Didactica_6

July 21, 2021

0.1 Ancho de banda

$$A_v = -\frac{g_m}{C}\frac{S}{(S+\frac{\omega_o}{2Q}+j\omega_o)(S+\frac{\omega_o}{2Q}-j\omega_o)}$$

Las frecuencias donde la trasferencia

$$\frac{g_m R}{\sqrt[2]{1+Q^2(\frac{\omega_c}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega_c})^2}} = \frac{1}{\sqrt[2]{2}}$$

$$1+Q^2(\frac{\omega_c}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega_c})^2 = 2$$

$$Q^2(\frac{\omega_c}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega_c})^2 = 1$$

$$Q(\frac{\omega_c}{\omega_o}-\frac{\omega_o}{\omega_c}) = \pm 1$$

$$\omega_c^2 - \omega_o^2 = \pm\frac{\omega_o\omega_c}{Q}$$

$$\omega_c^2 \pm \omega_c\frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2 = 0$$

$$\omega_c = \pm\frac{\omega_o}{2Q} \pm\sqrt{\frac{\omega_o^2}{4Q^2} - \omega_o^2}$$

$$\omega_c = \pm\frac{\omega_o}{2Q} \pm \omega_o\sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}$$

Usando las frecuencias positivas:

$$\omega_{c_{i,s}} = \omega_o\sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1} \pm \frac{\omega_o}{2Q}$$

$$\omega_{c_{i,s}} \simeq \omega_o \pm \frac{\omega_o}{2Q}$$

$$\omega_{c_i} \simeq \omega_o - \frac{\omega_o}{2Q}$$

$$\omega_{c_s} \simeq \omega_o - \frac{\omega_o}{2Q}$$

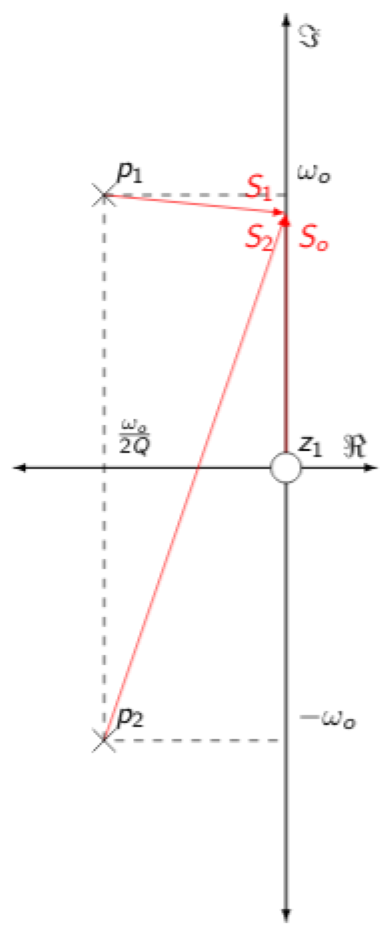
$$BW = \omega_{c_s} - \omega_{c_i} = \frac{\omega_o}{Q}$$

0.2 Aproximación de banda angosta

Partiendo de la respuesta en frecuencia del sistema.

$$A_v = -\frac{g_m}{C}\frac{S}{(S + \frac{\omega_o}{2Q} + j\omega_o)(S + \frac{\omega_o}{2Q} - j\omega_o)}$$

$$A_v = -\frac{g_m}{C}\frac{S}{(S - p_1)(S - p_2)}$$



El diagrama muestra la respuesta en frecuencia del sistema para una frecuencia dada. Para esta frecuencia la transferencia puede ser calculada como:

$$A_v(\omega_x) = -\frac{g_m}{C}\frac{S_o}{S_1 S_2}$$

Para simplificar el analisis, supondremos que los vectores S_o y S_2 tienen una variación despresible respecto a las variaciones de S_1. Luego demostraremos los limites de esta suposición.

Entonces:

$$S_o \sim j\omega_o$$

$$S_2 \sim 2j\omega_o$$

donde el vector que varia es S_1

$$S_1 = j\omega + \frac{\omega_o}{2Q} + j\omega_o$$

Remplazando en la ecuación de la trasnferencia

$$A_v = -\frac{g_m}{C}\frac{j\omega_o}{(j\omega + \frac{\omega_o}{2Q} + j\omega_o^2)(j2\omega_o)}$$

$$A_v = -\frac{g_m}{C}\frac{1}{(j\omega + \frac{\omega_o}{2Q} + j\omega_o)(2)}$$

$$A_v = -g_m R\frac{1}{1 + j2Q\frac{\omega - \omega_o}{\omega_o}}$$

$$A_v = -g_m R\frac{1}{1 + j\chi}$$

$$\chi(\omega) = 2Q\frac{\omega - \omega_o}{\omega_o}$$

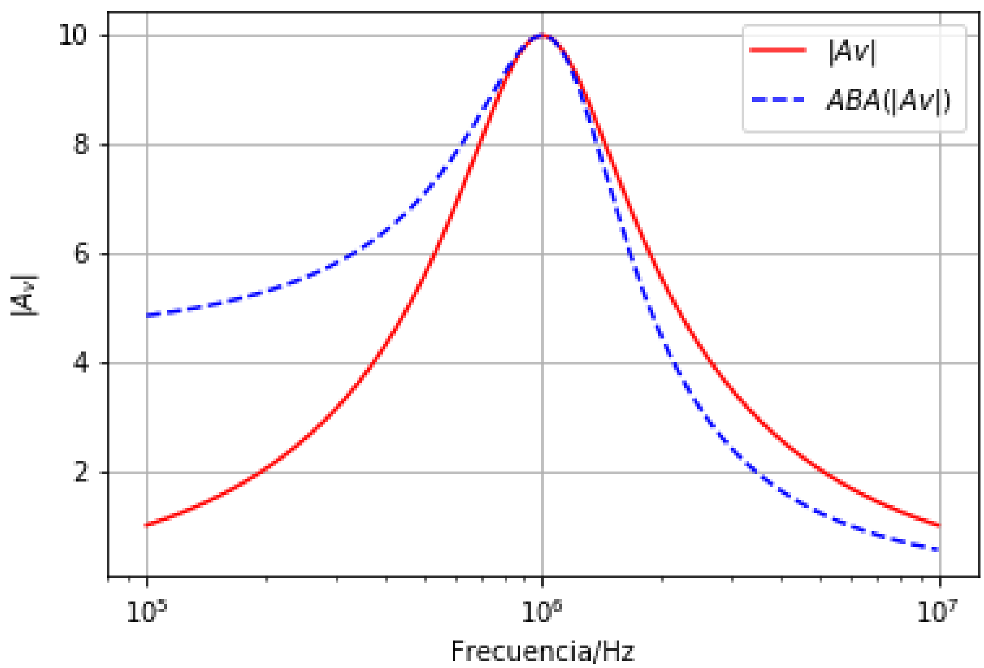
$$|A_v| = \frac{g_m R}{\sqrt{1 + \chi^2}}$$

$$|\overline{A_v}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \chi^2}}$$

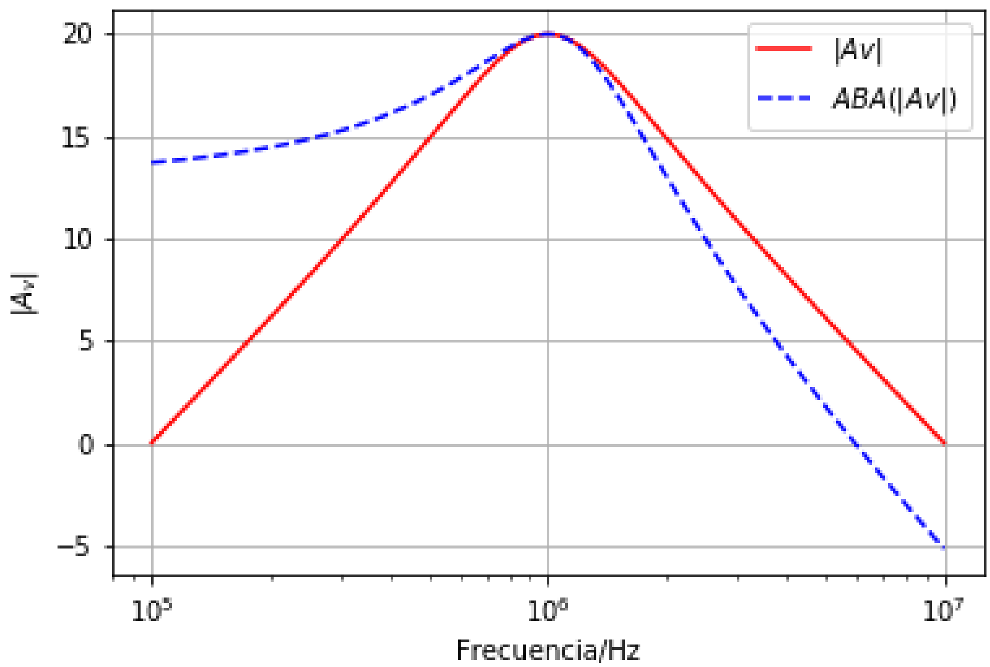
0.3 Ejemplo 2

Supongamos una etapa simple sintonizada a la frecuencia de $f_o = 1MHz$, con un factor de selectividad de $Q_c = 10$. El elemento activo tiene una ganancia de transconductancia $g_m = 100mS$ y la resistencia total de la etapa es de $R_t = 100\Omega$.

La transferencia de tensión en función de la frecuencia para este sistema empleando aproximación de banda angosta (en escala semilog en la frecuecia).



La transfencia en dB



En las figuras del ejemplo vemos que la aproximación de banda angosta presenta un error que aumenta al alejarse de la frecuencia de sintonia. Este error sera cada vez mas apreciable a medida que se aleja. Por lo tanto, esta aproximación es útil para el calculo de la transferencia para frecuencias dentro de la banda de paso, pero con error si se desea conocer su respuesta fuera de esta.

Por ejemplo, para el calculo de la atenuación de frecuencia imagen, no se suele emplear esta aproximación.

0.4 Producto ganancia por ancho de banda

El producto de ganancia-ancho de banda (designado como GBP) para un amplificador es el producto del ancho de banda del amplificador y la ganancia con la que se mide el ancho de banda.

Para los transistores, el producto de ancho de banda de ganancia de corriente se conoce como f_T o frecuencia de transición. Se calcula a partir de la ganancia de corriente de baja frecuencia (unos pocos kHz) en condiciones de prueba especificadas, y la frecuencia de corte a la cual la ganancia de corriente cae en $-3dB$. El producto de estos dos valores puede considerarse como la frecuencia a la que la ganancia de corriente se reduciría a 1, y la ganancia de corriente del transistor entre la frecuencia de corte y la transición se puede estimar dividiendo f_T por la frecuencia. Por lo general, los transistores deben aplicarse a frecuencias muy por debajo de f_T para ser útiles como amplificadores y osciladores. En un transistor bipolar, la respuesta de frecuencia disminuye debido a la capacitancia interna de las uniones.

$$GBP = |A_o| \cdot BW$$

Remplazando

$$GBP = gm \cdot R \cdot \frac{f_o}{Q_c}$$

Siendo $Q_c = R \cdot \omega_o C$

$$GBP = \frac{gm \cdot R \cdot f_o}{R \cdot \omega_o C}$$

$$GBP = \frac{gm \cdot R \cdot f_o}{R \cdot 2\pi f_o C}$$

Simplificando

$$GBP = \frac{gm}{2\pi C}$$

Encontramos que el producto ganancia por ancho de banda depende de los parametros del dispositivo activo.

Cuando más pequeño sea C, mayor resulta este producto, es de remarcar que el mínimo valor de C es la capacidad de salida del dispositivo activo. El producto ganancia por ancho de banda arroja una constante, así si se aumenta la ganancia se disminuye el ancho de banda y viceversa. Si se fija la ganancia el Q queda dado por esta ganancia.

0.5 Amplificador multietapa sincrónico

Se colocan en cascada n-etapas simples sintonizadas como las mostradas al principio de la unidad.

La transferencia de una etapa se calcula como:

$$A_v = -g_m R \frac{1}{1 + j\chi}$$

donde $\chi(\omega) = 2Q\frac{f - f_o}{f_o}$

Para la respuesta de n-etapas simple sintonizadas sincronicas

$$A_v^n = (-g_m R \frac{1}{1 + j\chi})^n$$

Donde el modulo de la transferencia

$$|A_v|^n = \frac{(g_m R)^n}{(\sqrt{1 + \chi^2})^n}$$

$$|A_v|^n = \frac{|\bar{A}_{vo}|^n}{(1 + \chi^2)^{\frac{n}{2}}}$$

Si se dispone de n-etapas simple sintonizadas sincronicas y de igual ancho de banda, a la frecuencia de $-3dB$ de cada etapa, generada una respuesta de $n \times -3dB$.

Para calcular el ancho de banda para n-etapas en cascada simple sintonizadas sincronicas, podriamos buscar las frecuencias donde la respuesta es $\frac{-3dB}{n}$ para una unica etapa.

$$|\bar{A}_v|^n = \frac{1}{(1+\chi_c^2)^{\frac{n}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(1+\chi_c^2)^{\frac{n}{2}} = \sqrt{2}$$

$$(1+\chi_c^2)^n = 2$$

$$\chi_c = \pm\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

Entonces, calculando las frecuencias de corte inferior y superior.

$$\chi_{ci} = 2Q\frac{f_{ci} - f_o}{f_o} = -\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$$f_{ci} = f_o - \frac{f_o\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}{2Q}$$

$$\chi_{cs} = 2Q\frac{f_{cs} - f_o}{f_o} = \sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

$$f_{cs} = f_o + \frac{f_o\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}}{2Q}$$

El ancho de banda de n-etapas se calcula como

$$BW_n = f_{cs} - f_{ci} = \frac{f_o}{Q}\sqrt{2^{\frac{1}{n}} - 1}$$

0.6 Ejemplo 3

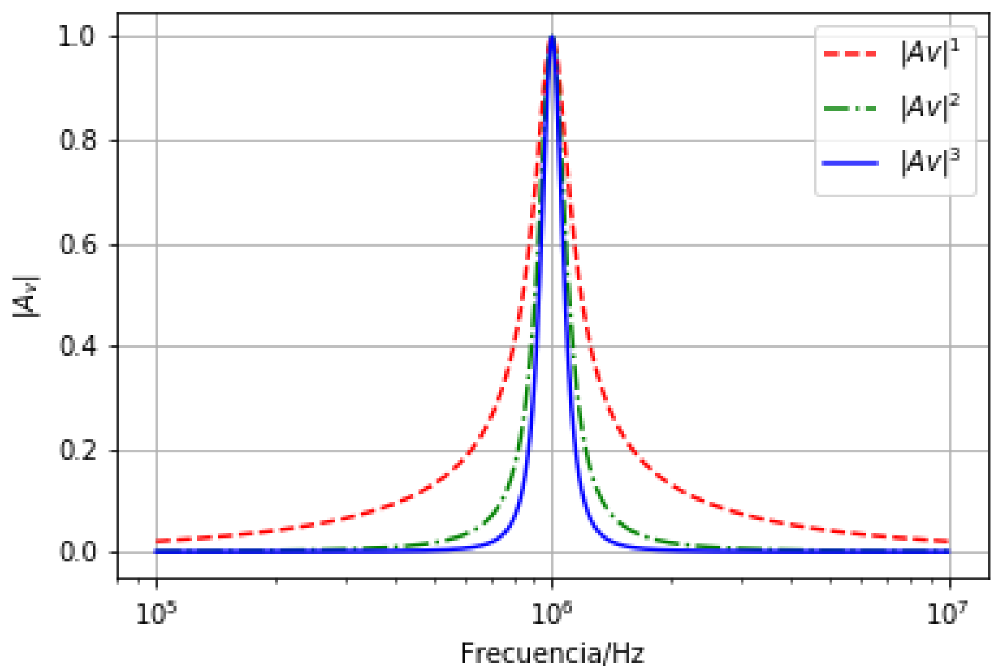
Supongamos tres etapa simple sintonizada sincronicas en cascada a la frecuencia de $f_o = 1MHz$, con un ancho de banda total de $BW_3 = 100KHz$. El elemento activo tiene una ganancia de transconductancia $g_m = 100mS$ y la resistencia total de la etapa es de $R_t = 10\Omega$.

El factor de selectividad de cada una de las etapas Q

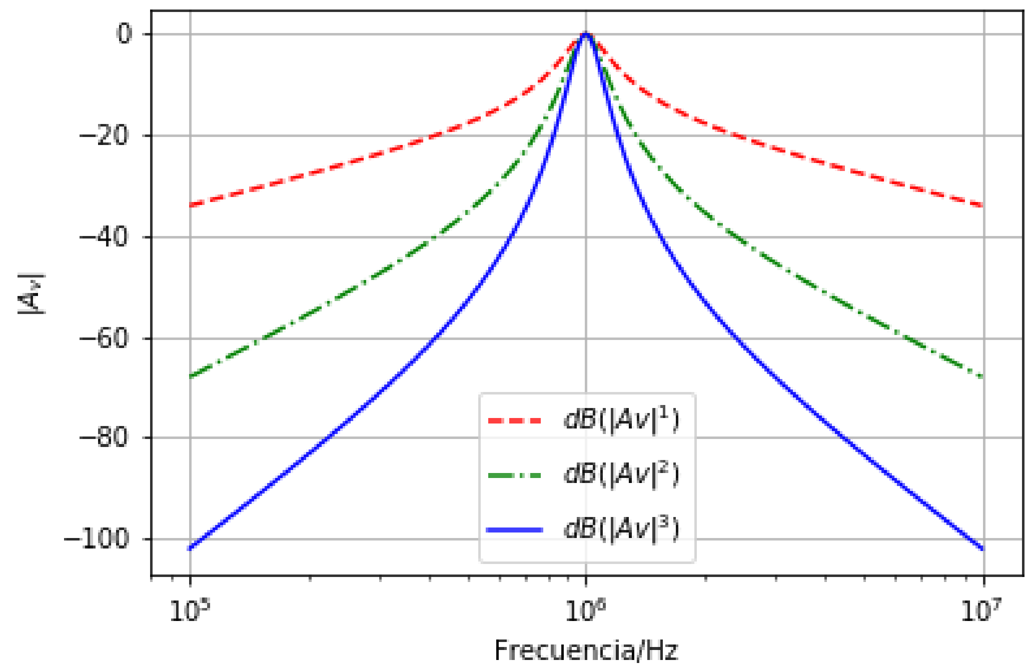
$$Q = \frac{f_o}{BW_3}\sqrt{2^{\frac{1}{3}} - 1}$$

$$Q = \frac{1MHz}{100KHz}\sqrt{2^{\frac{1}{3}} - 1} = 5.098$$

La transferencia de tensión en función de la frecuencia para este sistema empleando aproximación de banda angosta (en escala semilog en la frecuecia).



La transfencia en dB

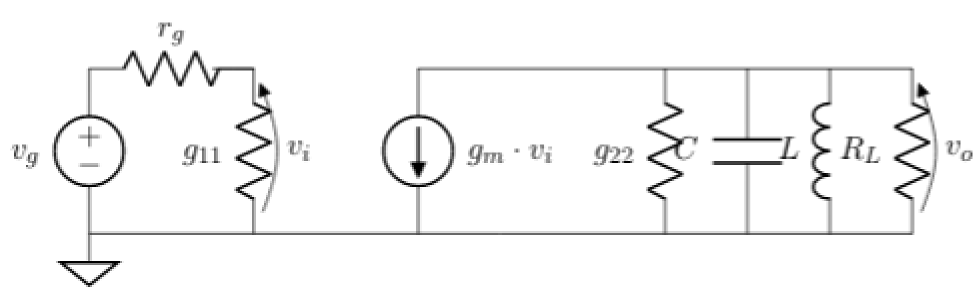


0.7 Ejemplo 4, Simple Sintonizado

El circuito de la figura corresponde al circuito equivalente simplificado de un receptor de RF. Se desea ampificar una señal de frecuencia $F_c = 100MHz$.

Suponer que el inductor tiene un factor de merito de $Q_o = 50$ y el capacitor tiene un factor de merito de $Q_o = infinito$.

La fuente tiene una potencia disponible $P_{disp} = 10uW$ y su resistencia interna es $r_g = 1K\Omega$.



Donde: $g_{11} = 1.25mS$, $g_{22} = 0.1mS$ y $g_m = 100mS$

Determinar para una atenuación de $20dB$ a $f = 120MHz$ respecto a la frecuencia de sintonia.

Diseñar para máxima transferencia de energía a Q constante:

1. R_L
2. Q_c

3. L
4. C
5. $A_{v_o} = \frac{v_o}{v_g}$
6. El ancho de banda BW del amplificador.

Respuestas

1. R_L

$$r_{22} = \frac{1}{1.25mS} = 10K\Omega$$

Para máxima transferencia de energía a Q constante

$$R_L = r_{22} = 5K\Omega$$

2. Q_c

Para el calculo de Q_c empleamos la expresión de la transferencia de tensión del simple sintonizado.

$$|\bar{A}_v| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_c^2(\frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f})^2}}$$

Buscamos una atenuación de $20dB$ a $f = 120MHz$.

$$|\bar{A}_v|(120MHz) = \frac{1}{10^{\frac{20}{20}}}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_c^2(\frac{120MHz}{100MHz} - \frac{100MHz}{120MHz})^2}}$$

$$10 = \sqrt{1 + Q_c^2(\frac{120MHz}{100MHz} - \frac{100MHz}{120MHz})^2}$$

$$Q_c = \frac{\sqrt{10^2 - 1}}{\frac{120MHz}{100MHz} - \frac{100MHz}{120MHz}}$$

$$Q_c = 27.136$$

3. L

A partir de Q_c es posible encontrar el inductor mediante la expresión

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_o} + \frac{\omega L}{r_{ext}}$$

donde $r_{ext} = \frac{r_{22}R_L}{r_{22}+R_L} = 5K\Omega5$

$$\omega_o L = r_{ext}(\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_o})$$

$$\omega_o L = 5K\Omega(\frac{1}{27.136} - \frac{1}{50})$$

$$\omega_o L = 12.48\Omega$$

El inductor $L = 19.86nHy$

4. C

El capacitor C

$$C = \frac{1}{L\omega_o^2}$$

$$C = 127.50pF$$

5. $|A_{vo}|$

$$|A_{vo}| = \frac{r_{11}}{r_{11} + r_g} \times gmR_t$$

$$|A_{vo}| = \frac{r_{11}}{r_{11} + r_g} \times gmQ_c\omega_o L$$

$$|A_{vo}| = \frac{800\Omega}{800\Omega + 1K\Omega} \times 0.1mS27.132\pi100MHz19.86nHy$$

$$|A_{vo}| = 15.05$$

6. BW

$$BW = \frac{f_o}{Q_c} = \frac{100MHz}{27.13} = 3.685MHz$$

[ ]: