1}$$

Entonces, para la condición de Barkhausen.

$$A\beta = -gm \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z + Z_2} = 1$$

Sustituyendo en la ecuación anterior las expresiones correspondientes.

$$A\beta = -gm \cdot (\frac{r_{\pi}}{1 + j\omega C_{1}r_{\pi}}) \cdot (\frac{1}{j\omega C_{2}}) \cdot \frac{1}{(\frac{r_{\pi}}{1 + j\omega C_{1}r_{\pi}}) + (j\omega L) + (\frac{1}{j\omega C_{2}})} = 1$$

$$\frac{-gm \cdot r_{\pi}}{(1 + j\omega C_{1}r_{\pi} - \omega^{2}C_{2}L(1 + j\omega C_{1}r_{\pi}) + j\omega C_{2})} = 1$$

$$\frac{-gm \cdot r_{\pi}}{(1 - \omega^{2}C_{2}L) + j\omega r_{\pi}(C_{2} + C_{1} - \omega^{2}C_{2}C_{1}L)} = 1$$

Aplicando el criterio de Barkhausen para la fase,  $\phi(A\beta) = 0$ , la frecuencia de oscilación:

$$\omega = \sqrt{\frac{C_2 + C_1}{C_2 C_1 L}}$$

Sustituyendo este resultado en la expresión de  $A\beta$  y aplicando el criterio de Barkhausen para el módulo,  $|A\beta| > 1$ , obtenemos la condición de arranque

$$\frac{-gm \cdot r_{\pi}}{1 - \omega^2 C_2 L} > 1$$

$$gm \cdot r_{\pi} > \frac{C_1}{C_2}$$

[10.1109/PROC.1966.4780]

https://doi.org/10.1063/1.1136656