Didactica 10

July 21, 2021

<IPython.core.display.HTML object>

1 Introducción

Se denomina ruido a toda señal no deseada que se mezcla con la señal útil que se quiere recibir. El ruido se debe a múltiples causas como al ruido térmico de los resistores, a las interferencias de señales externas, etc. No es posible eliminar totalmente el ruido, ya que los componentes electrónicos no son perfectos y por la temperatura a la que operen. Sin embargo, es posible minimizar su efecto.

La distorsión que produce el ruido en una determinada comunicación depende de su potencia, de su distribución espectral respecto al ancho de banda de la señal y de la propia naturaleza de información que transporta. Como el ruido es un proceso aleatorio, puede ser caracterizado por variables como varianza, distribución y destino espectral.

La distribución espectral del ruido puede variar por la frecuencia, y su densidad de potencial es medida en $\left[\frac{W}{Hz}\right]$. Como la potencia de un elemento resistivo es proporcional a la raíz cuadrada del voltaje alrededor del elemento, la unidad de la densidad de voltaje del ruido podría escribirse como $\left[\frac{V}{\sqrt{Hz}}\right]$. Se define como ruido blanco aquel que su densidad espectral de ruido en frecuencia es constante. Para medir la influencia del ruido sobre la señal se utiliza la relación señal/ruido, que generalmente se emplea en dB.

1.1 Tipos de ruido

1.1.1 Ruidos correlacionados

El ruido correlacionado es producido por amplificaciones no lineales e incluye armónicos y distorsión de intermodulación, que son dos formas de distorsión no lineal.

Distorsión armónica: Se define como la producción de armónicos de una señal originados por una mezcla no lineal. Los armónicos son múltiplos enteros de la señal original de entrada, la señal original es la primer armónica y se conoce como la frecuencia fundamental.

Distorsión de intermodulación: se refiere a la generación indeseable de productos cruzados que son la suma o restas de frecuencias.

1.1.2 Ruidos no correlacionados

Los ruidos no correlacionados pueden tener su origen en fuentes externas: como ruidos de conmutación (fuentes de alimentación), ruidos de origen atmosférico (como rayos producidos por tormentas o la lluvia de partículas producida por rayos cósmicos con su interacción con la atmósfera) o puede tener origen en el propio tratamiento de la señal por el circuito electrónico.

El ruido en circuitos electrónicos provienen de distintas fuentes. Vamos a destacar tres fuentes de ruido: Thermal Noise, Shot Noise y Flicker Noise.

1.1.3 Ruido de disparo

El ruido de disparo en dispositivos electrónicos es el resultado de fluctuaciones estadísticas aleatorias inevitables de la corriente eléctrica cuando los portadores de carga (como los electrones) atraviesan un espacio. Si los electrones fluyen a través de una barrera, entonces tienen tiempos discretos de llegada. Esas llegadas discretas exhiben ruido de disparo. Típicamente, se usa la barrera en un diodo. [3] El ruido de disparo es similar al ruido creado por la lluvia que cae sobre un techo de hojalata. El flujo de lluvia puede ser relativamente constante, pero las gotas de lluvia individuales llegan discretamente.

El valor de la raíz cuadrada media de la corriente de ruido de disparo está dada por la fórmula de Schottky,

$$i_n = \sqrt{2Iq\Delta B}$$

donde I es la corriente continua, q es la carga de un electrón y ΔB es el ancho de banda en hertz. La fórmula de Schottky supone llegadas independientes.

Los tubos de vacío presentan ruido de disparo porque los electrones abandonan aleatoriamente el cátodo y llegan al ánodo (placa). Es posible que un tubo no muestre el efecto de ruido de disparo completo: la presencia de una carga espacial tiende a suavizar los tiempos de llegada (y así reducir la aleatoriedad de la corriente).

Los conductores y las resistencias normalmente no muestran ruido de disparo porque los electrones se encuentran en equilibrio térmico y se mueven difusamente dentro del material; los electrones no tienen tiempos de llegada discretos. El ruido de disparo se ha demostrado en resistencias mesoscópicas cuando el tamaño del elemento resistivo se vuelve más corto que la longitud de dispersión del electrón-fonón.

Debe distinguirse el ruido de disparo de las fluctuaciones de corriente en equilibrio, las cuales se producen sin aplicar ningún voltaje y sin necesidad de que exista ningún flujo promedio de corriente. Estas fluctuaciones de la corriente de equilibrio se conocen como ruido de Johnson-Nyquist.

El ruido de disparo se puede modelar como un proceso de Poisson y los portadores de carga que forman la corriente siguen una distribución de Poisson. El ruido de disparo está yuxtapuesto a cualquier ruido presente, y se puede demostrar que es aditivo respecto al ruido térmico y a él mismo.

1.1.4 Ruido Flicker

Ruido Flicker o ruido 1/f presenta un densidad espectral que crece, por debajo de kilo-hertz, al disminuir la frecuencia. También es llamado ruido en exceso o ruido de semiconductor, habiéndose atribuido diferentes orígenes, entre ellos los procesos aleatorios de generación-recombinación térmica de pares electrón-hueco, dicho en otras palabras es una señal con una frecuencia de espectro que cae, proporcional a la magnitud de la señal, es más importante a bajas frecuencias y para anchos de banda pequeños 1/fes aproximadamente constante.

1.1.5 Ruido Térmico

El ruido térmico (a veces térmico, Johnson o Nyquist) es inevitable y se genera por el movimiento térmico aleatorio de los portadores de carga (generalmente electrones), dentro de un conductor eléctrico, que ocurre independientemente de cualquier voltaje aplicado. Este ruido sera desarrollado en la siguiente sección.

2 Ruido Térmico en Resistores.

También conocido como ruido Johnson-Nyquist), es el ruido generado por el equilibrio de las fluctuaciones de la corriente eléctrica dentro de un conductor eléctrico, el cual tiene lugar bajo cualquier voltaje, debido al movimiento térmico aleatorio de los electrones.

El ruido térmico es aproximadamente blanco, lo que significa que su densidad espectral de potencia es casi plana (hasta frecuencias cercanas a los THz). Además, la amplitud de la señal sigue una distribución gaussiana.

2.1 Fuente de tensión de ruido blanco

El ruido térmico es diferente del ruido de disparo, que tiene lugar cuando el número finito de electrones es suficientemente pequeño para dar lugar a la aparición de fluctuaciones estadísticas apreciables en una medición. La definición de ruido de Johnson-Nyquist aplica a cualquier tipo de medio conductor. Puede modelarse como una fuente de tensión que representa el ruido de una resistencia eléctrica no ideal en serie con una resistencia eléctrica libre de ruido. Los modelos equivalentes de un resistor se muestran en la siguiente figura.



La densidad espectral de potencia de ruido en un resistor esta dada por:

$$N_{Res} = 4k_BTR \ [V^2/Hz]$$

Donde K_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura a la que se halla el resistor en grados kelvin [K], y R su valor en Ohmios $[\Omega]$.

La constante de Boltzman toma un valor aproximado de:

$$k_B \approx 1,38064852 \times 10^{-23} J/K$$

Si queremos encontrar la potencia de ruido generada en un ancho de banda B, solo debemos multiplicar la densidad espectral de potencia por el mismo. Por lo tanto, el valor cuadrático medio de la tensión en el resistor esta dado por por:

$$\bar{v_n^2} = \frac{4hfRB}{e^{\frac{hf}{KT}-1}}$$

Donde

h =Constante de Planck

 $k_B = \text{Constante de Boltzmann}$

T =temperatura absoluta en Kelvin

B =ancho de banda en Hz

f = frecuencia central de la banda en Hz

R = resistencia

Es posible simplificar esta ecuación, donde es puede usarse hasta $100\,GHz$ y temperaturas mayores a los $100\,K$:

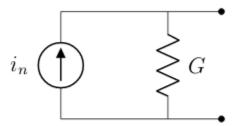
$$\bar{v_n^2} = 4k_BTRB$$

2.1.1 Fuente de corriente de ruido blanco

Utilizando el teorema de Norton es posible obtener el dual de la expresión anterior para la corriente de ruido en el resistor.

$$\bar{i_n^2} = 4k_BTGB$$

Donde G es la inversa de la resistencia R, su conductancia.



Observar que sucedería si fuera posible medir el valor de tensión con un instrumento de ancho de banda infinito, el valor de tensión medido seria infinito. Esto no es posible debido a que como mencionamos anteriormente, la aproximación de densidad espectral de potencia plana solo es valida hasta frecuencias cercanas a los THz, para frecuencias más altas, se debe tener en cuenta que la densidad espectral toma la siguiente forma.

$$N_{Res}(f) = \frac{4hfR}{e^{\frac{hf}{k_BT}} - 1}$$

La expresión anterior es similar a la expresión de la irradiancia espectral de un cuerpo negro y es así debido a la estrecha relación entre la agitación térmica de los electrones dentro de un solido y la radiación electromagnética que emite.

Para frecuencias bajas $hf \ll hf$ por lo tanto, la densidad espectral se reduce a la expresión $N_{Res} = 4k_BTR$.

2.2 Simulación de la densidad de ruido espectral.

Cada resistencia ofrece en sus terminales una Potencia de ruido disponible de:

$$k_BTB = (kT) \cdot B = (Densidad de potencia de ruido) \times (Ancho de banda)$$

La densidad de potencia de ruido es la potencia que se puede medir en cada Hz del ancho de banda. El total potencia disponible se obtiene si se multiplica esta densidad por el ancho de banda válido (o por integración sobre el ancho de banda si la densidad de potencia de ruido varía con el ancho de banda).

Pero frecuentemente se prefiere manejar voltaje en lugar de la potencia, porque es más fácil medir voltajes a diferentes frecuencias que la potencia. Entonces se usa la ecuación de potencia para operar con los dos valores:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Cuando se calcula la raíz cuadrada de la Densidad de potencia de ruido, obtendrá una expresión para la "Densidad de voltaje de ruido espectral", dada en $[V/\sqrt{Hz}]$. Si se multiplica este valor por \sqrt{Hz} , se obtiene el voltaje total de ruido.

2.2.1 Ejemplo 1

Para una resistencia de $1K\Omega$ a \$ 300 K\$ el valor medio cuadrático de ruido de la tensión sobre el resistor es:

$$\sqrt{\bar{v_n^2}} = \sqrt{4 \cdot 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 300 \, \mathrm{K} \cdot 1 \, \mathrm{k}\Omega \cdot} = 4.07 \, \frac{\mu \mathrm{V}}{\sqrt{\mathrm{Hz}}}$$

Valor de tensión sobre el resistor: $4.07e - 09V/\sqrt{Hz}$

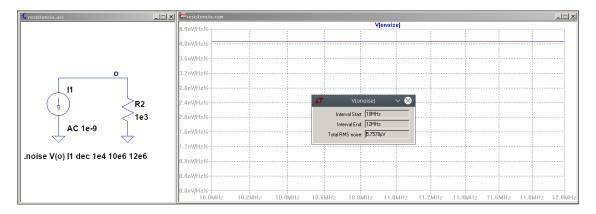
```
[4]: # Calculo con Jupyter
kb = constants.value('Boltzmann constant')
T = 300
R = 1e3

# densidad espectral de tension de ruido
v2 = (4*kb*T*R)**(1/2) # [V/sqrt(Hz)]

# presenta los resultados
print('Valor de tensión sobre el resistor: {:1.2e} V/(Hz)^(1/2)'.format(v2) )
```

Valor de tensión sobre el resistor: 4.07e-09 V/(Hz)^(1/2)

2.3 Simulación con LTspice, midiendo la densidad de tensión de ruido



3 Cifra de ruido y Factor de ruido:

La cifra de ruido (NF) y el factor de ruido (F) son medidas de degradación de la relación señal/ruido (SNR) causada por componentes en una cadena de señal.

El factor de ruido es, por lo tanto, la relación entre el ruido de salida real y el que se mantendría si el propio dispositivo no introdujera ruido, o la relación de la entrada SNR a la salida SNR.

$$F = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_o}{N_o}}$$

La cifra de ruido es simplemente el factor de ruido (F) expresado en decibelios (dB).

$$NF = 10 \cdot log_{10}(\frac{SNR_i}{SNR_o})$$

Operando el factor de ruido, es posible obtener otras formas de calcularlo.

$$F = \frac{S_i \cdot N_o}{S_o \cdot N_i}$$

$$F = \frac{S_i \cdot N_o}{G \cdot S_i \cdot N_i}$$

La potencia de ruido a la salida N_o puede ser expresar como $N_o = GN_o + N_e$, entonces:

$$F = \frac{G \cdot N_i + N_e}{G \cdot N_i}$$

$$F = 1 + \frac{N_e}{G \cdot N_i}$$

 N_e es la potencia en exceso a la salida y se puede calcular como:

$$N_{ei} = (F-1) \cdot G \cdot N_i$$

Para un circuito paralelo (modelo admitancia), la potencia adicional puede ser suministrada por una fuente de corriente.

$$i_{ei}^2 \cdot Rto = (F-1) \cdot G \cdot i_i^2 \cdot Rti$$

$$i_{ei} = \sqrt{(F-1)\frac{Rti}{Rto}\dot{G}}\cdot i_i$$

donde
$$i_i = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot B \cdot \frac{1}{R}}$$

Si la fuente N_e esta en la entrada, $N_e = G \cdot N_e i$

$$F = 1 + \frac{G \cdot N_{ei}}{G \cdot N_i}$$

$$F = 1 + \frac{N_{ei}}{N_i}$$

La potencia N_{ei} s' corresponde a una potencia de ruido excedente que se presenta en la entrada y se puede calcular como:

$$N_{ei} = (F - 1) \cdot N_i$$

Para un circuito paralelo (modelo admitancia), la potencia adicional puede ser suministrada por una fuente de corriente.

$$i_{ei}^2 \cdot Rti = (F - 1) \cdot i_i^2 \cdot Rti$$

$$i_{ei} = \sqrt{(F-1)} \cdot i_i$$

donde
$$i_i = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot B \cdot \frac{1}{R}}$$

3.1 Fuentes de ruido en LTspice

No parece haber una forma directa de agregar un ruido de voltaje o una fuente de ruido de corriente a un circuito LTspice (u otro tipo de Spice) para ser usado en una simulación de ruido. Sin embargo, es posible agregar fuentes de ruido para usar en simulaciones .tran (dominio del tiempo) utilizando fuentes de comportamiento.

Un método para agregar ruido blanco (Johnson y disparo) y 1/f (flicker) o fuentes de ruido de corriente de la amplitud deseada para usar en simulaciones de ruido (.noise).

Un caso en el que dichas fuentes de ruido pueden ser útiles es cuando se realizan modelos de simulación de amplificadores donde se conoce el voltaje de entrada referido y los ruidos de corriente a partir de la hoja de datos. La única fuente de ruido simple (que afecta a las simulaciones de ruido) en LTspice es una resistencia simple. Existen otras fuentes de ruido en los modelos de dispositivos semiconductores, pero esos modelos son más complejos. Una resistencia ideal tiene un ruido de voltaje descrito por:

$$Vrms = \sqrt{4 \cdot k_B \cdot T \cdot R \cdot B}$$

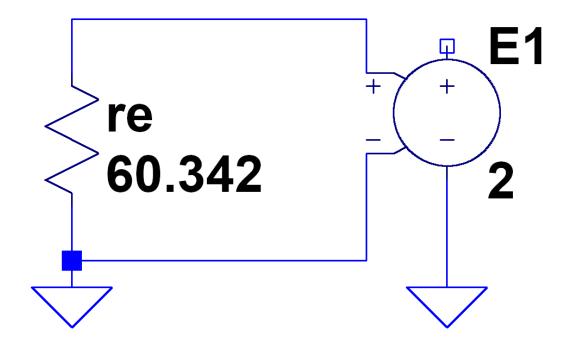
donde k_B es la constante de Botzmann $(1.381 \times 10^{-23} J/K)$, T es la temperatura en Kelvin $(300 \, K)$ por defecto en LTspice), B es el ancho de banda en [Hz] y R es La resistencia en $[\Omega]$.

En las hojas de datos de los transistores o amplificadores generalmente especifica el ruido de voltaje blanco en unidades de $\left[\frac{nV}{\sqrt{Hz}}\right]$ y el ruido de corriente en $\left[\frac{pA}{\sqrt{Hz}}\right]$ (a veces $\left[\frac{fA}{\sqrt{Hz}}\right]$).

Para crear una fuente de ruido de voltaje blanco, podemos conectar los terminales de entrada de una fuente de voltaje dependiente de voltaje a una resistencia y usar un factor de escala adecuado. La fuente dependiente aísla la resistencia de cualquier circuito que esté conectado a ella y preserva la amplitud de ruido de voltaje independientemente de la carga.

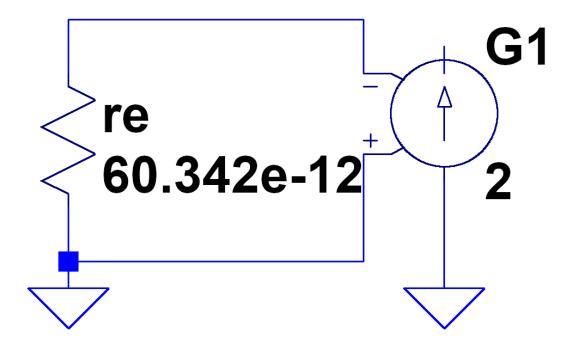
Dado que las fuentes de ruido generalmente se especifican en nV/\sqrt{Hz} , es conveniente poder ingresar ese número directamente como parte del modelo. Una forma simple de hacerlo es seleccionando una resistencia que produce una densidad de ruido de $1\frac{nV}{\sqrt{Hz}}$ e ingrese la amplitud de ruido de la hoja de datos como la ganancia de voltaje de la fuente dependiente. Resolviendo la ecuación anterior para $v_n = 1nV$ cuando T = 300K y B = 1Hz da R = 60.342.

El esquema de la especificación LT
spice resultante para una fuente de ruido de voltaje de
2 $\frac{nV}{\sqrt{Hz}}$ es así:



De manera similar, para crear una fuente de ruido de corriente blanca, podemos usar una fuente de corriente dependiente de voltaje (Fuente de G). Para establecer el factor de transconductancia de la fuente a la densidad de ruido en $\left[\frac{pA}{\sqrt{Hz}}\right]$, es necesaria una resistencia con una densidad de ruido de 1 $\frac{pA}{\sqrt{Hz}}$, lo que significa que la resistencia tendrá un valor de \$60.342e-6 \$.

Una fuente de ruido de corriente con una densidad de ruido de 2 $\frac{pA}{\sqrt{Hz}}$ se puede modelar así:



Para integrar el ruido en un ancho de banda seleccionado en un análisis de ruido, se debe presionar $Ctrl\ y$ hacer clic en la etiqueta de seguimiento de datos, V(ruido), en el visor de formas de onda; se muestra el ruido RMS total basado en el ancho de banda especificado en la directiva .noise, sobre los limites graficados.

Si prefiere calcular el ruido total en un ancho de banda limitado en lugar del ancho de banda especificado en la directiva .noise, puede modificar los límites de frecuencia inferior y superior del visor de formas de onda haciendo clic en el eje horizontal. Una vez que tenga su forma de onda mostrando el ancho de banda de interés, presionar Ctrl y hacer clic en la etiqueta de seguimiento de datos para mostrar el ruido RMS total basado en el ancho de banda de interés.

Alternativamente, puede agregar la directiva .measure a su esquema que calculará el ruido total en un ancho de banda particular y verá sus resultados en el registro de errores de LTspice (Ctrl + L) después de cada simulación.

measure noise NOISERMS integ V(onoise) from 1e6 to 1e9

Puede encontrar más información sobre el uso de la instrucción .measure en la Ayuda de LTspice (F1).

3.2 Ejemplo de Factor de ruido en amplificadores

Suponiendo un transistor con cifra de ruido de 3dB, calcular la corriente en excedo de la fuente del transistor.

Parametros del transistor:

 $r_{11} = 1K\Omega$

,

 $g_m = 100mS$

,

 $r_{22} = 10k\Omega$

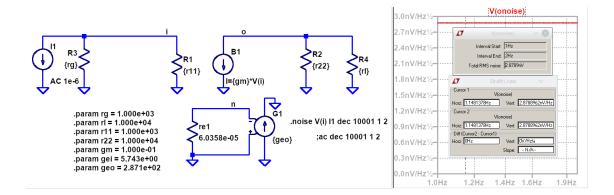
```
[5]: # Ejemplo de calculo de la fuente de corriente en exceso de ruido
     NF = 3 \# dB
    F = 10**(NF/10)
     # Empleando solo la parte resistiva del transistor
     r11= 1e3
     gm = 100e-3
    r22= 10e3
     # MTE
     rg = r11
     rl = r22
     # Resistencia total entrada
     rti= r11*rg/(r11+rg)
     # Resistencia total salida
     rto= r22*r1/(r22+r1)
     # Ganancia de tension
     Av = gm * rto
     # Ganancia de Potencia
     G = Av**2 * (r11/r1)
     # Ruido en la entra dado las resistencia de entrada
     T = 300
     B = 1
     kb = constants.value('Boltzmann constant')
```

```
### Fuente de corriente de ruido en exceso en la entrada
ii = (4*kb*T*B/rti)**(1/2)
# si la fuente de ruido esta en la entrada la corriente de ruido ie
iei = (F - 1)**(1/2) * ii
### Fuente de corriente de ruido en exceso en la salida
# F = (1 + Ne/(G*Ni))
ii = (4*kb*T*B/rti)**(1/2)
ieo = ((F - 1)*G*rti/rto)**(1/2)*ii
## Para las simulaciones con LTspice
gei = iei/1e-12
geo = ieo/1e-12
print('.param rg = {:1.3e}'.format(rg))
print('.param rl = {:1.3e}'.format(rl))
print('.param r11 = {:1.3e}'.format(r11))
print('.param r22 = {:1.3e}'.format(r22))
print('.param gm = {:1.3e}'.format(gm))
print('.param gei = {:1.3e}'.format(gei))
print('.param geo = {:1.3e}'.format(geo))
.param rg = 1.000e+03
```

```
.param rg = 1.000e+03
.param rl = 1.000e+04
.param r11 = 1.000e+03
.param r22 = 1.000e+04
.param gm = 1.000e-01
.param gei = 5.743e+00
.param geo = 2.871e+02
```

3.2.1 Medición de la potencia de ruido en la entrada sin ruido en exceso

Se mide la potencia de ruido en la entrada. Esta potencia de ruido es suminstrada por las resistencias del nodo de entrada (generador y transistor).



De la medición, la tensión espectral de ruido en la entrada es:

$$V_n = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot r_{ti}} = 2.87 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$$

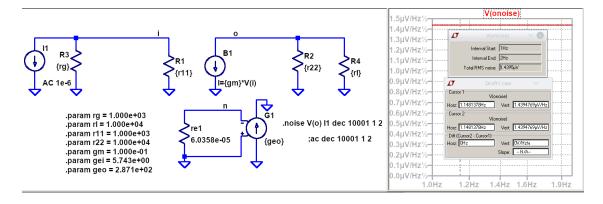
El valor de tensión rms (\$ 1 Hz\$ de ancho de banda):

$$V_{rms} = 2.87 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \cdot 1Hz = 2.87 nV$$

La potencia de ruido en la entrada del transistor:

$$N_i = \frac{(V_{rms})^2}{r_{11}} = \frac{(2.87nV)^2}{1K\Omega} = 8.28 \times 10^{-21} W$$

3.2.2 Medición de la potencia de ruido en la salida sin ruido en exceso



De la medición, la tensión espectral de ruido en la entrada es:

$$V_n = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot r_{ti}} = 1.44 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}}$$

El valor de tensión rms (\$ 1 Hz\$ de ancho de banda):

$$V_{rms} = 1.44 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}} \cdot 1HZ = 1.44 \mu V$$

La potencia de ruido en la resistencia de salida r_l :

$$N_o = \frac{(V_{rms})^2}{r_l} = \frac{(1.44\mu V)^2}{10K\Omega} = 2.07 \times 10^{-16} W$$

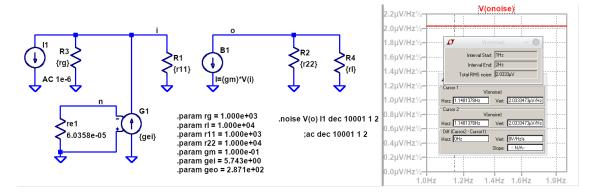
3.2.3 Ganancia de potencia

$$G = \frac{N_o}{N_i} = \frac{2.07 \times 10^{-16}}{8.23 \times 10^{-21}} = 25.1 \times 10^3$$

Analiticamente la ganancia de potencia G se puede calcular como:

$$G = |Av|^2 \cdot \frac{rl}{r11} = (gm \cdot r_{to})^2 \cdot \frac{rl}{r11} = 25 \times 10^3$$

3.2.4 Medición del Factor de ruido con ruido en exceso en la entrada



De la medición, la tensión espectral de ruido en la salida es:

$$V_n = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot r_{ti}} = 2.03 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}}$$

El valor de tensión rms (\$ 1 Hz\$ de ancho de banda):

$$V_{rms} = 2.03 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}} \cdot 1HZ = 2.03 \mu V$$

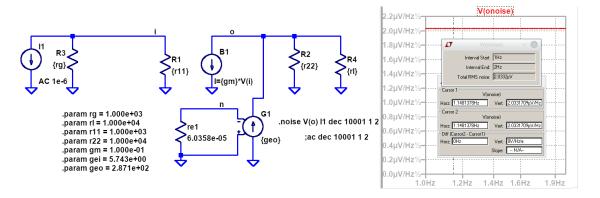
La potencia de ruido en la resistencia de salida r_l :

$$N_o = \frac{(V_{rms})^2}{r_l} = \frac{(2.03\mu V)^2}{10K\Omega} = 4.12 \times 10^{-16} W$$

El Factor de poptencia

$$F = \frac{N_o}{G \cdot N_i} = \frac{4.12 \times 10^{-16} W}{25 \times 10^3 \cdot 8.28 \times 10^{-21} W} = 2$$

3.2.5 Medición del Factor de ruido con ruido en exceso en la salida



De la medición, la tensión espectral de ruido en la salida es:

$$V_n = \sqrt{4 \cdot k_b \cdot T \cdot r_{ti}} = 2.03 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}}$$

El valor de tensión rms (\$ 1 Hz\$ de ancho de banda):

$$V_{rms} = 2.03 \frac{\mu V}{\sqrt{Hz}} \cdot 1HZ = 2.03 \mu V$$

La potencia de ruido en la resistencia de salida \boldsymbol{r}_l :

$$N_o = \frac{(V_{rms})^2}{r_l} = \frac{(2.03 \mu V)^2}{10 K \Omega} = 4.12 \times 10^{-16} W$$

$$F = \frac{N_o}{G \cdot N_i} = \frac{4.12 \times 10^{-16} W}{25 \times 10^3 \cdot 8.28 \times 10^{-21} W} = 2$$

Nota: en estos calculos se despreciaron los ruidos aportados por las resistencias en la salida.

[]: