Московский Авиационный Институт

(Национальный Исследовательский Университет)

Факультет информационных технологий и прикладной математики

Кафедра 806 “Вычислительная математика и программирование”

**Курсовая работа**

**по курсу “Архитектура компьютера”**

**1 семестр**

**Задание 4. Процедуры и функции в качестве параметров**

Студент: Старостина А.А.

Группа: М8О-108Б-22,

№ по списку: 19

Руководитель: Сахарин Н.А.

Дата: 08.01.2023

Оценка: \_\_\_\_\_\_

г. Москва, 2023

**Содержание**

ЗАДАНИЕ ………………………………………………………………...…. 3

ВАРИАНТ …………………………………………………………………..... 3

ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ……………………………………………… 3

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРОГРАММЕ ……………………………………. 4

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ НАЗНАЧЕНИЕ ……………………………………. 4

ОПИСАНИЕ ЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ……………………………… 4

ОПИСАНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ, КОНСТАНТ И ПОДПРОГРАММ ………. 4

ПРОТОКОЛ ………………………………………………………………….. 6

ВХОДНЫE ДАННЫЕ ……………………………………………………..... 9

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ ………………………………………………...…...10

ВЫВОДЫ …………………………………………………………………….10

**1. Задание**

Составить программу на языке Си с процедурами решения трансцендентных алгебраических уравнений различными способами(итераций, Ньютона и половинного деления - дихотомии). Нелинейные уравнения оформить как параметры - функции, разрешив относительно неизвестной величины в случае необходимости. Применить каждую процедуру к решению двух уравнений, заданных двумя строками таблицы, начиная с варианта с заданным номером. Если метод неприменим, дать математическое обоснование и графическую иллюстрацию.

**2. Варианты**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Уравнение | Отрезок, содержащий корень | Базовый метод | Приближенное значение корня |
| 19 |  | [0,0.85] | итерации | 0.2624 |
| 20 |  | [1,2] | Ньютона | 1.1183 |

**3. Общий метод решения**

Вычисление приближенного значений функций при помощи метода дихотомии, метода итераций и метода Ньютона.

Метод дихотомии - деление отрезка пополам, учитывает что знак функции должен быть разным. До тех пор, пока длина отрезка не будет меньше значения машинного эпсилон, процесс деления будет выполняться. Приближенное значение корня к моменту окончания итерационного процесса будет находиться примерно в середине заданного отрезка.

Метод итераций  заключается в замене исходного уравнения F(x) = 0 уравнением f(x) = x. Начальным приближенным значением корня является середина заданного отрезка. Итерационный процесс имеет вид:  . Процесс выполняется пока разность   и   не станет меньше значения машинного эпсилон.

Метод Ньютона - частный случай метода дихотомии. Итерационный процесс представляет собой:  .

**4. Общие сведения о программе**

Аппаратное обеспечение: домашний ноутбук

Операционная система: Linux Ubuntu, версия 22.04.1 LTS

Язык и система программирования: С, GNU

Местонахождение файлов: /home/ann

Компиляция программы: gcc -lm kp4.c

Вызов программы: ./a.out

**5. Функциональное назначение**

Программа предназначена для вычисления приближенного значения трансцендентных алгебраических уравнений с использованием различных численных методов и при помощи встроенных программных функций библиотеки языка Си.

**6. Описание логической структуры**

Программа получает на вход заданный отрезок, находит значение уравнения F(x) = 0 различными численными методами и выводит полученный корень уравнения.

**7. Описание переменных, констант и подпрограмм**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Функция** | **Входные аргументы** | **Описание** |
| machine\_epsilon | long double x | Функция для подсчета машинного ε |
| F19,F20 | long double x | Вычисляет значение входной функции |
| F19\_first\_derivative, F20\_first\_derivative | long double x | Функция, вычисляющая первую производную от входной функции |
| F19\_second\_derivative, F20\_second\_derivative | long double x | Функция, вычисляющая вторую производную от входной функции |
| f19\_first\_derivative, f20\_first\_derivative | long double x | Функция, вычисляющая первую производную от уравнения, в котором выражен x |
| dichotomya | long double (\*F)(long double), long double a, long double b, long double abs\_epsilon, long double otn\_epsilon | Функция, вычисляющая значение уравнения F(x) = 0 методом дихотомии |
| iteration | long double (\*f)(long double), long double (\*f\_first\_derivative)(long double), long double a, long double b, long double abs\_epsilon, long double otn\_epsilon | Функция, вычисляющая значение уравнения F(x) = 0 методом итерации |
| newton | long double(\* F)(long double), long double (\*F\_first\_derivative)(long double), long double (\*F\_second\_derivative) (long double), long double a, long double b, long double abs\_epsilon, long double otn\_epsilon | Функция, вычисляющая значение уравнения F(x) = 0 методом Ньютона |
| f19, f20 | long double x | Функция, вычисляющая выраженный x |

Таблица 1. Описание функций программы

|  |  |
| --- | --- |
| **Переменная** | **Значение** |
| long double abs\_epsilon | Машинный эпсилон (абсолютный) |
| long double otn\_epsilon | Машинный эпсилон (относительный) |
| long double a,b | Границы отрезка |
| long double x | Значение аргумента функции |

Таблица 2. Описание переменных

**8. Протокол**

Код программы:

 #include <stdio.h>

#include <math.h>

typedef long double ldbl;

ldbl machine\_epsilon() {

ldbl eps = 1.0;

while (1 + eps / 2.0 != 1)

eps /= 2.0;

return eps;

}

ldbl F19(ldbl x) {

return x - 1/(3 + sin(3.6\*x));

}

ldbl f19(ldbl x) {

return 1/(3 + sin(3.6\*x));

}

ldbl f19\_first\_derivative(ldbl x) {

return -(3.6\*cos(3.6\*x)/(3+sin(3.6\*x)\*(3+sin(3.6\*x))));

}

ldbl F19\_first\_derivative(ldbl x) {

return 1 + (3.6\*cos(3.6\*x)/(3+sin(3.6\*x)\*(3+sin(3.6\*x))));

}

ldbl F19\_second\_derivative(ldbl x) {

return (-3.6\*3.6\*sin(3.6\*x)\*(3+sin(3.6\*x))\*(3+sin(3.6\*x)) - (3.6\*cos(3.6\*x))\*2\*3.6\*cos(3.6\*x)\*(3+sin(3.6\*x)))/(pow(3+sin(3.6\*x),4));

}

ldbl F20(ldbl x) {

return 0.1\*x\*x-x\*logl(x);

}

ldbl f20(ldbl x) {

return sqrt(10\*x\*logl(x));

}

ldbl f20\_first\_derivative(ldbl x) {

return (10\*logl(x)+1)/(2\*sqrt(10\*x\*logl(x)));

}

ldbl F20\_first\_derivative(ldbl x) {

return 0.2\*x-logl(x)-1;

}

ldbl F20\_second\_derivative(ldbl x) {

return 0.2-1/x;

}

ldbl dichotomya(ldbl (\*F)(ldbl), ldbl a, ldbl b, ldbl abs\_epsilon, ldbl otn\_epsilon) {

ldbl x = (a + b) / 2;

if (F(a) \* F(b) < 0){

while (fabs(a - b) > fmax(otn\_epsilon \* fabs(x), abs\_epsilon)) {

x = (a + b) / 2;

if (F(x) \* F(a) < 0)

b = x;

else

a = x;

}

return x;

}

else

return 0;

}

ldbl iteration(ldbl (\*f)(ldbl), ldbl (\*f\_first\_derivative)(ldbl), ldbl a, ldbl b, ldbl abs\_epsilon, ldbl otn\_epsilon)

{

ldbl x = (a + b) / 2;

if (fabs(f\_first\_derivative(x)) < 1) {

while (fabs(f(x) - x) >= fmax(otn\_epsilon \* fabs(x), abs\_epsilon))

x = f(x);

return x;

}

else

return 0;

}

ldbl newton(ldbl (\*F)(ldbl),ldbl (\*F\_first\_derivative)(ldbl),ldbl (\*F\_second\_derivative)(ldbl),ldbl a,ldbl b, ldbl abs\_epsilon, ldbl otn\_epsilon) {

ldbl x = (a + b / 2);

if (fabs(F(x) \* F\_second\_derivative(x)) < (F\_first\_derivative(x) \* F\_first\_derivative(x))) {

while (fabs(F(x) / F\_first\_derivative(x)) > fmax(otn\_epsilon \* fabs(x), abs\_epsilon))

x -= F(x) / F\_first\_derivative(x);

return x;

}

else

return 0;

}

void result(ldbl d, ldbl i, ldbl n) {

if (d != 0) printf("The dichotomya method: %.10Lf\n", d);

else printf("The dechotomya method isn't suitable\n");

if (i != 0) printf("The iteration method: %.10Lf\n", i);

else printf("The iteration method isn't suitable\n");

if (n != 0) printf("The Newton's method: %.10Lf\n", n);

else printf("The Newton's method isn't suitable\n");

}

int main() {

ldbl a2 = 0, b2 = 0.85;

ldbl a3 = 1, b3 = 2;

ldbl abs\_epsilon = machine\_epsilon();

ldbl otn\_epsilon = sqrt(abs\_epsilon);

ldbl d1 = dichotomya(F19, a2, b2, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

ldbl i1 = iteration(f19, f19\_first\_derivative, a2, b2, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

ldbl n1 = newton(F19, F19\_first\_derivative, F19\_second\_derivative, a2, b2, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

printf("Machine epsilon is %.40Lf\n",abs\_epsilon);

printf("Function 19 var: x - 1/(3+sin(3.6x))\n");

result(d1, i1, n1);

printf("\n");

ldbl d2 = dichotomya(F20, a3, b3, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

ldbl i2 = iteration(f20, f20\_first\_derivative, a3, b3, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

ldbl n2 = newton(F20, F20\_first\_derivative, F20\_second\_derivative, a3, b3, otn\_epsilon, abs\_epsilon);

printf("Function 20 var: 0.1\*x^2-x\*ln(x)\n");

result(d2, i2, n2);

return 0;

}

**9. Входные данные**

Отсутствуют

**10. Выходные данные**

ann@ann:~$ gcc kp4.c -lm

ann@ann:~$ ./a.out

Machine epsilon is 0.0000000000000000000000000000000001925930

Function 19 var: x - 1/(3+sin(3.6x))

The dichotomya method: 0.2624414651

The iteration method: 0.2624414651

The Newton's method: 0.2624414651

Function 20 var: 0.1\*x^2-x\*ln(x)

The dichotomya method: 1.1183255916

The iteration method isn't suitable

The Newton's method: 1.1183255916

ann@ann:~$

**11. Вывод**

В результате выполнения данной курсовой работы были получены навыки работы по получению корня уравнения. Было изучено вычисление машинного эпсилона (абсолютного и относительного) и различных численных методов, таких как: метод дихотомии, метод итераций и метод Ньютона. Оценивая полученные данные, можно сказать, что каждый из методов неидеален, так как для поиска корня необходимо знать точные границы отрезка.

Ответы совпали везде, где могли. Только в 20м варианте не удалось вычислить метод итерации, потому что не выполняется главное условие – модуль производной выбранной функции получается больше единицы (при любом х).