Лабораторная работа №2. Задача о погоне

“Низамова Альфия Айдаровна. НФИбд-01-20”[1]

18 февраля, 2023, Москва, Россия

[1]Российский Университет Дружбы Народов

Цели и задачи работы

Цель работы:

Разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Также необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера.

Задачи:

Задачи:

1. Изучить условие задачи о погоне
2. Провести рассуждения и вывести дифференциальные уравнения
3. Построить траекторию движение катера и лодки для двух случаев
4. Определить по графику точку пересечения катера и лодки

Ход работы лабораторной работы

Условие задачи:

Вариант 2: На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 12 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4 раза больше скорости браконьерской лодки.

Теоретический материал

Принимаем за $t_0 = 0, X_0 = 0$ - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После вводим полярные координаты. Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как $\frac{x}{v}$ или $\frac{x+k}{v}$ (для второго случая $\frac{x-k}{v}$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения: $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$ - в первом случае, $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$ во втором случае.

Отсюда находим два значения x_1 и x_2, задачу будем решать для двух случаев :

*$x_1 = \frac{k}{n+1}$,при $\theta = 0$

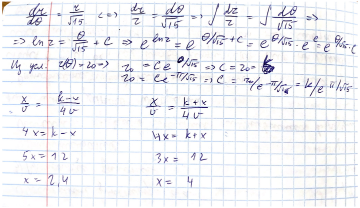
*$x_2 = \frac{k}{n-1}$,при $\theta = -\pi$

Теоретический материал

Находим тангенциальную скорость для нашей задачи $\upsilon_t = r\frac{d\theta}{dt}$. Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon_r^2 - \upsilon^2}$. Поскольку, радиальная скорость равна υ, то тангенциальную скорость находим из уравнения $\upsilon_t = \sqrt{n^2\upsilon^2 - \upsilon^2}$. Следовательно, $\upsilon_\tau = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$.

- Тогда получаем $r\frac{d\theta}{dt} = \upsilon\sqrt{n^2 - 1}$

Теоретические рассчеты:



$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15}} \iff \frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\sqrt{15}} \Rightarrow \int \frac{dr}{r} = \int \frac{d\theta}{\sqrt{15}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln r = \frac{\theta}{\sqrt{15}} + C \Rightarrow e^{\ln r} = e^{\theta/\sqrt{15} + C} = e^{\theta/\sqrt{15}} \cdot e^{C} = e^{\theta/\sqrt{15}} \cdot C$$

Из усл. $r(\theta) = r_0 \Rightarrow$ $r_0 = Ce^{0/\sqrt{15}} \Rightarrow C = r_0 =$

$r_0 = Ce^{-\pi/\sqrt{15}} \Rightarrow C = r_0/e^{-\pi/\sqrt{15}} = k/e^{\pi/\sqrt{15}}$

$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4v}$ | $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4v}$
$4x = k - x$ | $4x = k + x$
$5x = 12$ | $3x = 12$
$x = 2,4$ | $x = 4$

Рис. 1: Теоретические рассчеты и вывод дифференциальных уравнений(1)

Теоретический материал(продолжение)

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению: $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2-1}}$ Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Точка пересечения красного и синего графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров.

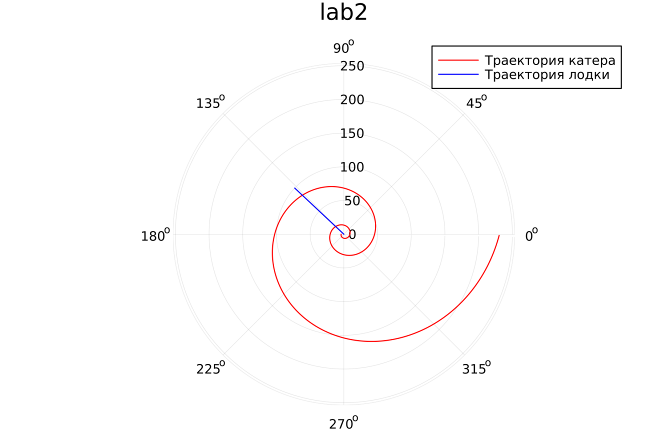


Рис. 2: График. Первый случай

Результаты работы программы

Точка пересечения красного и синего графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров.

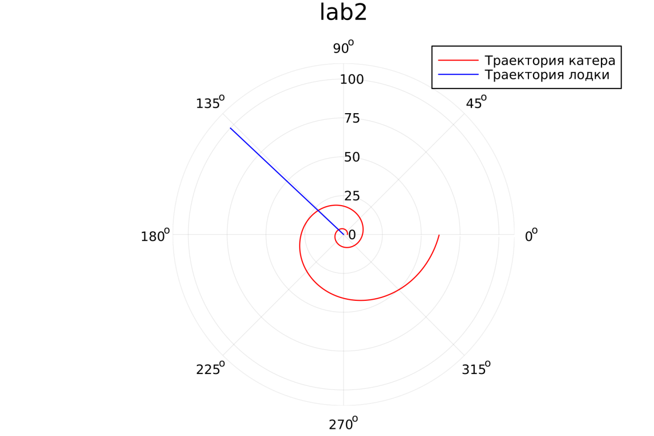


Рис. 7: Графики. Второй случай

Выводы

Выводы

В ходе лабораторной работы нам удалось рассмотреть задачу о погоне, составить и решить дифференциальные уравнения. Смоделировать ситуацию и сделать вывод о том, что в первом случае погоня завершиться раньше.