

INTRODUCTION AUX TELECOMMUNICATIONS TRAVAUX PRATIQUES

Nathalie Thomas
Première Année Sciences du Numérique.

2018-2019

1 Introduction

1.1 Objectifs

Les objectifs de ces TPs sont les suivants :

1. être capable d'implanter une chaîne de transmission en bande de base et d'expliquer le rôle des différents éléments la composant,
2. être capable d'analyser la chaîne de transmission en bande de base implantée pour :
 - déterminer si elle est optimisée ou pas en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance,
 - identifier les éléments qu'il est possible de modifier pour l'optimiser si elle ne l'est pas.
3. être capable d'implanter une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM et d'expliquer le rôle des différents éléments la composant,
4. être capable de déterminer puis d'implanter la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM,
5. être capable de comparer, en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance, plusieurs chaînes de transmission sur fréquence porteuse en utilisant une implantation de type chaîne passe-bas équivalente.

1.2 Matériel à fournir pour l'évaluation

Nous vous demanderons de rendre un rapport (format pdf) et vos codes par mail, pour le 10/5/2019 à :

- Groupe A : habdulkader@yahoo.fr
- Groupe B : raoul.prevost@tesa.prd.fr
- Groupe C : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
- Groupe D : baha.eddine.youcef@gmail.com
- Groupe E : serdar.sahin@enseeiht.fr
- Groupe F : nathalie.thomas@enseeiht.fr
- Groupe G : benoit.escrig@enseeiht.fr
- Groupe H : benoit.escrig@enseeiht.fr
- Groupe I : mathieu.dervin@enseeiht.fr
- Groupe J : marie-laure.boucheret@enseeiht.fr
- Groupe K : martial.coulon@enseeiht.fr
- Groupe L : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
- Groupe M : habdulkader@yahoo.fr
- Groupe N : baha.eddine.youcef@gmail.com

1.2.1 Le rapport

Le rapport devra comporter, comme tout rapport, un sommaire, une introduction présentant les objectifs des TPs, une conclusion synthétisant les principaux résultats obtenus et une bibliographie comprenant les références utilisées, notamment pour expliquer vos résultats.

Les figures incluses dans vos rapports devront être lisibles et devront toutes comporter un titre, des labels sur leurs axes (utiliser *xlabel* et *ylabel* sous matlab) ainsi qu'une légende si plusieurs courbes sont tracées sur la même figure (utiliser *legend* sous matlab).

Les équations devront être réalisées avec un éditeur d'équation.

Des précisions sur le contenu attendu pour votre rapport sont apportées, pour chaque tâche à réaliser, dans le reste de ce document.

Attention : Toutes vos explications/justifications devront utiliser des arguments provenant de ce qui a été vu en cours et TDs, éventuellement des arguments que vous aurez trouvé dans des livres ou sur des sites internet (vous devrez alors les citer dans la partie références de votre rapport). Soyez précis et clairs dans vos explications/justifications, utilisez les bons termes techniques (provenant des cours en lien avec ces TPs ou des livres/sites que vous aurez cités), pas d'à peu près.

1.2.2 Les codes

Les codes fournis devront être commentés de manière suffisante et claire :
"suffisante" : au moins un commentaire par action réalisée dans la chaîne de transmission (par exemple : génération des bits, mapping ...). Chaque action pouvant ensuite prendre quelques lignes, on ajoutera des commentaires, si nécessaire, à la bonne compréhension du code.
"claire" : on utilisera les bons termes pour représenter les éléments classiques d'une chaîne de transmission (par exemple : mapping plutôt que génération de +1, -1).

Les fichiers .m fournis devront porter des noms significatifs.

Attention : Les TEBs devront être tracés en échelle log et on fera attention à la précision des mesures réalisées (voir en annexe).

Il faut éviter au maximum les boucles avec Matlab et si boucle il y a (on ne peut pas toutes les éviter...) penser à initialiser les variables utilisées.

2 Etude de chaînes de transmission en bande de base sur canal AWGN

2.1 Introduction

Nous vous demanderons, dans un premier temps, d'implanter quelques chaînes de transmission en bande de base sur canal AWGN. Elles seront toutes constituées des éléments suivants :

2.1.1 Génération de l'information binaire à transmettre

On générera une suite de bits 0 et 1 équiprobables et indépendants représentant l'information binaire à transmettre. Ces éléments binaires peuvent provenir d'un texte ou d'une image ou bien être générés grâce à la fonction `randi` de matlab.

Pour associer une information binaire à un texte (et un texte à une information binaire), vous pouvez, par exemple, utiliser les lignes de code matlab suivantes :

- `Bits=double(str2bin('Texte')).';`
- ...
- `TexteRecu=bin2str(BitsRecus);`

Pour associer une information binaire à une image noir et blanc (et une image noir et blanc à une information binaire), vous pouvez, par exemple, utiliser les lignes de code matlab suivantes :

- `Image = imread('barbara.png');`
- `ImageBinaire=de2bi(Image);`
- `VecteurBinaire=double(reshape(ImageBinaire.',1,size(ImageBinaire,1)*size(ImageBinaire,2))));`
- ...
- `xx=reshape(BitsRecus,size(ImageBinaire,2),size(ImageBinaire,1));`
- `ImageRecue=reshape(bi2de(xx.',size(Image,1),length(xx)/size(Image,1)));`
- `figure; imagesc(ImageRecue); colormap('gray');`

2.1.2 Modulateur (modulation de type PAM)

- **Mapping** : un mapping devra être réalisé afin de passer de l'information binaire aux symboles a_k .
- **Suréchantillonnage** : on générera ensuite une suite d'impulsions de Dirac espacées de la durée symbole T_s et pondérées par les symboles a_k issus du mapping. En numérique il s'agira d'insérer $N_s - 1$ zéros entre deux symboles a_k , si N_s représente le nombre d'échantillons utilisés par symbole (ou facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, T_e étant la période d'échantillonnage). N_s sera défini pour que le signal numérique généré respecte la condition de Shannon.
- **Filtrage de mise en forme** : différents filtres de mise en forme devront être utilisés, tous de type RIF (à Réponse Impulsionnelle Finie) et appliqués à la suite de Diracs pondérés.

2.1.3 Canal de transmission AWGN

On suppose que le canal de transmission ne fait qu'ajouter un bruit blanc (densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2} \forall f$) et gaussien au signal en sortie du modulateur. Ce bruit sera généré sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), grâce à la fonction `randn` de matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées σ_n^2 , que l'on calculera, en fonction des rapports signal à bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur $\frac{E_b}{N_0}$, de la manière suivante (voir démonstration en annexe):

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2 \frac{E_b}{N_0}},$$

où N_s représente le facteur de suréchantillonnage et P_r la puissance du signal reçu qui peut être obtenue sous matlab de la manière suivante : $P_r = \text{mean}(\text{abs}(r).^2)$, si r représente le vecteur d'échantillons de signal reçu.

2.1.4 Démodulateur

- **Filtrage de réception** : Différents filtres de réception seront considérés, tous de type RIF (à Réponse Impulsionnelle Finie) et appliqués au signal bruité par le canal.
- **Echantillonnage** : Le signal filtré devra être échantillonné à $t_0 + mT_s$. L'instant d'échantillonnage optimal t_0 devra être déterminé grâce au tracé d'un diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception.
- **Décisions** : Un détecteur à seuil permettant de prendre les décisions sur les symboles à partir du signal échantillonné devra être implanté.
- **Demapping** : Un demapping devra être réalisé en vue de comparer les bits reçus aux bits émis dans l'objectif de calculer le taux d'erreur binaire de la transmission.

2.2 Travail à réaliser

Les différentes chaines de transmission à implanter sont les suivantes:

- Mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$), mise en forme rectangulaire de durée T_s (forme d'onde du GPS), filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s .
- Mapping binaire à moyenne non nulle (symboles $a_k \in \{0, 1\}$), mise en forme rectangulaire de durée T_s , filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s .
- Mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$), mise en forme rectangulaire de durée T_s , filtre de réception de réponse impulsionnelle rectangulaire de durée $T_s/2$.

- Mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$), mise en forme de type front de durée T_s (forme d'onde Ethernet), filtre de réception adapté à la forme d'onde reçue.
- Mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$), mise en forme en racine de cosinus surélevé de roll off 0.35 (forme d'onde du DVB-S), filtre de réception adapté à la forme d'onde reçue. Remarque : la fonction *rcosdesign* de Matlab pourra être utilisée afin de générer la réponse impulsionnelle des filtres en racine de cosinus surélevé.

Pour chacune vous devez :

- Planter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. Attention notamment aux retards éventuels introduits par les différents filtres de la chaîne de transmission : voir en annexe.
- Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels¹. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
- Comparer le TEB simulé au TEB théorique (tracé superposés sur une même figure).

Les éléments suivants devront figurer dans votre rapport :

- Pour chaque chaîne étudiée :
 - Le tracé du diagramme de l'oeil obtenu sans bruit en sortie du filtre de réception permettant de déterminer les instants optimaux d'échantillonnage. Le choix retenu pour les instants d'échantillonnage et la justification de ce choix.
 - Le tracé du taux d'erreur binaire (TEB) simulé en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels.
 - Le calcul du TEB théorique de la chaîne étudiée si celui-ci ne figure pas dans les planches de cours. Si le TEB théorique de la chaîne étudiée figure dans les planches de cours vous pouvez juste en donner l'expression mais en précisant les caractéristiques vérifiées par la chaîne de transmission étudiée vous autorisant à utiliser cette expression.
 - Les tracés superposés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.
- Pour l'ensemble des chaînes bande de base étudiées : une comparaison en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance en justifiant vos analyses. On expliquera notamment les similitudes et les différences observées entre les différentes chaînes étudiées.

¹Attention les TEBs devront être tracés en échelle log et on fera attention à la précision des mesures réalisées (voir en annexe)

3 Etude de chaines de transmission sur fréquence porteuse, sur canal AWGN

3.1 Introduction

La figure 1 rappelle le schéma d'une chaine de transmission sur fréquence porteuse, tandis que la figure 2 rappelle celui de la chaine passe-bas équivalente associée.

Pour passer de l'une à l'autre, on définit un signal complexe basse fréquence :

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t),$$

équivalent au signal transmis :

$$x(t) = \text{Re} [x_e(t)e^{j2\pi f_p t}],$$

f_p étant la fréquence porteuse. $x_e(t)$ est appelé enveloppe complexe associée à $x(t)$.

De la même manière, on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit $n(t)$ introduit par le canal de propagation :

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$$

Si $\frac{N_0}{2}$ est la densité spectrale de puissance du bruit $n(t)$ introduit par le canal de propagation, alors la densité spectrale de puissance de $n_e(t)$ est de $2N_0$:

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p)$$

Ce qui donne N_0 pour la densité spectrale de puissance de $n_I(t)$ et N_0 pour la densité spectrale de puissance de $n_Q(t)$.

Etant données les valeurs potentiellement très élevées des fréquences porteuses des différents systèmes de télécommunication, l'un des intérêts de définir une chaine passe-bas équivalente à la chaine de transmission sur porteuse est de réduire les temps de simulation tout en conservant les mêmes taux d'erreur binaires obtenus.

C'est ce que nous vous demanderons, dans un premier temps, de vérifier sur l'exemple d'une chaine de transmission QPSK, avant d'utiliser la chaine passe-bas équivalente pour simuler plusieurs autres transmissions sur fréquence porteuse et les comparer en termes d'efficacités spectrales et d'efficacités en puissance.

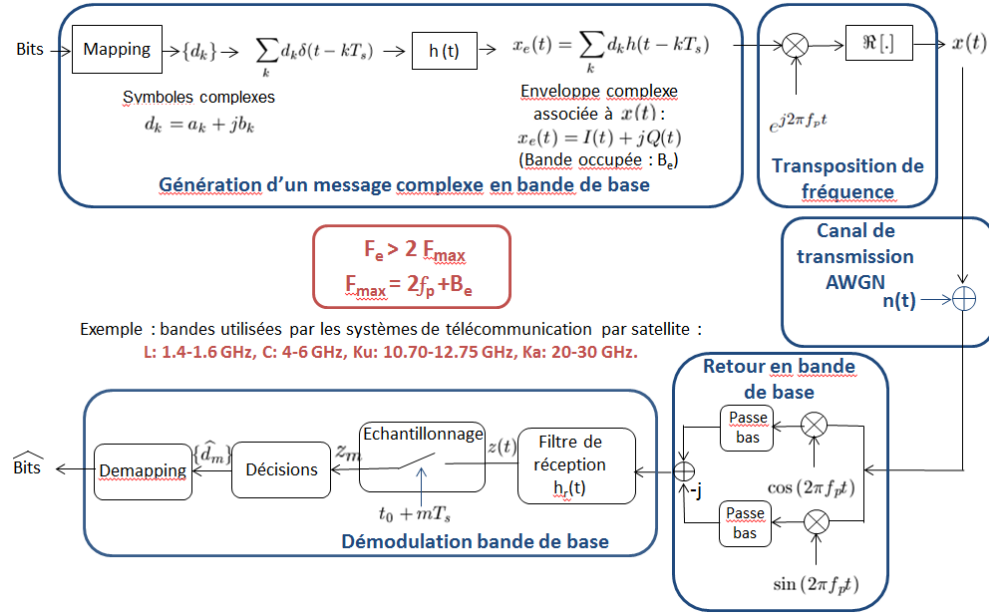


Figure 1: Chaîne de transmission sur porteuse

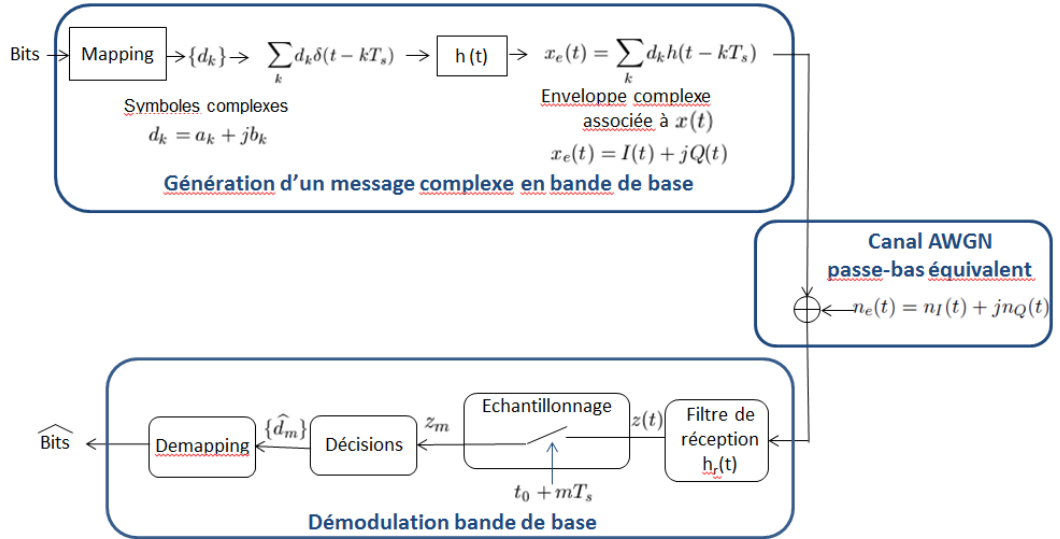


Figure 2: Chaîne de transmission passe-bas équivalente

3.2 Implantation d'une chaîne de transmission QPSK

L'objectif de cette partie sera de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission QPSK est identique que l'on implante la chaîne de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaîne passe-bas équivalente.

3.2.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

On plantera, dans un premier temps, une chaîne de transmission QPSK sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, canal AWGN et récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuil optimaux).

Le roll-off du filtre de mise en forme devra être égal à 0.35, la fréquence porteuse $f_p = 2$ kHz, la fréquence d'échantillonnage $F_e = 10$ kHz et le débit symbole $R_s = \frac{1}{T_s} = 1$ kbauds.

Le canal de transmission (AWGN) ne fait qu'ajouter un bruit blanc (densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2} \forall f$) et gaussien au signal en sortie du modulateur. Ce bruit sera généré sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), grâce à la fonction `randn` de matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées σ_n^2 , que l'on calculera, en fonction des rapports signal à bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur $\frac{E_b}{N_0}$, de la manière suivante (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_r la puissance du signal reçu qui peut être obtenu sous matlab de la manière suivante : $P_r = \text{mean}(\text{abs}(r).^2)$, si r représente le vecteur d'échantillons de signal reçu.

Travail à réaliser :

- Implanter la chaîne de transmission sans bruit et s'assurer que le TEB est bien nul. Un diagramme de l'oeil sans bruit devra être tracé en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantillonnage.
- Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse.
- Estimer et tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse.
- Déterminer la puissance du signal modulé sur fréquence porteuse.
- Après avoir ajouté le bruit, tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0),

donné en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

- Comparer le TEB simulé au TEB théorique (tracé superposés sur une même figure).

Les éléments suivants devront figurer dans votre rapport :

- Les tracés des signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que celui du signal transmis sur fréquence porteuse.
- Le tracé de la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse et l'explication du résultat obtenu.
- Le calcul du TEB théorique de la chaîne étudiée si celui-ci ne figure pas dans les planches de cours. Si le TEB théorique de la chaîne étudiée figure dans les planches de cours vous pouvez juste en donner l'expression mais en précisant les caractéristiques vérifiées par la chaîne de transmission vous autorisant à utiliser cette expression.
- Les tracés superposés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

3.2.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

On plantera, dans un deuxième temps, la chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment.

Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$. Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante (démonstration en annexe) :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_{r_e} la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu qui peut être obtenu sous matlab de la manière suivante : $P_{r_e} = \text{mean}(\text{abs}(r_e).^2)$, si r_e représente le vecteur d'échantillons de l'enveloppe complexe associée au signal reçu.

Travail à réaliser :

- Planter la chaîne de transmission sans bruit et s'assurer que le TEB est bien nul. Un diagramme de l'oeil sans bruit devra être tracé en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantillonnage.

- Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature.
- Estimer et tracer la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe $x_e(t)$ associée au signal modulé sur fréquence porteuse $x(t)$.
- Déterminer la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse.
- Ajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) , donné en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
- Comparer sur un même tracé le TEB simulé obtenu en utilisant la chaîne passe-bas équivalente, le TEB simulé obtenu en utilisant la chaîne sur fréquence porteuse précédente et le TEB théorique.
- Tracer la constellation de la modulation en sortie du mapping et celle obtenue en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 .

Les éléments suivants devront figurer dans votre rapport :

- Le tracé de la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe $x_e(t)$ associée au signal modulé sur fréquence porteuse $x(t)$ et l'explication du résultat obtenu : comparaison avec celle du signal modulé sur fréquence porteuse tracée précédemment, lien entre les deux.
- La comparaison entre la puissance du signal modulé sur porteuse et celle de l'enveloppe complexe associée, avec explication de la différence obtenue.
- Les tracés des constellations de la modulation en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 , avec explications des différences observées.
- Le calcul du TEB théorique de la chaîne étudiée si celui-ci ne figure pas dans les planches de cours. Si le TEB théorique de la chaîne étudiée figure dans les planches de cours vous pouvez juste en donner l'expression mais en précisant les caractéristiques vérifiées par la chaîne de transmission vous autorisant à utiliser cette expression.
- Les tracés superposés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.

3.3 Comparaison des modulations BPSK, QPSK, 8-PSK et 16-QAM

On implantera les chaînes passe-bas équivalentes aux chaînes de transmissions sur fréquence porteuse utilisant les modulations suivantes : BPSK, QPSK, 8-PSK et 16-QAM.

Pour chacune on réalisera un mapping de de Gray, le facteur de suréchantillonnage

sera défini pour que le signal numérique généré respecte la condition de Shannon, on utilisera une mise en forme en racine de cosinus surélevé (roll-off 0.35) et un récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuil optimaux).

Le canal sera considéré comme étant AWGN. Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$. Il viendra s'ajouter avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera sur la bande F_e en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante (démonstration en annexe) :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_{r_e} la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu qui peut être obtenu sous matlab de la manière suivante : $P_{r_e} = \text{mean}(\text{abs}(r_e).^2)$, si r_e représente le vecteur d'échantillons de l'enveloppe complexe associée au signal reçu.

Travail à réaliser :

Pour chaque chaîne de transmission vous devrez :

- Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. Un diagramme de l'oeil sans bruit devra être tracé en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantillonnage. Pour les modulations PSK et QAM il est possible d'utiliser les fonctions *pskmod* et *qammod* de matlab.
- Ajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) donné en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
- Tracer les constellations émises (en sortie du mapping), ainsi que celles obtenues en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 .
- Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne de transmission considérée (tracés superposés sur une même figure).

Les éléments suivants devront figurer dans votre rapport :

- Pour chaque chaîne étudiée :
 - Les tracés des constellations de la modulation en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 , avec explications des différences observées.
 - Le calcul du TEB théorique de la chaîne étudiée si celui-ci ne figure pas dans les planches de cours. Si le TEB théorique de la chaîne

étudiée figure dans les planches de cours vous pouvez juste en donner l'expression mais en précisant les caractéristiques vérifiées par la chaîne de transmission vous autorisant à utiliser cette expression.

- Les tracés superposés du TEB simulé et du TEB théorique de la chaîne étudiée.
- Pour l'ensemble des chaînes de transmission sur fréquence porteuse étudiées: une comparaison en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance en justifiant vos analyses. On expliquera notamment les similitudes et les différences observées entre les différentes chaînes étudiées.

4 Annexes

4.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaînes de transmission

4.1.1 Chaînes de transmission bande de base (modulations PAM)

On introduit un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M) E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_r représente la puissance du signal reçu.

4.1.2 Chaîne de transmission sur porteuse

On introduit un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M) E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,

- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_r représente la puissance du signal reçu.

4.1.3 Chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse

On ajoute, à l'enveloppe complexe $x_e(t)$ associée au signal modulé sur porteuse $x(t)$, un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$ (voir figure 2). Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = N_0 F_e = \frac{E_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{r_e} T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M) E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_{r_e} représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu: $P_{r_e} = \frac{P_r}{2}$, si P_r représente la puissance du signal reçu.

4.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2},$$

où m_{TEB} et σ_{TEB}^2 représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.

La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N (1 \times p + 0 \times (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \right)^2 \right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors $E[X_k^2] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1 - p) = p$
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} \{ Np + (N^2 - N) p^2 \} - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{Np} \simeq \frac{1}{Np} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, N , de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 10^{-2} avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$ bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.

4.3 Retards liés aux filtrages dans la chaine de transmission

Prenons, tout d'abord, l'exemple d'une chaine de transmission avec filtres de mise en forme et de réception rectangulaires de durée $T_s = N_s T_e$, en supposant que le canal de transmission ne fait qu'introduire un bruit blanc et Gaussien. La figure 3 trace les réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, ainsi que leur produit de convolution qui représente ici la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission. A partir de ces tracés on peut

dire que le critère de Nyquist peut être vérifié sur la chaîne de transmission si on échantillonne en réception à $t_0 + mN_s$, avec $t_0 = 0$ (en numéros d'échantillons). Cependant la figure 3 trace des réponses impulsionnelles qui définissent des filtres non causaux. Afin de les rendre causaux, pour pouvoir les implanter, on va devoir décaler chaque réponse impulsionnelle de la moitié de sa longueur, la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission $(h(t) * h_r(t))$ nous indique qu'il faut alors échantillonner à $t_0 + mN_s$, avec $t_0 = N_s$ (toujours en numéros d'échantillons, voir figure 4). En effet, le fait de décaler les réponses impulsionnelles $h(t)$ et $h_r(t)$ introduit un retard de $2 \times N_s/2$, soit N_s : voir figure 5.

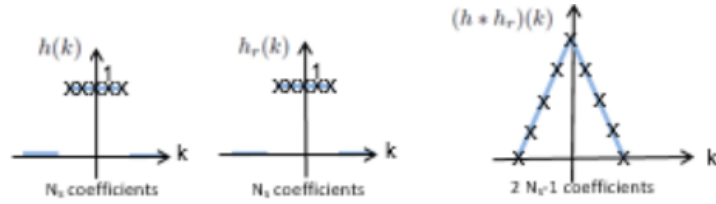


Figure 3: Chaîne de transmission de type NRZ : réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception et réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission - Filtres non causaux

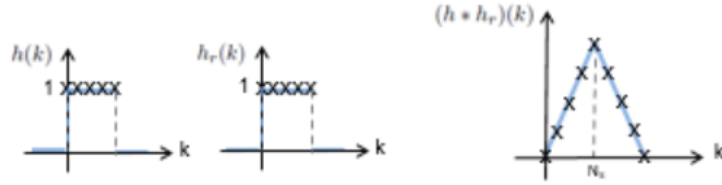


Figure 4: Chaîne de transmission de type NRZ : réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception et réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission - Filtres causaux

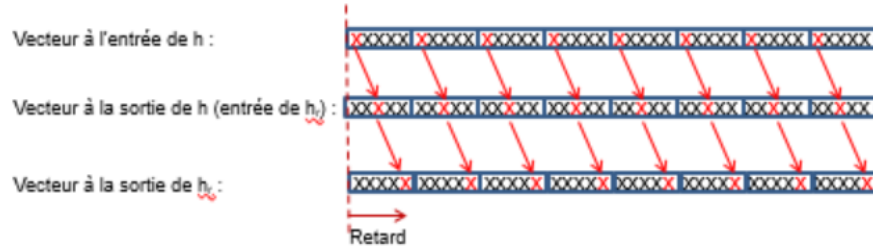


Figure 5: Chaîne de transmission de type NRZ : illustration du retard lié à la causalité des filtres.

Prenons, maintenant, l'exemple d'une chaîne de transmission avec filtres de mise en forme et de réception en racine de cosinus surélevé de même roll-off, en supposant que le canal de transmission ne fait qu'introduire un bruit blanc et Gaussien. La figure 6 trace les réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, ainsi que leur produit de convolution qui représente ici la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission. A partir de ces tracés on peut dire que le critère de Nyquist peut être vérifié sur la chaîne de transmission si on échantillonne en réception à $t_0 + mT_s$, avec $t_0 = 0$. Cependant la figure 6 trace des réponses impulsionnelles qui définissent des filtres non causaux. Afin de les rendre causaux, pour pouvoir les implanter, on va devoir décaler chaque réponse impulsionnelle de $2T_s$, la réponse impulsionnelle globale de la chaîne de transmission ($h(t) * h_r(t)$) nous indique qu'il faut alors échantillonner à $t_0 + mT_s$, avec $t_0 = 4T_s + T_e$. En effet, le fait de décaler les réponses impulsionnelles $h(t)$ et $h_r(t)$ introduit un retard de $2 \times 2T_s$, soit $4T_s$: voir figure 8. Ce que nous montre également la figure 8 est que, dans ce cas (retard introduit par les filtres $> T_s$) une partie de l'information va être perdue. Il est cependant possible d'éviter de perdre cette information en ajoutant des zéros en fin de vecteur avant filtrage : voir figure 9.

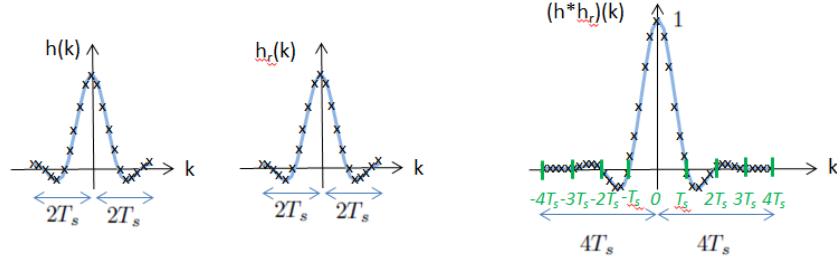


Figure 6: Chaîne de transmission de type cosinus surélevé : réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception et réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission - Filtres non causaux

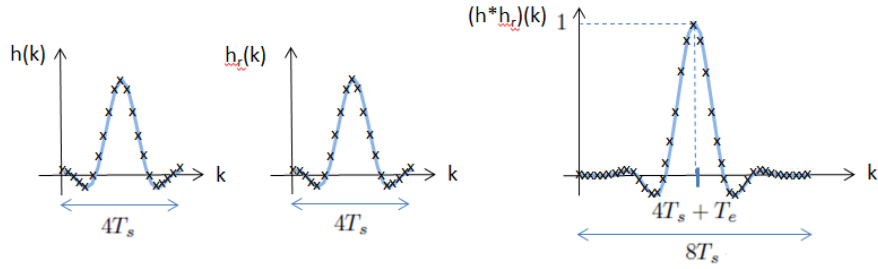


Figure 7: Chaîne de transmission de type cosinus surélevé : réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception et réponse impulsionnelle de la chaîne de transmission - Filtres non causaux

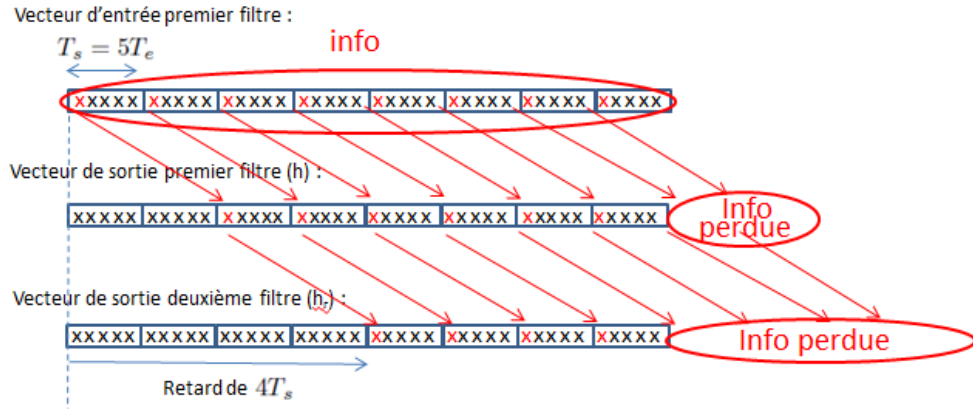


Figure 8: Chaîne de transmission de type cosinus surélevé : illustration du retard lié à la causalité des filtres et de la perte d'information en résultant.

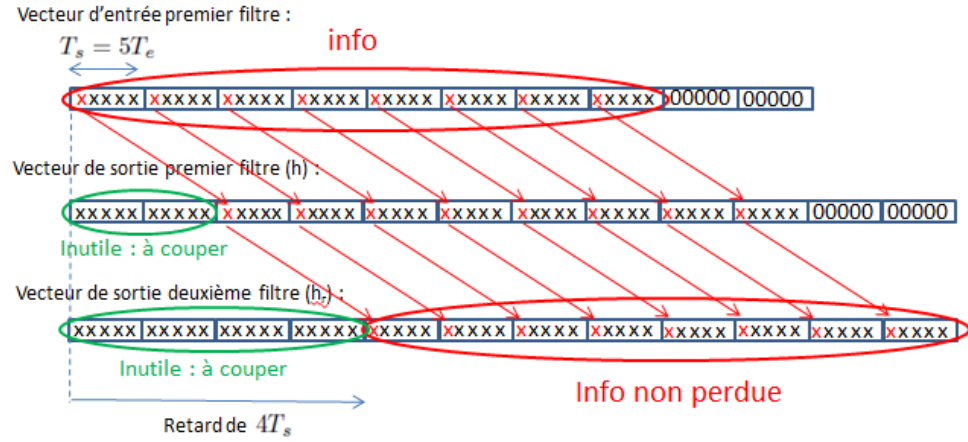


Figure 9: Chaîne de transmission de type cosinus surélevé : illustration du retard lié à la causalité des filtres et de la façon d'éviter la perte d'information en résultant.