

# **Отчет по лабораторной работе №6**

**Модель эпидемии - вариант 30**

Андриевская Анастасия

# Содержание

|          |                                       |           |
|----------|---------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Цель работы</b>                    | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>Задание</b>                        | <b>5</b>  |
| <b>3</b> | <b>Выполнение лабораторной работы</b> | <b>6</b>  |
| 3.1      | Теоретические сведения . . . . .      | 6         |
| 3.2      | Задача . . . . .                      | 7         |
| <b>4</b> | <b>Выводы</b>                         | <b>13</b> |
|          | <b>Список литературы</b>              | <b>14</b> |

# List of Figures

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.1 | Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . . | 9  |
| 3.2 | Графики численности в случае $I(0) > I^*$ . . . . .    | 9  |
| 3.3 | Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$ . . . . . | 11 |
| 3.4 | Графики численности в случае $I(0) > I^*$ . . . . .    | 12 |

# 1 Цель работы

Изучить модель эпидемии  $SIR$

## 2 Задание

1. Изучить модель эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:  $I(0) \leq I^*$ ,  $I(0) > I^*$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , \text{если } I(t) > I^* \\ 0 & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I & , \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$  - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*$  и  $I(0) > I^*$

## 3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове  $N = 11700$  в момент начала эпидемии ( $t = 0$ ) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 270$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 49$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$ . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1.  $I(0) \leq I^*$  2.  $I(0) > I^*$

Решение в OpenModelica

```
model pr6
parameter Real a = 0.09;
```

```
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start=11381);
```

```
Real I(start=270);
```

```
Real R(start=49);
```

```
equation
```

```
  der(S) = 0;
```

```
  der(I) = b*I;
```

```
  der(R) = -b*I;
```

```
end pr6;
```

```
model pr6
```

```
parameter Real a = 0.09;
```

```
parameter Real b = 0.02;
```

```
Real S(start=11381);
```

```
Real I(start=270);
```

```
Real R(start=49);
```

```
equation
```

```
  der(S) = -a*S;
```

```
  der(I) = a*S-b*I;
```

```
  der(R) = b*I;
```

```
end pr6;
```



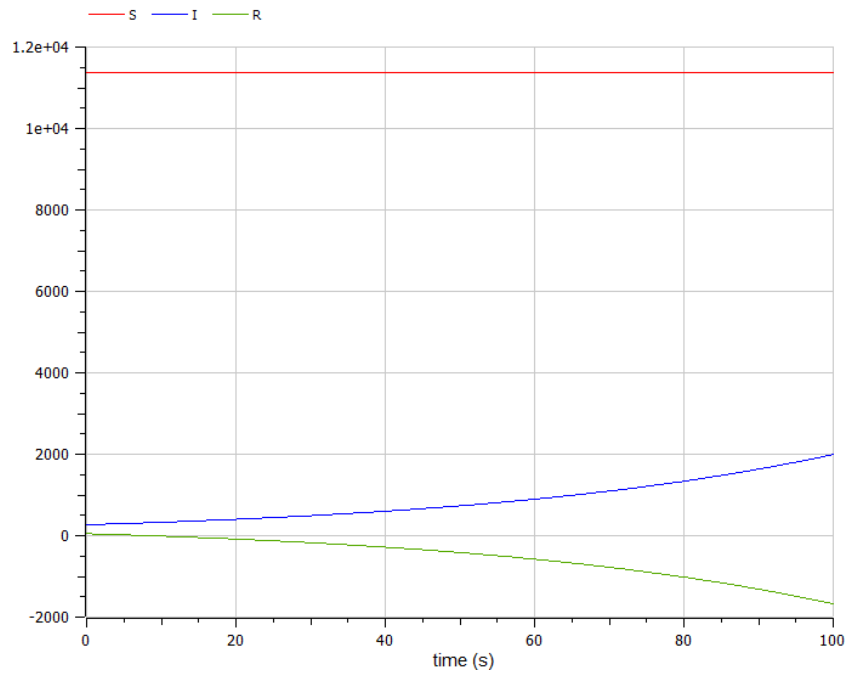


Figure 3.1: Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$

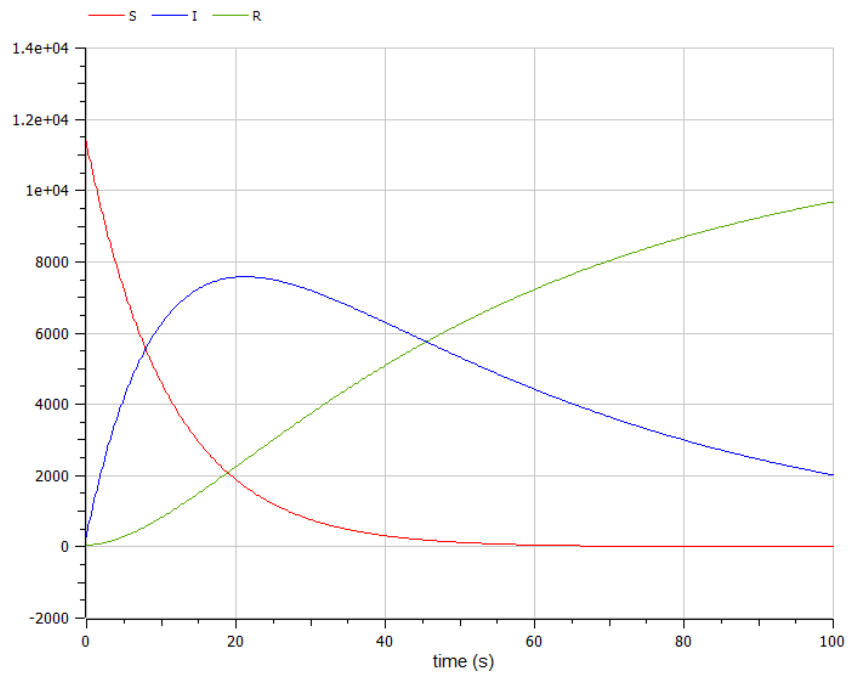


Figure 3.2: Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

Решение в Julia

```

using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.09
b = 0.02

N = 11700
I = 270
R = 49
S = N-I-R

tspan = (0, 100)
t = collect(LinRange(0, 200, 1000))
u0 = [S; I; R]

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = 0
    dy[2] = b*y[2]
    dy[3] = -b*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol)

savefig("03.png")

function syst(dy, y, p, t)

```

```

dy[1] = -a*y[1]
dy[2] = a*y[1] - b*y[2]
dy[3] = b*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)
sol = solve(prob, saveat=t)

plot(sol)

savefig("04.png")

```

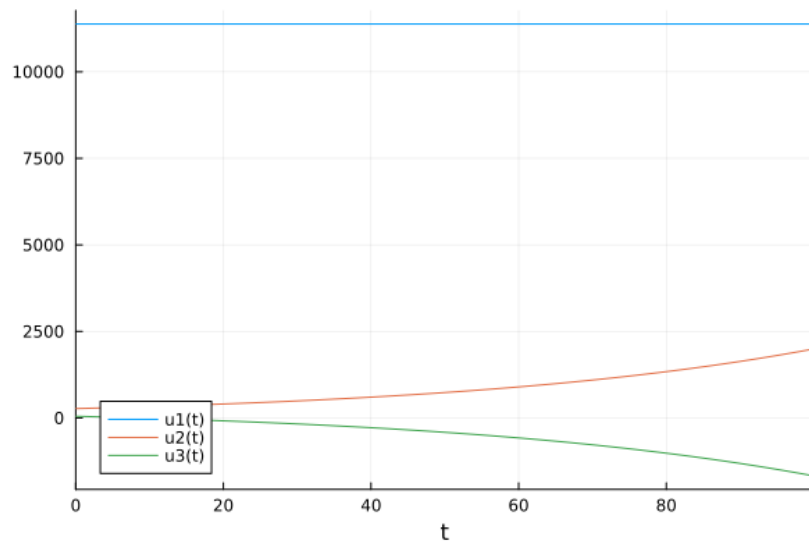


Figure 3.3: Графики численности в случае  $I(0) \leq I^*$

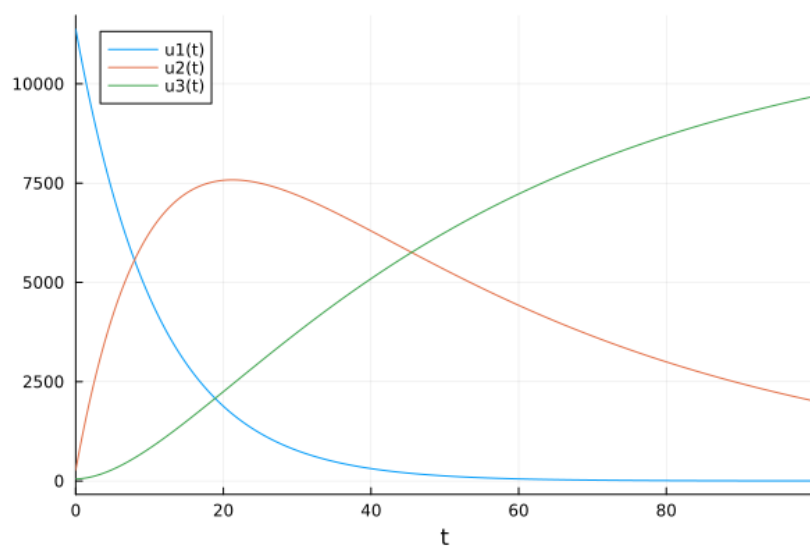


Figure 3.4: Графики численности в случае  $I(0) > I^*$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построены графики.

# Список литературы

1. Конструирование эпидемиологических моделей
2. Зараза, гостя наша