

# **Отчет по лабораторной работе №8**

**Модель конкуренции двух фирм - вариант 30**

Андриевская Анастасия

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>17</b>

# List of Figures

3.1	График для случая 1 OpenModelica . . . . .	14
3.2	График для случая 2 OpenModelica . . . . .	14
3.3	График для случая 1 Julia . . . . .	14
3.4	График для случая 2 Julia . . . . .	15

# **1 Цель работы**

Изучить модель конкуренции

## 2 Задание

1. Изучить модель конкуренции двух фирм
2. Построить графики изменения оборотных средств в двух случаях

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$N$  - число потребителей производимого продукта.

$S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$M$  – оборотные средства предприятия

$\tau$  - длительность производственного цикла

$p$  - рыночная цена товара

$\tilde{p}$  - себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции

$\delta$  - доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек

$k$  - постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции

$Q(S/p)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $S$  к цене  $p$ . Она

равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров длительного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)$$

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq\left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right)p - k$$

Уравнение для рыночной цены  $p$  представим в виде:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma \left( -\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) \right)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр  $\gamma$  зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла  $\tau$ . При заданном  $M$  уравнение описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau \tilde{p}} + Nq \left(1 - \frac{p}{p_{cr}}\right) = 0$$

равновесное значение цены  $p$  равно

$$p = p_{cr} \left(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq}\right)$$

Тогда уравнения динамики оборотных средств приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} \left(\frac{p}{p_{cr}} - 1\right) - M^2 \left(\frac{\delta}{\tau\tilde{p}}\right)^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$

Это уравнение имеет два стационарных решения, соответствующих условию  $dM/dt = 0$

$$\widetilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$a = Nq \left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \tilde{p} \frac{\tau}{\delta}\right), b = kNq \frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$

Получается, что при больших постоянных издержках (в случае  $a^2 < 4b$ ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть,  $b \ll a^2$ ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы.

При  $b \ll a$  стационарные значения  $M$  равны

$$\widetilde{M}_+ = Nq \frac{\tau}{\delta} \left(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}}\right) \tilde{p}, \widetilde{M}_- = k\tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние  $\widetilde{M}_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние  $\widetilde{M}_-$  неустойчиво, так, что при  $M < \widetilde{M}_-$  оборотные средства падают ( $dM/dt < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $\widetilde{M}_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит,



что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим:  $\delta = 1$ , а параметр  $\tau$  будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

## 3.2 Задача

### Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\Theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\Theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}a_1 &= \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 N q} \\ a_2 &= \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q} \\ b &= \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 N q}\end{aligned}$$

$$c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$$

$$c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$$

также введена нормировка  $t = c_1 \Theta$

Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{dM_1}{d\Theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0002\right)M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\Theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами

$$M_0^1 = 8.8 \quad M_0^2 = 9.9$$

$$p_{cr} = 30 \quad N = 80 \quad q = 1$$

$$\tau_1 = 25 \quad \tau_2 = 20$$

$$\tilde{p}_1 = 10.1 \quad \tilde{p}_2 = 11.5$$

Решение в OpenModelica

model pr8

```
parameter Real p_cr=30;  
parameter Real N=80;  
parameter Real q=1;  
parameter Real tau1=25;  
parameter Real tau2=20;  
parameter Real p1=10.1;  
parameter Real p2=11.5;  
parameter Real d=0.0002;
```

```
parameter Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);  
parameter Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);  
parameter Real b = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*tau2*tau2*p2*p2*N*q);  
parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);  
parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
```

```
Real M1_1(start=8.8);  
Real M2_1(start=9.9);  
Real M1_2(start=8.8);  
Real M2_2(start=9.9);
```

equation

```
der(M1_1) = M1_1 - (b/c1)*M1_1*M2_1 - (a1/c1)*M1_1*M1_1;  
der(M2_1) = (c2/c1)*M2_1 - (b/c1)*M1_1*M2_1 - (a2/c1)*M2_1*M2_1;
```

equation

```
der(M1_2) = M1_2 - (b/c1)*M1_2*M2_2 - (a1/c1)*M1_2*M1_2;  
der(M2_2) = (c2/c1)*M2_2 - (b/c1+d)*M1_2*M2_2 - (a2/c1)*M2_2*M2_2;
```

```
end pr8;
```

Решение в Julia

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
p_cr=30
```

```
N=80
```

```
q=1
```

```
tau1=25
```

```
tau2=20
```

```
p1=10.1
```

```
p2=11.5
```

```
d = 0.002
```

```
a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
```

```
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
```

```
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)
```

```
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2)
```

```
b = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*tau2*tau2*p2*p2*N*q)
```

```
M1=8.8
```

```
M2=9.9
```

```
t = collect(LinRange(0, 20, 500))
```

```
tspan = (0, 20)
```

```

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = y[1] - (b/c1)*y[1]*y[2] - (a1/c1)*y[1]*y[1]
    dy[2] = (c2/c1)*y[2] - (b/c1)*y[1]*y[2] - (a2/c1)*y[2]*y[2]
end

```

```

prob = ODEProblem(syst, [M1, M2], tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

```

```

plot(sol)
savefig("03.png")

```

```

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = y[1] - (b/c1)*y[1]*y[2] - (a1/c1)*y[1]*y[1]
    dy[2] = (c2/c1)*y[2] - (b/c1+d)*y[1]*y[2] - (a2/c1)*y[2]*y[2]
end

```

```

prob = ODEProblem(syst, [M1, M2], tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

```

```

plot(sol)
savefig("04.png")

```

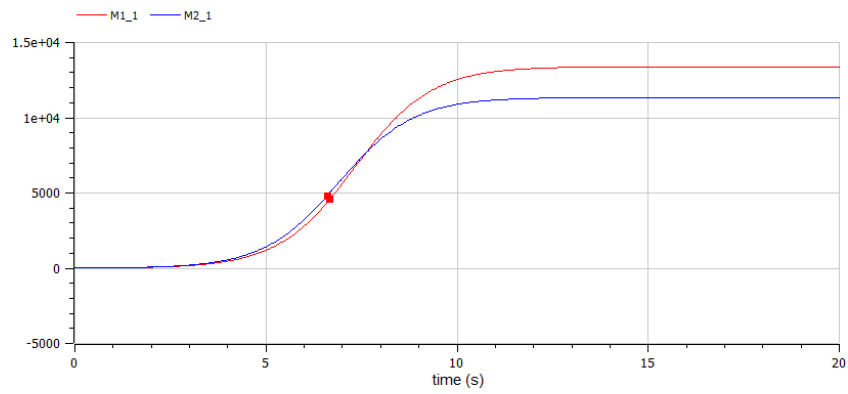


Figure 3.1: График для случая 1 OpenModelica

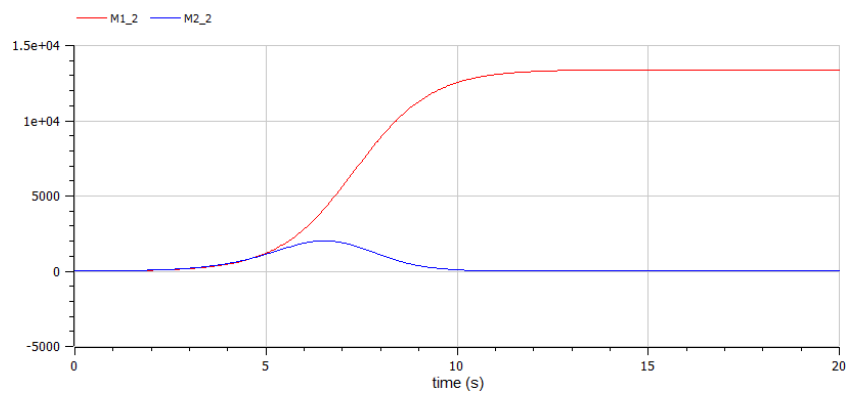


Figure 3.2: График для случая 2 OpenModelica

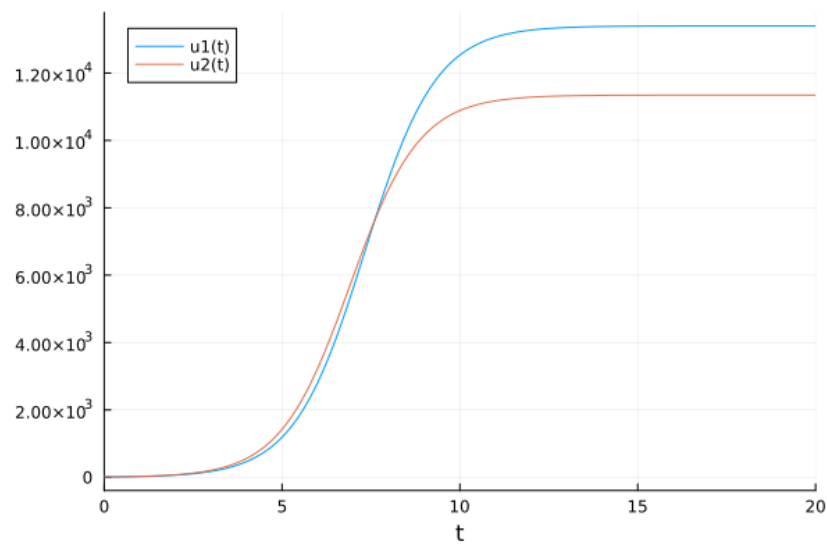


Figure 3.3: График для случая 1 Julia

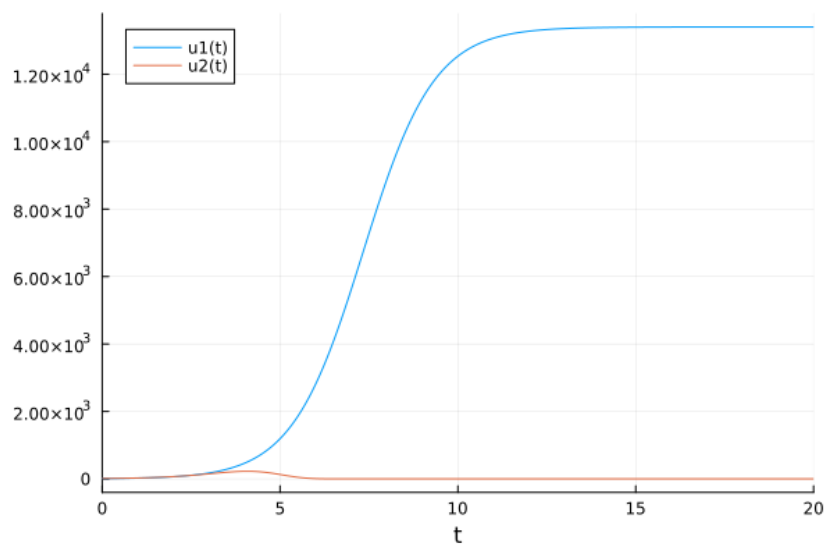


Figure 3.4: График для случая 2 Julia

## **4 Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель конкуренции и построены графики.



# Список литературы

1. Математические модели конкурентной среды
2. Разработка математических моделей конкурентных процессов