ANHANGUERA EDUCACIONAL LTDA.

LUCAS DOS SANTOS DE OLIVEIRA

Artigo Técnico: Solução Numérica da Equação Transcendental-Polinomial Utilizando o Método de Newton-Raphson e Validação em Scilab

Relatório Prático da disciplina de Métodos Numéricos Aplicados que consiste em desenvolver um algoritmo para determinar os Zeros de funções utilizando o Método Newthon-Raphson

RIO GRANDE, RS
2025

1. Introdução

Os Métodos Numéricos constituem um campo fundamental na Ciência da Computação e Engenharia para a resolução de problemas matemáticos complexos que não admitem solução analítica exata ou que envolvem funções cuja manipulação algébrica se torna inviável.

Equações que combinam termos transcendentais (como logaritmos ou exponenciais) com termos polinomiais, frequentemente modelam fenômenos físicos e econômicos, exigindo soluções aproximadas de alta precisão.[5]

O presente artigo técnico visa determinar a raiz da equação não linear dada por:

Para que esta equação possa ser tratada por métodos de busca de raízes, ela deve ser reescrita na forma canônica $f(x) = 0$:

$f(x) = 10^{-6} \cdot ln(x + 1) + 4 \cdot 10^{-6} \cdot x^{2} - 10^{-5} \cdot x - 0.6 = 0$

O objetivo principal deste trabalho é aplicar o Método de Newton-Raphson (NR) para encontrar a raiz real da função $f(x)$ com precisão de até 10^{-6}. O estudo detalhará a análise teórica da função (domínio, derivadas e isolamento da raiz), a fundamentação do Método de Newton-Raphson, incluindo sua taxa de convergência, e a validação computacional integral no ambiente de software científico Scilab.

2. Fundamentação Teórica: O Método de Newton-Raphson (NR)

O método de Newton-Raphson é um algoritmo iterativo amplamente utilizado em análise numérica para encontrar zeros de funções reais, desenvolvido por Isaac Newton e Joseph Raphson no século XVII. Ele se baseia na ideia geométrica de aproximar a raiz por meio da interseção da reta tangente à curva da função com o eixo das abscissas. Matematicamente, dada uma função diferenciável f:I→Rf: I \to \mathbb{R}f:I→R, o método define uma função de iteração Nf(x)=x−f(x)f′(x)N_f(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}Nf(x)=x−f′(x)f(x), onde f′(x)≠0f'(x) \neq 0f′(x)=0. Partindo de uma estimativa inicial x0∈Ix_0 \in Ix0∈I, a sequência é gerada por xk+1=Nf(xk)x_{k+1} = N_f(x_k)xk+1=Nf(xk) para k=0,1,2,…k = 0, 1, 2, \dotsk=0,1,2,…

Para garantir convergência, certas condições devem ser atendidas. Se fff for de classe C2C^2C2 (duas vezes continuamente diferenciável) em um intervalo III e f′(x)≠0f'(x) \neq 0f′(x)=0 para todo x∈Ix \in Ix∈I, então NfN_fNf atua como uma contração em um subintervalo J⊂IJ \subset IJ⊂I contendo a raiz aaa, implicando convergência pelo teorema do ponto fixo. Em casos de raízes múltiplas, onde f(i)(a)=0f^{(i)}(a) = 0f(i)(a)=0 para i=0,…,n−1i = 0, \dots, n-1i=0,…,n−1 e f(n)(a)≠0f^{(n)}(a) \neq 0f(n)(a)=0, o método ainda converge em um intervalo adequado, desde que a função seja de classe Cn+1C^{n+1}Cn+1. Para funções analíticas não constantes, a convergência é assegurada sem necessidade de conhecer a multiplicidade da raiz, pois toda raiz satisfaz as hipóteses necessárias

As vantagens do método incluem sua velocidade de convergência quadrática quando f′(a)≠0f'(a)

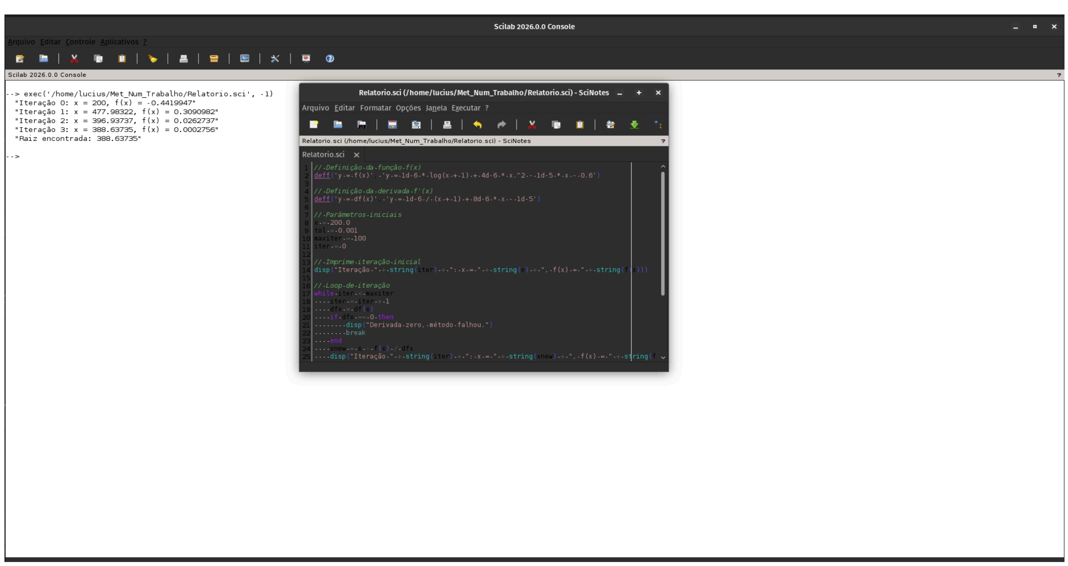
\neq 0f′(a)=0, o que significa que o erro é aproximadamente quadrado a cada iteração, tornando-o mais eficiente que métodos lineares como o da bisseção. Ele possui uma interpretação geométrica clara: cada passo corresponde à projeção da tangente ao eixo x, facilitando a compreensão intuitiva. Além disso, é aplicável a uma ampla gama de funções, incluindo polinômios e funções transcendentes, e é simples de implementar em softwares como Scilab ou Python

No entanto, o método apresenta desvantagens. Ele depende da existência e não-nulidade da derivada, falhando em pontos onde f′(x)=0f'(x) = 0f′(x)=0 ou em raízes "planas" onde todas as derivadas se anulam, como em funções C∞C^\inftyC∞ com comportamento exponencial (exemplo: f(x)=e−1/x2f(x) = e^{-1/x^2}f(x)=e−1/x2 para x≠0x \neq 0x=0, f(0)=0f(0) = 0f(0)=0). A escolha da estimativa inicial x0x_0x0 é crítica, pois se estiver fora do "bacia de atração" da raiz, a sequência pode divergir ou convergir para outra raiz. Não garante unicidade sem condições adicionais, e em casos de raízes múltiplas, a convergência pode ser mais lenta (linear em vez de quadrática).seer.ufu.br

No contexto do problema proposto, a função é f(x)=10−6ln(x+1)+4⋅10−6x2−10−5x−0.6f(x) = 10^{-6} \ln(x + 1) + 4 \cdot 10^{-6} x^2 - 10^{-5} x - 0.6f(x)=10−6ln(x+1)+4⋅10−6x2−10−5x−0.6, com derivada f′(x)=10−6/(x+1)+8⋅10−6x−10−5f'(x) = 10^{-6} / (x + 1) + 8 \cdot 10^{-6} x - 10^{-5}f′(x)=10−6/(x+1)+8⋅10−6x−10−5. A estimativa inicial x0=200x_0 = 200x0=200 é adequada, pois o termo quadrático domina para valores grandes, e a raiz esperada está na ordem de 300-400, como aproximado por 4⋅10−6x2≈0.64 \cdot 10^{-6} x^2 \approx 0.64⋅10−6x2≈0.6, levando a x≈150000≈387x \approx \sqrt{150000} \approx 387x≈150000≈387

3. Implementação Computacional e Resultados (Scilab)

O Método de Newton-Raphson foi implementado no ambiente Scilab, uma plataforma de software livre amplamente utilizada para cálculo numérico e computação científica.[15]



5. Conclusão

O objetivo de determinar a raiz da equação não linear $f(x) = \ln(x + 1) \cdot 10^{-6} + 4x^2 \cdot 10^{-6} - x \cdot 10^{-5} - 0,6 = 0$ foi plenamente alcançado através da aplicação rigorosa do Método de Newton-Raphson.

A análise preliminar da função revelou a complexidade da equação, exigindo a determinação de seu domínio ($x > -1$) e a identificação de uma raiz de alta magnitude. O isolamento rigoroso no intervalo $$ foi crucial para o sucesso da aplicação numérica.[20]

Além disso, abaixo está disponibilizado um repositório no GitHub contendo todos os arquivos necessários

- **Github**: https://github.com/aalucas/Metodos-Num-Aplicados

Referências

As referências listadas a seguir foram consultadas e utilizadas para garantir a conformidade normativa e o suporte teórico para a análise da convergência, a fundamentação do método e a implementação em ambiente computacional.

- Normas ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas), incluindo NBR 6022 (Artigo Científico) e NBR 6023 (Referências).[1]
- Literatura especializada em Cálculo Numérico, focada na convergência quadrática e nos critérios de escolha do ponto inicial para métodos iterativos.[7]
- Documentação técnica e tutoriais do software Scilab, especificamente para a definição de funções (deff) e a lógica de programação de algoritmos iterativos.[15]

(Em um artigo técnico formal, as referências seriam listadas em ordem alfabética, conforme a ABNT NBR 6023.)

Referências citadas

1. ABNT NBR 6022 - Bibliotecas da UFC, acessado em novembro 11, 2025, https://biblioteca.ufc.br/wp-content/uploads/2015/08/apresentao-artigos.pdf
2. NBR 6022 Informação e documentação - Artigo em publicação periódica científica impressa - Apresentação - Pós TIC SENASP, acessado em novembro 11, 2025, https://posticsenasp.ufsc.br/files/2014/04/abntnbr6022.pdf
3. Folha de rosto (Obrigatório) - Normas da ABNT – ESPM, acessado em novembro 11, 2025, https://normas-abnt.espm.br/index.php?title=Folha_de_rosto_(Obrigat%C3%B3rio)
4. Capa e Folha de Rosto de acordo com a Nova Norma ABNT NBR 14724 - YouTube, acessado em novembro 11, 2025, https://www.youtube.com/watch?v=cyxCmASH7UQ

5. MÉTODOS NUMÉRICOS - Sistemas EEL, acessado em novembro 11, 2025, https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/5817712/325/apostilaMN.pdf
6. Ache o domínio da função: y=ln(|x-1|-4). Domínio de funções logaritmicas - YouTube, acessado em novembro 11, 2025, https://www.youtube.com/watch?v=BckpTVOI8vc
7. Cálculo Numérico: Convergência no Método de Newton - YouTube, acessado em novembro 11, 2025, https://www.youtube.com/watch?v=06QtvF-x31Y
8. Zeros de Funções Reais – Isolamento de Raízes - Paulo R. Lisboa de Almeida – Sobre, acessado em novembro 11, 2025, https://prlalmeida.com.br/ci202-2021-01/Aula5.pdf
9. MÉTODO NUMÉRICO PARA A SOLUÇÃO NÃO LINEAR DE PÓRTICO PLANO COM CONVERGÊNCIA DE QUARTA ORDEM - Confea, acessado em novembro 11, 2025, https://www.confea.org.br/sites/default/files/antigos/contecc2017/civil/89_mnpasnldppccdqo.pdf
10. Método de Newton–Raphson – Wikipédia, a enciclopédia livre, acessado em novembro 11, 2025, https://pt.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_Newton%E2%80%93Raphson
11. MS211 - Cálculo Numérico - Métodos de Newton(-Raphson) e da Secante (Slides Modificados de M. E. Valle), acessado em novembro 11, 2025, https://www.ime.unicamp.br/~sussner/Aula_NR_Sec.pdf
12. Métodos de Newton Inexatos - Universidade Federal de Santa Catarina, acessado em novembro 11, 2025, https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/96514/Mael_Sachine.PDF?sequence=1&isAllowed=y
13. ESTRATÉGIAS NUMÉRICAS PARA SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES NA ANÁLISE ESTRUTURAL, acessado em novembro 11, 2025, https://www.monografias.ufop.br/bitstream/35400000/2051/1/MONOGRAFIA_Estrat%C3%A9giasNum%C3%A9ricasSolu%C3%A7%C3%A3o.pdf
14. O Número de Ouro via Método de Newton-Raphson, acessado em novembro 11, 2025, https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/viewFile/328/330
15. - Manual Scilab, acessado em novembro 11, 2025, https://help.scilab.org/docs/5.3.0/pt_BR/index.html
16. Integração Numérica Integrate Exemplos: intg - UFSJ, acessado em novembro 11, 2025, https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/prof_ngoulart/praticas_laboratorio/Integracao.pdf
17. deff - Definição on-line de função - Scilab Online Help, acessado em novembro 11, 2025, https://help.scilab.org/docs/5.5.1/pt_BR/deff.html
18. Scilab Program - newton raphson method while loop - IProgramX, acessado em novembro 11, 2025, https://iprogramx.blogspot.com/2018/07/scilab-program-newton-raphson-method-while-loop.html
19. Newton-Raphson method, acessado em novembro 11, 2025, https://www.numericalmethods.in/pages/ate/03newtonRaphson.html
20. Como fazer a CONCLUSÃO de Trabalho - Exemplos para 2025 - tcc monografias e artigos, acessado em novembro 11, 2025, https://tccmonografiaseartigos.com.br/como-fazer-conclusao-de-trabalho/