

ISSN 2448-5705

INTER DISCIPLINA

REVISTA DEL CENTRO DE INVESTIGACIONES
INTERDISCIPLINARIAS EN CIENCIAS Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Criticalidad

Volumen 8 | Número 20 | enero-abril 2020

ISSN 2448-5705

INTER DISCIPLINA

REVISTA DEL CENTRO DE INVESTIGACIONES
INTERDISCIPLINARIAS EN CIENCIAS Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Criticalidad

Volumen 8 | Número 20 | enero-abril 2020

DIRECTORIO

INTER DISCIPLINA

Revista del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades de la Universidad Nacional Autónoma de México
www.interdisciplina.unam.mx

Ricardo Lino Mansilla Corona
Editor

Pedro Miramontes
Editor invitado

Alma Laura Moncada Marín
Asistente del editor

María del Consuelo Yerena Capistrán
Coordinación editorial

Concepción Alida Casale Núñez
Cuidado editorial

Isauro Uribe Pineda
Formación / Gestión y operación de OJS

CONSEJO EDITORIAL

Germinal Cocho Gil^t / Universidad Nacional Autónoma de México, México
Pedro Luis Sotolongo Codina / Academia de Ciencias de Cuba, Cuba
Roger Strand / Universitetet i Bergen, Noruega
Nancy Schepers-Hughes / University of California Berkeley, EUA
Julie Thompson Klein / Wayne State University, EUA
Eloy Ayón-Beato / CINVESTAV-IPN, México
Héctor Zenil / Universidad de Oxford, UK
Ana María Corbacho Rodríguez / Universidad de la República, Uruguay
Bartolomé Luque Serrano / Universidad Politécnica de Madrid, España
José Nieto Villar / Universidad de La Habana, Cuba

Diego Frías / Universidad Estatal de Bahía, Brasil
Hugo Melgar-Quiñonez / McGill University, Canadá

COMITÉ CIENTÍFICO

Darío Salinas Figueroed / Universidad Iberoamericana, México
Diego Frías / Universidad Estatal de Bahía, Brasil
Eloy Ayón-Beato / CINVESTAV-IPN, México
Pedro Eduardo Alvarado Rubio / Hospital Adolfo López Mateos del ISSSTE, México
Silvia Dutrénit Bielous / Instituto José María Luis Mora, México
Laura Párez Díaz de León / Universidad Nacional Autónoma de México, México
Francisco Colom González / Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), España
Nialls Binns / Universidad Complutense de Madrid, España

Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades

Mauricio Sánchez Menchero
Secretario Académico
Carlos Hernández Alcántara
Secretario Técnico
María Isabel García Rosas
Secretaria Administrativa
María del Consuelo Yerena Capistrán
Jefa del Departamento de Publicaciones

Universidad Nacional Autónoma de México

Enrique Graue Wiechers
Rector
Leonardo Lomelí Vanegas
Secretario General
Luis Álvarez Icaza Longoria
Secretario Administrativo
Mónica González Contró
Abogada General
Guadalupe Valencia García
Coordinadora de Humanidades

INTER DISCIPLINA, vol. 8, núm. 20, enero-abril 2020, es una publicación cuatrimestral electrónica, editada por la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Coyoacán 04510, Ciudad de México, a través del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, Torre II de Humanidades 4º piso, Circuito Escolar, Ciudad Universitaria, Coyoacán 04510, Ciudad de México, <<http://www.interdisciplina.unam.mx>>, (rev.inter@unam.mx). Editor responsable: Ricardo Lino Mansilla Corona. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No.04-2015-062512120000-203, otorgado por el Instituto Nacional del Derecho de Autor, ISSN 2448-5705. Responsable de la última actualización de este número: Isauro Uribe Pineda, Torre II de Humanidades 4º piso, Circuito Escolar, Ciudad Universitaria, Coyoacán 04510, Ciudad de México. Fecha de la última actualización: 28 de enero de 2020.

Servicios que indexan a **INTER DISCIPLINA**: Clase, Latindex y Conacyt.



Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0
Internacional

Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura de los editores. Prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin la previa autorización por escrito de los editores responsables.

INTER DISCIPLINA

INTER DISCIPLINA

Volumen 8 | Número 20 | enero-abril 2020

DOI: <http://dx.doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2020.20>

Contenido / Contents

■ Presentación	5
<i>Presentation</i>	6
Ricardo Mansilla	
■ Editorial	7
<i>Editorial</i>	9
Pedro Miramontes	

Dosier / Dossier

■ La alometría, una ley de potencias ubicua en la estructura de los seres vivos	11
<i>Allometry, an ubiquitous power law in the structure of living beings</i>	
Faustino Sánchez Garduño, José Luis Gutiérrez Sánchez	
■ Leyes de escalamiento y criticalidad en modelos de votantes y dinámica neuronal	23
<i>Scaling laws and criticality in voter models and neuronal dynamics</i>	
Maximino Aldana	
■ On the stability and adaptability of human physiology: Gaussians meet heavy-tailed distributions	55
<i>Sobre la estabilidad y adaptabilidad de la fisiología humana: la gaussiana se encuentra con distribuciones de cola pesada</i>	
Ruben Fossion, Ariel Sáenz-Burrola, Leonardo Zapata-Fonseca	
■ Multifractal scaling in epidemics	83
<i>Escalamiento multifractal en epidemias</i>	
José Marco V., Juan R. Bobadilla, Erick López-Sánchez	
■ Rasgos de criticalidad y complejidad en la fecundación	93
<i>Traits of criticality and complexity in fertilization</i>	
Daniel Alejandro Priego Espinosa, Andrés Alejandro Aguado, Jesús Espinal Enríquez, Alberto Darszon, Gustavo Martínez Mekler	

- ¿Es el habla una señal crítica auto–organizada? 113
Is speech a self–organized critical signal?
Iván G. Torre, Oriol Artíme, Antoni Hernández–Fernández, Bartolo Luque

Obituario / Obituary

- Germinal Cocho 129
Ricardo Mansilla Corona

Comunicaciones Independientes / Independent Communications

- Visibilizando a las víctimas: entre el paradigma segurista y el paradigma de los derechos humanos 133
Making victims visible: between the security paradigm and the human rights paradigm
Laura Loeza Reyes
- Bienestar subjetivo y su estudio con redes semánticas en análisis lineal y no lineal 153
Subjective well-being and its study with semantic networks in linear and non-linear analysis
Olga Flores–Cano, Isabel Reyes–Lagunes, Sofía Rivera–Aragón,
Ricardo Mansilla–Corona
- Criterios para definir el carácter interdisciplinario de diseños curriculares universitarios 169
Criteria for defining the interdisciplinary nature of university curricular designs
Juan Carlos Villa Soto, Rosa María Mendoza Rosas

Reseñas / Book reviews

- *The formula. The universal laws of success* 191
Ricardo Mansilla Corona
- *The computer book. From the abacus to artificial intelligence, 250 milestones in the history of computer science* 193
Ricardo Mansilla Corona

Colaboran en este número / Contributors 195

Guía para autores / Guidance for authors 205

Presentación

EL ESTUDIO de las propiedades de los fenómenos colectivos (conjunto de moléculas en un gas, enjambres de insectos, bandadas, grupos humanos) han establecido notables retos intelectuales para investigadores de diferentes épocas. Cuando J. C. Maxwell estaba inmerso en la construcción de la termodinámica clásica, le confesó a su amigo L. Campbell que estaba teniendo dificultades insalvables en el uso de la mecánica de Newton en la descripción de las propiedades fundamentales de los gases. Más adelante, le comunica:¹ "...por tanto, estamos obligados a abandonar el método histórico estricto² y adoptar métodos estadísticos".

Es de esta rama de la física, a la cual Albert Einstein consideraba la más perfectamente concebida, de la que provienen la mayoría de las metáforas metodológicas que nos han ayudado a entender las principales propiedades de los fenómenos colectivos. Algunas de estas propiedades tienen el rasgo de la universalidad, esto es, no dependen de los detalles particulares del sistema bajo estudio, lo cual se manifiesta en la simplicidad matemática de sus formulaciones.

En la medida en que la biología o las ciencias sociales comenzaron a tender puentes interdisciplinarios con otras ramas del saber, el uso de los métodos de la termodinámica propuso preguntas como: ¿es posible describir el funcionamiento de los sistemas biológicos complejos, tales como una célula, o el cerebro, a partir de una familia universal de leyes simples?, ¿podemos comprender la esencia de los fenómenos sociales a través de modelos simples, tomados prestados de la física estadística? Es de esta manera que el concepto de criticalidad entra en áreas de investigación interdisciplinaria tan disímiles como la biología y la sociología.

Los trabajos que aparecen en este número muestran distintas líneas de investigación donde sus modelos están inspirados en los fenómenos críticos de la física. El panorama mostrado es muy amplio: desde una propuesta de auto-organización crítica para los lenguajes naturales, hasta la ubicuidad de ciertas leyes de potencias en la estructura de los seres vivos. Esperamos que los disfruten. **Id**

Ricardo Mansilla
Editor

1 R. Mansilla, «De Galileo a Walras: el largo idilio entre las ciencias sociales y naturales.» *Interdisciplina*, 1(1): 99, 2013.

2 El método histórico era la manera en que se designaba a la mecánica de Newton en la época de Maxwell.

Presentation

THE STUDY of the properties of collective phenomena (set of molecules in a gas, swarms of insects, flocks of birds, human groups) have established remarkable intellectual challenges for researchers from different eras. When J. C. Maxwell was immersed in the construction of classical thermodynamics, he confessed to his friend L. Campbell that he was having insurmountable difficulties in the use of Newton's mechanics in describing the fundamental properties of gases. Later, he communicates:¹ "... therefore, we are obliged to abandon the strict historical method² and adopt statistical methods."

It is from this branch of physics, which Albert Einstein considered the most perfectly conceived, from which come most of the methodological metaphors that have helped us understand the main properties of collective phenomena. Some of these properties have the feature of universality, that is, they do not depend on the particular details of the system under study, which is manifested in the mathematical simplicity of their formulations.

To the extent that biology or social sciences began to build interdisciplinary bridges with other branches of knowledge, the use of thermodynamic methods proposed questions such as the following: Is it possible to describe the functioning of complex biological systems, such as a cell, or the brain, from a universal family of simple laws? Can we understand the essence of social phenomena through simple models, borrowed from statistical physics? It is in this way that the concept of criticality enters into interdisciplinary research areas as dissimilar as biology and sociology.

The works that appear in this issue show different lines of research where their models are inspired by the critical phenomena of physics. The panorama shown is very wide: from a proposal of critical self-organization for natural languages, to the ubiquity of certain power laws in the structure of living beings. We hope you enjoy them.

Ricardo Mansilla
Editor

1 R. Mansilla, «De Galileo a Walras: el largo idilio entre las ciencias sociales y naturales.» *Interdisciplina*, 1(1): 99, 2013.

2 The historical method was the way in which Newton's mechanics was designated at the time of Maxwell.

Editorial

LA CRITICALIDAD se refiere al estudio de aquellos sistemas de la Naturaleza, ya sea biológica, física o social que se encuentran cerca de un punto crítico. Este, a su vez, es un estado en el cual los sistemas tienen propiedades únicas: su función de correlación diverge, lo cual quiere decir que el sistema se encuentra plenamente integrado; lo que sucede en una de sus partes afecta al resto. En los puntos de equilibrio los valores de algunas de las variables que caracterizan al sistema exhiben una distribución de *ley de potencia*. Esto es, existen pocos valores muy grandes, un número regular de valores regulares y muchos valores pequeños. Dentro de la infinidad de reglas de asociación que pueden seguir esta descripción verbal, aquellas cuya gráfica es una línea recta que desciende cuando se usan coordenadas logarítmicas son leyes de potencia.

Las leyes de potencia llaman la atención pues implican una *invarianza de escala*. Dicho de otra manera, no tienen consigo una escala intrínseca y si no se señala externamente su magnitud, esta no se discierne por sí sola. Un ejemplo lo dan los naturalistas cuando le toman fotografías, digamos, a una nueva especie de rana encontrada en el campo. La rana en sí no muestra una escala con su tamaño. Para saber su magnitud se tiene que colocar junto a un objeto conocido, digamos, una moneda y, por comparación, establecer su tamaño.

En 1987, Per Bak y sus colaboradores Chao Tang y Kurt Wiesenfeld, mostraron la existencia de sistemas en los cuales el punto crítico es un atractor. Es decir, si el sistema se deja evolucionar bajo su propia dinámica, este tiende al punto crítico. A este fenómeno se le llama *criticalidad auto-organizada* y posiblemente esté llamado para ser uno de los grandes conceptos de la ciencia del siglo XXI. Se abre la posibilidad de que un sistema muestre invarianza de escala y correlaciones de largo alcance sin necesidad de afinar externamente algún parámetro; migran hacia el punto crítico de manera espontánea.

En este número de **INTER DISCIPLINA** se presentan una serie de trabajos que ilustran cómo el concepto de criticalidad auto-organizada ha llegado a permear la ciencia de nuestros días.

Tenemos el ensayo de Iván G. Torre y sus colaboradores, quienes argumentan la muestra de rasgos que permiten reconocer la criticalidad auto-organizada en el habla, ese fenómeno natural que nos caracteriza como especie y que empleamos todos los días, muestra rasgos que permiten reconocer la criticali-

dad auto-organizada. Un trabajo de Maximino Aldana lleva los fenómenos de invarianza de escala y criticalidad al ámbito de las ciencias sociales estableciendo interesantes comparaciones entre modelos de votantes y la dinámica de las redes neuronales. Cambiando radicalmente de tema, vemos un trabajo de Daniel Priego donde se revelan rasgos de criticalidad en el fenómeno de la fecundación, mismo que da lugar a la reproducción en casi todos los organismos multicelulares.

Una vez más, encontramos leyes de potencia e invarianza de escala en las leyes de alometría que rigen las relaciones entre las magnitudes corporales y fisiológicas de los organismos. En este ensayo, José Luis Gutiérrez y Faustino Sánchez Garduño nos ilustran con ejemplos de relaciones alométricas, acompañados de sus debidas explicaciones. De ahí pasamos a otro tipo de escalamiento; aquél que se da a cualquier nivel en el cual se estudie un sistema, y que es denominado escalamiento multifractal. Sorprendentemente, Marco José y sus colaboradores encuentran este fenómeno al estudiar la propagación de las epidemias. Rubén Fossion y su equipo nos enseñan que en el estudio de series de tiempo fisiológicas, aparecen algunas desviaciones en las leyes de potencias, lo cual abre la puerta para la búsqueda de procesos más generales que contengan a estos como casos particulares.

En su conjunto, este número de **INTER DISCIPLINA** brinda un amplio y equilibrado panorama de las aplicaciones del concepto de criticalidad en diferentes áreas de investigación. **Id**

Pedro Miramontes
Editor invitado

Editorial

CRITICALITY REFERS to the study of those systems of Nature, whether biological, physical or social that are close to a critical point. This, in turn, is a state in which systems have unique properties: their correlation function diverges, which means that the system is fully integrated; what happens in one of its parts affects the rest. At equilibrium points the values of some of the variables that characterize the system exhibit a distribution of *power law*. That is, there are few very large values, a regular number of regular values and many small values. Within the infinity of association rules that can follow this verbal description, those whose graph is a straight line that descends when logarithmic coordinates are used are laws of power.

Power laws attract attention because they imply an *invariance of scale*. In other words, they do not have an intrinsic scale and if their magnitude is not indicated externally, it does not discern by itself. An example is given by naturalists when they take pictures, say, to a new species of frog found in the field. The frog itself does not show a scale with its size. To know its magnitude, it must be placed next to a known object, say, a coin and, by comparison, set its size.

In 1987, Per Bak and his collaborators Chao Tang and Kurt Wiesenfeld, showed that there are systems in which the critical point is an attractor. That is, if the system is allowed to evolve under its own dynamics, it tends to the critical point. This phenomenon is called *self-organized criticality* and possibly it is called to be one of the great concepts of science of the 21st century. The possibility is opened for a system to show scale invariance and long-range correlations without the need to externally fine-tune any parameters; they migrate to the critical point spontaneously.

In this issue of **INTER DISCIPLINA** a series of works are presented that illustrate how the concept of self-organized criticality has permeated the science of our day.

We have the essay by Iván G. Torre and his collaborators who argue that speech, that natural phenomenon that characterizes us as a species and that we use every day, shows features that allow us to recognize self-organized criticality. A work by Maximino Aldana takes the phenomena of invariance of scale and criticality to the field of social sciences, establishing interesting comparisons between voter models and the dynamics of neural networks. Radically changing the subject, we see a work by Daniel Priego showing features of criticality in the

phenomenon of fertilization, which gives rise to reproduction in almost all multicellular organisms.

Once again, we find power laws and invariance of scale in the laws of allometry that govern the relationships between the bodily and physiological magnitudes of organisms. In this essay, José Luis Gutiérrez and Faustino Sánchez Garduño illustrate us with examples of allometric relationships accompanied by their due explanations. From there we move on to another type of scaling; that which occurs at any level at which a system is studied and is called multifractal scaling. Surprisingly, José Marco and his collaborators find this phenomenon when studying the spread of epidemics. Rubén Fossion and his team teach us that in the study of physiological time series, some deviations appear in the laws of powers, which opens the door to look for more general processes that contain them as particular cases.

Taken together, this number of **INTER DISCIPLINA** provides a broad and balanced overview of the applications of the concept of criticality in different areas of research. ■

Pedro Miramontes
Guest editor

Faustino Sánchez Garduño,* José Luis Gutiérrez Sánchez**

La alometría, una ley de potencias ubicua en la estructura de los seres vivos

Allometry, an ubiquitous power law in the structure of living beings

Abstract | Since they exhibe a strong correlation, allometry is the study of the variation of the anatomical and physiological dimensions in all the living beings; this allows us to approach the study of the organisms as a whole, not just as the simple sum of their parts. By assuming the dynamical allometry principle, in this paper we present a controversy dealing with the relationship between the metabolic rate and the mass of the organisms (between the respective Rubner and Kleiber laws). In here, we develop a series of novel arguments to solve it in terms of the structure of selfsimilar transportation and material exchange networks. This allows us to reflect on how the allometric framework provide an argument favouring the biological evolution by means of multiple changes in the whole organisms architecture, not just as the accumulation of slight changes in this or in that organ.

Keywords | scaling, power laws, selfsimilar networks, metabolic rate, anabolism, catabolism, evolution.

Resumen | La alometría es el estudio de la variación de las dimensiones anatómicas y fisiológicas en los seres vivos en tanto se correlacionan; esto permite aproximarse a la comprensión de los organismos como un todo y no como la suma de sus partes. A partir del modelo dinámico del principio de alometría, en este trabajo se presenta la controversia sobre el escalamiento de la tasa metabólica respecto a la masa corporal (entre las leyes de Rubner y de Kleiber), se plantea una nueva argumentación para resolverla en términos de la estructura autosemejante de las redes de transporte e intercambio de material y se reflexiona sobre cómo el entramado alométrico provee un argumento en favor de la evolución biológica mediante cambios múltiples en toda la arquitectura de los organismos y no por la acumulación de pequeños cambios en este o aquel órgano.

Recibido: 29 de octubre de 2017.

Aceptado: 22 de febrero de 2018.

*Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México.

**Programa de Maestría en Ciencias de la Complejidad, Universidad Autónoma de la Ciudad de México.

Correos electrónicos: faustinos403@gmail.com | jose.gutierrez@uacm.edu.mx

Palabras clave | escalamiento, leyes de potencia, redes autosemejantes, tasa metabólica, anabolismo, catabolismo, evolución.

LA *ALOMETRÍA* estudia las relaciones en la variación de las magnitudes en los seres vivos, tanto las propias de su arquitectura corporal como las que puedan darse entre estas y las variables que cuantifican los procesos fisiológicos en un sentido amplio.

Si convenimos en que los seres vivos se autorregulan para persistir, la importancia de las relaciones alométricas radica en el hecho de que los procesos de autorregulación dependen estructuralmente, por ejemplo, del tamaño de los organismos en cuanto a longitud, volumen, masa corporal y área de la superficie de contacto con el medio. Esto último debido a que el aparato mecánico del cuerpo y las cantidades de especies moleculares deben reconstituirse con diferentes proporciones relativas para sostener el propio peso, responder a los cambios en las cargas dinámicas y mantener constante la rapidez de los procesos químicos y las correlaciones entre estas y otras variables biológicas. Todo esto refleja la forma en que se integran los diferentes niveles de organización de la materia viva.

En distintas disciplinas, es común llamar “análisis de escalamiento” al estudio de las consecuencias del cambio de tamaño, y su importancia en biología radica en la posibilidad de hallar, en tal análisis, principios suficientemente generales para describir las interrelaciones múltiples de la vida en cualquiera de sus manifestaciones: desde los procesos intracelulares de un organismo, por ejemplo, hasta los que ocurren a nivel de la interacción de cientos de miles de individuos de muy distintas especies en cualquier lugar de la Tierra.

La búsqueda de tales principios es parte de un esfuerzo por superar la visión de los seres vivos como ensambladuras de aparatos mecánicos y reacciones químicas de un hipotético “relojero ciego”—como han sido considerados desde una perspectiva radicalmente reduccionista—y describir las interrelaciones múltiples de la vida en cualquiera de sus manifestaciones porque, en principios de tal generalidad, pueden hallarse claves para comprender la ontogenia y la evolución en un mundo restringido por la validez inapelable de las leyes de la física y la química, sin necesidad de recurrir a lo que Stephen Jay Gould llamaba “leyendas adaptacionistas”.

Así, siguiendo a D'Arcy Thompson, Karl J. Niklas explica:

[...] el crecimiento en tamaño y la correspondiente forma orgánica dependen de dos tipos de información, una contenida en las ‘leyes’ físicas y químicas, y otra obtenida de ‘algoritmos genéticos’. Es innegable que los procesos físicos y químicos dependen

del tamaño. Entonces, parece razonable suponer que la operación de las leyes físicas y la sucesión de patrones ontogénicos y filogenéticos están en resonancia y que los armónicos de su interacción pueden descubrirse cuando se les ve en términos de las escalas absoluta y relativa en las que operan. (Niklas 1994, ix).

Y agrega que el análisis del escalamiento permite pasar de un enfoque básicamente fenomenológico a otro desde el cual es posible comprender con mayor profundidad los mecanismos que vinculan las formas de los seres vivos con el mundo inanimado (Cfr. Niklas 1994, ix).

Los estudios morfométricos y biomecánicos modernos tienen antecedentes que se remontan, notablemente a Galileo y —a caballo entre los siglos XVIII y XIX—, a los morfólogos racionalistas como Geoffroy de Saint-Hilaire y Georges Cuvier, fundadores de la fecunda anatomía comparada, así como a los inmensos humanistas de la *Naturephilosophie* como Johann Wolfgang von Goethe o Friedrich von Schelling, críticos del mecanicismo newtoniano imperante en su época.

Ubicuidad de las leyes de potencias

Hemos comentado en otra publicación (Gutiérrez Sánchez y Sánchez Gutiérrez 2017, 37-38), que es razonable suponer que, entre las dimensiones corporales y los procesos fisiológicos hay una relación estrecha porque muchos ocurren en lugares donde la superficie o la masa son una medida de los recursos que los organismos ponen en juego para llevarlos a cabo.

Hacia 1840 se documentan las primeras investigaciones en fisiología animal en las que se trata de relacionar dimensiones macroscópicas —la masa, M, y la superficie corporal, S— con la producción diaria de calorías, Q, como medida del metabolismo: primero, se experimenta con mamíferos cuya masa corporal cubre seis órdenes de magnitud¹ y los resultados sugieren que Q/M (la producción calórica por día, por kg), disminuye en tres órdenes de magnitud al aumentar la masa. A su vez, en 1880, Rubner² reporta evidencia experimental de que Q es proporcional a S, la superficie de contacto con el medio en perros medianos cuya masa corporal estaba entre 6.5 y 23.7 kg (aunque esta relación no incluye a perros muy pequeños, de 3.1 kg, ni muy grandes, de 30.4 kg).

Desde principios del siglo XX, los procesos de oxidación de los organismos —inherentes a la respiración celular y los procesos metabólicos— se cuantifican mediante la *tasa de metabolismo basal*, denotada comúnmente con la literal

¹ Véase Gutiérrez Sánchez. y Sánchez Garduño (2017, cuadro 1.6, p. 48).

² Véase *Ibid.* (2017, cuadro 1.5, p. 36.).

griega μ . En términos de esta variable, el resultado de Rubner, llamado *ley de superficie*, se expresa mediante la ecuación:

$$\mu = kS$$

donde k es una constante positiva. Esta ley describe cómo cambia μ —una variable que mide un proceso fisiológico que ocurre, en última instancia, a nivel celular—en función de S , una magnitud corporal macroscópica.

En fisiología animal, la dependencia entre la tasa metabólica basal y la masa corporal es particularmente importante y siempre se expresa en términos de una ley de potencias de la forma:

$$\mu = bM^\alpha$$

donde b y α son constantes (en cualquier ley de potencias, el exponente se denomina coeficiente de alometría). Nótese que la ley de potencias anterior tiene una importante propiedad: si en vez de M escribimos $k_1 M$ —lo que equivale a medir la masa corporal en otra escala— entonces, la tasa de metabolismo basal toma la forma $b(k_1 M)^\alpha$, expresión que al usar la ley de los exponentes y reordenar, se rescribe así $(k_1)^\alpha bM^\alpha = (k_1)^\alpha \mu$, cuyo significado es: si la masa corporal se reescalía por el factor k_1 entonces la tasa de metabolismo basal se reescalía por el factor $(k_1)^\alpha$.

Ahora bien, de la expresión para μ se sigue que entre su logaritmo natural y el correspondiente de M hay una dependencia lineal con razón de cambio α ; es decir:

$$\ln\mu = \ln b + \alpha \ln M$$

Lo que significa que, al graficar los puntos de la forma $(\ln M, \ln \mu)$ en un plano cartesiano, se alinearán aproximadamente a lo largo de una recta de pendiente α .

La importancia que los estudiosos le han conferido a este parámetro es notable, y durante casi un siglo, se discutió si habría o no un único valor para el mismo o si cambiaría según el grupo de organismos que se considerara.

Por ejemplo, si los individuos crecen longitudinalmente de manera isométrica —es decir, si las proporciones entre las diferentes partes del cuerpo se mantienen, aunque aumenten de tamaño, como puede suponerse en el caso de los perros medianos del experimento de Rubner—, un argumento geométrico simple permite probar que α debe ser igual a dos tercios y, por transitividad, que la tasa metabólica depende de M según la ecuación:

$$\mu = aM^{(2/3)}$$

con α constante e igual a kb . De hecho, esta es la relación que puede obtenerse de los datos de Rubner al sustituir Q por μ .

Leyes de potencias y tasas relativas de variación

Ahora bien, si se considera la variación en el tiempo de dos variables morfométricas o fisiológicas cualesquiera, digamos $x(t)$ y $y(t)$, la tasa relativa de variación por unidad de tiempo (trv) de cada una es el cociente que resulta de dividir la razón de cambio instantánea (o derivada respecto al tiempo) entre el valor presente de la misma variable; es decir, si $trv(x(t))$ denota la tasa relativa de $x(t)$, entonces:

$$trv(x(t)) = \frac{x'(t)}{x(t)}$$

donde $x'(t)$ representa la *derivada de x respecto al tiempo*, y la hipótesis más parsimoniosa respecto a la dinámica entre $x(t)$ y $y(t)$ es que sus respectivas tasas de variación relativa sean proporcionales. Esto es:

$$trv(y(t)) = \alpha trv(x(t))$$

o, equivalentemente:

$$\frac{y'(t)}{y(t)} = \alpha \frac{x'(t)}{x(t)}$$

Y, cuando esta sencilla ecuación diferencial se resuelve, se obtiene:

$$\ln y(t) = \alpha \ln x(t) + \ln b$$

y, por consiguiente, para cada momento t :

$$y(t) = b[x(t)]^\alpha$$

y como esta relación entre x y y realmente no depende del tiempo, entre ambas hay una dependencia potencial del mismo tipo que la enunciada por Rubner sobre la base de sus experimentos, para la tasa metabólica basal y la masa corporal.

Qué significa alometría

Desde el punto de vista epistemológico, la ecuación, llamada ecuación diferencial de alometría, que postula la proporcionalidad de las tasas de variación rela-

tivas entre cualesquiera dos magnitudes morfológicas o fisiológicas, es *un modelo dinámico*—es decir, una representación matemática de cómo se interdefinen tales magnitudes— cuyo valor y pertinencia depende de su contrastación con lo que podamos observar en el comportamiento real de las variables y en la posibilidad de reflexionar sobre si es posible descubrir, con base en los supuestos y consecuencias del modelo, características no evidentes de los procesos que se estudian.

En particular, el modelo sugiere que el organismo no es una suma de partes sino que, en él, cada parte está estrechamente vinculada con todas las demás y que, entre ellas hay, por así decirlo, una armonía esencial merced a la cual un cambio en una implica cambios en cascada en todas las demás. En palabras de Ludwig von Bertalanffy:

[...] Tenemos que convenir en que la ecuación alométrica es, cuando mucho, una aproximación simplificada. Pero es algo más que un modo conveniente de representar datos. A pesar de su carácter simplificado y de sus limitaciones matemáticas, el principio de alometría es una expresión de la interdependencia, organización y armonía de los procesos fisiológicos. El organismo se mantiene vivo y [dinámicamente] estable solo porque están armonizados sus procesos. El hecho de que muchos de estos sigan alometría simple indica que se trata de una regla sencilla de la armonización de los procesos. (Bertalanffy 1972, 169-171).

Y la armonización de las partes que Von Bertalanffy ve en la universalidad de las relaciones alométricas es un argumento esencial en contra de la concepción del organismo como una superposición de partes y funciones más o menos independientes que implicaría una crítica a la visión dominante de la evolución por selección natural.

En 1917, D'Arcy Thompson ya había advertido esa debilidad del planteamiento darwiniano: al referirse a la pretensión de estudiar el sistema esquelético como una suma de huesos, sin considerar ninguna otra parte del organismo:

[...] Músculos y huesos [...] están inseparablemente asociados y conectados; se moldean unos a otros, surgen juntos y actúan y reaccionan juntos. Podemos estudiarlos por separado, pero esto es una concesión a nuestra debilidad y a la estrechez de miras de nuestras mentes. (Thompson 1992, 1019-20).

Y, más adelante, asegura que:

El biólogo, tanto como el filósofo, aprende a reconocer que el todo no es simplemente una suma de partes. Es esto y mucho más. No es un hato de partes sino una orga-

nización de partes, de partes en un arreglo natural, ajustándose a lo que Aristóteles llama ‘un solo e indivisible principio de unidad’; y ésta no es meramente una concepción metafísica sino que, en biología, es la verdad fundamental que da base a la ley de la ‘compensación’ o del ‘crecimiento balanceado’ de Geoffroy de Saint-Hilaire (o de Goethe). (Thompson 1992, 1019-20).

Y prosigue:

Sin embargo, Darwin no halló dificultad en creer que ‘la selección natural tenderá en el largo plazo, a reducir *cualquier parte* de la organización tan pronto como el cambio de hábitos la vuelva superflua sin causar, por medio alguno, que otra parte se desarrolle mayormente en un grado correspondiente. Inversamente, la selección natural puede producir con éxito el mayor desarrollo de un órgano sin que requiera como compensación necesaria la reducción de alguna parte adyacente’ [...] No puedo pensar, sino que en tal doctrina hay un muy pequeño elemento de verdad y, según la tendencia o el carácter de nuestro pensamiento, podemos considerar las partes coordinadas ora como relacionadas y adaptadas a la *finalidad* o *función* del todo, ora como relacionadas con o resultantes de *las causas físicas* inherentes al sistema de fuerzas entero al cual el todo ha sido expuesto y bajo cuya influencia ha llegado a existir. (Thompson 1992, 1019-20).³

La controversia acerca de α

Por otro lado —y lo que sigue explica por qué fue necesario excluir a los perros de masa mínima y máxima— no todos los animales crecen isométricamente: en particular, los cuadrúpedos adaptados a la marcha o la carrera suelen crecer de manera que el área de la sección transversal de sus extremidades va engrosando en mayor proporción que la longitud de los huesos conforme aumenta el peso que debe sostener el aparato músculo-esquelético del animal o, como explicaba Galileo: la Naturaleza no puede crear animales muy grandes sin cambiar su estructura.

En tal caso, un argumento biomecánico lleva a concluir que la tasa metabólica basal, μ , debe ser proporcional no a S , la superficie total de contacto con el medio, sino al (promedio) del área de la sección transversal del cuerpo, S_T , y que esta, a su vez, depende alométricamente de la masa M , con exponente tres cuartos; es decir:

$$\mu = \alpha M^{(3/4)}$$

Más aún, hacia 1934, los fisiólogos estadounidenses Kleiber y Brody, experimentando con mamíferos terrestres cuyo tamaño cubría hasta cinco órdenes

3 Las cursivas son del original.

de magnitud (desde minúsculos roedores de 0.03 kg, hasta enormes paquidermos de 1,500 kg), llegaron a la conclusión de que el coeficiente de alometría entre la tasa metabólica basal y la masa corporal era tres cuartos y no dos tercios. Esto es:

$$\mu = aM^{(3/4)}$$

Pero, más allá de las necesidades biomecánicas, y de la posibilidad de que α sea diferente para distintos tipos de organismos, como hemos dicho, durante décadas se dio entre los fisiólogos, una amarga disputa sobre si, para los vertebrados, α es dos tercios o debe ser tres cuartos.

En biología pesquera, por ejemplo, adoptar el primer valor, da resultados muy precisos al modelar el crecimiento de la masa corporal M , mediante la *ecuación de balance metabólico* de Von Bertalanffy (Gutiérrez Sánchez y Sánchez Garduño 2017, 133-136), en la que la razón instantánea de cambio de la masa corporal (la derivada de $M(t)$ respecto al tiempo) es igual a la razón instantánea de cambio de la síntesis de materia orgánica (o anabolismo)—proporcional a la respiración y, de ahí, a la tasa metabólica basal—menos la razón instantánea de cambio de la degradación de la misma materia (o catabolismo), aproximadamente proporcional a la masa misma; de donde:

$$\frac{dM}{dt} = \gamma M^\alpha - \beta M$$

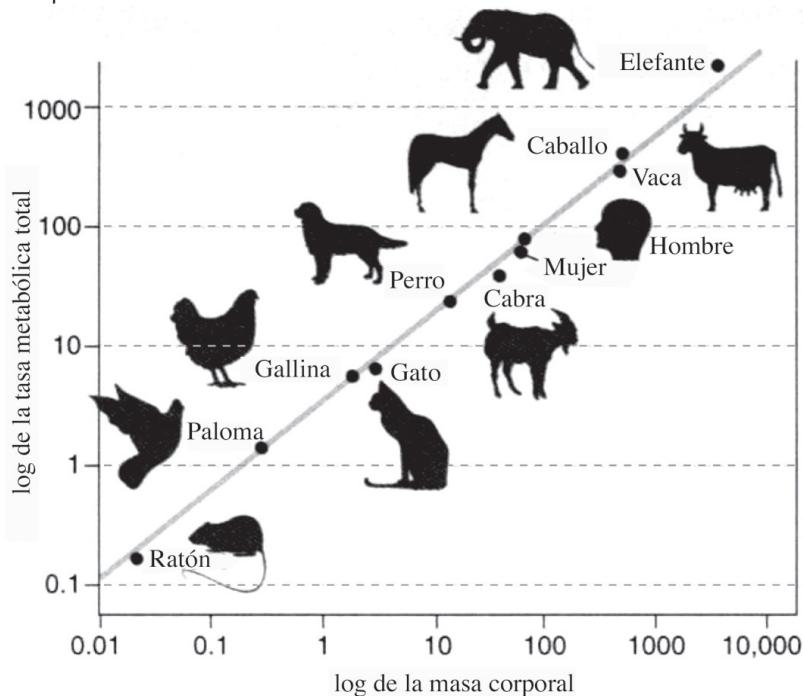
con α igual a dos tercios.

Sin embargo, experimentos recientes con vertebrados terrestres de sangre caliente, refuerzan la propuesta de Kleiber y Brody, como se muestra gráficamente en la figura 1 en la que, en el eje horizontal, se registra el logaritmo de la masa corporal y , en el vertical, el correspondiente logaritmo de la tasa metabólica basal; la recta tiene pendiente aproximadamente igual a tres cuartos.

Una de las consecuencias más importantes de la aplicación del método de la matemática al estudio de la Naturaleza es el descubrimiento de que, en ella, hay parámetros invariantes que juegan un papel fundamental para el desarrollo de ramas enteras del conocimiento: en la física y la química, por ejemplo, la constante de la gravitación universal, la constante de Planck, el número de Avogadro, la velocidad de la luz, etcétera.

Por ello, las controversias, sobre la posibilidad o no de que el coeficiente de alometría del escalamiento de μ respecto de la masa sea una constante, ha concitado el interés no solo de los fisiólogos sino de físicos y matemáticos en búsqueda de razones geométricas y funcionales—es decir, morfofisiológicas—para tratar de deducir la respuesta.

Figura 1: Relación entre el logaritmo de la masa corporal y el logaritmo de la tasa metabólica para diferentes especies.



Fuente: Gutiérrez Sánchez y Sánchez Garduño (2017, figura 2.21, p. 118).

Las redes de distribución y el valor de α

Los argumentos a los que nos referimos en el último párrafo de la sección anterior ponen en juego el estudio, relativamente reciente, de los objetos geométricos autosemejantes; en particular, se reconoce que las redes de distribución de metabolitos y de intercambio de gases son estructuras arborescentes cuyos niveles de ramificación difieren en el tamaño, pero no en la forma. Esta condición morfológica permite abordar el problema del valor de α sobre bases nuevas.

En 1997, West, Brown y Enquist (1997, 122-126) respaldaron la ley de Kleiber para organismos cuyo metabolismo depende de redes de transporte que suministran nutrientes o permiten el intercambio de productos en los diversos procesos celulares. Los autores de este artículo, en 2017, publicaron una versión simplificada del modelo de West *et al.* (1997) reduciendo todo lo posible las hipótesis físicas y basándose en las invariantes fisiológicas y la geometría de las redes de distribución.

No es este lugar para entrar en los detalles de la demostración,⁴ baste decir que se prueba⁵ que α es igual a tres cuartos, sobre la base de las hipótesis o *supuestos simplificadores* que se enuncian a continuación y no ha de olvidarse que todo modelo está limitado por sus propios supuestos:

1. Para que la red abastezca la totalidad del volumen corporal, es necesario que los conductos de la estructura ramificada sean, de un nivel a otro, cada vez más numerosos y, a la vez, más pequeños en longitud y radio si han de llegar a cualquier “diferencial o elemento de volumen” del organismo. Supondremos que la red es autosemejante, es decir:
 - a. El número de ramas en que se bifurca cada conducto es constante.
 - b. Los tubitos disminuyen de tamaño, pero no de forma.
 - c. La suma de las áreas de las secciones transversales de las salidas de cada tubito en cada nivel, se conserva.
2. El volumen total del fluido es constante y proporcional a la masa corporal.
3. La cantidad promedio de fluido que fluye por unidad de área y unidad de tiempo, o gasto promedio, se conserva.
4. En las ramas del extremo final de la red, la superficie y la rapidez de intercambio son constantes.

El resultado anterior da la razón a los partidarios de la ley de Kleiber para organismos donde los supuestos 1 a 4 sean plausibles pero, al revisar las hipótesis simplificadoras y adecuar los argumentos, se puede también explicar la abundancia de leyes de potencia cuyos exponentes de alometría son múltiplos enteros de un cuarto; por ejemplo, el radio y la longitud de la aorta en los vertebrados (cuyas redes de distribución e intercambio son autosemejantes pero pulsátiles) escalan, respectivamente, como la masa corporal a la tres octavos y a la un cuarto. Interdependencias semejantes pueden hallarse asimismo en organismos unicelulares.

Más aún, el modelo puede explicar cómo las restricciones al nivel de los organismos llevan a alometrías de potencias que son múltiplos de un cuarto en otros niveles. Como lo señalan West y sus colaboradores:

⁴ El lector interesado puede hallarlos en Gutiérrez Sánchez y Sánchez Garduño (2017, 99-118).

⁵ Cfr. *Ibid.* (2017, las hipótesis en la p. 102 y la proposición 2.9, p. 115).

Las restricciones derivadas del tamaño corporal sobre las tasas a las cuales los recursos pueden ser tomados del entorno y transportados y transformados dentro del cuerpo, se ramifican para producir escalamientos por potencias múltiples de un cuarto en fenómenos tan diversos como la rapidez y duración del crecimiento y desarrollo embrionario y postembrionario, los intervalos entre cada apareamiento, la edad de la primera reproducción, la longevidad, el tamaño del nido o la madriguera y del territorio propios, la densidad de población y la máxima velocidad de crecimiento poblacional. (West *et al.* 1997, 124).

Esto sugiere nuevos argumentos para explicar, por ejemplo, la escasez de formas distintas⁶ (identificadas taxonómicamente como *phyla*) que la vida se ha dado para existir: si, a la luz del principio de alometría, se considera la gran cantidad de partes funcionalmente interdependientes, la probabilidad de que surjan muchas arquitecturas diferentes es necesariamente muy pequeña.

Finalmente, conviene insistir en la enorme diferencia entre tener una ley empírica —como la que se podría obtener ajustando un polinomio a una serie de datos, lo que no pasa de ser un ejercicio de gabinete— o plantear un modelo dinámico como el descrito arriba: la primera puede ser muy precisa, inmejorable en términos descriptivos, pero cuyo alcance no va más allá de la de los datos de donde se obtiene; en cambio, el modelo permite explicar cómo la geometría y el tamaño influyen y condicionan todos los procesos biológicos y producen que, literalmente, en un ser vivo todo se relacione con todo. Desde luego, esto es una consecuencia de adoptar la visión del mundo que provee la matemática, ciencia de pautas y estructuras que permite representar la realidad, ponerla a nuestra disposición para reflexionar en ella y superar el pasmo ante la maravillosa, pero inteligible y acotada, variabilidad de la vida. ■

Referencias

- Bertalanffy, L. von. 1972. *General system theory. Foundations, development, applications*. Nueva York: George Braziller.
- Gutiérrez Sánchez, J. L. y Sánchez Garduño, F. 2017. *Matemática del crecimiento orgánico. De la alometría al crecimiento estacional*. México: Las prensas de Ciencias, xxxiv + 322 p.
- Miramontes, P. y Gutiérrez Sánchez, J. L. 2002. «El problema de la generación de las formas vivas de Geoffroy Saint-Hilaire a D'Arcy Thompson.» En Sánchez Garduño, F., P. Miramontes y J. L. Gutiérrez, (eds.), *Clásicos de la biología matemática*. México: Siglo XXI-CEIICH-UNAM, 47-66.

⁶ Véase, como introducción al tema, Miramontes y Gutiérrez Sánchez (2002, 47-66).

- Niklas, K. J. 1994. *Plant allometry. The scaling of form and process.* Chicago: The University of Chicago Press.
- Thompson, D. W. 1992. *On growth and form.* Nueva York: Dover.
- West, G. B., Brown, J. H. y Enquist, B. J. 1997. «A general model for the origin of allometric scaling laws in biology.» *Science*, 276: 122-126, 4 de abril.

Maximino Aldana*

Leyes de escalamiento y criticalidad en modelos de votantes y dinámica neuronal**

Scaling laws and criticality in voter models and neuronal dynamics

Abstract | An important property of many complex systems is the presence of scaling laws, which are characterized by the fact that some of the variables that describe the behavior of the system are related through power-laws. Scaling laws have two important general implications: (i) the self-similarity of the system over a wide range of scales (each part of the system is similar to the entire system), and (ii) “rare events” which should occur with low probability are in fact not so “rare” and occur much more often than expected. In this work we discuss dynamical criticality as one of the main mechanisms generating scaling laws in complex systems. We will focus mainly on majority voter models and neuronal networks. It is surprising that two systems which are apparently so different (networks of voters and networks of neurons) can actually be described using the same conceptual and methodological tools. This illustrates the universality of critical phenomena and the corresponding scaling laws.

Keywords | criticality, scaling, neural networks, voting models.

Resumen | Una propiedad importante de muchos sistemas complejos es la presencia de leyes de escalamiento, las cuales se caracterizan por el hecho de que las variables que describen el comportamiento del sistema se relacionan a través de leyes de potencias. Las leyes de escalamiento generalmente tienen dos implicaciones importantes: (i) la auto-similitud del sistema en un gran rango de escalas (cada parte del sistema se parece al sistema completo), y, (ii) los “eventos raros” (es decir, eventos poco probables) no son tan raros y ocurren mucho más frecuentemente de lo que se esperaría. En este trabajo discutimos

Recibido: 19 de octubre de 2017.

Aceptado: 14 de agosto de 2018.

*Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Ciencias Físicas, Centro de Ciencias de la Complejidad.

**Agradecimientos. Este trabajo fue financiado por el proyecto PAPIIT-UNAM IN226917 y por la fundación Marcos Moshinsky a través de la Cátedra de Investigación Marcos Moshinsky 2013-2014.

Correo electrónico: max@fis.unam.mx

la criticalidad dinámica como uno de los principales mecanismos que generan leyes de escalamiento en sistemas complejos, enfocándose principalmente en modelos de formación de opiniones y en redes neuronales. Veremos que dos sistemas aparentemente muy distintos (redes de votantes y redes neuronales) pueden describirse prácticamente con las mismas herramientas conceptuales y metodológicas, lo cual ilustra la universalidad de los fenómenos críticos y las correspondientes leyes de escalamiento.

Palabras clave | criticalidad, escalamiento, redes neuronales, modelos de votación.

Introducción

LAS LEYES de escalamiento ocurren en muchos fenómenos naturales y sociales tan diversos como temblores (Bak *et al.* 2002; Heimpel 1997), precipitaciones atmosféricas (Dickman 2003; Peters y Neelin 2006), erupciones solares (Parnell *et al.* 2009; Boffetta *et al.* 1999), la intensidad de las guerras medida en términos del número de víctimas (Spagat *et al.* 2006), el número de personas infectadas en epidemias (Pastor-Satorras y Vespignani 2001; Antonio *et al.* 2014; Fredrik Liljeros, Edling y Amaral 2003), el tamaño de las ciudades medido en número de habitantes (Gabaix 2016), la distribución de la riqueza en una sociedad (Churchill 1997; X. Gabaix 2008; Ogwang 2011) y la dinámica neuronal en el cerebro (Plenz y Thagarajan 2007), por mencionar solo algunos ejemplos. El significado e interpretación de las leyes de escalamiento varían de un sistema a otro, pero generalmente, cuando se encuentra una ley de escalamiento en un sistema hay dos posibles interpretaciones no necesariamente excluyentes. La primera es que algún aspecto de este sistema se repite a muy diferentes escalas, lo que trae como consecuencia que cada parte del sistema sea similar al sistema completo. Y la segunda consiste en que eventos que se consideran “raros” en realidad no son tan raros y pueden ocurrir con más probabilidad de lo que uno esperaría. Para ilustrar estas dos interpretaciones tomemos como ejemplo la observación hecha en la década de los años 20’ del siglo pasado, por el economista Vilfredo Pareto, consistente en que la riqueza sigue una ley de escalamiento respecto a la forma en la que se distribuye entre los miembros de una sociedad (Churchill 1997). Pareto descubrió que si se considera una sociedad cualquiera, se encuentra que aproximadamente el 45% de la riqueza total de la sociedad está en manos del 5% de sus habitantes. Y esta proporción se cumple más o menos independientemente de la escala a la que estemos viendo la sociedad: a la escala de una ciudad, de un estado, de un país o del mundo entero. En este sentido, la distribución de la riqueza en cada parte del sistema se parece al sistema total. Pero además, como veremos más adelante, la ley de escalamiento de Pareto tiene una consecuencia importante y es que las personas muy muy ricas, aunque son pocas, no son tan pocas como lo imaginamos. Hay más ricos acaparadores de riquezas de lo que creemos.

¿Cómo surgen las leyes de escalamiento en un sistema? Es decir, ¿qué tipo de interacciones se deben establecer entre los elementos de un sistema para que este desarrolle una ley de escalamiento? No lo sabemos de forma general para cualquier sistema, pero hay dos mecanismos importantes que ciertamente generan leyes de escalamiento. Uno es el *enlace preferencial* introducido por los físicos Albert–Lasló Barabási y Reka Alber, en 1999, para describir la formación de redes complejas (Barabási y Albert 1999), y el otro es la *criticalidad dinámica*, la cual fue estudiada de forma sistemática por muchos físicos (entre ellos Michael Fisher, Leo Kadanoff y Kennett Wilson) en las décadas 70' y 80' del siglo XX (Hohenberg y Halperin 1977; Wilson 1983; Stanley 1999). La criticalidad dinámica se refiere a un estado muy particular de un sistema que está a punto de sufrir una transición en su comportamiento, pasando de un régimen ordenado a uno desordenado (o viceversa). Justo en este punto de transición en el que el sistema está decidiendo si se comporta ordenadamente o desordenadamente, surgen leyes de escalamiento en casi todas las propiedades que caracterizan el sistema (Stanley 1999). En este trabajo describiremos el surgimiento de las leyes de escalamiento por medio de la criticalidad porque es este mecanismo el que definitivamente confiere mayor riqueza a las leyes de escalamiento. En particular, nos enfocaremos en la dinámica de formación de opiniones y en la dinámica neuronal pues, aunque aparentemente son sistemas muy diferentes (grupos de votantes *versus* grupos de neuronas), veremos que tienen muchas propiedades en común.

Sin embargo, antes de ver los mecanismos que generan leyes de escalamiento, es necesario comprender cómo se describen matemáticamente dichas leyes. Para esto, consideremos una función $y(x)$ que relaciona dos variables x e y . Decimos que la función $y(x)$ es *escalable* si al cambiar la escala en x lo único que ocurre es que también se cambia la escala en y , pero no se cambia la forma de la función. Lo anterior se describe matemáticamente de la siguiente forma. Supongamos que cambiamos la escala en x multiplicando esta variable por un factor de escala a . Entonces, decimos que $y(x)$ es escalable si se cumple:

$$y(ax) = b y(x) \quad (1)$$

donde b es otro factor de escala. Es importante enfatizar que la ecuación anterior significa que el único efecto de haber cambiado la escala en el eje x (por un cierto factor a) es simplemente el de cambiar la escala en el eje y (por otro factor b), pero la función $y(x)$ no cambia su forma después de haber llevado a cabo estos escalamientos. Se puede demostrar formalmente que las únicas funciones que satisfacen la condición de escalamiento dada en la Ec. (1) son necesariamente de la forma:

$$y(x) = Ax^{-\gamma} \quad (2)$$

donde A es una constante y γ es el *exponente de escalamiento*. A las funciones definidas en la Ec. (2) se les llama *leyes de potencia* y son las únicas funciones con la propiedad de escalamiento definida en la Ec. (1), es decir, son las únicas funciones que al escalarlas se siguen viendo iguales (solo que a una escala distinta). Es importante enfatizarlo: la propiedad de escalamiento no se cumple para otras funciones como la exponencial, el logaritmo, las funciones trigonométricas o ninguna otra función. Por lo tanto, cuando decimos que existe una ley de escalamiento en algún sistema significa que algunas de las variables que describen el comportamiento de dicho sistema se relacionan a través de leyes de potencia como la dada en la Ec. (2).

Volvamos al caso de la distribución de la riqueza en una sociedad. Pareto encontró que la probabilidad $y(x)$ de que una persona tenga un salario igual a x está dada por:

$$y(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_m \\ Ax^{-\alpha} & \text{si } x > x_m \end{cases} \quad (3)$$

donde $A = x_m^{\alpha-1}(\alpha - 1)$ es la constante que garantiza la normalización de la probabilidad, $\alpha = 2.36$ es el exponente de escalamiento, y x_m es el valor del salario mínimo (en principio, nadie debería tener un sueldo menor al salario mínimo). La ecuación anterior contiene mucha información sobre cómo se distribuye la riqueza en la sociedad. Por ejemplo, si $u(x)$ es la fracción de personas con un salario mayor que x , entonces:

$$u(x) = \int_x^{\infty} y(x') dx' = \left(\frac{x_m}{x} \right)^{\alpha-1} \quad (4)$$

Por otro lado, la riqueza total R en la sociedad es:

$$R = \int_{x_m}^{\infty} x y(x) dx = x_m \frac{\alpha - 1}{\alpha - 2} \quad (5)$$

mientras que la riqueza R_q acumulada por las personas con un salario mayor que x_q es:

$$R_q = \int_{x_q}^{\infty} x y(x) dx = x_q \left(\frac{x_m}{x_q} \right)^{\alpha-1} \frac{\alpha - 1}{\alpha - 2} \quad (6)$$

Como la fracción q de las personas con un salario mayor que x_q es, de acuerdo con la Ec. (4), $q = u(x_q) = (x_q/x_m)^{\alpha-1}$, entonces, de las ecuaciones (4), (5) y (6) se deduce que la fracción $r_q = R_q/R$ de la riqueza total que han acumulado estas personas está dada por

$$r_q = q^{(\alpha-2)/(\alpha-1)} \quad (7)$$

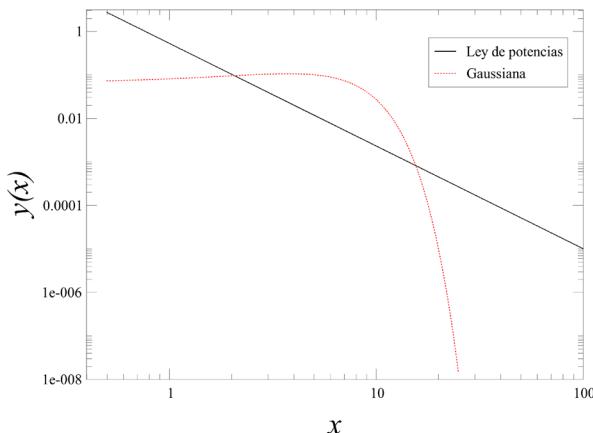
Para el caso que encontró Pareto, con $\alpha = 2.36$, se desprende que para $q = 0.05$ entonces $r_q = 0.45$ (el 5% de las personas tiene el 45% de la riqueza). Peor aún, si hacemos $q = 0.01$ en la ecuación anterior obtenemos $r_q = 0.30$, lo cual significa que el 1% de la población más rica en la sociedad tiene el 30% de la riqueza total. Esto es increíble, pues para México quiere decir que el 30% de la riqueza del país está en manos de aproximadamente un millón de personas. Es decir, no solamente son los grandes millonarios famosos que todos conocemos (Carlos Slim, Emilio Azcárraga, Luis Miguel, etc.) los que han acaparado la riqueza de México. Si la ley de escalamiento de Pareto es cierta, hay por lo menos un millón de personas extraordinariamente ricas en México de las cuales ni siquiera hemos oído sus nombres.

¿Por qué son importantes las leyes de escalamiento?

La ley de escalamiento de Pareto discutida anteriormente nos da una idea de las consecuencias de que la riqueza esté distribuida en la sociedad de acuerdo con una ley de potencias. Para entender bien el significado de esta distribución, comparemos con lo que ocurriría si los sueldos estuviesen distribuidos gaussianamente¹ de tal forma que la probabilidad de que una persona gane un sueldo x estuviese dada por $y(x) = Ae^{-(x-\mu)^2/2\Delta^2}$. Tomemos el caso hipotético en el que la desviación estándar es igual al promedio: $\mu = \Delta$, y tomemos el mismo promedio que el que se obtiene para la ley de Pareto dada en la Ec. (3), que para $\alpha = 2.36$ nos da $\mu = 3.77$ (en unidades del salario mínimo, es decir, haciendo $x_m = 1$). La figura 1 muestra una gráfica log-log con las curvas que representan la distribución de Pareto (en negro) y la distribución gaussiana (en rojo), ambas con el mismo promedio y por lo tanto correspondientes a la misma riqueza total en la sociedad. Lo que es importante es el comportamiento de estas distribuciones en las “colas”, es decir, para valores grandes de x . Puede observarse que cuando x crece, la distribución gaussiana tiende a cero mucho más rápidamente que la ley de potencias. Esto tiene implicaciones importantes. Por ejemplo, en el caso de

1 Las distribuciones gaussianas son muy comunes. Por ejemplo, la estatura de las personas es una variable aleatoria con distribución gaussiana, siendo μ la estatura promedio y Δ la desviación típica respecto a dicho promedio.

Figura 1. Gráficas log–log de una distribución ley de potencias $y(x) = Cx^{-\alpha}$ (curva negra) y una distribución gaussiana $y(x) = Ce^{-(x-\mu)^2/2\Delta^2}$ (curva roja punteada).



Nota: Ambas distribuciones corresponden al mismo valor de la riqueza total dado en la Ec. (5). Obsérvese cómo para valores grandes de x la distribución gaussiana decrece muchísimo más rápido que la ley de potencias (tuvimos que cortar la curva gaussiana en $x = 25$ o no hubiera cabido en la figura).

Fuente: Elaboración del autor.

la ley de potencias, 12 de cada mil personas tendrán sueldos de más de 25 salarios mínimos (lo cual no es para nada difícil de imaginar en la sociedad en la que vivimos), mientras que para el caso gaussiano solo 1 de cada catorce mil millones de personas ganaría más de 25 veces el salario mínimo. Es decir, si la riqueza estuviese distribuida gaussianamente no habría ningún ciudadano en nuestro planeta que tuviese un sueldo de más de 25 salarios mínimos, lo cual es claramente irreal. Debido a que las distribuciones gaussianas decaen muchísimo más rápido que las leyes de potencia, a las primeras se les llama distribuciones de “cola corta”, mientras que a las segundas se les llama de “cola larga”.

Como ya hemos dicho, Pareto encontró que la riqueza en las sociedades reales se distribuye de acuerdo con una ley de potencias de la forma $y(x) = Ax^{-\alpha}$. En este caso, la desigualdad en la distribución de la riqueza es enorme debido a que la probabilidad de los “eventos raros” (es decir, de que haya personas extremadamente ricas) es mucho mayor que para el caso gaussiano (o que para cualquier otra distribución de “cola corta”). La distribución de la riqueza es solo un ejemplo que presenta una ley de escalamiento. En la tabla 1 se dan más ejemplos de leyes de escalamiento en sistemas muy diferentes. Como puede verse de esta tabla, las leyes de escalamiento frecuentemente ocurren en la función $y(x)$ que determina la probabilidad de alguna variable x . De particular importancia son los casos cuando el valor del exponente α está en el intervalo $1 < \alpha < 3$.

(como en todos los ejemplos listados en la tabla 1), porque entonces el sistema presenta *fluctuaciones infinitas*. Efectivamente, si x es una variable aleatoria y $y(x) = Ax^{-\alpha}$ es la función de probabilidad de esta variable, se puede demostrar que la varianza de x es proporcional al siguiente término:

$$\sigma^2 = \int_{x_m}^{\infty} (x - \langle x \rangle)^2 y(x) dx \approx \frac{A}{\alpha - 3} \left(\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{z^{\alpha-3}} - \frac{1}{x_m^{\alpha-3}} \right)$$

Este límite solo existe cuando $\alpha > 3$. De lo contrario, si $\alpha \leq 3$ resulta que $\sigma^2 = \infty$. En la práctica ningún sistema es infinito, por lo cual hay que interpretar cuidadosamente el hecho de que la varianza de un sistema se haga infinita. Cuando la varianza de un sistema “explota” o diverge significa que no hay ningún valor representativo del comportamiento promedio del sistema, debido a que las fluctuaciones alrededor de cualquier promedio calculable ocurren a todas las escalas, desde fluctuaciones pequeñas hasta fluctuaciones tan grandes como el sistema completo. Por ejemplo, si consideramos las guerras habidas a lo largo de la historia de la humanidad y de las que tenemos registro histórico, no existe un

Tabla 1. Sistemas que exhiben leyes de escalamiento $y(x) = Ax^{-\alpha}$ entre dos variables x e y .

Significado de $y(x)$	Valor del exponente α
Probabilidad de que una persona escogida al azar en una sociedad gane un salario x . (Churchill 1997).	2.36
Probabilidad de que en una guerra ocurran x víctimas mortales. (Spagat <i>et al.</i> 2006).	1.7 → 2.7 (dependiendo del país)
Probabilidad de que un hombre escogido al azar en una sociedad haya tenido x parejas sexuales diferentes en el último año. (Liljeros <i>et al.</i> 2001)	2.31
Probabilidad de que un grupo de animales salvajes recorra una distancia x buscando comida. (Ramos–Fernández <i>et al.</i> 2004).	2.18
Probabilidad de que ocurra una explosión magnética de intensidad x en el Sol. (Parnell <i>et al.</i> 2009).	1.85
Probabilidad de que ocurra una lluvia de intensidad x en cualquier parte del mundo. (Peters, Hertlein y Christensen 2001).	1.36
Probabilidad de que una ciudad tenga un número de habitantes x . (Gabaix 2016).	1.03
Probabilidad de que ocurra un temblor de intensidad x . (Bak <i>et al.</i> 2002).	1.0
Probabilidad de que un conjunto de x neuronas en el cerebro se activen espontáneamente. (Plenz y Thiagarajan 2007).	1.75
Número de especies distintas contenidas dentro de un área x en un ecosistema. (Tjørve y Tjørve 2017).	-0.3

Fuente: Elaboración del autor.

número representativo del promedio de víctimas mortales en cada una, puesto que han habido guerras que tienen desde unos cuantos muertos (como el Niger Delta Conflict) hasta otras en donde los muertos se cuentan por decenas de millones (como la Segunda Guerra Mundial). Aunque es posible calcular el promedio aritmético de los muertos en todas esas guerras (puesto que uno siempre puede calcular el promedio de cualquier conjunto finito de números), dicho promedio no sería representativo de ninguna guerra, pues debido a que las fluctuaciones son infinitas, no existe tal cosa como una “guerra promedio” representativa. La ley de escalamiento en este caso (cuyo exponente es 2.5 (Spagat *et al.* 2006)), nos dice que han habido guerras de todas las escalas, chicas, medianas, grandes y más grandes, de tal manera que ningún promedio es representativo de ninguna guerra, y el hecho de que la varianza explote quiere decir que podría incluso haber una guerra en la que el número de muertos sea casi del tamaño del sistema completo (esto es, del total de habitantes de la Tierra).

Lo mismo ocurre con los temblores (el exponente en este caso es $\alpha \approx 1$ (Bak *et al.* 2002)), pues hay desde temblores muy suaves hasta terremotos muy intensos, sin que haya un valor “promedio” representativo para la intensidad de un temblor. O el número de parejas sexuales distintas que una persona pueda tener (el exponente es $\alpha \approx 2.31$), ya que hay desde aquellos que solo han tenido una (o ninguna) pareja sexual en toda su vida, hasta los más promiscuos que han tenido cientos o miles de parejas sexuales diferentes (principalmente trabajadores sexuales) (Liljeros *et al.* 2001; Fredrik Liljeros, Edling y Amaral 2003).

La importancia de las leyes de escalamiento, cuando aparecen en funciones de probabilidad, radica en dos puntos:

- La probabilidad de que ocurran eventos raros, aunque pequeña, no es en absoluto despreciable, lo cual hace que haya una distribución mucho más desigual de los valores que adquieren las variables que caracterizan el sistema.
- Las fluctuaciones en el comportamiento del sistema ocurren a todas las escalas y pueden llegar a ser tan grandes como el sistema completo, de tal manera que no existe un “valor promedio” representativo de las variables del sistema.

Criticalidad dinámica: El modelo de votantes

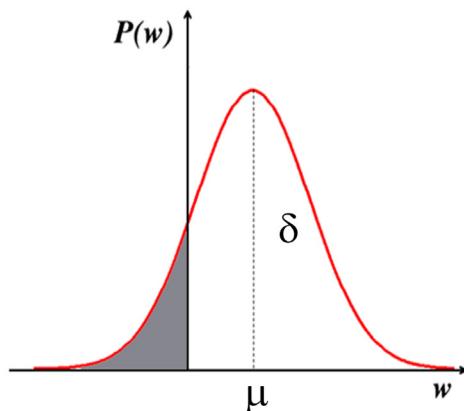
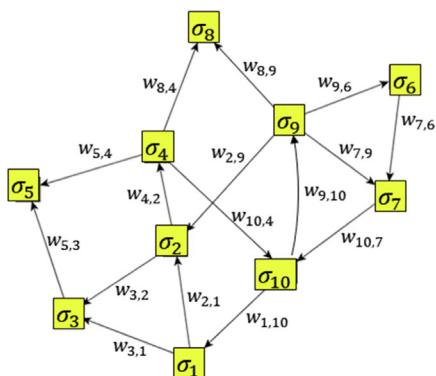
No existe un mecanismo universal que genere leyes de escalamiento en la Naturaleza. Cada sistema físico, biológico, social o económico puede obedecer a diferentes reglas de interacción y organización que serán las que generen leyes de escalamiento en el sistema específico bajo consideración. Sin embargo, un mecanismo

muy importante es la *criticalidad dinámica*, que ocurre cuando en un sistema existe una transición de fase entre estados ordenados y estados desordenados (Stanley 1999). El punto en el que se da dicha transición se llama “punto crítico” y es justo allí, en el punto crítico, donde aparecen las leyes de escalamiento en las propiedades que caracterizan al sistema. La importancia de la criticalidad dinámica radica en que la existencia de los puntos críticos solo depende de propiedades muy generales de las interacciones que hay entre los elementos que conforman el sistema, y no de los detalles específicos de dichas interacciones. Por lo tanto, puntos críticos muy similares pueden observarse en sistemas muy diferentes, tales como, por ejemplo, la dinámica neuronal, el comportamiento magnético de un imán o la formación de opiniones en una sociedad.

Para ilustrar el concepto de criticalidad consideremos un modelo de una sociedad de N personas en la que se está llevando a cabo un proceso de votación respecto a un tema que tiene dos posibles opciones. Por ejemplo: “estás a favor o en contra del aborto”. La opinión de cada persona la podemos entonces representar por una variable binaria σ que puede tomar solo los valores +1 o -1. La sociedad está representada por el conjunto de variables $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$, en donde

Figura 2. La red social representada por un conjunto de nodos.

$$\sigma_n = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases} \quad \sigma_n \leftarrow \{\sigma_1^n, \sigma_2^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$$



Nota: La red social se representa por un conjunto de N nodos $\{\sigma_1, \dots, \sigma_N\}$, cada uno adquiriendo el valor +1 o -1 dependiendo de la opinión de la persona a la que representa. Cada nodo σ_n recibe opiniones de un conjunto $\{\sigma_1^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$ de otros nodos de la red (sus “amigos”, representados por las flechas entrantes). Las conexiones están ponderadas por los factores de influencia w_{nm} , los cuales se seleccionan aleatoriamente de una distribución gaussiana con promedio μ y varianza δ^2 , como la mostrada en la parte derecha de la figura. La región sombreada bajo la curva gaussiana representa la fracción de influencias negativas y su tamaño depende del parámetro $\alpha = \mu/\delta$.

Fuente: Elaboración del autor.

la variable σ_n representa la opinión del n -ésimo individuo. Las personas en la sociedad forman una red de amigos que intercambian opiniones, lo cual representamos por una red de N nodos como la mostrada en la figura 2, en donde los nodos son las personas y las conexiones entre ellos son relaciones de amistad. Supongamos que el nodo σ_n tiene k_n amigos que influyen en su opinión, los cuales representaremos por $\{\sigma_1^n, \sigma_2^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$. Sin embargo, no todos estos amigos influyen de la misma manera en la opinión de σ_n , pues habrá algunos que influyan más que otros. Es más, algunas de estas influencias podrían incluso ser *negativas* (como cuando alguien siempre hace lo contrario de lo que dice su mamá). Por lo tanto, a las conexiones de esta red hay que asignarles pesos (o intensidades) para determinar qué tanto influye un nodo en la opinión de otro. Denotaremos como w_{nm} a la intensidad de la interacción entre el nodo σ_n y su m -ésimo amigo σ_m^m y llamaremos a este número la *influencia* que tiene σ_m^m sobre σ_n . La red consiste entonces en un conjunto $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N\}$ de N variables conectadas entre sí, siendo $\{\sigma_1^n, \sigma_2^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$ los nodos con conexiones *entrantes*² al nodo σ_n y $\{w_{n1}, w_{n2}, \dots, w_{nk_n}\}$ las correspondientes influencias de estas conexiones (figura 2). Existen muchísimas maneras de crear una red. Aquí supondremos que los k_n amigos del nodo σ_n están escogidos al azar dentro de la red, y que las influencias correspondientes w_{nm} también están escogidas al azar a partir de una función de probabilidad $P(w)$ gaussiana con promedio μ y varianza δ^2 , como se ilustra en la figura 2. Es importante notar que la fracción de influencias negativas (región sombreada en la curva gaussiana de la figura 2) depende del parámetro $\alpha = \mu/\delta$, al cual llamaremos *parámetro de influencia*. Entre más grande sea α , menos influencias negativas hay en la red, y, viceversa, entre más chico sea α , más influencias negativas habrá.³

El proceso dinámico de formación de opiniones que simularemos es el siguiente: supongamos que cada persona σ_n se reúne con sus amigos $\{\sigma_1^n, \sigma_2^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$ periódicamente cada cierto tiempo τ para discutir el tema en cuestión e intercambian opiniones. Después, el nodo σ_n se va su casa para reflexionar, ponderando las opiniones de sus amigos y formándose así su propia opinión. Después de ponderar las opiniones recibidas, muy probablemente este nodo adquirirá la misma opinión que tienen la mayoría de sus amigos (por eso son sus amigos, ya que seguramente com-

2 Son conexiones *entrantes* porque en esta red las conexiones son dirigidas, ya que si el nodo σ_m tiene influencia en la opinión del nodo σ_n , no necesariamente ocurre lo contrario, es decir, no necesariamente pasa que σ_n tenga influencia sobre σ_m . Por ejemplo, para un estudiante la opinión de uno de sus maestros puede tener mucha influencia, pero este maestro puede ni siquiera estar enterado de la opinión del estudiante.

3 De hecho, es fácil demostrar que si f_- y f_+ son la fracción de influencias negativas y positivas, respectivamente, entonces $f_- = 1/2 [1 - \text{Erf}(\alpha/\sqrt{2})]$ mientras que $f_+ = 1/2 [1 + \text{Erf}(\alpha/\sqrt{2})]$, donde $\text{Erf}(x)$ es la función error. Por lo tanto, hay una relación unívoca entre el parámetro de influencia α y la fracción de influencias negativas (o positivas) en la red.

parten muchas cosas en común). Pero existe la posibilidad de que después de reflexionarlo, el nodo σ_n adquiera la opinión contraria a la que tienen la mayoría de sus amigos. Esto lo modelamos haciendo que el valor de la variable σ_n cambie en el tiempo de acuerdo con la siguiente regla dinámica:

$$\sigma_n(t + \tau) = \begin{cases} \text{Sig}\left(\sum_{m=1}^{k_n} w_{nm} \sigma_m^n(t)\right) & \text{con probabilidad } p \\ -\text{Sig}\left(\sum_{m=1}^{k_n} w_{nm} \sigma_m^n(t)\right) & \text{con probabilidad } q = 1 - p \end{cases} \quad (8)$$

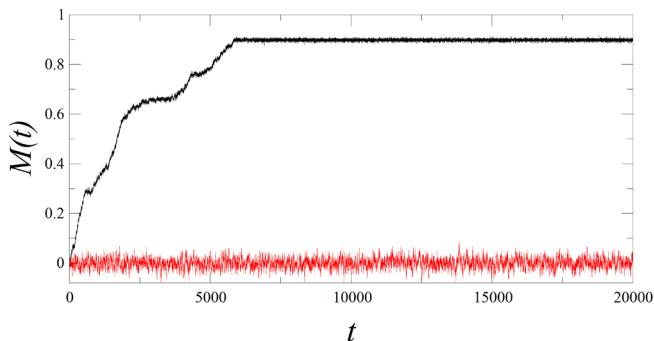
donde la función signo $\text{Sig}(x)$ se define como $\text{Sig}(x) = 1$ si $x > 0$ y $\text{Sig}(x) = -1$ si $x < 0$. El término $\sum_{m=1}^{k_n} w_{nm} \sigma_m^n(t)$ es la suma ponderada de las opiniones de los amigos de σ_n . Por lo tanto, la ecuación anterior nos dice que después de reflexionar durante un tiempo τ , el nodo σ_n adquiere la opinión de la mayoría (ponderada) de sus amigos con probabilidad p , o bien adquiere la opinión contraria a la de la mayoría con probabilidad $q = 1 - p$. Este parámetro p , al que llamaremos *parámetro de empatía*, es entonces la probabilidad de estar a favor de la opinión mayoritaria, y representa qué tan independiente es la opinión de cada persona respecto de lo que opinen los demás (q sería entonces el parámetro de *discordia*, ya que es la probabilidad de ir en contra de la opinión mayoritaria).

Para determinar si la sociedad en conjunto ha llegado o no a un consenso respecto al tema por el que están votando, definimos el parámetro de orden M como:

$$M(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sigma_n(t) \quad (9)$$

lo cual es simplemente la opinión promedio de todas las personas en la sociedad al tiempo t . Si $|M(t)| \approx 1$ quiere decir que la gran mayoría de las personas tienen ya la misma opinión (ya sea $+1$ o -1), mientras que si $|M(t)| \approx 0$ entonces aproximadamente la mitad de las personas tienen la opinión $+1$ mientras que la otra mitad tienen la opinión -1 , las opiniones están divididas y la sociedad en su conjunto no ha llegado a ningún consenso. La figura 3 muestra gráficas típicas de $M(t)$ como función del tiempo para una red en particular y distintos valores de los parámetros σ y q . En las simulaciones que se realizaron para generar las curvas de la figura 3, la red comenzaba con una condición inicial en la que

Figura 3. Parámetro de orden $M(t)$ como función del tiempo para dos conjuntos diferentes de valores de parámetros.



Nota: La curva negra corresponde a $q = 0.05$ y $\alpha = 1.5$, mientras que la curva roja se calculó con $q = 0.25$ y $\alpha = 0$. En ambos casos el sistema parte de una condición inicial aleatoria en la que aproximadamente la mitad de los nodos tiene el valor +1 y la otra mitad el valor -1. Nótese cómo para el primer conjunto de parámetros la red alcanza un estado ordenado estacionario con un valor promedio $M = 0.9$, mientras que en el segundo caso la red nunca sale del estado desordenado.

Fuente: Elaboración del autor.

aleatoriamente el 50% de los nodos tenía el valor +1 y el otro 50% el valor -1. Como puede verse, hay combinaciones de los parámetros σ y q para los cuales la sociedad alcanza un consenso ($|M(t)| \approx 1$, curva negra), mientras que hay otras combinaciones para las cuales la sociedad nunca alcanza un consenso y las opiniones permanecen siempre divididas ($|M(t)| \approx 0$, curva roja). A la región de parámetros para los cuales $|M| > 0$ la llamaremos *fase ordenada*, mientras que la región de parámetros para los cuales $M = 0$ será la *fase desordenada*.

¿De qué depende el que la sociedad alcance o no un consenso? La respuesta esencialmente es la siguiente: *el parámetro de activación α y el parámetro de empatía p deben ser grandes*. ¿Pero qué significa “grande” o “pequeño” en este contexto? Es decir, ¿grande o pequeño *respecto a qué*?

Un análisis riguroso de campo promedio⁴ de la dinámica dada en la Ec. (8) muestra que la evolución temporal del parámetro de orden está dada por (Aldana y Larralde 2004):

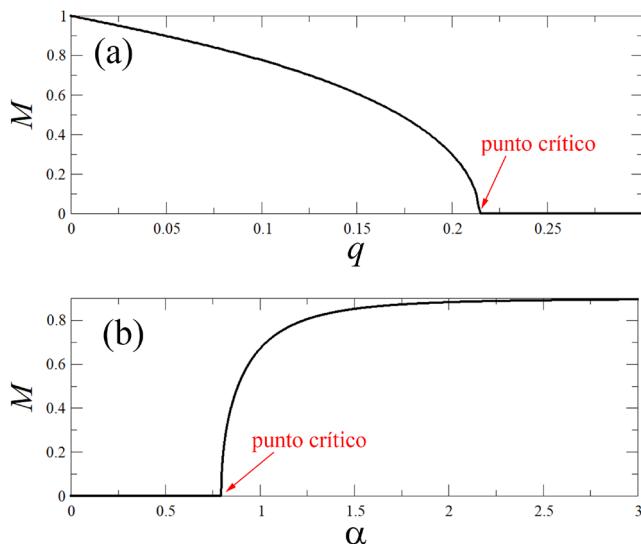
4 En las teorías de campo promedio, uno supone que el comportamiento promedio de toda la red está bien representado por el comportamiento promedio de un solo nodo. Esta suposición generalmente no es cierta. En el caso que nos ocupa, la suposición de campo promedio solo sería cierta si los amigos de cada persona están escogidos totalmente al azar dentro de cualquier parte de la red. Sin embargo, para sociedades con mucha segregación en las cuales se forman grupos, o clanes, de personas con las mismas ideas (por ejemplo, grupos de personas religiosas, o grupos de personas liberales, etc.), los cuales casi no interactúan entre sí, entonces la suposición de campo medio no es válida.

$$M(t + \tau) = (1 - 2q)\text{Erf} \left[\frac{\sqrt{(k/2)} \alpha M(t)}{\sqrt{1 + (1 - [M(t)]^2)\alpha^2}} \right], \quad (10)$$

donde $\text{Erf}(x)$ es la función error y k es el número promedio de conexiones de entrada de cada nodo. Lo primero que puede observarse de la ecuación anterior es que si $\alpha = 0$, entonces la única solución posible es $M(t) = 0$ (pues $\text{Erf}(0) = 0$). El que $\alpha = 0$ significa que la distribución gaussiana que determina las influencias w_{nm} está centrada en cero, es decir, habrá la misma cantidad de influencias positivas como negativas. No es de extrañar entonces que el consenso en la sociedad nunca pueda alcanzarse si la mitad de las personas que influyen en nuestra opinión lo hacen de forma positiva, y la otra mitad lo hacen de forma negativa.

Para encontrar soluciones no triviales de la ecuación (10) utilizamos métodos numéricos, lo cual nos permite resolverla de forma muy sencilla. Sobre todo, queremos resolverla para el *valor estacionario* de $M(t)$. Como puede verse

Figura 4. Curvas de transición de fase para el modelo de votantes con una conectividad promedio $K = 5$.



Nota: (a) Al dejar fijo el valor del parámetro de influencia en $\alpha = 5$ y variar el parámetro de discordia q , el sistema pasa de una fase ordenada para la cual $M > 1$ a otra fase desordenada en donde $M = 0$. La transición de fase ocurre en el punto crítico $q_c = 0.2145$. (b) Una transición de fase análoga se obtiene ahora al dejar fijo el valor de $q = 0.05$ y variar el parámetro de influencia α . Nótese que en este caso, para valores menores al valor crítico $\alpha_c = 0.795$ no hay orden en la sociedad. Se necesita que la fracción de influencias positivas exceda un cierto valor crítico (determinado por α_c) para que la sociedad llegue a un consenso.

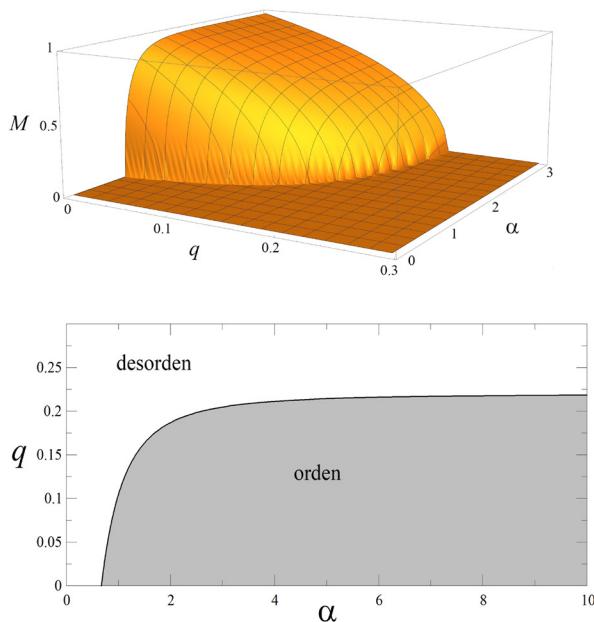
Fuente: Elaboración del autor.

en la figura 3, después de un cierto tiempo transitorio, el parámetro de orden $M(t)$ se estabiliza y alcanza un valor estacionario promedio. En el estado estacionario, el parámetro de orden ya no cambia (salvo pequeñas fluctuaciones inducidas por la probabilidad q que tiene cada individuo de ir en contra de la mayoría); de tal forma, en el estado estacionario se cumple que $M(t + \tau) = M(t) = M$. Es en este régimen donde resolvemos la Ec. (10) obteniendo M como función de q , α y k . La figura 4a muestra la gráfica de $M(q, \alpha, k)$ como función de q para una red con una conectividad promedio $k = 5$ y el valor fijo de $\alpha = 5$. Puede observarse que cuando q es pequeño, es decir, cuando la probabilidad de ir en contra de la mayoría es pequeña, la sociedad alcanza un estado ordenado en el que $M \approx 1$. Sin embargo, al incrementar el valor de q , el consenso en la sociedad va disminuyendo gradualmente hasta que se anula completamente en un *valor crítico* $q_c \approx 0.2145$. Si seguimos incrementando el valor de q por arriba de este valor crítico, resulta que $M = 0$ siempre. Lo anterior significa que si la opinión de cada persona es muy independiente de lo que digan los demás, entonces nunca podremos ponernos de acuerdo en ningún tema. La figura 4a muestra entonces una **transición** entre la fase ordenada y la fase desordenada conforme el parámetro de discordia crece. La transición ocurre justo en valor crítico q_c .

Por otro lado, también existe una transición entre la fase ordenada ($M > 0$) y la fase desordenada ($M = 0$) al variar el parámetro de influencia α y mantener fijo el parámetro de discordia en el valor $q = 0.05$, como se muestra en la figura 4b, en donde la transición ocurre en el valor crítico $\alpha_c \approx 0.796$. Ya habíamos señalado antes que para $\alpha = 0$ el sistema se encuentra en la fase desordenada. Al ir aumentando el valor del parámetro α el sistema se mantiene en la fase desordenada hasta que justo en el valor crítico α_c se da la transición a la fase ordenada y la sociedad comienza a llegar a un consenso. Esto significa que si queremos que haya un consenso en la sociedad, el número de influencias negativas en las relaciones interpersonales no puede exceder de un cierto valor crítico.

La figura 5 muestra el diagrama de la transición de fase completa como función de los parámetros q y α . Se puede ver que hay toda una curva de puntos críticos (q_c, α_c) en la que el sistema pasa de la fase ordenada a la fase desordenada. En estos puntos críticos, aunque el parámetro de orden se anula igual que en la fase desordenada, el sistema tiene un comportamiento dinámico muy interesante. La figura 6 muestra imágenes del sistema en las tres fases: ordenada, crítica y desordenada. Cada cuadrito representa un nodo de la red, y se ha dibujado en verde si el valor del nodo correspondiente es $+1$, y negro si es -1 . En la fase ordenada la sociedad ha llegado a un consenso, de tal forma que la imagen se ve mayoritariamente verde excepto por aquellos pocos individuos que van en contra de la mayoría. En la fase desordenada se ve una mezcla homogénea de cuadros verdes y negros pues, en promedio, la mitad de las personas tienen la

Figura 5. Parámetro de orden M y diagrama de fase.



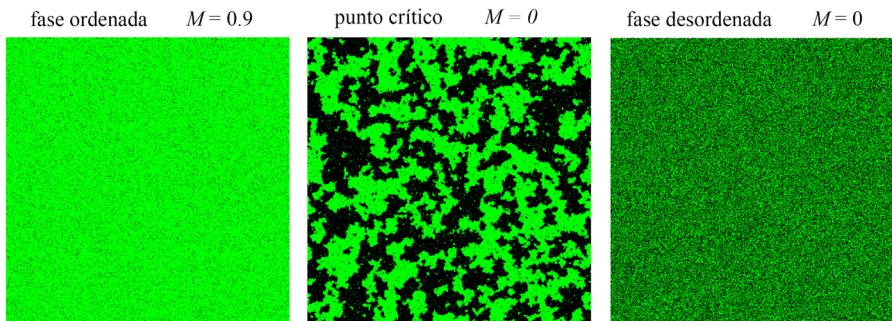
Nota: (a) El panel superior muestra el parámetro de orden M como función de los parámetros de control q y α ; también muestra el diagrama de fases indicando las fases ordenada ($M > 0$) y desordenada ($M = 0$). La curva que separa estas dos fases (panel inferior) es la curva crítica. Es decir, cualquier punto de esta curva es un punto crítico.

Fuente: Elaboración del autor.

opinión +1 y la otra mitad tienen la opinión -1, y los unos y los otros están más o menos mezclados de manera uniforme en la sociedad. Sin embargo, en el punto crítico el sistema forma *dominios de opinión*, es decir, grupos de nodos contiguos del mismo color. Dentro de estos dominios los nodos están altamente correlacionados. Así, aunque $M = 0$ en el punto crítico igual que en la fase desordenada, la estructura interna del sistema es muy distinta.

Observando detenidamente la figura 6 vemos que en el punto crítico ocurren dominios de todos los tamaños, desde dominios pequeñitos (casi puntos aislados), dominios de tamaño intermedio, hasta dominios enormes que abarcan todo el sistema (invitamos al lector a encontrar un camino que atraviese toda la imagen sin salirse de un dominio verde o de uno negro). Por el contrario, en la fase ordenada solo existe un gran dominio verde que abarca casi todo el sistema salpicado por puntos negros, mientras que en la fase desordenada los dominios negros o verdes son muy pequeños. Si ignoramos el dominio enorme de la fase ordenada que siempre va a estar presente, puede demostrarse que la

Figura 6. Estructura del sistema en las tres fases dinámicas: ordenada, crítica y desordenada.



Nota: Observe la estructura de dominios de todos los tamaños (verdes y negros) que aparecen en el punto crítico. La existencia de estos dominios en punto crítico es una muestra clara de que la longitud de correlación entre nodos se hace del tamaño de todo el sistema (diverge).

Fuente: Elaboración del autor.

probabilidad $G(s)$ de encontrar un dominio de tamaño s se comporta de la siguiente manera:⁵

$$G(s) \approx \begin{cases} e^{-\beta s} & \text{en las fases ordenada y desordenada} \\ s^{-\gamma} & \text{en el punto crítico} \end{cases} \quad (11)$$

donde β depende del valor específico de los parámetros q y α . Lo anterior nos dice que, exceptuando el dominio enorme de la fase ordenada, es muy poco probable encontrar dominios grandes en las fases ordenadas y desordenadas pues la probabilidad decrece exponencialmente. Sin embargo, *en el punto crítico la distribución del tamaño de dominios es una ley de potencias*, por lo que podemos encontrar dominios de todos los tamaños, desde los muy pequeños hasta los que cruzan todo el sistema de lado a lado.

Dentro de un dominio, los nodos están altamente correlacionados. Eso significa que si forzamos a un nodo a cambiar su valor, esta perturbación puede propagarse a todos los nodos que están dentro de ese dominio, como una especie de efecto dominó. En la fase desordenada, el perturbar alguno de los nodos no tiene casi ningún efecto, pues solo se verían afectados los nodos que estén dentro de su dominio, pero como en dicha fase los dominios son muy pequeños, las perturbaciones no llegarían muy lejos, extinguéndose de forma prácticamente inmediata. Lo mismo pasa en la fase ordenada. Aquí, aunque existe un dominio

⁵ En este caso, el tamaño s de un dominio se refiere al número de nodos que contiene.

enorme, las perturbaciones también desaparecen rápidamente precisamente porque ese dominio enorme no permite que los nodos cambien de opinión. Imaginemos una sociedad en la que la gran mayoría de las personas están convencidas de algún tema, (por ejemplo, de que el aborto debería ser una opción legal). Si de pronto perturbamos a una de estas personas convencidas presentándole cierta evidencia que la haga estar en contra de la opinión mayoritaria, muy probablemente esta perturbación no durará mucho ni se propagará a más personas, puesto que los amigos de la persona que perturbamos la volverán a convencer de estar a favor. Y si por casualidad esa persona llegó a convencer a alguno de sus amigos de estar en contra, los amigos de los amigos los volverán a convencer de estar a favor, pues en esta fase la gran mayoría de los nodos están a favor y eso presenta una resistencia enorme para los que quieren cambiar de opinión. Esto ocurre no porque los nodos estén fuertemente correlacionados en la fase ordenada, sino por la enorme presión social para estar a favor de un tema.

En el punto crítico, la situación es radicalmente diferente, pues aquí, aunque las opiniones están divididas mitad y mitad, sí existen correlaciones muy fuertes entre los nodos que están dentro de un mismo dominio. Por lo tanto, si dentro de un dominio verde perturbamos a un nodo obligándolo a hacerse negro, esta perturbación se propagará a los amigos del nodo perturbado, los cuales transmitirán la perturbación a sus amigos, y así sucesivamente. El resultado es que en el punto crítico la perturbación se propagará a través de todo el dominio cambiando el valor de los nodos que pertenecen a él. Debido a que en el punto crítico existen dominios de todos los tamaños, ocurre que una sola perturbación puede cambiar el estado de dominios pequeños, de dominios medios o incluso de dominios enormes que abarcan todo el sistema.

Otra propiedad que se convierte en una ley de potencias en el punto crítico es la correlación estadística entre los nodos. Supongamos que los nodos σ_m y σ_n están separados por una distancia r . La función de correlación se define como $C(r) = \langle \sigma_m \sigma_n \rangle - \langle \sigma_m \rangle \langle \sigma_n \rangle$ donde los paréntesis angulares $\langle \cdot \rangle$ denotan el promedio sobre todas las parejas de nodos que están separados por la misma distancia r . Puede demostrarse que cerca del punto crítico, la función de correlación se comporta como:

$$C(r) \approx \frac{e^{-r/\xi}}{r^\eta} \quad (12)$$

En esta expresión η es un exponente cuyo valor solo depende de la estructura de la red social, mientras que ξ es la longitud de correlación que determina la distancia a partir de la cual los nodos dejan de estar correlacionados. Esta longitud de correlación depende del valor de los parámetros q y α de la siguiente manera:

$$\xi \approx |\alpha q - \alpha_c q_c|^{-\nu} \quad (13)$$

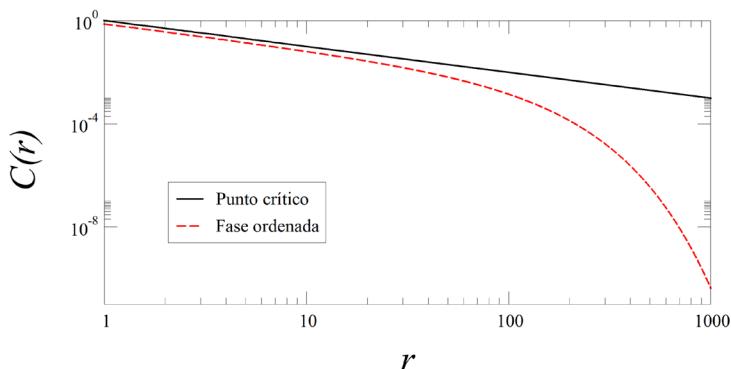
donde ν es un exponente positivo. La implicación importante de la ecuación anterior es que al acercarnos al punto crítico, es decir, cuando $\alpha \rightarrow \alpha_c$ y $q \rightarrow q_c$, se tiene que $\xi \rightarrow \infty$. Es decir, en el punto crítico la longitud a la cual los nodos se correlacionan se hace infinita (del tamaño de todo el sistema). Esto queda manifiesto en la figura 6 con los dominios verdes y negros que atraviesan todo el sistema. La existencia de esos dominios se debe precisamente a que la longitud de correlación se hace infinita, de donde resulta también, a partir de la ecuación (12), que en el punto crítico la función de correlación queda como una ley de potencias: $C(r) \approx r^\eta$. La figura 7 muestra la gráfica de $C(r)$ en la fase ordenada y en el punto crítico. Como puede verse, en la fase ordenada la correlación entre nodos decrece muchísimo más rápido con la distancia que en la fase crítica. Por lo tanto, aun cuando en la fase ordenada existe un gran dominio que abarca uniformemente todo el sistema, eso no significa que los nodos en este dominio estén fuertemente correlacionados.

Desde nuestro punto de vista, la propiedad más importante de la dinámica en punto crítico es la siguiente:

Debido a que en el punto crítico las correlaciones se hacen infinitas, un sistema operando con dinámicas críticas puede responder de forma colectiva a las perturbaciones, propagándolas incluso a través de todo el sistema.

Finalmente, quisiéramos hacer notar que el modelo de votantes que presentamos en esta sección y cuya dinámica está dada por la Ec. (8) también puede

Figura 7. Función de correlación entre nodos como función de la distancia que los separa.



Nota: La curva negra corresponde al punto crítico y la curva roja corresponde a la fase ordenada con $q = 0.2$ y $\alpha = 5$ (es decir, no muy lejos del punto crítico, véase la figura 4a). Es importante observar que la función de correlación decrece mucho más rápido en la fase ordenada que en el punto crítico.

Fuente: Elaboración del autor.

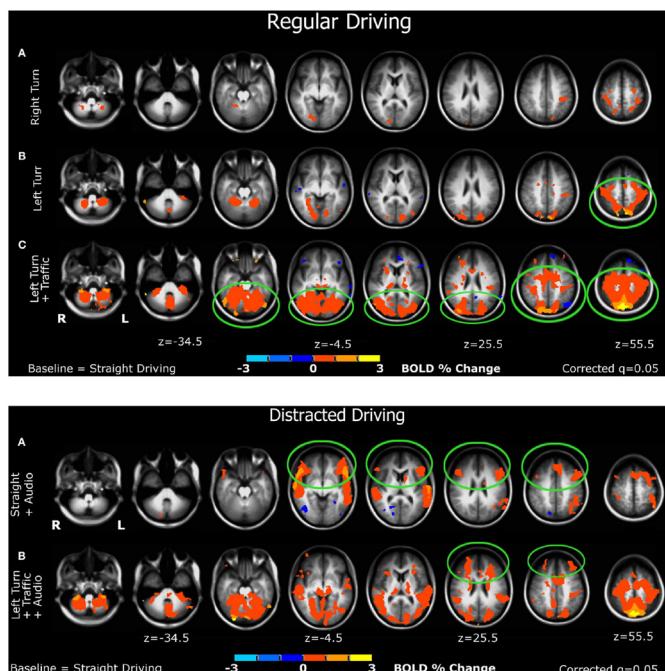
considerarse como un modelo de red neuronal. De hecho, el modelo que presentamos aquí es una generalización de un modelo que formularon Warren McCulloch y Walter Pitts en 1943 para describir la dinámica de redes neuronales en el cerebro (McCulloch y Pitts 1943; Maass 1997). En este contexto, cada variable σ_n representa el estado de activación de una neurona, adquiriendo el valor +1 si la neurona está activa 0 –1 si la neurona está inactiva. La neurona σ_n recibe impulsos eléctricos de otras k_n neuronas con las que está conectada (el conjunto $\{\sigma_1^n, \sigma_2^n, \dots, \sigma_{k_n}^n\}$), y si la corriente total recibida es mayor que un cierto umbral, la neurona σ_n se activará, de lo contrario, permanecerá inactiva. En este caso, los pesos w_{nm} serían las intensidades de las conexiones sinápticas entre las neuronas, y pueden ser positivos o negativos dependiendo de si la conexión sináptica es activadora o inhibitoria, respectivamente. El parámetro σ determinaría en este caso la fracción de conexiones activadoras versus las inhibitorias, por lo que en este caso se llamaría *parámetro de activación*. Por otro lado, el parámetro q determina la probabilidad de que una neurona no se active a pesar de que recibe una señal eléctrica que en principio debería activarla. Esto ocurre porque hay fluctuaciones aleatorias en el potencial eléctrico de la membrana de la célula, por lo cual podría ocurrir que la neurona se active cuando no debería activarse y viceversa.

Aun cuando el modelo de McCulloch–Pitts es muy sencillo, contiene muchos aspectos que sí se observan en la dinámica neuronal. En particular, es de interés preguntarse si en el cerebro existe algo parecido a la transición de fase orden-desorden de la que hemos estado hablando, lo cual nos lleva a la siguiente sección.

Leyes de escalamiento y criticalidad en la dinámica neuronal

Es generalmente conocido y aceptado que el cerebro tiene una estructura funcional modular, de tal manera que regiones distintas del cerebro se encargan de diferentes tareas (Nicolini y Bifone 2016; Russo, Herrmann y de Arcangelis 2014). Actualmente, la técnica de Imagen por Resonancia Magnética Funcional (fMRI, por sus siglas en inglés) permite ver en tiempo real las diferentes regiones del cerebro que se activan cuando realizamos diferentes tareas. La figura 8 muestra un ejemplo de este tipo de imágenes, obtenidas de una persona a la que se le puso en un simulador de manejo bajo diferentes condiciones (Schweizer *et al.* 2013). Se puede ver como se activan regiones distintas dependiendo de si la persona manejaba en línea recta sin distracciones, o cuando tenía que dar una vuelta hacia la derecha o hacia la izquierda con y sin tráfico, con y sin música, etc. Estas regiones miden algunos cuantos centímetros y se activan o desactivan casi instantáneamente cuando la persona cambia de actividad. Hasta aquí todo pare-

Figura 8. Imágenes de resonancia magnética funcional que muestran diferentes regiones del cerebro activándose o desactivándose conforme una persona en un simulador de manejo cambia de actividad.



Fuente: Tomada y adaptada de Schweizer *et al.* (2013).

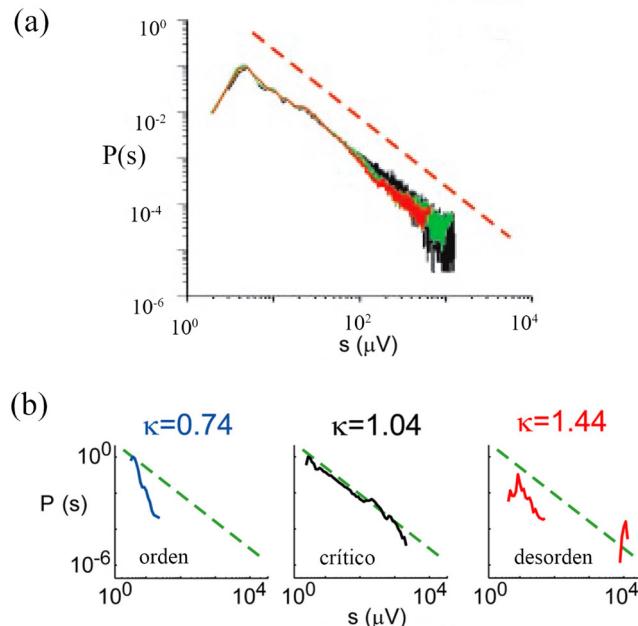
ce normal y consistente con la estructura modular del cerebro. Sin embargo, cuando consideramos que cada centímetro cúbico de tejido cerebral contiene aproximadamente 60 millones de neuronas (Witelson, Glezer y Kigar 1995; Azevedo *et al.* 2009), cabe preguntarse con asombro cómo le hacen los cientos de millones de neuronas contenidas en cada una de esas regiones cerebrales, para activarse o desactivarse casi instantáneamente y de forma simultánea ante diferentes estímulos. Cada una de estas regiones es como un árbol de navidad en el que las luces se prenden y apagan de forma sincronizada al recibir diferentes estímulos. La diferencia con el árbol de navidad es que cada una de estas regiones contiene, como ya hemos dicho, cientos de millones de "foquitos". Claramente, dentro de estas regiones cuyo tamaño va desde 1 cm hasta 15 cm, las neuronas están fuertemente correlacionadas. Aunque 1 cm no parece ser una longitud muy grande para nosotros, desde el punto de vista de una neurona, cuyo tamaño típico es de 2×10^{-3} cm, estas regiones correlacionadas son enormes. Para tener una idea más concreta, si nos hiciéramos del tamaño de una neurona, una distan-

cia de 1 cm equivaldría aproximadamente a 1 Km. Es enorme. Además, la densidad neuronal también es muy grande, pues sería equivalente a tener a todos los habitantes de México (que son como 120 millones) viviendo en una ciudad pequeña como Morelia. ¡Y todas estas neuronas están correlacionadas!

¿Qué mecanismos dinámicos existen que puedan generar correlaciones entre neuronas a tan grandes distancias? No muchos. De hecho, nosotros conocemos solo dos: (i) la topología de mundo pequeño (Strogatz 2001), y, (ii) las dinámicas críticas que, como vimos antes, generan correlaciones de muy largo alcance. Se sabe que ambos mecanismos están presentes en el cerebro, pero aquí discutiremos solamente la evidencia que muestra la existencia de dinámicas críticas en la actividad neuronal.

Uno de los principales promotores de la hipótesis de que el cerebro opera en punto crítico ha sido el Dr. Dante Chialvo, precisamente porque las correlaciones que se miden entre las diferentes regiones cerebrales son compatibles con lo que uno esperaría obtener en dinámicas críticas (Chialvo 2004, 2007 y 2010). Las primeras observaciones experimentales que confirman la hipótesis del cerebro operando en punto crítico las llevó a cabo el Dr. Dietmar Plenz y su grupo, al medir las avalanchas de actividad en tejido neuronal de rata (Beggs y Plenz 2003; Plenz y Thiagarajan 2007). Para esto, tomaron rebanadas muy delgadas de la corteza cerebral de la rata y las mantuvieron vivas en cajas de Petri. Para medir la actividad neuronal *espontánea* del tejido neuronal colocaron numerosos electrodos a lo largo de la rebanada. La actividad registrada es “espontánea” en el sentido de que la rebanada de cerebro, al estar completamente desconectada de cualquier órgano sensorial, no recibía estímulos externos. Era simplemente la actividad espontánea de las neuronas, que de forma aleatoria se activan, la que se registró en los experimentos de Plenz. Cuando una neurona espontáneamente se activa, envía una señal eléctrica a las neuronas que están conectadas con ella, las cuales pueden a su vez activarse mandando señales eléctricas a otras neuronas a las que están conectadas, y así sucesivamente. Por lo tanto, la activación espontánea de una neurona puede (o no) generar una avalancha de activación, cuyo tamaño se mide en términos del número de neuronas que se activaron durante la avalancha. Con los electrodos se midió la distribución del tamaño de las avalanchas, obteniéndose los resultados que se muestran en la figura 9a. Sorprendentemente, se obtuvo que la probabilidad $P(s)$ de que ocurra una avalancha de tamaño s obedece una ley de escalamiento: $P(s) \approx s^{-3/2}$, lo cual es consistente con dinámicas críticas. Sin embargo, para corroborar que efectivamente esta ley de potencias es resultado de dinámicas en punto crítico, fue necesario sacar al sistema del punto crítico y medir las avalanchas en las fases ordenada y desordenada. Pero, ¿cuál es el parámetro que pone al sistema en punto crítico?

Figura 9. Distribución del tamaño de las avalanchas de actividad eléctrica espontánea en tejido neuronal de la corteza cerebral de rata.



Notas: (a) En tejido neuronal normal, la distribución de avalanchas obedece a una ley de potencias $P(s) = Cs^{-1.5}$. Las diferentes curvas corresponden a diferentes cultivos del tejido neuronal (la curva punteada es una guía que muestra la ley de potencias exacta). (b) Cuando se bloquean los receptores de glutamato o de ácido γ -aminobutírico se puede cambiar la fracción de conexiones sinápticas activadoras *versus* inhibidoras, llevando así al sistema neuronal a la fase ordenada o a la fase desordenada. El parámetro κ es una medida de qué tan alejada está la dinámica del punto crítico, con $\kappa < 1$ correspondiendo a hipo-activación (fase ordenada), mientras que $\kappa > 1$ corresponde a hiper-activación (fase desordenada). El punto crítico se tiene para $\kappa = 1$. Como puede verse, en la fase ordenada las avalanchas son muy pequeñas, mientras que en la fase desordenada hay avalanchas muy grandes (nótese el pico arriba de $s \approx 10^4$). Solo el tejido neuronal “normal” (sin ningún tipo de bloqueador, lo que en los experimentos corresponde a $\kappa = 1.04$) está en punto crítico, pues la distribución de avalanchas obedece una ley de potencias.

Fuente: Estas gráficas fueron tomadas y adaptadas de las referencias Beggs y Plenz (2003); Shew, Yang, Yu, Roy y Plenz (2011).

Estudiando un modelo teórico de red neuronal, en 1999, Vreeswijk y Sompolinsky mostraron que la proporción entre activación e inhibición en las conexiones neuronales puede cambiar drásticamente la dinámica de la red, llevándola de dinámicas ordenadas a dinámicas caóticas al variar dicha proporción (van Vreeswijk y Sompolinsky 1996). Trabajos posteriores han mostrado que el balance entre excitación e inhibición en los circuitos neuronales puede, efectivamente, cambiar el estado dinámico de la red neuronal, llegándose incluso a correlacionar con disfunciones mentales y motoras (Yizhar *et al.* 2011; Atallah y Scanziani 2009). Estas observaciones son consistentes con lo que mostramos anteriormente

para el modelo de votantes, que al variar el parámetro de activación (o de influencia) α , uno puede hacer que la red pase de la fase ordenada a la fase desordenada. Tomando esto en cuenta, Plenz y su grupo cambiaron experimentalmente la proporción entre las conexiones sinápticas activadoras y las inhibidoras simplemente bañando el tejido neuronal con soluciones que contenían moléculas antagonistas de los receptores de glutamato en el primer caso, y de ácido γ -aminobutírico (GABA) en el segundo caso. De esta forma, variaron el parámetro de activación α que determina la proporción de conexiones activadoras *versus* inhibidoras (Shew *et al.* 2011). Los resultados se muestran en la figura 9b, de donde se observa que solo para el tejido normal (es decir, sin antagonistas de ninguna especie) las avalanchas de actividad espontánea siguen una la ley de potencias $P(s) \approx s^{-3/2}$, mientras que para el tejido alterado con antagonistas, ya sea que promuevan más o menos activación de lo normal, las avalanchas definitivamente no siguen una ley de potencias, pues son generalmente muy pequeñas o muy grandes.

Estos resultados, aunque no constituyen una demostración definitiva, sí sugieren fuertemente que el cerebro opera de forma natural con dinámicas en punto crítico, lo cual permitiría entender cómo es que se generan correlaciones entre grupos tan grandes de neuronas. Además, hay evidencia de que alteraciones en el balance activación/inhibición entre las conexiones neuronales, respecto a lo que se observa en un cerebro “sano”, están asociadas con desórdenes mentales y cognitivos como la esquizofrenia, el autismo o la esclerosis múltiple (Rubenstein y Merzenich 2003; Dickinson, Jones y Milne 2016; Lewis, Hashimoto y Volk 2005; Kehrer 2008; Yizhar *et al.* 2011; Manson *et al.* 2008). Pareciera que a lo largo de la evolución esta fracción entre activación e inhibición en las conexiones sinápticas se fue ajustando para poner la dinámica cerebral en punto crítico, y alteraciones que sacan al cerebro de la criticalidad generan desórdenes graves.

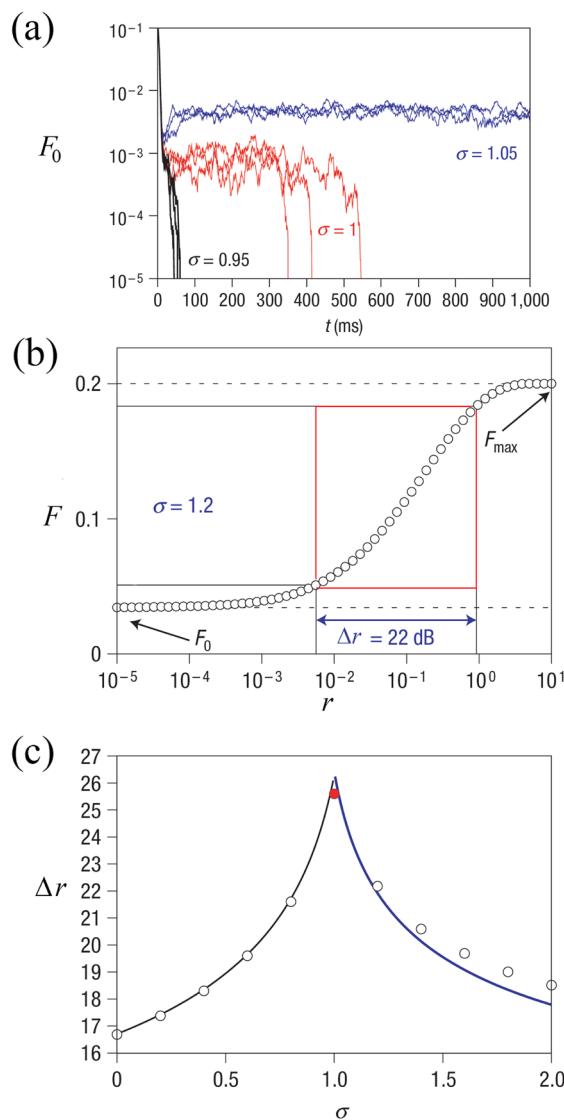
Aparte de las correlaciones de largo alcance que se forman en punto crítico y que hacen posible que grupos muy grandes de neuronas se sincronicen, existen otras consecuencias cognitivas de la criticalidad en el cerebro. Una de ellas es la enorme capacidad que tiene el cerebro para distinguir entre diferentes estímulos auditivos, visuales y sensoriales que ocurren en rangos muy amplios de intensidad. Por ejemplo, somos capaces de distinguir estímulos visuales muy débiles (un objeto negro sobre una mesa negra en un cuarto oscuro por el que apenas entra la luz de la luna por la ventana), o bien muy intensos (un conejo blanco sobre un paisaje nevado en un día soleado). El intervalo de intensidades de un estímulo dado en el que dicho estímulo puede distinguirse sin ambigüedad se conoce como *rango dinámico*. El ojo junto con el cerebro forman un sistema con un rango dinámico muy amplio que ningún sensor de cámara fotográfica ha podido alcanzar hasta la fecha. Es por esto que muchas veces nos decepcionamos al ver las fotografías que tomamos de paisajes que nosotros

recordamos como hermosos, coloridos y llenos de contrastes, pues dicha riqueza visual no aparece en las fotografías. Muy frecuentemente en las fotografías el cielo se ve blanco, o el follaje casi negro, o los paisajes nevados aparecen como manchas blancas sin estructura, o una persona frente a una ventana aparece como una silueta negra. Esto es porque el rango dinámico del sensor de la cámara es comparativamente pequeño y no alcanza a distinguir diferentes tonos de grises claros, o diferentes tonos de grises oscuros. ¿Cómo es posible que el cerebro tenga un rango dinámico tan amplio?

En un trabajo pionero, Kinouchi y Copelli analizaron la dinámica de un modelo de red neuronal en el que las neuronas, además de tener actividad espontánea, también se activan debido a la presencia de un estímulo externo (Kinouchi y Copelli 2006; Gollo, Kinouchi, y Copelli 2009). En dicho modelo el parámetro de control σ es el número promedio de neuronas que una neurona activada a su vez puede activar en ausencia del estímulo externo (cuando se aplica el estímulo, las neuronas pueden prenderse no de forma espontánea, sino precisamente por la influencia del estímulo; por lo tanto, la definición del parámetro de control σ se hace tomando en cuenta solo la actividad espontánea de las neuronas, sin introducir el estímulo externo). Así, por ejemplo, si una neurona que está activa a su vez puede activar en promedio a otra única neurona, entonces $\sigma = 1$; si una neurona activada a su vez activa en promedio a otras dos neuronas, entonces $\sigma = 2$, y así sucesivamente. Variando este parámetro, al que se le denomina parámetro de ramificación (o *branching ratio*) se puede hacer que la red transite de una fase en la que toda su actividad espontánea se extingue después de un cierto tiempo (lo cual corresponde a $\sigma < 1$), a otra fase en la que la red nunca deja de tener actividad espontánea (lo que ocurre para $\sigma > 1$). Justo cuando $\sigma = 1$, es decir, cuando cada neurona activada es capaz de activar en promedio a otra única neurona se tiene el comportamiento crítico en donde la red está al borde de apagarse pero no se apaga (o bien, tarda mucho en apagarse). De hecho, si medimos la probabilidad $P(\tau)$ de que la actividad espontánea de la red dure un tiempo τ antes de apagarse completamente (en ausencia del estímulo externo), resulta que para $\sigma < 1$ se tiene $P(\tau) = Ae^{-\alpha\tau}$ (un decaimiento exponencial), mientras que cuando $\sigma = 1$ se tiene $P(\tau) = C\tau^{-\gamma}$ (una ley de potencias). La figura 10a muestra la fracción F_0 de neuronas que se mantienen activas de forma espontánea como función del tiempo para tres valores del parámetro de ramificación σ . En esta figura se pueden observar las tres fases, una de actividad espontánea corta que se obtiene para $\sigma < 1$; otra de actividad espontánea infinita que surge para $\sigma > 1$, y, un punto crítico de transición entre ellas que ocurre justo cuando $\sigma = 1$.

Al aplicar el estímulo externo se van a prender más neuronas de las que se hubieran prendido de forma espontánea. Por lo tanto, si denotamos como F a la fracción de neuronas prendidas en presencia del estímulo externo, y como F_0 a

Figura 10. Modelo de Kinouchi–Copelli de red neuronal.



Nota: En el modelo de Kinouchi–Copelli de red neuronal, las neuronas además de tener actividad espontánea, pueden activarse debido a la presencia de un estímulo externo de intensidad r . (a) Fracción F_0 de neuronas espontáneamente activas como función del tiempo en las tres diferentes regiones dinámicas: subcrítica ($\sigma < 1$), crítica ($\sigma = 1$) y supercrítica ($\sigma > 1$). (b) Fracción F de neuronas activas como función de la intensidad r del estímulo para una red operando en régimen supercrítico. El recuadro rojo muestra el intervalo donde la red responde al estímulo sin saturarse, lo cual define el rango dinámico Δr . (c) Gráfica del rango dinámico en función del parámetro de orden σ . Nótese que el rango dinámico alcanza su máximo valor justo en el punto crítico $\sigma = 1$.

Fuente: Estas gráficas fueron tomadas y adaptadas de Kinouchi y Copelli (2006).

la fracción de neuronas que se hubieran prendido espontáneamente en ausencia de dicho estímulo, la diferencia $\Delta F = (F - F_0)$ es una medida de qué tanto responde la red al estímulo. En la figura 10b se muestra una gráfica típica de F como función de la intensidad r del estímulo. Como puede verse, para intensidades bajas F se mantiene prácticamente constante e igual a F_0 , mientras que para intensidades altas F se satura alcanzando un valor máximo F_{max} y ya no cambia a pesar de que sigamos aumentando la intensidad r del estímulo. El rango dinámico Δr es justamente la región de intensidades en las cuales F no permanece constante, sino que cambia apreciablemente al cambiar la intensidad del estímulo. La región que define el rango dinámico se indica con un recuadro rojo en la figura 10b.

El resultado importante del trabajo de Kinouchi y Copelli es haber demostrado que el rango dinámico de la red alcanza un valor máximo justo en el punto crítico $\sigma = 1$, como se ilustra en la figura 10c. Es decir, que es justo en el punto crítico en donde la red tiene la capacidad de distinguir más eficientemente entre estímulos de diferentes intensidades, tanto los muy tenues como los muy intensos. Esto sugiere que el enorme rango dinámico del cerebro, tanto para percibir estímulos auditivos como visuales, puede deberse a que está operando en punto crítico.

Conclusiones

Probablemente la propiedad más importante de los puntos críticos es que generan leyes de escalamiento en la función de correlación. Esto hace que grupos muy grandes de elementos puedan estar correlacionados y responder de forma colectiva a perturbaciones o estímulos externos. Una ley de escalamiento entraña una propiedad de auto similitud en la que todo el sistema se parece a cada una de sus partes, y esto es cierto en particular para las funciones de correlación. Por lo tanto, en los puntos críticos emergen correlaciones en grupos de todos los tamaños, desde los muy pequeños hasta los muy grandes, lo cual queda de manifiesto en el panel central de la figura 6 correspondiente al punto crítico, donde pueden apreciarse dominios pequeños que van desde casi un “pixel” aislado hasta dominios que atraviesan todo el sistema de un lado al otro. Por lo tanto, en los puntos críticos el sistema puede montar respuestas a perturbaciones externas que pueden ser pequeñas, medianas o grandes. En el contexto de la dinámica neuronal, esta capacidad de respuesta a diferentes escalas es de la mayor importancia, debido a que el cerebro está constantemente recibiendo estímulos sensoriales procedentes de muy diversas fuentes y en rangos de intensidades muy amplios. Gracias a que está operando en punto crítico, el cerebro puede montar respuestas colectivas, es decir, en las que participan decenas o

centenas de millones de neuronas, a todos estos estímulos sin saturarse. El cerebro es un sistema complejo⁶ que ha evolucionado interaccionando con un entorno que también es complejo. Aparentemente esta evolución ha puesto al cerebro en punto crítico precisamente para que pueda responder a los estímulos provenientes de un entorno complejo. Interesantemente, se ha demostrado que la evolución de un sistema que tiene que aprender tareas nuevas sin olvidar las tareas ya aprendidas con anterioridad lo conducen directamente a dinámicas críticas (Torres-Sosa, Huang y Aldana 2012).

Sin embargo, no todas las leyes de escalamiento son generadas por puntos críticos. Como se mencionó en la introducción, otro mecanismo importante de generación de leyes de escalamiento es el *enlace preferencial*. Este mecanismo consiste, esencialmente, en que en una red que está creciendo los nuevos nodos que se incorporan a la red eligen preferentemente a los nodos más conectados para conectarse. Por ejemplo, cuando se es estudiante, muy probablemente uno quiera hacer la tesis con el investigador más reconocido en el área que nos interesa, lo cual aumenta aún más el reconocimiento de dicho investigador (al incrementar su número de estudiantes graduados). Así, la red de colaboraciones científicas va creciendo de acuerdo con una ley de potencias respecto al número de colaboraciones de cada investigador, en donde los investigadores más reconocidos son también los más conectados (Albert y Barabási 2002). La existencia de leyes de escalamiento en redes sociales, como por ejemplo las redes de formación de opinión, no necesariamente significa que dichas redes estén operando en punto crítico. Sin embargo, cabe preguntarse si la sociedad en su conjunto está en punto crítico, es decir, al borde de una transición entre orden desorden. No lo sabemos. No obstante, hay evidencia de que las redes sociales están en la fase ordenada respecto a la dinámica de formación de opiniones, pero las *fluctuaciones* alrededor de esta fase ordenada (es decir, los cambios de opinión) exhiben dinámicas críticas (Moussaïd *et al.* 2013).

La gran moraleja de las leyes de escalamiento, ya sean generadas por puntos críticos o no, es que los sistemas que las presentan tienen respuestas colectivas a perturbaciones externas y estructuras internas que están lejos de lo que se esperaría por puras interacciones aleatorias. Por eso son importantes. ■

6 Aquí la palabra “complejo” no significa “complicado”. Un sistema complejo es, ante todo, un sistema formado por muchas partes (como un complejo industrial), cada una de las cuales lleva a cabo una función específica. Además, las partes interactúan entre sí y con el entorno de manera no lineal y la dinámica colectiva de todo el sistema presenta propiedades emergentes.

Referencias

- Albert, Réka y Albert-László Barabási. 2002. «Statistical mechanics of complex networks.» *Reviews of Modern Physics*, 74(1): 47-97.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.74.47>
- Aldana, Maximino y Hernán Larralde. 2004. «Phase transitions in scale-free neural Networks: Departure from the standard mean-field universality Class.» *Physical Review E*, 70(6): 1-8.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.70.066130>
- Antonio, Fernando José, Sergio De Picoli, Jorge Juárez Vieira Teixeira, y Renio Dos Santos Mendes. 2014. «Growth patterns and scaling laws governing AIDS epidemic in Brazilian cities.» *PLoS ONE* 9(10): 1-6.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0111015>
- Atallah, Bassam V. y Massimo Scanziani. 2009. «Instantaneous modulation of gamma oscillation frequency by balancing excitation with inhibition.» *Neuron*, 62 (4). Elsevier Ltd: 566-77.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.neuron.2009.04.027>
- Azevedo, Frederico A. C., Ludmila R. B. Carvalho, Lea T. Grinberg, José Marcelo Farfel, Renata E. L. Ferretti, Renata E. P. Leite, Wilson Jacob Filho, Roberto Lent, y Suzana Herculano-Houzel. 2009. «Equal numbers of neuronal and nonneuronal cells make the human brain an isometrically scaled-up primate brain.» *Journal of Comparative Neurology*, 513(5): 532-41.
<http://dx.doi.org/10.1002/cne.21974>
- Bak, P., K. Christensen, L. Danon y T. Scanlon. 2002. «Unified scaling law for eartquakes.» *Physical Review Letters*, 88(17): 10-13.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.178501>
- Barabási, Albert-László y Réka Albert. 1999. «Emergence of scaling in random networks.» *Science*, 286(5439): 509-12.
<http://dx.doi.org/10.1126/science.286.5439.509>
- Beggs, John M. y Dietmar Plenz. 2003. «Neuronal avalanches in neocortical circuits.» *The Journal of Neuroscience : The Official Journal of the Society for Neuroscience*, 23(35): 11167-77.
<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/14657176>
- Boffetta, Guido, Vincenzo Carbone, Paolo Giuliani, Pierluigi Veltri y Angelo Vulpiani. 1999. «Power laws in solar flares: self-organized criticality or turbulence?» *Physical Review Letters*, 83(22): 4.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4662>
- Chialvo, Dante R. 2007. «The brain near the edge.» *Physics*, 1-12.
- Chialvo, Dante R. 2004. «Critical brain networks.» *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 340 (4 SPEC. ISS.): 756-65.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2004.05.064>

- Chialvo, Dante R. 2010. «Emergent complex neural dynamics.» *Nature Physics*, 6 (10). Nature Publishing Group: 744-50.
<http://dx.doi.org/10.1038/nphys1803>
- Churchill, Neil C. 1997. «Of wealth.» *Spring*, 10(L): 123-25.
- Dickinson, Abigail, Myles Jones y Elizabeth Milne. 2016. «Measuring neural excitation and inhibition in autism: Different approaches, different findings and different interpretations.» *Brain Research*, 1648. Elsevier: 277-89.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.brainres.2016.07.011>
- Dickman, Ronald. 2003. «Rain, power laws, and advection.» *Physical Review Letters*, 90 (10): 108701. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.108701>
- Gabaix, Xavier. 2008. *Power laws in economics and finance. Chemistry & biodiversity*, vol. 1. <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.economics.050708.142940>.
- Gabaix, Xavier. 2016. «Power laws in economics: An introduction.» *Journal of Economic Perspectives*, 30(1): 185-206. <http://dx.doi.org/10.1257/jep.30.1.185>
- Gollo, Leonardo L., Osame Kinouchi y Mauro Copelli. 2009. «Active dendrites enhance neuronal dynamic range.» *PLoS Computational Biology*, 5(6): e1000402.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pcbi.1000402>
- Heimpel, M. 1997. «Critical behaviour and the evolution of fault strength during earthquake cycles.» *Nature*, 388: 865-68, agosto.
<http://dx.doi.org/10.1038/42232>
- Hohenberg, P. y B. Halperin. 1977. «Theory of dynamic critical phenomena.» *Reviews of Modern Physics*, 49(3): 435-79.
<http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.49.435>
- Kehrer, Colin. 2008. «Altered excitatory-inhibitory balance in the NMDA-hypo-function model of schizophrenia.» *Frontiers in Molecular Neuroscience*, 1, abril. <http://dx.doi.org/10.3389/neuro.02.006.2008>
- Kinouchi, Osame y Mauro Copelli. 2006. «Optimal dynamical range of excitable networks at criticality.» *Nature Physics*, 2(5): 348-51.
<http://dx.doi.org/10.1038/nphys289>
- Lewis, David A., Takanori Hashimoto y David W. Volk. 2005. «Cortical inhibitory neurons and schizophrenia.» *Nature Reviews. Neuroscience*, 6(4): 312-24.
<http://dx.doi.org/10.1038/nrn1648>
- Liljeros, Fredrik, Christofer R. Edling , L. A. Amaral, H. E. Stanley y Y. Aberg. 2001. «The web of human sexual contacts.» *Nature*, 411(6840): 907-8.
<http://dx.doi.org/10.1038/35082140>
- Liljeros, Fredrik, Christofer R. Edling y Luis a Nunes Amaral. 2003. «Sexual networks: Implication for the transmission of sexually transmitted infection.» *Microbes and Infections*, 5: 189-96.
[http://dx.doi.org/10.1016/S1286-4579\(02\)00058-8](http://dx.doi.org/10.1016/S1286-4579(02)00058-8)
- Maass, Wolfgang. 1997. «Networks of spiking neurons: The third generation of

- neural network models.» *Neural Networks*, 10(9): 1659-71.
[http://dx.doi.org/10.1016/S0893-6080\(97\)00011-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0893-6080(97)00011-7)
- Manson, S. C., C. Wegner, M. Filippi, F. Barkhof, C. Beckmann, O. Ciccarelli, N. De Stefano, *et al.* 2008. «Impairment of movement-associated brain deactivation in multiple sclerosis: Further evidence for a functional pathology of interhemispheric neuronal inhibition.» *Experimental Brain Research*, 187(1): 25-31. <http://dx.doi.org/10.1007/s00221-008-1276-1>
- McCulloch, W. S. y W Pitts. 1943. «A logical calculus of the idea immanent in nervous activity.» *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5: 115-33.
<http://dx.doi.org/10.1007/BF02478259>
- Moussaïd, Mehdi, Juliane E. Kämmer, Pantelis P. Analytis y Hansjörg Neth. 2013. «Social influence and the collective dynamics of opinion formation.» *PLoS ONE*, 8(11). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0078433>
- Nicolini, Carlo y Angelo Bifone. 2016. «Modular Structure of brain functional networks: Breaking the resolution limit by surprise.» *Scientific Reports*, 6, enero. Nature Publishing Group: 19250. <http://dx.doi.org/10.1038/srep19250>
- Ogwang, Tomson. 2011. «Power laws in top wealth distributions: Evidence from Canada.» *Empirical Economics*, 41(2): 473-86.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00181-010-0384-5>
- Parnell, C. E., C. E. DeForest, H. J. Hagenaar, B. A. Johnston, D. A. Lamb y B. T. Welsch. 2009. «A power-law distribution of solar magnetic fields over more than five decades in flux.» *The Astrophysical Journal*, 698(1): 75-82.
<http://dx.doi.org/10.1088/0004-637X/698/1/75>
- Pastor-Satorras, Romualdo y Alessandro Vespignani. 2001. «Epidemic spreading in scale-free networks.» *Physical Review Letters*, 86(14): 3200-3203.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.3200>
- Peters, Ole, Christopher Hertlein y Kim Christensen. 2001. «A complexity view of rainfall.» *Physical Review Letters*, 88(1): 18701.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.018701>
- Peters, Ole, y J. David Neelin. 2006. «Critical phenomena in atmospheric precipitation.» *Nature Physics*, 2: 5, junio. <http://dx.doi.org/10.1038/nphys314>
- Plenz, Dietmar y Tara C. Thiagarajan. 2007. «The organizing principles of neuronal avalanches: Cell assemblies in the cortex?» *Trends in Neurosciences*, 30(3): 101-10. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tins.2007.01.005>
- Ramos-Fernández, Gabriel, José L. Mateos, Octavio Miramontes, Germinal Cocho, Hernán Larralde y Bárbara Ayala-Orozco. 2004. «Lévy walk patterns in the foraging movements of spider monkeys (*Ateles geoffroyi*).» *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 55(3): 223-30.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00265-003-0700-6>
- Rubenstein, J. L. R. y M. M. Merzenich. 2003. «Model of autism: Increased ratio

- of excitation/inhibition in key neural systems.» *Genes, Brain, and Behavior*, 2(5): 255-67. <http://dx.doi.org/10.1046/j.1601-183X.2003.00037.x>
- Russo, R., H. J. Herrmann y L. de Arcangelis. 2014. «Brain modularity controls the critical behavior of spontaneous activity.» *Scientific Reports*, 4: 4312. <http://dx.doi.org/10.1038/srep04312>
- Schweizer, Tom A., Karen Kan, Yuwen Hung, Fred Tam, Gary Naglie y Simon J. Graham. 2013. «Brain activity during driving with distraction: An immersive fMRI study.» *Frontiers in Human Neuroscience*, 7: 53, febrero. <http://dx.doi.org/10.3389/fnhum.2013.00053>
- Shew, Woodrow L., Hongdian Yang, Shan Yu, Rajarshi Roy y Dietmar Plenz. 2011. "Information capacity and transmission are maximized in balanced cortical networks with neuronal avalanches." *The Journal of Neuroscience : The Official Journal of the Society for Neuroscience*, 31(1): 55-63. <http://dx.doi.org/10.1523/JNEUROSCI.4637-10.2011>
- Spagat, M., N. F Johnson, J. A. Restrepo, O Becerra, J. C Bohórquez, E. M Restrepo y R Zarama. 2006. «Universal patterns underlying ongoing wars and terrorism.» *ArXiv*, 1-69. <http://personal.rhul.ac.uk/uhte/014/Research.htm>
- Stanley, H. Eugene. 1999. «Scaling, universality and renormalization: Three pillars of modern critical phenomena.» *Reviews of Modern Physics*, 71(2): S358-66. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.71.S358>
- Strogatz, Steven H. 2001. «Exploring complex networks.» *Nature*, 410(6825): 268-76. <http://dx.doi.org/10.1038/35065725>
- Tjørve, Even y Kathleen M. C. Tjørve. 2017. «Species-area relationship.» *eLS*, 1921: 1-9. <http://dx.doi.org/10.1002/9780470015902.a0026330>
- Torres-Sosa, Christian, Sui Huang y Maximino Aldana. 2012. «Criticality is an emergent property of genetic networks that exhibit evolvability.» *PLoS Computational Biology*, 8(9). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pcbi.1002669>
- van Vreeswijk, C. y H. Sompolinsky. 1996. «Chaos in neuronal networks with balanced excitatory and inhibitory activity.» *Science*, 274 (5293): 1724-26, (New York, N.Y.). <http://dx.doi.org/10.1126/science.274.5293.1724>
- West, Geoffrey B. 1999. «The origin of universal scaling laws in biology.» *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 263(1-4): 104-13. [http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371\(98\)00639-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0378-4371(98)00639-6)
- Wilson, Kenneth G. 1983. «The renormalization group and critical phenomena.» *Reviews of Modern Physics* 55(3): 583-600. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.55.583>.
- Witelson, S. F., I. I. Glezer y D. L. Kigar. 1995. «Women have greater density of neurons in posterior temporal cortex.» *The Journal of Neuroscience*, 15(5 Pt 1): 3418-28. <http://dx.doi.org/10.1016/j.neuroimage.2004.05.007>

Yizhar, Ofer, Lief E Fenno, Matthias Prigge, Franziska Schneider, Thomas J. Davidson, Daniel J. O'Shea, Vikaas S. Sohal *et al.* 2011. «Neocortical excitation/inhibition balance in information processing and social dysfunction.» *Nature*, 477(7363). Nature Publishing Group: 171-78.
<http://dx.doi.org/10.1038/nature10360>

Ruben Fossion,* Ariel Sáenz–Burrola,** Leonardo Zapata–Fonseca***

On the stability and adaptability of human physiology: Gaussians meet heavy-tailed distributions[◊]

Sobre la estabilidad y adaptabilidad de la fisiología humana: la gaussiana se encuentra con distribuciones de cola pesada

*Health is defined as the equality of rights of the functions,
wet–dry, cold–hot, bitter–sweet and the rest;
but single rule of either pair is deleterious.
Thus, inequality of power leads to tyranny in
a political system and disease in the body.*

Greek physician/philosopher Alcmaeon of Croton (500 BCE)
Excerpt from G. E. Billman (2013)

Abstract | Recent technological advances allow to monitor in baka non-invasive and continuous way a wide variety of physiological variables. A surprise of the last few decades is that most — if not all — of these variables are always fluctuating, even when the monitored subject is in resting conditions, and the general interpretation is that the statistics

Recibido: 19 de octubre de 2017.

Aceptado: 4 de marzo de 2018.

*Instituto de Ciencias Nucleares, Centro de Ciencias de la Complejidad (C3), Universidad Nacional Autónoma de México.

**Plan de Estudios Combinados en Medicina (PECEM, MD/PhD), Facultad de Medicina, Universidad Nacional Autónoma de México.

***C3, PECEM, MD/PhD, Facultad de Medicina, Universidad Nacional Autónoma de México.

[◊]*Acknowledgements:* We acknowledge financial support from the Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) grant IA105017 from the Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), from the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) grant CB-2011-01-167441, and the Newton Advanced Fellowship awarded to R.F. by the Academy of Medical Sciences through the UK Government's Newton Fund programme. We also acknowledge the Conacyt Thematic Network on Medical Physics administered by María-Ester Brandan that organized the Advanced Workshop on Data Analysis in Hotel Hacienda Cocoyoc, Juatepec, Morelos, México, June 19-22 2017, during which part of this contribution was written. We are grateful to Jean Pierre Fossion, Alejandro Frank, Christopher Stephens, Bruno Estañol, Ana Leonor Rivera, Juan Claudio Toledo-Roy, Octavio B. Lecona and Lesli Álvarez Millán for fruitful discussions, and to Pedro Miramontes for his kind invitation to contribute to this number of INTERdiscipline.

Correo electrónico: ruben.fossion@nucleares.unam.mx

of these fluctuations reflect the dynamics of the underlying regulatory mechanisms. The objective of the present contribution is to offer an explanation why a large variability may be a signature of good health for some variables, e.g., heart rate variability, whereas it is interpreted as a risk factor for other variables, like blood pressure variability. Control theory suggests that variables may be classified into 2 categories, depending on the roles they play in the regulatory mechanism, and we argue that the statistics of the corresponding time series may reflect these different functions. We illustrate with experimental time series that regulated variables, such as blood pressure and core temperature, which are to be maintained within a restricted range around a predefined setpoint, correspond to time series that obey a normal (Gaussian) distribution with small variability around a representative average value. On the other hand, effector variables, such as heart rate and skin temperature, oppose or adapt to a multitude of perturbations from the environment, and we show that the corresponding time series exhibit a large variability and obey heavy-tailed distributions that may span various scales. With ageing and/or chronic degenerative disease, effector variables lose variability and adaptive capacity and consequently regulated variables lose stability and become more variable. Although the above results on the variability of time series have been obtained for the specific case of human physiology, they may be applicable as well to other complex dynamical systems where regulatory control mechanisms are active.

Keywords | control theory, homeostasis, continuous monitoring, time series, fractals, complexity, resilience, robustness, stability, adaptability, early-warning signals, loss of complexity hypothesis.

Resumen | Los avances tecnológicos recientes permiten monitorizar de forma continua y no invasiva una amplia variedad de variables fisiológicas. Una sorpresa de las últimas décadas es que la mayoría si no todas de estas variables siempre fluctúan, incluso cuando el sujeto monitoreado se encuentra en condiciones de reposo, y la interpretación general es que las estadísticas de estas fluctuaciones reflejan la dinámica de los mecanismos subyacentes. El objetivo de la presente contribución es ofrecer una explicación de por qué una gran variabilidad puede ser una firma de buena salud para algunas variables, por ejemplo, la variabilidad de la frecuencia cardíaca, mientras que se interpreta como un factor de riesgo para otras variables, por caso, la variabilidad de la presión arterial. La teoría de control sugiere que las variables se pueden clasificar en 2 categorías, dependiendo de los roles que desempeñan en el mecanismo regulatorio, y argumentamos que las estadísticas de las series de tiempo correspondientes pueden reflejar estas funciones diferentes. Ilustramos con series temporales experimentales que las variables reguladas, como la presión arterial y la temperatura central, que deben mantenerse dentro de un rango restringido alrededor de un punto de ajuste predefinido, corresponden a series temporales que obedecen a una distribución normal (gaussiana) con una pequeña variabilidad alrededor de un representante valor promedio. Por otro lado, las variables efectoras, como la frecuen-

cia cardíaca y la temperatura de la piel, se oponen o se adaptan a una multitud de perturbaciones del entorno, y mostramos que las series de tiempo correspondientes muestran una gran variabilidad y obedecen a las distribuciones de cola pesada que pueden abarcar varias escamas. Con el envejecimiento y/o la enfermedad degenerativa crónica, las variables efectoras pierden variabilidad y capacidad de adaptación y, por consiguiente, las variables reguladas pierden estabilidad y se vuelven más variables. Aunque los resultados anteriores sobre la variabilidad de las series de tiempo se han obtenido para el caso específico de la fisiología humana, pueden ser aplicables también a otros sistemas dinámicos complejos donde los mecanismos de control regulatorio están activos.

Palabras clave | teoría de control, homeostasis, monitoreo continuo, series temporales, fractales, complejidad, resiliencia, robustez, estabilidad, adaptabilidad, señales de alerta temprana, hipótesis de pérdida de complejidad.

Introduction

IT CAN BE argued that many — if not most — of the contemporary world problems are related to the resilience of complex dynamical systems: we are worried about global warming, the globalization of economic markets, the increasing international coupling of electrical power grids, the degradation of the environment, world population ageing etc., and we would like to predict (and hopefully prevent!) irreversible climate change, global financial crises, massive power black-outs, mass species extinctions and the ever increasing prevalence of chronic-degenerative disease (Zolli and Healy 2013). All of the above systems are examples of *complex systems*, consisting of many interconnected components, and where typically new *systemic properties* emerge that are not contained in the local interactions between the individual components (Erdi 2008; Fossion & Zapata-Fonseca 2015 y 2018). To study these collective properties, complexity sciences have developed a toolkit containing network analysis, data mining, and time-series analysis and other techniques. One specific example of a collective property is *resilience*, which is not so easy to understand and even more difficult to quantify; it is the antonym of *fragility*, and it can loosely be understood as the combination of *robustness* and *adaptability* to withstand and/or adjust to perturbations from the external environment (Scheffer 2009; Zolli and Healy 2013).

Human physiology, or the dynamics of human health, is a good example of a complex system (Cocho 2015). In the last few years, medical specialists have also come to the conclusion that the global health state of the human body, or its degeneration, is a systemic property and that some *frailty* index is needed that integrates functional, epidemiological, emotional, cognitive and social aspects, which is not an easy task (Rockwood *et al.* 2005; Fried *et al.* 2009; Fossion 2010). Claude Bernard, a French physiologist (1813-1878), noted the remarkable

stability of the human body where certain parameters of the internal environment such as core temperature, blood pressure and body water volume are maintained constant and independent from variations in the outside environment (Bernard, 1878). The American physiologist Walter Cannon (1871-1945) identified specialized regulating mechanisms in the human body that react to and correct for interior and exterior perturbations and coined the term *homeostasis* (from the Greek words ὁμοιος “similar” and στάσις “standing still” to mean together “staying similar”) (Cannon 1932). The Jewish-American mathematician Norbert Wiener (1894-1964), the Mexican physiologist Arturo Rosenblueth (1900-1970) and collaborators developed the field of *cybernetics* (from κυβερνήτης “governor”), the mathematical theory of regulating and communication mechanisms in animals and in machines (Wiener, 1961), which was later incorporated into the field of *control theory* (Tewari 2002; Åström and Murray 2008; Erdi 2008). Homeostasis is part of Darwinian evolution, does already play a role in unicellular lifeforms such as bacteria, and has become increasingly more complex since these single cells clustered together to form multicellular organisms. Individual cells floating in the ocean have direct access to nutritional substances that are more or less homogeneously dissolved into the water. In contrast, specialized cells inside of multicellular organisms need distributing and controlling mechanisms to provide nutrients and to carry waste products away; these homeostatic mechanisms create a constant internal environment that is reminiscent of the primordial ocean and create an independence from the outside environment allowing the organism to colonize new habitats (Schulte, Kunter and Moeller 2015).

When technological advances first allowed to monitor physiological variables in a continuous way, it came as a surprise that most — if not all — of these variables are always fluctuating, even when the monitored subject is in a resting condition, and it is generally accepted that the statistics of these fluctuations in some way reflects the dynamics of the underlying regulating processes, although it is not always clear whether these mechanisms are homeostatic or chaotic (Goldberger 1991; Goldberger *et al.* 2002). In some cases, a large variability is interpreted as a signature of good health, such as in the case of heart rate variability (Malik *et al.* 1996), whereas in other cases it has been found to represent a risk factor, such as in the case of blood pressure variability (Parati *et al.* 2013). In literature, at least two different frameworks have been proposed to explain the phenomenology of the fluctuations of time series of complex dynamical systems: (i) the *loss of complexity* hypothesis of Lipsitz & Goldberger (1992) which proposes that complex correlations and variability are characteristics of health which are increasingly lost with ageing and disease, and (ii) the paradigm of *early-warning signals* which suggests that an increase in the vari-

ability and correlations of the time series might indicate an impending collapse of the dynamical system (Scheffer 2009), and both hypotheses appear to contradict each other. The objective of the present contribution is to explain homeostasis from the point of view of physiological time series, and — inspired by control theory — to offer an intuitive explanation for the phenomenology of the variability of time series.

Non-invasive continuous physiological monitoring: time series, distributions and dynamics

Physiological variables may exhibit very distinct statistics, depending on the specific variable that is being measured and whether the statistics is studied over a group of individuals or over time in a single individual. Group-averaged biological or medical measures of individuals, such as weight, height, cerebral volume, cholesterol levels, blood pressure, pulmonary capacity, intellectual quotient, depression levels and personality traits, tend to behave as a normal (Gaussian) distribution,

$$P(x) \propto e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

and the 2 parameters of mean μ and standard deviation σ are sufficient to characterize the distribution. Like the normal distribution, exponential functions,

$$P(x) \propto e^{-\lambda x}, \quad (2)$$

decay rapidly and restrict the variable x to a single specific scale around the average of the distribution. Additional parameters such as skewness and kurtosis have been introduced to describe deviations from the normal distribution (Lane 2013; Fossion *et al.* 2013). Other variables, however, have distributions with long/heavy tails that may span various orders of magnitude such that single-scale parameters such as the above are not meaningful to describe the distribution, and the data may behave in a fractal way (Liebovitch, Scheurle 2000). One example of a heavy-tailed distribution is the lognormal distribution as in the case of the incubation time of infectious diseases; here, log-transformed variables can be studied, which by definition behave Gaussian (Limpert, Stahel and Abbt 2001.), *i.e.*,

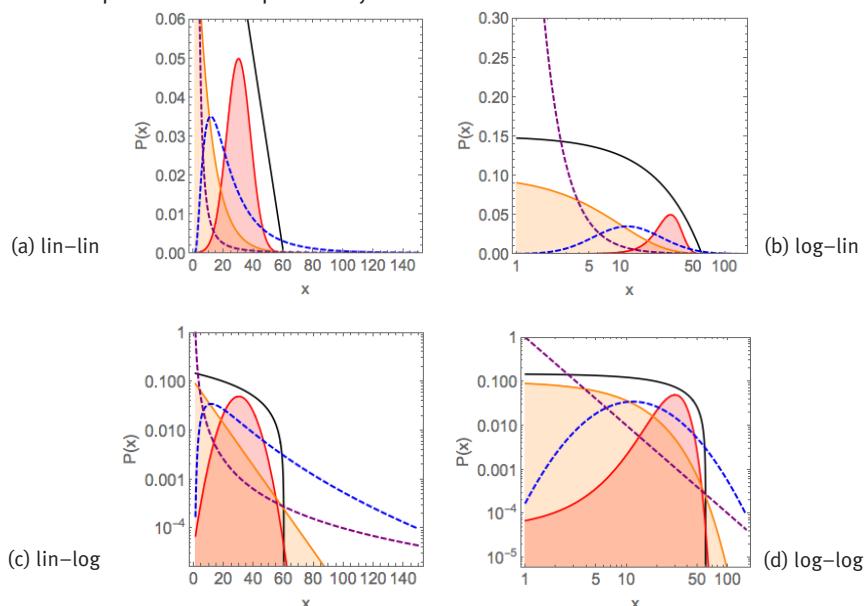
$$P(\log x) \propto e^{-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

Another example of a heavy-tailed distribution are power laws,

$$P(x) \propto \frac{1}{x^\beta} \quad (4)$$

such as the time evolution of acidity of the oesophagus or the stomach in individual subjects (Gardner *et al.* 2004). A visual way to distinguish between these different distributions is by plotting the data in different scales (figure 1). Both exponential functions and power laws appear as curves in a linear–linear scale. Exponential functions behave linearly when represented in a linear–logarithmic scale, *i.e.*, $\log[P(x)] \propto -\lambda x$. Power laws behave linearly in a double–logarithmic scale, *i.e.*, $\log[P(x)] \propto -\beta \log(x)$. Typical for normal or exponential distributions is their rapid decay, such that they are restricted to a single scale and the average and the standard deviation are representative for the whole distribution, whereas heavy-tailed distributions such as log–normals or power laws decay more slowly, may span various scales, and there is no single characteristic value for the distribution.

Figure 1. Examples of common probability distribution functions.



Note: Linear $P(x) \propto -mx$ (black curve), Gaussian/normal $P(x) \propto \exp[-(x - \mu_1)^2/(2\sigma_1^2)]$ (red shaded curve), exponential $P(x) \propto \exp(-\lambda x)$ (orange shaded curve), lognormal $P[\log(x)] \propto \exp[-(\log(x) - \mu_2)^2/(2\sigma_2^2)]$ (blue dashed curve) and power law $P(x) \propto 1/x^\alpha$ (purple dashed curve). Shown in (a) linear–linear scale, (b) logarithmic–linear scale, (c) linear–logarithmic scale and (d) logarithmic–logarithmic scale. (2010). Parameters used here are: $m = 0.0025$, $\mu_1 = 30$, $\sigma_1 = 8$, $\lambda = 0.1$, $\mu_2 = 3$, $\sigma_2 = 0.75$ and $\alpha = 1$. Source: Created by the authors based on Kello *et al.* (2010).

In the present contribution, we are interested in the statistical properties of data of the non-invasive continuous monitoring of physiological variables, i.e., *time series*, which are thought to reflect the dynamics of the underlying regulating mechanisms (Goldberger 1991; Goldberger *et al.* 2002). Measurement devices capable of continuous physiological monitoring are becoming ubiquitous, not only in the specialized medical world (figure 2), but also in the consumer market with a wide variety of fitness trackers, smartphones, smart-watches and dedicated applets for data collection, analysis and visualization (see panels (a) and (b) of figure 3), and allow to monitor a wide variety of physiological variables, such as, e.g., blood oxygen saturation (SpO_2) (Chaudhary *et al.* 1998), blood glucose (Churruca *et al.* 2008), gastro-oesophageal acidity (Gardner *et al.* 2005), brain signals (Garrett *et al.* 2013), gait (Hausdorff 2005), heart rate (Malik *et al.* 1996), blood pressure (Parati *et al.* 2013), breathing (Papaoannou, Pneumatikos 2012), skin temperature (Varela *et al.* 2005; Fossion *et al.* 2017a), core body temperature (Kelly, 2006a y 2006b), electrodermal activity (Visnovcova *et al.* 2016), equilibrium and balance function (Yamagata *et al.* 2017) and physical activity (actigraphy) (Ivanov *et al.* 2007; Hu *et al.* 2009a y 2009b; Fossion *et al.* 2017b).

The most obvious way to evaluate physiological time series is in response to particular conditions or stimuli. Panel (c) of figure 3 shows the example of the stressful event of giving a talk in public during a congress. Heart rate in rest in a healthy young adult, either lying supine or sitting, should be in the range 60–100 beats per minute (bpm); heart rate <60 bpm is called bradycardia and the blood circulation is not sufficient to carry about nutrients through the whole body; heart rate >100 bpm in rest is called tachycardia and can be dangerous if chronic, on the other hand, a temporal rise in heart rate because of acute stress is part of the normal physiological response. Here, it can be seen that already before the beginning of the talk heart rate was high and close to tachycardia in nervous anticipation; heart rate rose with +20 bpm immediately at the start of the talk, relaxed for a moment with -30 bpm at the end of the talk but rose again with +20 bpm at the start of the questions, and relaxed with the large amount of -60 bpm immediately after both talk and questions had finished and the subject could take his seat again off stage. Sweating is also part of the stress response, but in the present case it is delayed with respect to the heart rate response, starting when the talk was already halfway and only diminishing after the talk had already ended; there is also a certain correlation with skin temperature, where stress induces lower temperatures and relaxation is associated to higher temperatures (because of vasoconstriction and vasodilatation, respectively, see forward example 2: Body temperature homeostasis).

Figure 2. Specialized monitoring equipment.

(a) ABPM50



(b) Thermochron iButton

Note: (a) ambulatory blood pressure monitoring device CONTEC ABPM50, (b) continuous temperature monitoring device Maxim Thermochron iButton DS1922L (“Thermochron8k”).

Source: Reproduced from the commercial webpages of (a) CONTEC Medical Systems Co. Ltd. (<http://www.contecmed.com>) and (b) Maxim Integrated (<https://www.maximintegrated.com/en.html>).

Figure 3. Commercial smartwatch BASIS Peak.

(a) smartwatch (front side)



(b) smartwatch (back side)



(c) physiological monitoring

Note: Shown are (a) front side of the watch with the time display, (b) back side of watch with the sensors, (c) continuous monitoring of a healthy young adult during the stressful event of giving a talk in public with physiological time series of heart rate (units bpm, red curve), skin temperature T (units in °C, dark blue curve), sweating (units gsr, light grey-blue curve), walking step rate (units in steps/min, green curve) and total (rest+active) calorie burning rate (kCal/min, orange curve), sample rate is $f = 1/\text{min}$.

Source: (a, b) Reproduced from the commercial webpage of BASIS Peak that was sadly discontinued by the end of December 2016; (c) created by the authors.

When monitoring is realized over various hours or even successive days, it may not be possible to correlate the behaviour of each specific detail of the time series with a particular event. On the other hand, the statistics of the time series should reflect the physiological responses to the stimuli received during the monitoring period, and specialized techniques from time-series analysis can be applied to quantify many different aspects of the statistics. Figure 4 shows the continuous monitoring of heart rate, skin temperature, sweating and step rate over 3 different time spans. At the time scale of 24 hours, see panel (a), there is an obvious difference between day and night, where during the day heart rate is higher (because of physical activity) and skin temperature tends to be lower (because of vasoconstriction), whereas during the night heart rate is lower (because of rest) and skin temperature tends to be higher (because of vasodilatation). Apart from these overall features, all variables show rapid fluctuations that reflect physiological responses to many different stimuli. The behaviour is not regular or predictable, and there are correlations in the time series that in principle may be used to quantify the health state of the corresponding physiological mechanism. At the time scale of 2 weeks, see panel (b), heart rate and step rate show the physiological response to the periodic alternation of day and night, called a *circadian* cycle; this periodicity is also present in skin temperature, although somewhat less clearly, but does not appear to be present in the sweating time series. At the time scale of 1 year, see panel (c), all patterns seem to be lost, and the time series of all variables appears to be featureless white noise (*i.e.*, a random time series without correlations).

Figure 5 shows a Fourier spectral analysis of 1 year of the heart rate data of figure 4(c), where the whole time series is decomposed as the sum of periodic components with different frequencies f and where according to the Parsival theorem,

$$\sigma^2 = \int_{f_{min}}^{f_{max}} P(f) df \quad (5)$$

each component with frequency f is responsible for a partial variance $P(f)$ of the total variance σ^2 of the original time series (Zapata-Fonseca *et al.* 2016; Fossion *et al.* 2017b). Spectral analysis is one way to quantify several of the aspects of the time series that we observed using visual inspection in the previous paragraph. Panel (a) shows the Fourier power spectrum, where the components have been ordered according to frequency f and the power spectrum is represented in double logarithmic scale. There is a dominant peak at $f = 1/\text{day}$ (and higher harmonics $f = 2/\text{day}$, $4/\text{day}$, etc.), at least 2 orders of magnitude larger whatever other component of the power spectrum, and it corresponds to the circadian rhythm. There is another, but less dominant, peak at $f = 1/\text{week}$, corresponding

to the periodic rhythm of the week-weekend cycle. There appear to be 2 different scaling regions, one at *infradian* scales, $1/\text{year} < f < 1/\text{day}$, which behaves as a power law $P(f) \propto 1/f^\beta$ with $\beta = 0$, and is suggestive of white noise, and another scaling region at *ultradian* scales, $f > 1/\text{day}$, which behaves as a power law with $\beta = 1$, and might indicate random but complex correlations ($1/f$ noise). Fourier power spectra of experimental time series can be quite noisy and it might not be straightforward to realize a linear fit in log-log scale to extract the power-law exponent β . A useful alternative is to represent the results of the spectral analysis in a so-called *scree diagram or Zipf plot* $P(k)$, see panel (b), where the components are ordered according to magnitude, and the graph is usually represented in double logarithmic scale. Here also, the dominant components to the left-hand side tend to correspond to large time scales (small frequencies), and the less dominant components to the right-hand side tend to correspond to small time scales (high frequencies). The “steps” at the dominant side of the *scree diagram* indicate periodicities; at least 2 steps are visible, the first one corresponds to the circadian cycle and the second one to a higher harmonic. The linear parts of the *scree diagram* in log-log scale correspond to power laws, with similar behaviour as in the power spectrum representation, but now with less dispersion.

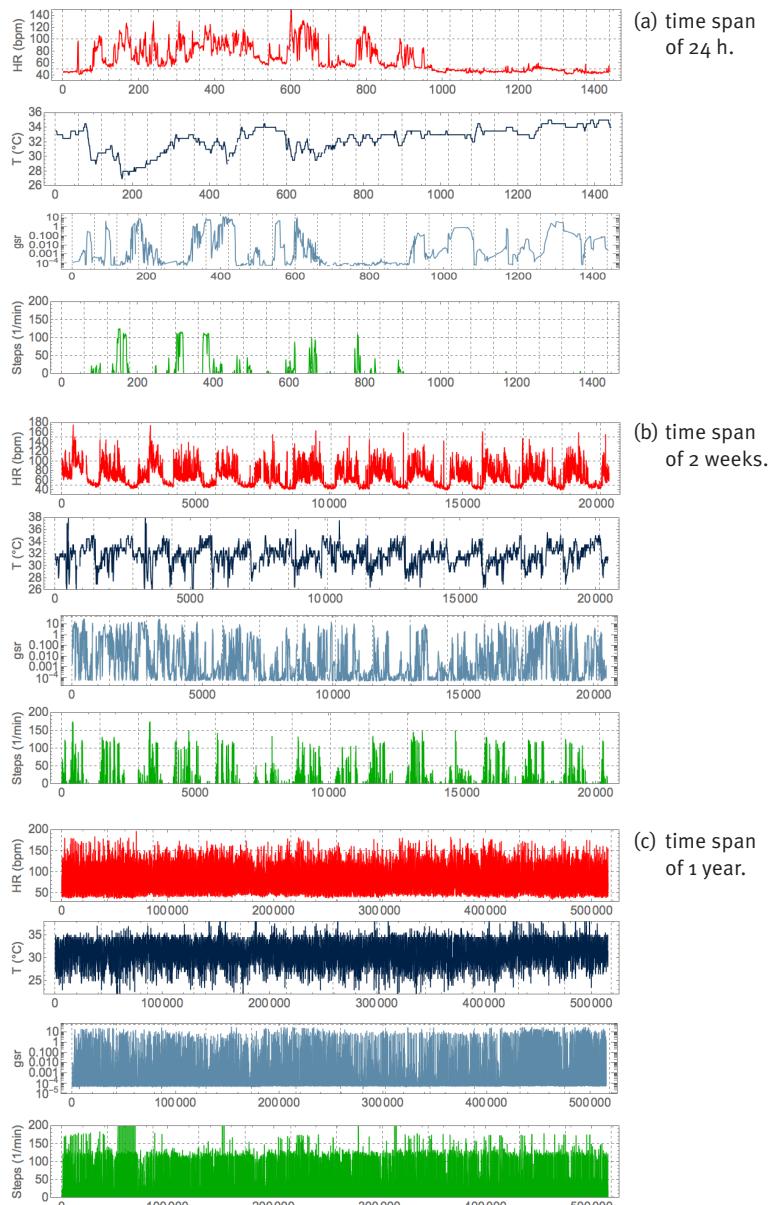
Let us now compare the statistics of different physiological variables. Figure 6(a) compares the Fourier *scree diagrams* for heart rate, skin temperature, sweating and steps. The steeper slope of the *scree diagrams* of heart rate and skin temperature suggests the presence of strong correlations, whereas the almost flat behaviour of the *scree diagrams* of steps and sweating is suggestive of an almost absence of correlations at most time scales. Figure 6(b) shows the probability distribution of the fluctuations X' of time series X around its average μ and expressed as a percentage of μ ,

$$X' = 100 \frac{X - \mu}{\mu} \quad (6)$$

for heart rate, skin temperature and step rate. These variables are characterized by very different probability distributions. Skin temperature corresponds to a narrow probability distribution with small fluctuations around the mean. Heart rate corresponds to a very asymmetric distribution with a tail towards large heart rate accelerations. Step rate corresponds to a wide Gaussian distribution and large fluctuations around the mean.

The previous paragraphs have illustrated that the phenomenology of physiological time series is very rich, depending on the specific variable and on the particular time scales that are studied. The rest of the present contribution will be dedicated to explore the general patterns that may explain part of this phenomenology.

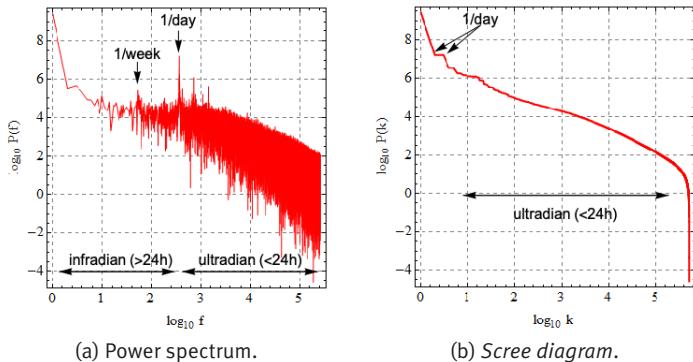
Figure 4. Non-invasive and continuous physiological monitoring by the commercial smartwatch BASIS Peak for periods.



Note: Peak of periods of (a) 24h (with vertical gridlines at 1h intervals), (b) 2 weeks (with vertical gridlines at 24h intervals), (c) 1 year (with vertical gridlines at 1 month intervals). Units, colours, variables and sample rate as explained in figure 3.

Source: Created by the authors.

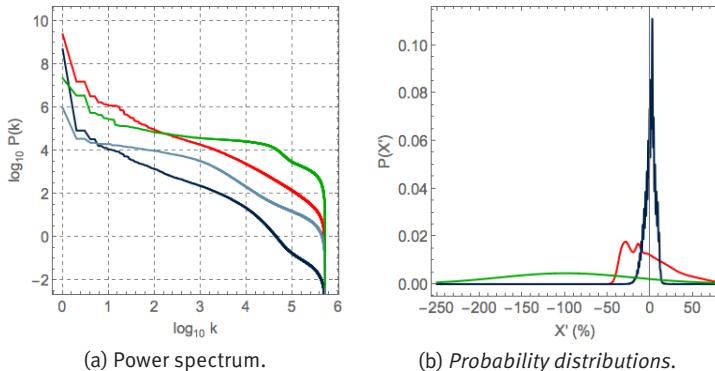
Figure 5. Fourier spectral analysis of the 1-year heart rate (HR) time series of figure 4(c).



Note: Represented as (a) power spectrum with components ordered according to frequency, and (b) scree diagram with components ordered according to magnitude. Frequency in units of number of oscillations during the whole time series.

Source: Created by the authors.

Figure 6. Statistics of 1-year time series of the variables of figure 4(c).



Note: (a) Scree diagram of Fourier spectral analysis, $P(k)$, and (b) probability distribution $P(X')$ of fluctuations X' according to eq. (6). Units, colours, variables and sample rate as explained in figure 3.
 Source: Created by the authors.

Time-series analysis to explore the dynamics of homeostatic regulation mechanisms

Living organisms in general, and animals in particular, are embedded in two environments: an internal and an external one. Claude Bernard proposed the *constancy of the internal environment* as a means for the organism to gain *independence* from the external environment. These notions, although they might suggest a static description of life, are quite the opposite. Cannon proposed that living organisms are constantly adapting to perturbations from the external and

the internal environment, at different temporal and spatial scales, to preserve the property of being alive (Boron & Boulpaep 2012). This multi-scale character is characteristic for human physiology, as well as in the misbehaviour of it, *i.e.*, human pathology. For instance, the human body comprises different organ systems, which in turn are composed of individual organs made of tissues, defined as conglomerates of specialised cells. At an even smaller level, the cells also show hierarchical organisation ranging from subcellular structures to the very basic molecules that conform the genome. Therefore, clinical medicine has developed many areas of specialisation for studying the different elements of this complex physiological system. However, the human body is anything but fragmented. It is rather an integrated living system, in which regulatory process are continuously exchanging information across many levels, and it is precisely when such interactions are disrupted that disease is brought forth. The dynamics of these homeostatic regulatory processes have been thoroughly studied by physiologists and it is a concept present in the everyday medical practice. For example, a common way for assessing the integrity of the human body functioning are the so-called *vital signs*, which are proxies of the physiological state of the vital parameters controlled by different homeostatic mechanisms. Consistent with the different scales that were mentioned before, homeostasis can also occur at different levels. At the largest scale (the whole body), one of the most important regulation are those of the blood volume and blood pressure, both vital parameters. Otherwise, the blood would not reach all the tissues of all the organs and systems, leading to a state of shock, clinically defined as a life-threatening condition that occurs when the body is not getting enough blood flow. Such lack of blood flow implies a reduction of the homeostatic supply of the oxygen and nutrients, components that all tissues from all the organs and systems require for functioning properly (Boron & Boulpaep 2012). Another scale of analysis is the one that Bernard called the internal environment (currently known as the extracellular fluid). Here, the tightly controlled vital parameters include: body core temperature; plasma levels of oxygen, glucose, potassium ions, calcium ions, and hydrogen ions (Boron & Boulpaep 2012). At the microscopic level (the single cell), homeostatic processes are also constantly happening, such as the regulation of the intra-cellular volume, and the concentration of many inorganic ions (*e.g.* Na^+ , Ca^{2+} , H^+), and energy levels (*e.g.* ATP) (Boron & Boulpaep 2012).

According to control theory and physiology, physiological variables that participate in homeostatic regulatory mechanisms can be divided into 2 types, see table 1 and figures 7 & 9 and the corresponding references. *Regulated variables*, such as blood pressure and core body temperature, are to be maintained within a restricted range around a predefined setpoint. *Effector variables* and the corresponding *physiological responses*, such as heart rate and skin tempera-

ture, adapt to or oppose perturbations from the environment aiming to maintain the regulated variables as constant as possible. The main anatomical difference between both types of variables is that the regulated variables have their own specialized sensors that measure at each time point the value of that variable x and the error signal of the deviation from the setpoint $e(t) = x(t) - x_0$ which activates physiological responses from the effector variables if the error $e(t)$ grows to large. Effector variables, on the other hand, do not have specialized sensors that participate in the control mechanism. In the following, we will illustrate the dynamics of blood pressure homeostasis and body temperature homeostasis using time series of the associated variables.

Example 1: Blood pressure homeostasis

From the homeostatic standpoint, blood pressure (henceforth, BP) is an example of a controlled variable which must be maintained within a restricted range of values near a setpoint of 120 mmHg (for the systolic BP), and 80mmHg (for the diastolic BP). Blood pressure is one of the so-called vital signs given that its adequate regulation is mandatory for proper organ perfusion (amount of oxygen delivered to the tissues). Blood pressure is defined as the force of the blood against the walls of the arteries. Importantly, blood volume (intravascular liquid) is crucial for such pressure to exist. Additionally, the heart is responsible for pumping

Table 1. Homeostatic regulation mechanisms consist of a *regulated* variable that is to be maintained within a restricted range around a setpoint and one or more *effector* variables that oppose perturbations from the environment.

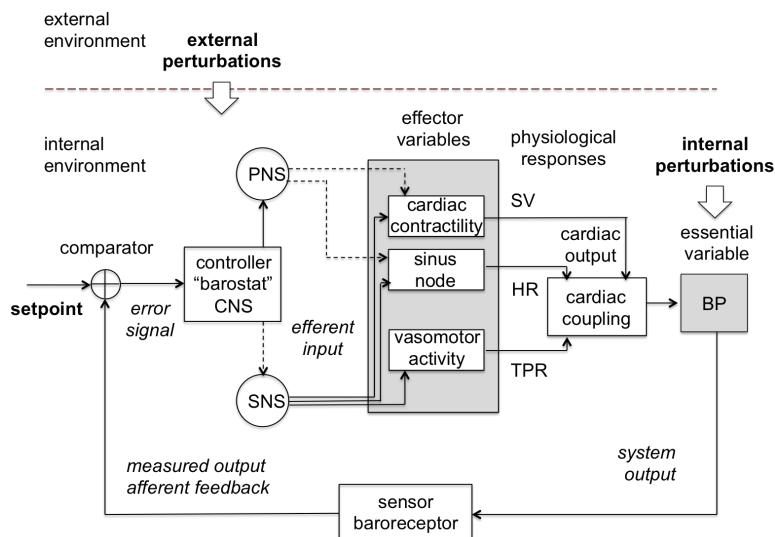
Homeostatic mechanism	Regulated variable	Normal range/value	Sensor (location)	Control centre (location)	effectors	Effector response
Blood pressure homeostasis	Systolic blood pressure (SBP) & diastolic blood pressure (DBP)	90-120 mmHg (SBP) 60-80 mmHg (DBP)	Mechano-sensors (carotid sinus and aortic arch)	medulla	Heart Blood vessels	Heart rate, peripheral resistance, stroke volume, cardiac contractility
Body emperature homeostasis	Core body temperature	36–37.5°C	Thermosensor (hypothalamus)	hypothalamus	Blood vessels, sweat glands, skeletal muscles	Peripheral resistance, sweating rate, shivering

Source: Created by the authors based on Model *et al.* (2015) and Fossion *et al.* (2018a, 2018b).

the blood through the network of vessels in such a way that the exerted force of the blood against the walls of the vessels is sufficient for blood pressure to be tightly controlled. Moreover, arterial vessels are constantly adjusting their diameter to maintain the blood pressure under control, and ultimately supply the organs with adequate amounts of blood; therefore, vasoconstriction and vasodilation are dynamical mechanisms that also play a crucial role for the regulation of blood pressure. The regulatory mechanism of blood pressure and volume has different components that act at different time scales and through different modalities (Boron & Boulpaep 2012; Clancy & McVicar 2013), (figure 7).

- Short-term (seconds to minutes): there are specialized mechanoreceptors in the carotid sinus and aortic arch, called baroreceptors, that are sensitive to the stretching of the walls of the blood vessels. When stimulated (usually by a blood pressure increase or decrease), they send a signal via nerves of the autonomous nervous system (ANS) to the brainstem, where a neuronal integration process is carried out to elicit by neural activity (electrical pulses) a proper response to the effector organs (heart, vessels and adrenal medulla).

Figure 7. Blood pressure homeostatic control loop or *barostat*.



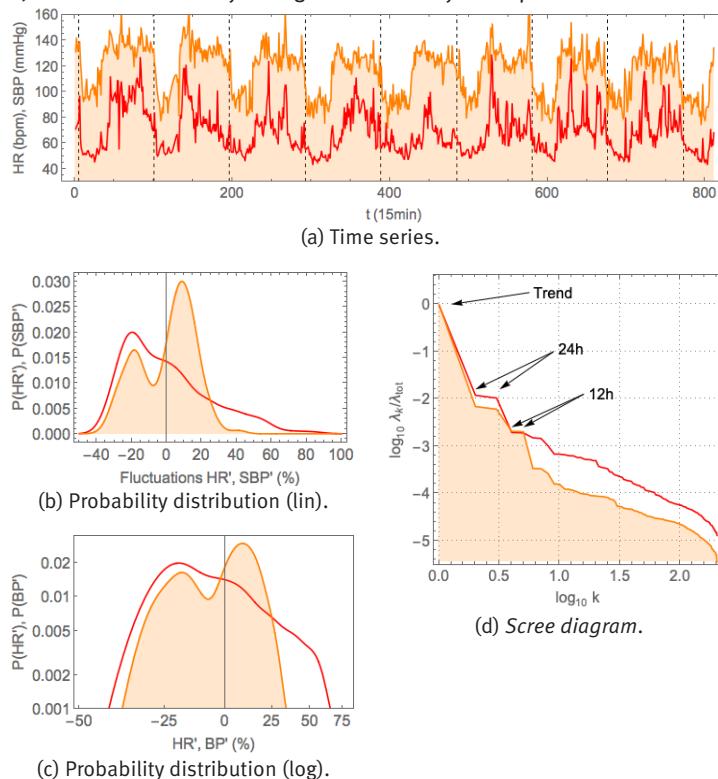
Note: The control centrum is located in the central nervous system (CNS) which passes commands through the sympathetic (SNS) and parasympathetic (PNS) branches of the autonomous nervous system (ANS) to the effector variables (and the corresponding physiological responses) such as cardiac contractility (stroke volume, SV), sinus node (heart rate, HR) and vasomotor activity (total peripheral resistance, TPR), which act together to maintain blood pressure (BP) in a restricted homeostatic range around the setpoint as measured by the baroreceptor. Continuous lines are excitatory and dashed lines are inhibitory.

Source: Created by the authors based on Fossion *et al.* (2018a, 2018b), Billman (2013) and Modell *et al.* (2015).

- Intermediate and long-term (hours to days): regulated via humoral pathways that targets either arteries and veins to modulate the vasomotor tone (using vasoactive hormones), or the kidneys to modulate the extracellular fluid volume that produces proportional changes in the intravascular volume (using non-vasoactive hormones).

Heart rate time series can be obtained easily, using whatever electronic electrocardiogram (ECG). Blood pressure is more difficult to measure, at least non-invasively and in a continuous way. One method is an ambulatory blood pressure measurement device, such as the CONTEC ABPM50 (figure 2(a)), consisting of an arm cuff which inflates at periodic time intervals to make a measurement of blood pressure (BP) and heart rate (HR). Both systolic blood pressure (SBP), the maximum blood pressure just after a heartbeat, and diastolic blood pressure (DBP), the minimum blood pressure just before a new heartbeat, are measured. Arterial blood pressure and heart rate were monitored continuously, every 15min over 8 successive days, in a healthy male young adult (38yo). Resulting time series and corresponding statistics are shown in figure 8. The time series of panel (a) show that both heart rate and blood pressure are characterized by a circadian response to the day-night cycle, with higher values for heart rate and blood pressure during the day than during the night. Blood pressure appears to fluctuate around a specific setpoint during the day and around another setpoint during the night. For heart rate, there could be a resting-state average value, apparent especially during night-time, but during the day there does not seem to be a representative value. Panels (b) and (c) show the probability density distributions for the fluctuations according to Eq. (6). Blood pressure would seem to correspond with a superposition of 2 Gaussian distributions, corresponding to small fluctuations around the day and night setpoints. On the other hand, heart rate might correspond to a Gaussian distribution at low values, corresponding to small fluctuations around the resting-state heart rate, but at higher values it corresponds to a heavy-tailed distribution with large fluctuations and no single representative value. Panel (d) shows the scree diagram of a spectral analysis according to the method of singular spectrum analysis (SSA), for technical details see Fossion *et al.* (2017b). Blood pressure has distinguishable 24 h and 12 h periodic components which are responsible for the major part of the variance of the time series, whereas ultradian fluctuations are less important by 1 order of magnitude. Heart rate only has a 24 h periodic component, fluctuations take up an important part of the variance of the original time series and are much more important than in the case of blood pressure. Fluctuations of both variables would seem to follow an approximate $1/f$ power law.

Figure 8. Continuous monitoring of heart rate HR (red curve) and systolic blood pressure SBP (orange curve, shaded) over 8 successive days using the ambulatory blood pressure monitor CONTEC ABPM50.



Note: Shown are: (a) time series using a 1/15 min sample rate, vertical gridlines at midnight, (b) probability distribution of fluctuations according to Eq. (6) in linear-linear scale, (c) probability distribution of fluctuations according to Eq. (6) in double-logarithmic scale and (d) SSA scree diagram of ordered fractional partial variances $\lambda_k / \lambda_{\text{tot}}$.

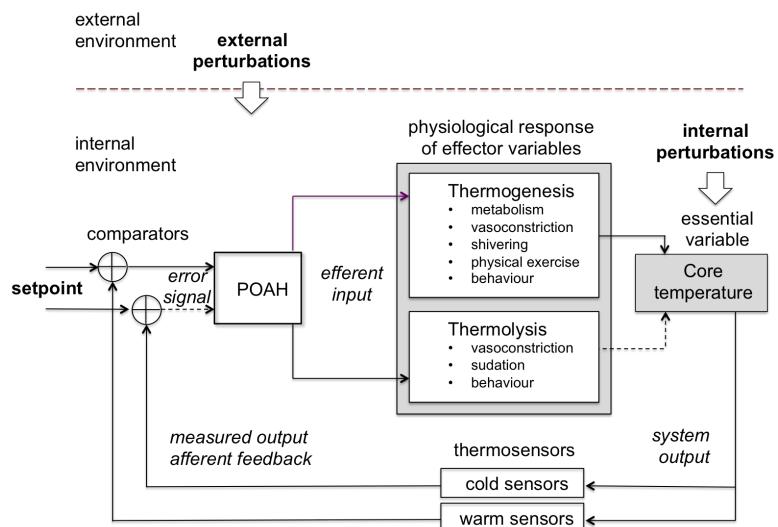
Source: Created by the authors.

Example 2: Body temperature homeostasis

Humans are a homeotherms species so its body temperature does not depend on the environmental temperature. Rather it relies on a tight controlled mechanism that considers the internal chemical reactions, as well as the environmental conditions. Body temperature refers to the core temperature (internal) and under healthy conditions it ranges from 36 °C to 37.5 °C. This controlled variable depends on many factors, from which the most important are thermoregulatory network in the central nervous system (CNS) (circadian rhythm, etc.) and the metabolic rate (aging, etc.). Core body temperature is the result of the sensitive balance between heat production and heat elimination (Boron & Boulpaep 2012), (figure 9).

- Heat production (thermogenesis): the inefficiency of chemical reactions in the body (losing some energy of the reaction, mostly in the form of heat) relates the two concepts of energy consumption or metabolic rate on the one hand, and heat production on the other hand. These two contributions vary a lot throughout age, different moments of the day, during exercise, etc. The resting metabolic rate (RMR) is the energy consumption necessary to maintain the basal functions of resting cells, as well as the activity of the cardiac and respiratory muscles that are necessary for the survival of the organism. On top of the RMR all the energy consumption adds up (exercise, age, circadian phase, habitat, phylogeny, etc.) consequently building the overall metabolic heat production.
- Heat elimination (thermolysis): the metabolic heat production is rather variable and sometimes it can be too high (as in extreme exercise) such that the human body needs to dissipate the excess of heat preventing noxious states as hyperthermia and heat stroke. The way in which the body dissipates the core heat is by transporting it to the skin so that it

Figure 9. Body temperature homeostatic control loop or *thermostat*.



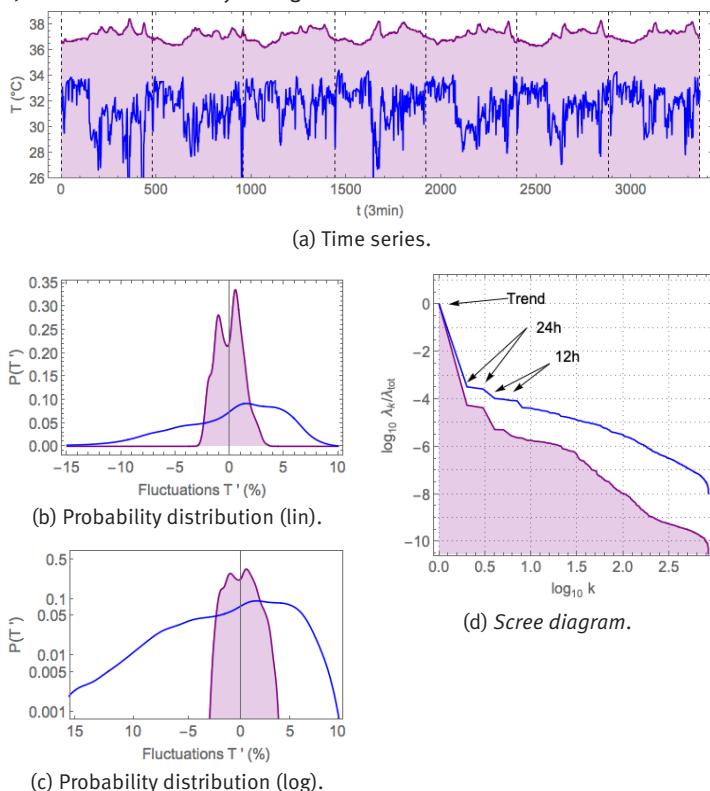
Note: Skin and visceral neurons act as thermoreceptors and carry the information of the internal and external temperature to the preoptic anterior hypothalamus (POAH) which passes commands through the sympathetic (SNS) and parasympathetic (PNS) branches of the autonomous nervous system (ANS) to the effector components to produce (thermogenesis) or eliminate heat (thermolysis) such as sweat glands, blood vessels, brown adipose tissue and skeletal muscle. All these modulate the production and transfer of heat by constantly interacting with the internal and external environments.

Source: Created by the authors based on Fossion *et al.* (2018a, 2018b), Billman (2013) and Modell *et al.* (2015).

can be transferred to the environment by various mechanisms (radiation, convection, evaporation and conduction). Such heat movement requires the activity of both blood and blood vessels. The former collects the heat from all around the body by convection, whereas the latter conduct the warm blood to the skin and radiation to the environment can be controlled by modifying their diameter through the ANS activity.

Skin temperature is monitored easily, where a measuring device such as the Thermochron iButton of figure 2(b) can be fixed to the skin using medical tape; core temperature on the other hand is more difficult to measure and the measurement device must be introduced into a body orifice. Core temperature and skin temperature were monitored continuously, every 3 min over 7 successive days, in a healthy male young adult (38yo), measuring anal temperature and skin temperature at the wrist. Time series and corresponding statistics are shown in figure 10. The time series of panel (a) show that both core and skin temperature are characterized by a circadian response to the day-night cycle, with core temperature being higher and skin temperature being lower during the day (when vasoconstriction predominates), and vice versa during the night (when vasodilatation predominates). Core temperature would seem to fluctuate around some constant value during the day and around another value during the night, called the day and night setpoints. On the other hand, for skin temperature, only during the night there would seem to be an average value around which skin temperature fluctuates, whereas during the day there would not seem to be a representative value. Panels (b) and (c) show the probability density distributions for the fluctuations according to Eq. (6). Core temperature would seem to correspond with a superposition of 2 narrow normal distributions, corresponding to small fluctuations around a night setpoint and small fluctuations around a day setpoint. On the other hand, skin temperature appears to follow a broad normal distribution at high values, corresponding to fluctuations around a night-time average value, but at lower values it corresponds to a heavy-tailed distribution with large excursions to low temperatures. Panel (d) shows the *scree diagram* of a spectral analysis SSA (Fossion *et al.* 2017b). There is a clear circadian component in core temperature, which is somewhat less dominant for skin temperature. Ultradian fluctuations are 1 order of magnitude smaller than the circadian component for core temperature, but are of comparable intensity for skin temperature, which means that the fluctuations hardly contribute to the variance of core temperature, whereas they constitute the major part of the variance of skin temperature. There appear to be 2 scaling regions for the ultradian components, with a power law $P(k) \propto 1/k^\gamma$ with $\gamma \approx 1$ at larger ultradian scales $0.5 < \log(k) < 1.5$, both for core and skin temperature, and another power law at smaller ultradian scales $\log(k) > 1.5$, with $\gamma \approx 2$ for skin temperature and $\gamma \approx 4$ for core temperature.

Figure 10. Continuous monitoring of skin temperature (purple curve) and core temperature (blue curve, shaded) over 8 successive days using the Thermochron iButton.



Note: Shown are: (a) time series sampled at 1/3 min; (b) probability distribution of fluctuations according to Eq. (6) in linear–linear scale, and, (c) probability distribution of fluctuations according to Eq. (6) in double–logarithmic scale, and (d) SSA scree diagram of ordered fractional partial variances $\lambda_k/\lambda_{\text{tot}}$.

Source: Created by the authors.

Discussion

Regulated and effector variables play very different roles in homeostatic regulation (table 1). Negative feedback loops act to maintain *regulated variables* (such as blood pressure and core temperature) as close as possible to a predefined setpoint, whereas *effector variables* and the associated physiological responses (such as heart rate and skin temperature) serve to correct for perturbations from the environment.

Using physiological time series of a healthy young adult corresponding to blood pressure homeostasis and body temperature homeostasis, we have illustrated that “static” statistical properties such as the probability distribution of

the fluctuations of the time series reflect these different roles in the homeostatic regulatory mechanisms. Regulated variables are characterized by a Gaussian distribution, which describes small fluctuations of one single scale (of the order of a standard deviation) around a representative average value, which makes sense for a variable that is to be maintained in a restricted range around a setpoint. Effector variables and physiological responses, on the other hand, are characterized by heavy-tailed distributions with large fluctuations, which possibly reflect the wide range of physiological responses to adapt to perturbations from the outer environment. Although the effector variables are not controlled directly by the homeostatic regulatory mechanism, their dynamics does not appear to be without correlations, and we speculate that they may be *self-organized*, which is a process where some overall order arises from the local interactions between the parts of the complex system, and/or exhibit *self-organized criticality*, which is a property of dynamical systems that have a critical point as an attractor, and which is considered to be one of the mechanisms by which complexity arises in Nature (Bak 1996; Muñoz 2017). There is indeed evidence that heart rate might be self-organized to converge continually to a critical state that constitutes an intricate balance between the antagonistic activity of the sympathetic and parasympathetic nervous systems (Kiyono *et al.* 2004; Struzik *et al.* 2004; Kiyono *et al.* 2005). In scientific divulgations, homeostasis is sometimes described as a “zen-like property of constancy through change” (Sapolsky 2004), and the results presented in the present contribution suggest that this statement does not need to be taken philosophically, but can be interpreted in a literal way, where the regulated variables define in some way the *stability* of an organism and the effector variables its *adaptability*, and both properties are necessary for an organism to be *resilient* or *non-frail*. On the other hand, in the previous contribution Fossion *et al.* (2018a, 2018b), we have demonstrated that with ageing and chronic degenerative disease, homeostatic control mechanisms may degenerate, such that effector variables lose adaptive capacity and their time series become less variable, corresponding to the *loss of complexity* hypothesis, and consequently regulated variables get out of control and become more variable, corresponding to the paradigm of *early-warning signals* (table 2).

Also, the “dynamical” statistical properties of a time series can be studied, e.g., using spectral analysis with Fourier or SSA. The study of the relation between the fractal properties of a time series and the type of control of homeostatic regulatory mechanisms is the topic of, e.g., West (2009), where the advanced technique of fractional calculus is employed. In young healthy subjects, in the case of multi-day time series, the dominant component is the periodic circadian cycle which reflects the physiological response to the single dominant stimulus that exists at that time scale which is the alternation of day and night.

Table 2. Intuitive interpretation of the variability of physiological variables depending on the role they play in the homeostatic regulatory mechanisms.

Type of variable	Regulated variable	Effector variable
Synonyms	Directly controlled	Indirectly controlled, regulating self-organized
Statistics in optimal conditions	Normal distribution Small variance	Heavy-tailed distribution Large variance
Statistics in adverse conditions	Deviations from normality Increased variance Increased memory Increased correlations Critical slowing down	Increased normality Decreased variance
Theoretical paradigm	Early-warning signals (Scheffer 2009)	Loss of complexity (Lipsitz & Goldberger 1992) Self-organized criticality (Bak 1996; Muñoz 2017)

Source: Created by the authors.

At ultradian scales, partial variances of time series components seem to scale according to a power law, see Eq. (4), meaning that the behaviour is fractal in time. The interpretation may be that at time scales of $< 24\text{ h}$ many different stimuli coexist where each stimulus requires a specific physiological response, and all these responses may go in different directions, resulting in a time series where it is not possible to identify individual components with a specific time scale, but a fractal time series where all these time scales coexist. It is possible that the power law exponent reflects certain properties of the specific control mechanism at play. In the case of blood pressure homeostasis of figure 8(d), both heart rate and blood pressure would seem to correspond approximately to a $1/f$ power law ($\gamma \approx 1$) at all ultradian time scales, which might indicate that in this case the same control mechanisms play a role at all these time scales. In the case of body temperature homeostasis of figure 10(d), skin temperature and core temperature would seem to correspond to a $1/f$ power law ($\gamma \approx 1$) only at larger ultradian scales, whereas at smaller ultradian scales the slope of the power law would seem to become much steeper, with $\gamma \approx 2$ for skin temperature and $\gamma \approx 4$ for core temperature, which might indicate that different control mechanisms play a role at longer and shorter time scales, and that these are different for core and skin temperature. The spectral exponent β or γ of the power law quantifies the intensity of the correlations present in the time series and may reflect the strength of the control of the underlying regulatory mechanism, where $\gamma \approx 0$ would correspond to white noise or absence of control and $\gamma \approx \infty$ to a periodic cycle or absolute control.

Conclusion

One of the great present-day scientific challenges is to quantify the resilience or fragility of complex dynamical systems and to predict a possible collapse. Especially in the context of population ageing and the growing prevalence of chronic degenerative disease, an adequate quantification of the global health state of a person is a pre-requisite to move from a curative to a preventive medicine. One of the challenges is how to quantify “systemic” properties that emerge from and are not contained in the properties of the individual components, for which the time-series analysis of some of the key variables associated to the complex system might offer a solution. One of the unsolved questions in time-series analysis is why in some cases variability is an indicator of good health whereas in other cases it can be interpreted as a risk factor. Also, in literature, frameworks that have been proposed to explain the phenomenology of time series of complex systems, such as the loss of complexity hypothesis and self-organized criticality on the one hand, and the paradigm of early-warning signals on the other hand, are in apparent contradiction. In the present contribution, we were inspired by control theory and physiology, to distinguish between regulated and effector variables, that play very distinct roles in homeostatic regulatory mechanisms. Using experimental time series, we showed that regulated variables such as blood pressure and core body temperature obey Gaussian statistics with small fluctuations around a representative average value, which is compatible with their physiological role of regulation within a restricted range around a setpoint, whereas effector variables such as heart rate and skin temperature obey distributions with heavy tails and large fluctuations that span various scales, which may be associated with the wide range of physiological responses that adapt to or oppose perturbations from the environment with the objective to maintain the regulated variables as constant as possible. Exceptions to the above rules may be resting conditions with a minimum of stimuli where effector variables and the associated physiological responses also may fluctuate around a characteristic resting value according to a Gaussian distribution, and the single dominant stimulus of the alternation of day and night which induces a periodic cycle in both regulated and effector variables. Regulated variables may represent the stability properties of a complex dynamical system, and effector variables the adaptive properties, which together constitute the resilience of the system. Although the above results were derived for physiology, they might be applicable in general to dynamical complex systems where regulatory mechanisms are at work. ■

References

- Åström, K. J. and Murray R. M. 2008. *Feedback systems: An introduction for scientists and engineers*. Princeton: Princeton University Press.
- Bak, P. 1996. *How Nature works: The science of self-organized criticality*. New York: Springer-Verlag.
- Bernard, C. 1878. *La science experimentale*. Paris: Librairie J.-B. Bailliére & Fils.
- Billman, G. E. 2013. «Homeostasis: The dynamic self-regulatory process that maintains health and buffers against disease.» In J. P. Sturmberg and C. M. Martin (eds.), *Handbook of Systems and Complexity in Health*. New York: Springer, 159-170.
- Boron, W. F., Boulpaep, E. L. 2012. *Medical physiology*, 2nd ed. Philadelphia, PA: Elsevier.
- Cannon, W. B. 1932. *The wisdom of the body*. New York: W. W. Norton & Company, Inc.
- Churruca, J., Vigil, L., Luna, E., Ruiz-Galiana, J., Varela, M. 2008. «The route to diabetes: Loss of complexity in the glycemic profile from health through the metabolic syndrome to type 2 diabetes.» *Diabetes, Metabolic Syndrome and Obesity*, 1: 3-11.
- Chaudhary, B., Dasti, S., Park, Y., Brown, T., Davis, H., Akhtar, B. 1998. «Hour-to-hour variability of oxygen saturation in sleep apnea.» *Chest*, 113(3): 719-22.
- Clancy, J. and McVicar, A. 2013. *Physiology and anatomy for nurses and healthcare practitioners: A homeostatic approach*. 3rd ed. Boca Raton: Taylor & Francis.
- Cocho, G. 2015. «El estudio de los sistemas complejos, una visión que cambiará la ciencia.» *Interdisciplina*, 3: 101-109.
- Érdi, P. 2008. *Complexity explained*. Berlin: Springer.
- Fossion, R. 2010. «Una definición compleja de la fragilidad: Caos, fractales y complejidad en series de tiempo biológicas.» In LM. Gutiérrez Robledo, J.H. Gutiérrez Ávila, F. Ávila Fematt (eds.), *Envejecimiento humano: Una visión transdisciplinaria*. Instituto Nacional de Geriatría, ISBN: 978-607-460-121-3, México D.F.
- Fossion, R., Hartasánchez, D. A., Resendis-Antonio, O. and Frank, A. 2013. «Criticality, adaptability and early-warning signals in time series in a discrete quasispecies model.» *Front. Biol.*, 8: 247-259.
- Fossion, R. and Zapata-Fonseca, L. 2015. «The scientific method.» In García-Peña et al. (eds.), *Aging research – Methodological issues*. Springer, 9-25.
- Fossion, R. and Zapata-Fonseca, L. 2018. «The scientific method as a point of departure in aging research.» In García-Peña et al. (eds.), *Aging research – Methodological issues*, 2nd ed. Springer, 11-24.
- Fossion, R., Stephens C. R., García-Pelagio K. P., García-Iglesias L. 2017a. «Data

- mining and time-series analysis as two complementary approaches to study body temperature in obesity.» *Proceedings of DH '17*, July 02-05, 5 pages. London, United Kingdom.
- Fossion, R., Rivera A. L., Toledo-Roy, J. C., Ellis, J., Angelova, M. 2017b. «Multi-scale adaptive analysis of circadian rhythms and intradaily variability: Application to actigraphy time series in acute insomnia subjects.» *PLoS ONE*, 12(7): e0181762. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0181762>
- Fossion, R., Fossion, J. P., Rivera, A. L., Lecona, O. B., Toledo-Roy, J. C., García-Pelagio, K. P., García-Iglesias, L. and Estañol, B. 2018a. «Homeostasis from a time-series perspective: An intuitive interpretation of the variability of physiological variables.» In L. Olivares-Quiroz, O. Resendis-Antonio (eds.), *Quantitative models for microscopic to macroscopic biological macromolecules and tissues*. Springer International Publishing AG 2018.
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-73975-5_5
- Fossion, R., Rivera, A. L., Estañol, B. 2018b. «A physicist's view of homeostasis: how time series of continuous monitoring reflect the function of physiological variables in regulatory mechanisms.» *Physiol. Meas.*, 39: 084007.
- Fried, L. P., Walston, J. D., Ferrucci, L. 2009. «Frailty.» In J. B. Halter, J. G. Ouslander, M. E. Tinetti, S. Studenski, K. P. High and S. Asthana (eds.), *Hazzard's Geriatric medicine and gerontology*, 6th ed. New York: McGraw Hill, 631-645.
- Gardner, J. D., Sloan, S., Robinson, M., Miner, P. B. 2004. «Oesophageal pH has a power-law distribution in control and gastro-oesophageal reflux disease subjects.» *Aliment. Pharmacol. Ther.*, 20: 1373-1379.
- Gardner, J. D., Young, W., Sloan, S., Robinson, M., Miner, P. B. Jr. 2005. «The fractal nature of human gastro-oesophageal reflux.» *Aliment Pharmacol Ther*, 22: 823-830.
- Garrett, D. D., Samanez-Larkin, G. R., MacDonald, S. W. S., Lindenberger, U., McIntosh, A. R., Gradye, C. L. 2013. Moment-to-moment brain signal variability: A next frontier in human brain mapping?» *Neurosci Biobehav Rev*, 37: 610-624.
- Goldberger, A. L. 1991. «Is the normal heartbeat chaotic or homeostatic?» *News Physiol. Sci.*, 6: 87-91.
- Goldberger, A. L., Amaral, L. A. N., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. Ch., Peng, C.-K., Stanley, H. E. 2002. «Fractal dynamics in physiology: Alterations with disease and aging.» *PNAS*, 99: 2466-2472.
- Hausdorff, J. M. 2005. «Gait variability: methods, modeling and meaning.» *J NeuroEngin Rehab*, 2: 19.
- Hu, K., Ivanov, P. Ch., Chen, Z., Hilton, M. F., Stanley, H. E., Shea, S. A. 2009. «Non-random fluctuations and multi-scale dynamics regulation of human

- activity.» *P Natl Acad Sci USA*, 106(8): 2490-2494.
- Hu, K., Van Someren, E. J. W., Shea, S. A., Scheer, F. A. J. L. 2009. «Reduction of scale invariance of activity fluctuations with aging and Alzheimer's disease: Involvement of the circadian pacemaker.» *P Natl Acad Sci USA*, 106(8): 2490-2494.
- Ivanov, P. Ch., Hu, K., Hilton, M. F., Shea, S. A., Stanley, H. E. 2007. «Endogenous circadian rhythm in human motor activity uncoupled from circadian influences on cardiac dynamics.» *P Natl Acad Sci USA*, 104(52): 20702-20707.
- Kello, C. T., Brown, G. D. A., Ferrer-I-Cancho, R., Holden, J. G., Linkenkaer-Hansen, K., Rhodes, T. and Van Orden, G. C. 2010. «Scaling laws in cognitive sciences.» *Trends in Cognitive Sciences*, 14 (May): 223-32.
- Kelly, G. 2006a «Body temperature variability (Part 1): A review of the history of body temperature and its variability due to site selection, biological rhythms, fitness, and aging.» *Altern Med Rev*, 11(4): 278293.
- Kelly, G. 2006b. «Body temperature variability (Part 2): Masking influences of body temperature variability and a review of body temperature variability in disease.» *Altern Med Rev*, 12(1): 49-62.
- Kiyono, K., Struzik, Z. R., Aoyagi, N., Sakata, S. 2004. «Critical scale invariance in a healthy human heart rate.» *Phys. Rev. Lett.*, 93: 178103.
- Kiyono, K., Struzik, Z. R., Aoyagi, N., Togo, F., Yamamoto, Y. 2005. «Phase transition in healthy human heart rate.» *Phys. Rev. Lett.*, 95: 058101.
- Lane, D. M. 2013. *Introduction to statistics: An interactive e-book*.
- Liebovitch, L. S., Scheurle D. 2000. «Two lessons from fractals and chaos.» *Complexity*, 5: 34-43.
- Limpert, E., Stahel, W. A. and Abbt, M. 2001. «Log-normal distributions across the sciences: Keys and clues.» *BioScience*, 51: 341-352.
- Lipsitz, L. A. and Goldberger, A. L. 1992. «Loss of complexity and aging: Potential applications of fractals and chaos theory to senescence.» *JAMA*, 267: 1806-1809.
- Malik, M. et al. 1996. «Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use.» *Eur Heart J*, 17: 354-381.
- Modell, H., Cliff, W., Michael, J., McFarland, J., Wenderoth, M. P., Wright, A. 2015. «A physiologist's view of homeostasis.» *Adv. Physiol. Educ.*, 39: 259-266.
- Muñoz, M. A. 2017. «Colloquium: Criticality and dynamical scaling in living systems.» *arXiv:1712.04499v1 [cond-mat.stat-mech]*
- Papaioannou, V., Pneumatiskos, I. 2012. «Fractal physiology, breath-to-breath variability and respiratory diseases: An introduction to complex systems theory application in pulmonary and critical care medicine.» Chapter 3. In Andrade, A. O., Alves Pereira, A., Naves, E. L. M. and Soares, A. B., (eds.), *Practical applications in biomedical engineering*. ISBN 978-953-51-0924-2,

- Published: January 9, 2013 under CC BY 3.0 license.
- Parati, G., Ochoa, J. E., Lombardi, C. and Bilo, G. 2013. «Assessment and management of blood-pressure variability.» *Nat Rev Cardiol*, 10: 143-155.
- Rockwood, K., Song, X., MacKnight, C., Bergman, H., Hogan, D. B., McDowell, I., Mitnitski, A. 2005. «A global clinical measure of fitness and frailty in elderly people.» *CMAJ*, 173(5): 489-95.
- Sapolsky, R. M. 2004. *Why zebras don't get ulcers*, 3rd ed. New York: Henry Holt and Company.
- Scheffer, M. 2009. *Critical transitions in nature and society*. Princeton University Press.
- Schulte, K., Kunter, U. and Moeller M. J. 2015. «The evolution of blood pressure and the rise of mankind.» *Nephrol. Dial. Transplant*, 30: 713-723.
- Struzik, Z. R., Hayano, J., Sakata, S., Kwak, S., Yamamoto, Y. 2004. «1/f scaling in heart rate require antagonistic autonomic control.» *Phys. Rev. E*, 70: 050901(R).
- Tewari, A. 2002. *Modern control design: With MatLab and SimuLink*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Varela, M., Calvo, M., Chana, M., Gomez-Mestre, I., Asensio, R., Galdos, P. 2005. «Clinical implications of temperature curve complexity in critically ill patients.» *Crit Care Med*, 33(12): 2764-2771.
- Visnovcova, Z., Mestanika, M., Galac, M., Mestanikova, A., Tonhajzerova, I. 2016. «The complexity of electrodermal activity is altered in mental cognitive stressors.» *Comp. Biol. Med.*, 79: 123-129.
- West, B. J. 2009. «Control from an allometric perspective.» In D. Sternad (ed.), *Progress in motor control*. Springer Science+Business Media, LLC.
- Wiener, N. 1961. *Cybernetics or control and communication in the animal and the machine*, 2nd ed. Cambridge: MIT Press.
- Yamagata, M., Ikezoe, T., Kamiya, M., Masaki, M., Ichihashi, N. (2017). «Correlation between movement complexity during static standing and balance function in institutionalized older adults.» *Clin Interventions Aging*, 12: 499-503.
- Zapata-Fonseca, L., Dotov, D., Fossion, R., Froese, T. 2016. «Time-series analysis of embodied interaction: Movement variability and complexity matching as dyadic properties.» *Front. Psychol.*, 7: 1940.
- Zolli, A. and Healy, A. M. 2013. *Resilience: Why things bounce back*. New York: Simon & Schuster.

José Marco V.,* Juan R. Bobadilla,* Erick López-Sánchez*

Multifractal scaling in epidemics[◊]

Escalamiento multifractal en epidemias

Abstract | In this work we study multifractal properties of the transmission dynamics of childhood epidemics. As a case study, the rubella epidemic in Mexico is analyzed.

Keywords | epidemics, multifractional models, rubella, scaling, wavelets.

Resumen | En este trabajo se estudian propiedades multifractales de los procesos de transmisión de epidemias. Como caso de estudio, se analizan la epidemia de rubéola en México.

Palabras clave | modelos epidemiológicos, multifractales, rubéola.

83

Introduction

THE REALIZATION that most biological phenomena are nonlinear systems occurring at different scales has represented a major scientific shift in all areas of biology. Most of these advances have occurred in the last 30 years thanks to new mathematical approaches and the development of large data sets readily accessible from internet. A nonlinear system is one that does not satisfy the superposition principle ($f(x + y) = f(x) + f(y)$), or one whose output is not directly proportional to its input, or one in which the sum of its parts is greater (or lesser) than the whole.

Most time we must deal with distributions of measures which are both smooth and well-behaved. In these cases, the distributions are described by well-known functions, they are differentiable, integrable, and continuous everywhere, except in an enumerable number of points. However, some time, nature shows up with quantities which cannot be described by smooth nor well behaved functions instead. These quantities, or measures, are, in general, distributed in a complex singular way (Mandelbrot 1998). Singular distributions of physical and biological

Recibido: 29 de octubre de 2017.

Aceptado: 29 de julio de 2018.

* Theoretical Biology Group, Instituto de Investigaciones Biomédicas, Universidad Nacional Autónoma de México, C.P. 04510, Ciudad de México, México.

◊ Acknowledgments: M. V. J. was financially supported by PAPIIT-IN224015; UNAM; México. We thank Enrique Guarner for helpful discussions.

Correo electrónico: marcojose@biomedicas.unam.mx

Marco, José V., Juan R. Bobadilla, Erick López-Sánchez. «Multifractal scaling in epidemics.» *Interdisciplina* 8, nº 20 (enero-abril 2020): 83-92.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2020.20.71197>

quantities may determine an infinite set of fractal dimensions each corresponding to the distribution of a given kind of singularity of the measure. In this case, not one but an infinity number of exponents are needed to describe each singularity, these exponents form a spectrum which is called the multifractal spectrum. These quantities are called multifractals if the multifractal spectrum is non-trivial. Fractal curves are known to be scale invariant, which means that the statistical properties of the signal remain invariant under scale transformations (Mandelbrot 1998). In view of the heterogeneous (patchy) nature of the incidence time series of various childhood epidemics, we contend in this paper that a single exponent is not sufficient to characterize the complexity of epidemic dynamics, and that a multifractal approach may be necessary. In this work, we offer one example of how we can extract information about the scaling properties and the nonlinear character of a biological signal. We are interested in demonstrating that rubella epidemics follow a nonlinear dynamic and are more than a monofractal. To test the hypothesis that more than one scaling exponent are required to characterize epidemic dynamics, a continuous wavelet transform (CWT) and a multifractal analysis of the time series of rubella epidemics are performed. The article is organized as follows. First, we describe the biological signal followed by the mathematical background that will be used to analyze it. The main goal is to reveal hidden patterns from the observed dynamics of the monthly incidence of rubella in Mexico. By hidden patterns, we mean information that is neither visually apparent nor extractable with conventional methods of analysis. Such conventional techniques include the tacit assumption of a linear system or stationarity, estimation of means, standard deviation and other features of histograms.

Rubella epidemics

The monthly incidence of rubella in Mexico is shown in figure 1. The characterization of the rubella epidemics in Mexico can be found elsewhere (José *et al.*, 1992). Note that there is an oscillatory behavior with seasonal annual cycles like several infectious diseases like influenza, measles, mumps, chickenpox (*varicella*), and poliomyelitis. It is also clear that the magnitude of the epidemic cycle of 1999 is the greatest. The main goal of vaccination against rubella infection is to prevent congenital rubella. After the year 2000, the rubella infection in Mexico started to decline until its virtually elimination around 2006. This success was mainly achieved by increasing the coverage of vaccination of young girls and boys. There are several cycles embedded in this time series. In particular, there is an inter-epidemic period every 4 years as observed by calculating the Fourier transform (not shown), which is not apparent by a simple visual inspection of the time series.

Wavelet transform

Unlike Fourier, wavelet transform (WT) is usually devoted to the analysis of non-stationary and nonlinear signals. Traditional approaches (such as the power spectrum and correlation analysis) are not suited for such non-stationary sequences, nor do they carry information stored in the Fourier phases which is crucial for determining nonlinear characteristics. Thus, there is no prerequisite over the stability of the frequency content along the signal analyzed. Conversely to Fourier, WT allows one to follow the temporal evolution of the spectrum of the frequencies contained in the signal. The shape of the WT-analyzing wavelet equation differs from the fixed sinusoidal shape of the Fourier transform and can be designed to better fit the shape of the analyzed signal, allowing a better quantitative measurement. Like Fourier or Laplace transforms, the continuous wavelet transform (CWT) is an integral transform. WT can be considered as a local Fourier analysis performed at different separated levels. A formal definition of the CWT is now given.

Definition of the wavelet transform

We introduce the one-dimensional continuous wavelet transform (CWT) and some of the basic mathematical results. We consider a function $L^2(R, dt)$. We decompose this function S in terms of elementary functions obtained by dilations and translations of the real valued mother function $\Psi(t)$. Let us define $\Psi_{a,b} = a^{-1/2}\Psi((t-b)/a)$. The WT of $s(t)$ is defined as (Daubechies 1994):

$$T_\Psi[S](a, b) = \left\langle \Psi_{a,b} | S \right\rangle_{L^2(R, dt)} = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) s(t) dt, \quad (1)$$

where $\langle \cdot | \cdot \rangle_{L^2(R, dt)}$ is the scalar product in $L^2(R, dt)$. Thus the WT is basically the scalar product of the function with the analyzing wavelet dilated by a and translated by b .

The analysis amounts to sliding a window of different weights (corresponding to different levels) containing the wavelet function all along the signal. The weights characterize a family member with a particular dilation factor. Thus the wavelet coefficients correspond to the scalar product of the given signal S with the wavelets $\Psi_{a,b}(t)$ obtained by dilating (a) and translating (b) the *analyzing wavelet* $\Psi(t)$. In other words, the WT T gives a serial list of coefficients called the wavelet coefficients and represents the evolution of the correlation between the signal S and the chosen wavelet at different levels of analysis (or different ranges of frequencies) all along the signal S .

The WT T is sometimes called a mathematical microscope or telescope because it allows the study of the properties of the signal on any chosen scale a . For high frequencies (small a), the Ψ functions have good localizations (being

effectively non-zero only on small sub-intervals), so short-time regimes or high-frequency components can be detected by WT.

CWT of rubella epidemics

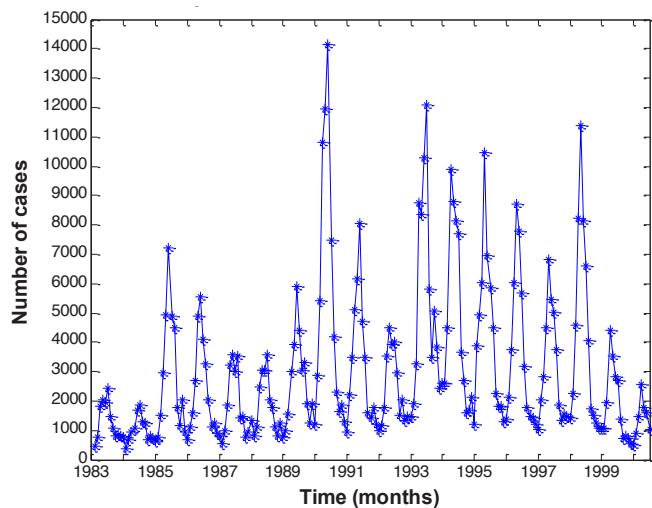
We have calculated the CWT using a broad range of orthonormal, compactly supported analyzing wavelets (Misiti *et al.* 2000). We present results for the reverse biorthogonal wavelet pairs: rbioNr.Nd. The order is represented by Nd and Nr (d for decomposition and r for reconstruction). We chose this analyzing wavelet because the shape of both its reconstruction and decomposition wavelet functions (psi-scaling functions), resemble the short-term oscillatory behavior of the first differences of the monthly incidence of rubella in Mexico. Similar results were obtained using other wavelets such as Haar and coiflet 2 (not shown).

In figure 2 the CWT of rubella incidence using as an analyzing wavelet the reverse biorthogonal spline with Nr = 1 and Nd = 3 (rbio1.3) is shown. Note that every year there are three rhombi of similar size throughout 64 scales indicating self-similar fractal behavior of the signal. It is also evident that there is a symmetrical pattern of the CWT over time. In particular, note that there are uninterrupted dark diagonal straight lines: some diagonals increase over time, from small scales to large scales, whereas other diagonals decrease over time, from large scales to small ones. The resulting pattern is that of several repetitive triangles consecutively formed over time. Some of these triangles have their bases at high frequencies (small scales), whereas in others their bases occur at very low frequencies (large scales). Note also that these triangles are part of the three rhombi formed every year, and of the rhombi formed every 4 and 6 years. Because the darker colors indicate the smallest values of the wavelet amplitudes, the dark diagonals represent the distribution of 61 quasi-fade-outs (small number of cases) of the original time-series over time and for all scales. The emerging successive and symmetrical triangles that arise from this distribution of darker diagonals constitute the skeleton of the whole pattern of the resulting WT. The transmission of rubella infection seems to be a multiplicative process, following a power-fractal scaling repelled from these dark diagonals. Each year there are bright vertical lines that cross all scales and that arise from the vertex of some of these triangles at very low frequencies.

Multifractals

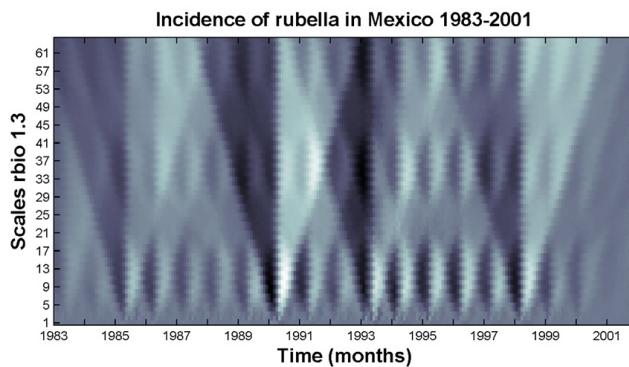
The multifractal formalism is a statistical description that provides global information on the self-similarity properties of fractal objects (Sornette 2000). A practical implementation of the method, consists first in covering the system of

Figure 1. Monthly incidence of rubella in Mexico 1983-2001.



Source: Created by the authors.

Figure 2. Color-coded CWT of the incidence of rubella.



Note: The x-axis represents time (209 months) and the y-axis indicates the scale of the wavelet used ($a = 1, 2, \dots, 64$) with large scales (low frequency) at the top. The brighter colors indicate larger values of the wavelet amplitudes. The WA was performed with the reverse biorthogonal spline with $Nr = 1$ and $Nd = 3$ as an analyzing wavelet and it uncovers a hierarchical scale invariance quantitatively expressed by the stability of the scaling form. This wavelet decomposition reveals a self-similar fractal structure in the incidence of rubella every year, i.e. there are three rhombi of similar shape at different ranges of the scale. The CWT also unravels a repetitive pattern of successive triangles that are formed over time.

Source: Created by the authors.

linear dimension L under study by a regular square array of some given mesh of size l . One then defines the measure of interest within the box. A simple fractal of dimension α is defined by the relation:

$$P_n \sim l^\alpha \quad (2)$$

Simply put, a multifractal is a generalization in which α may change from point to point and is a local quantity. The standard method to test for multifractal properties consists in calculating the so-called moments of order q of the measure P_n defined by:

$$X_q(l) = \sum_{n=1}^{n(l)} P_n^q \quad (3)$$

where $n(l)$ is the total number of non-empty boxes. If scaling holds, then one has

$$X_q(l) \sim l^{(q-1)D_q} \quad (4)$$

which defines the generalized dimension q . For instance, D_0 corresponds to the capacity dimension; D_1 and D_2 are the information and correlation dimensions, respectively. In multifractal analysis, one can also determine the number $N(l)$ of boxes having similar local scaling characterized by the same exponent α . Assuming self-similar scaling,

$$N_\alpha(l) \sim (N/l)^{f(\alpha)} \quad (5)$$

Defining $f(\alpha)$ (the so-called multifractal singularity spectrum) as the fractal dimension of the set of singularities of strength α the sum (3) can then be rewritten as:

$$X_q(l) = \sum_{\alpha} J P_n^q N_\alpha(l) = \sum_{\alpha} J l^{\alpha q} (l/l)^{f(\alpha)}, \quad (6)$$

where J is the Jacobian of the transformation from the box index to its exponent α .

Comparing (6) with the definition (4), we find the general relation between a moment of order q and the singularity strength α , expressed mathematically as a Legendre transformation:

$$f(\alpha) = q\alpha - (q-1)D_q \quad (7)$$

To obtain (7), we have used the fact that the Jacobian does not exhibit singular behavior for small l and thus does not contribute to the scaling law. Physically, expression (7) means that one set of boxes characterized by the same singularity α controls a given moment of order q .

Let us consider a geometrical support, where the quantity we are interested in is measured. Let L denote the actual linear size of the support and M the total value of the quantity on it. Now, let's cover the support by boxes of size l such that, $a \ll l \ll L$, where a is the lattice constant, i.e., the microscopic size of the support. If m_i is the total amount of the quantity measured inside the i th non-empty box, we define the measure index, or Hölder exponent, α_i of this box by,

$$m_i \sim M \left(\frac{l}{L} \right)^{\alpha_i} \quad (8)$$

Selecting the boxes which correspond to the same Hölder exponent α we will have a subset of all boxes. This subset is a fractal with fractal dimension $f(\alpha)$ that is,

$$N(\alpha) \sim \alpha \left(\frac{l}{L} \right)^{-f(\alpha)} \quad (9)$$

where $N(\alpha)$ is the number of boxes corresponding to a Hölder exponent α . If there exist a set of different Hölder exponents the measured will be a multifractal measure, hence its distribution shows a highly complex set of singularities. Alternatively, instead of the singularity spectrum, one can obtain a set of generalized dimensions D_q corresponding to the q th moment of the measure.

Again, if we cover the support with boxes of size l we have,

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln \left[\sum_i m_i^q(l) \right]}{\ln(l)} \quad (10)$$

Actually, the generalized dimensions were introduced earlier, and it had been easier to computer it than the $f(\alpha)$ spectrum. The set of generalized dimensions characterize the nonuniformity of the measure, positive q accentuate denser regions and negative q accentuate rarer ones. When $q = 0$ we obtain the dimensions of the support, when $q = 1$ we have the information dimension. When both $f(\alpha)$ and D_q are smooth functions they are related by a Legendre transformation, actually, $f(\alpha)$ is the Legendre transform of $\tau(q) \equiv (q - 1) D_q$. Although both formalisms, namely the $f(\alpha)$ and the D_q formalisms, are equivalent, the description of a multifractal measure is more natural by the $f(\alpha)$ spectrum. This is so because the singularity spectrum ($f(\alpha)$) gives us an intuitive description of the interwoven sets, with differing singularity strengths α , whose Hausdorff dimension is $f(\alpha)$. To compute the singularity spectrum directly from data, we will apply the method developed by Chhabra and Jensen (1989) and Ch-

habra *et al.* (1989). This method can directly determine the singularity spectrum $f(\alpha)$ from experimental data from systems where the underlying mechanisms are not well known.

The recipe of the Chhabra and Jensen method is the following. Given the experimental measure on the support, which has linear size L cover the support with boxes of linear size l such as in the equations (2) and (3). If $m_i(l)$ is the averaged value of the measure inside the i th box, construct the one-parameter family of normalized measures $\mu_i(q)$ whose value in the i th box is,

$$\mu_i(q, l) \equiv \frac{[m_i(l)]^q}{\sum_j [m_j(l)]^q} \quad (11)$$

The role of q is the same as in the generalized dimensions, $q > 1$ implies region for stronger singularities, $q < 1$ regions of weaker singularities, and $q = 1$ gives the original measure. The information dimensions of $\mu_i(q)$ is,

$$\mu_i(q, l) = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(l)} \sum_i \mu_i(q, l) \ln[\mu_i(q, l)], \quad (12)$$

and the average value of the singularity strength (or Hölder exponent) is,

$$\alpha(q) = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(l)} \sum_i \mu_i(q, l) \ln[\mu_i(q, l)], \quad (13)$$

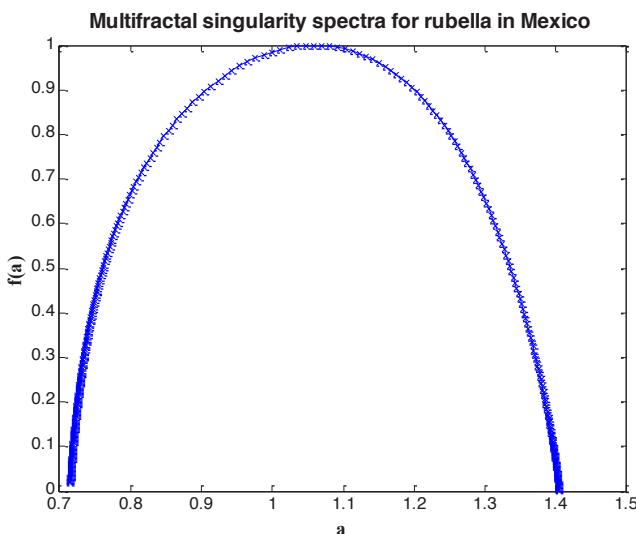
These two expressions give us the singularity spectrum in terms of the q parameter.

Now we are ready to apply equations (11), (12), and (13) to our data. The support in our case is the period of observations, the measurements are the number of monthly number of rubella cases in Mexico during the period.

Multifractal spectra of rubella epidemics

The CWT of the epidemics of rubella suggested a multifractal dynamic. Therefore, we calculated the multifractal spectra of the rubella incidence in Mexico (figure 3).

Figure 3. The fractal singularity spectra versus the Hölder exponent.



Source: Created by the authors.

91

DOSIER

Conclusions

We have shown how to extract the scaling behavior of the monthly incidence of rubella infection. We have used the wavelet transform and the multifractal spectra of the time series. The signal is fractal every year, multifractal over time, and a symmetrical pattern emerges from the CWT.

All epidemiological models of infectious diseases consist of dividing the population into several compartments such as susceptibles, infected, and recovered (SIR models and variations of this). As far as we know, there are not mathematical epidemiological models that produce multifractal series of epidemiological phenomena. Fractional differential equations are needed to model this scaling pattern. We have illustrated that rubella epidemics display a symmetrical fractal annual pattern (self-similar) and multifractal dynamics. Symmetrical patterns in the epidemiology of rotavirus infection have also been found (José and Bishop 2003). To characterize the complexity of epidemic dynamics, a multifractal approach is necessary, since several scaling exponents capture the dynamics at different scales.

The rapid changes in the time series are called singularities of the signal and their strength is measured by the crowding index α (Hölder exponent) (Struzik 2000). The $f(\alpha)$ singularity spectrum provides a mathematically precise and natural intuitive description of the multifractal measure in terms of interwoven sets, with singularity strength α whose Hausdorff dimension is $f(\alpha)$ (Chhabra and Jensen 1989).

References

- Daubechies I. 1994 «Ten lectures on wavelets.» *CBMS, SIAM* 61: 271-280.
- Chhabra A. B., Jensen R. V. 1989. «Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum.» *Phys. Rev. Lett.*, 62: 1327-1330.
- Chhabra A. B., Meneveau C., Jensen R. V., Sreenivasan K. R. 1989. «Direct determination of the $f(\alpha)$ singulatiry spectrum and its application to fully developed turbulence.» *Phys. Rev. A*, 40: 5284-5294 (1989).
- José M. V., Olvera J., Serrano O. 1992. «Epidemiología de la rubéola en México.» *Salud Pública de México*, 34: 318-327.
- José M. V., Bishop R. F. 2003. «Scaling properties and symmetrical patterns in the epidemiology of rotavirus infection.» *Phil. Trans. R. Soc. Lond. B*, 358: 1625-164.
- Misiti, M., Misiti Y., Oppenheim G., Poggi J. M. 2000. *Wavelet toolbox, Matlab user's guide v. 2*, R12. Natick, MA: The Math Works Inc.
- Sornette, D. 2000. *Critical phenomena in natural sciences. Chaos, fractals, self-organization and tools*. Springer-Verlag.
- Struzik Z. R. 2000. «Determining local singularity strengths and their spectra with wavelet transform.» *Fractals*, 8: 163-179.
- Mandelbrot B. 1998. *Multifractals and 1/f noise*, Selecta Volume N. New York: Spring-Verlag.

Daniel Alejandro Priego Espinosa,* Andrés Alejandro Aguado,**
Jesús Espinal Enríquez,*** Alberto Darszon,[◊] Gustavo Martínez Mekler^{◊◊}

Rasgos de criticalidad y complejidad en la fecundación^{◊◊◊}

Traits of criticality and complexity in fertilization

Abstract | In this work the levels of complexity in the process of fertilization are described, emphasizing the aspect of criticality. Logical networks are used to describe the functioning of the fertilization process in the sea urchin.

Keywords | criticality, discrete logical networks, complexity.

Resumen | En este trabajo se describen los niveles de complejidad en el proceso de fecundación, haciendo énfasis en el aspecto de criticalidad. Asimismo, se utilizan redes lógicas para describir el funcionamiento del proceso de fertilización en el erizo de mar.

Palabras clave | criticalidad, redes lógicas discretas, complejidad.

1. Introducción

DESDE MEDIADOS del siglo pasado, el estudio de múltiples fenómenos de interés para la biología se ha visto enriquecido por el creciente éxito que ha tenido el enfoque de los sistemas complejos (Martínez–Mekler 2000; Martínez–Mekler y Cocho

Recibido: 27 de octubre de 2017.

Aceptado: 21 de agosto de 2018.

* Instituto de Ciencias Físicas (ICF), UNAM y Centro de Ciencias de la Complejidad (C3), UNAM. Daniel Alejandro Priego Espinosa fue estudiante del Programa de Doctorado en Ciencias Biomédicas, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y becario de Conacyt con número 275795.

** ICF-UNAM, C3-UNAM.

*** C3-UNAM, Instituto Nacional de Medicina Genómica.

[◊] Instituto de Biotecnología, UNAM.

^{◊◊} ICF-UNAM, C3-UNAM, Centro Internacional de Ciencias, A. C. (Autor de contacto).

^{◊◊◊} Versión ampliada y con modificaciones de: Priego Espinosa *et al.* (2017), «Criticalidad en la dinámica de redes de señalización relevantes a la fecundación», en: Recamier, J. y Rocío Jáuregui (eds.), *Escuela de Verano en Física en la UNAM*, año 1, núm. 1, México: Instituto de Ciencias Físicas, UNAM, 143-157. http://www.fis.unam.mx/pdfs/Memorias_XXIV_2016.pdf

Correos electrónicos: dpriego@fis.unam.mx | ane_sito@yahoo.com.mx |

jespinal@innogen.gob.mx | darszon@ibt.unam.mx | mekler@fis.unam.mx

Agradecimientos: Quisiéramos expresar nuestro agradecimiento a Germinal Cocho por ser guía y fuente inagotable de propuestas en la aventura de la exploración de los fenómenos complejos. También al Conacyt por el financiamiento otorgado en el proyecto de investigación de Ciencia Básica 255914 y Fronteras de la Ciencias.

Priego Espinosa, Daniel Alejandro, Andrés Alejandro Aguado, Jesús Espinal Enríquez, Alberto Darszon, Gustavo Martínez Mekler. «Rasgos de criticalidad y complejidad en la fecundación.» *Interdisciplina* 8, nº 20 (enero–abril 2020): 93-112.

doi: <http://dx.doi.org/10.22201/ceiich.24485705e.2020.20.71203>

1999; Flores y Mekler 2011; Cocho 2017), donde el comportamiento de sistemas multifactoriales de muchos componentes fuertemente enlazados, con dinámicas y correlaciones a varias escalas de resolución espacial y temporal, da lugar a la emergencia de propiedades globales. En biología lo anterior es la norma. La disponibilidad de una cantidad de información previamente insospechada a varios niveles de resolución requiere de los desarrollos de herramientas de análisis de datos, modelación matemática y simulación, utilizadas para los sistemas complejos, muchas de ellas provenientes del estudio de los sistemas dinámicos y de la física estadística. Con este enfoque se busca incorporar ensayos experimentales puntuales, a manera de ir colectando piezas que eventualmente constituirán un “rompecabezas” completo que describa apropiadamente algún proceso biológico de interés. Siempre ha quedado manifiesta la importancia y necesidad de pasar de colectar a armar dichas piezas de conocimiento empírico, para darles un sentido integrativo en el contexto de un sistema completo. Este es el propósito de la biología de sistemas.

En este contexto ha sido de interés el estudio transdisciplinario de redes formadas por biomoléculas y sus interacciones, las cuales subyacen en la regulación de una variedad de procesos moleculares que sostienen el funcionamiento de la célula, como, por ejemplo, redes genéticas, metabólicas, de señalización bioquímica, entre otras. Las investigaciones se han centrado en caracterizar tres propiedades fundamentales de las redes: estructura, dinámica y función. El trabajo de esta índole pertenece a lo que se ha denominado biología cuantitativa, la cual plantea la deducción de principios cuantitativos que puedan dar lugar a la construcción de modelos predictivos de fenómenos biológicos.

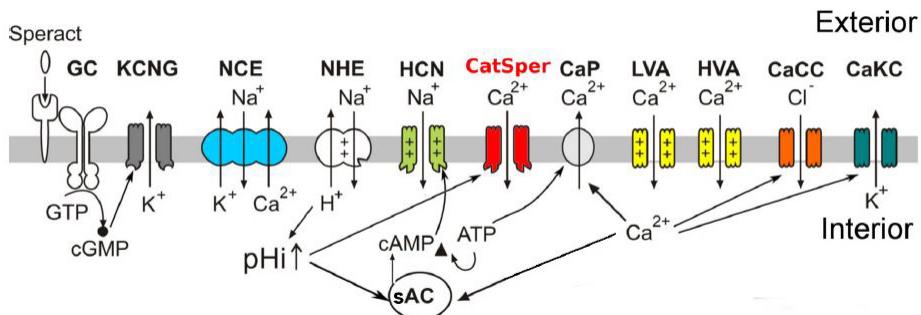
En este artículo se abordan cuestiones pertinentes a la fecundación, principalmente el estudio de la fertilización externa del erizo de mar, con miras a entender los mecanismos que permiten a los espermatozoides localizar el óvulo. Dicha capacidad está regulada por una red de señalización que genera fluctuaciones de concentración de calcio en los flagelos, la cual es disparada por compuestos provenientes del entorno del huevo. Se busca un entendimiento de los procesos biomoleculares involucrados en el funcionamiento de esta red, esto mediante un modelo dinámico discreto de redes lógicas. Una descripción de algunos de los avances obtenidos bajo este programa de investigación se encuentra en el capítulo “Modelaje de la vía de señalización de calcio relacionada con la motilidad de espermatozoides” de la XVIII Escuela de Verano en Física (Espinal *et al.* 2011).

El enfoque de la biología de sistemas pone además de manifiesto propiedades globales de la dinámica de la red de señalización tales como su estabilidad, robustez, redundancia y criticalidad. Aquí se muestra que la dinámica se encuentra en un régimen crítico que comparte propiedades con los fenómenos críticos estudiados en la física y que ocurren en los sistemas dinámicos. El estudio abre la posibilidad de comentar sobre la complejidad en un sentido más amplio.

En la próxima sección se presentan las bases fisiológicas de nuestro objeto de estudio para pasar, en la sección 3, a la construcción de modelos en redes y mostrar en la sección 4, la criticalidad del sistema. La sección 5 presenta una discusión sobre aspectos generales de criticalidad en varios contextos. En la sección 6 se comentan rasgos encaminados a tipificar la complejidad en un sentido amplio, sin por ello dejar de hacer referencia al estudio de la fecundación. La última sección recapitula sobre la situación presente del estudio de fenómenos complejos con miras al futuro.

2. Fertilización del erizo de mar como caso de estudio

Uno de los mecanismos adaptativos esenciales que caracterizan y ayudan a la subsistencia de gran parte de los organismos es la capacidad de reaccionar ante un estímulo externo, ya sea acercándose hacia o alejándose de este, en donde el beneficio de dicho desplazamiento puede tener diferentes significados de acuerdo con el contexto, como lo puede ser la búsqueda de comida, la relocalización de algún tipo de células con funciones reparadoras hacia un sitio de lesión, o el encuentro con otra célula para reproducirse con ella. La respuesta sensomotriz que permite a una célula desplazarse con un movimiento dirigido hacia (o lejos de) la fuente de un gradiente de moléculas es conocida como quimiotaxis. El erizo de mar es un organismo que ha sido empleado por más de un siglo como referencia para el estudio de la quimiotaxis. Entender los elementos de la fisiología de sus espermatozoides relacionados con su motilidad sigue siendo un reto. Este tipo particular de célula se vale de una estructura subcelular conocida como flagelo para desplazarse describiendo trayectorias helicoidales en el medio. Dichas trayectorias son moduladas por moléculas de un polipéptido pequeño conocido como *speract*, las cuales son liberadas desde el recubrimiento del óvulo, difundiéndose para formar un gradiente alrededor de este último, y sirviendo como una señal de localización que el espermatozoide debe interpretar. La unión de dichas moléculas con receptores específicos localizados en el flagelo del espermatozoide desencadena una serie de reacciones bioquímicas y electroquímicas al interior de este (figura. 1) que, en conjunto, generan fluctuaciones en la concentración intraflagelar de iones calcio ($[Ca^{2+}]_i$), las cuales constituyen una señal capaz de inducir cambios directamente en la curvatura del flagelo y por consecuencia en el nado. De esta forma, el fenómeno de quimiotaxis se puede entender como el resultado de la interacción coordinada entre variables externas e internas, relacionadas, respectivamente, con los gradientes de la concentración de estímulo explorados por la trayectoria del espermatozoide y el conjunto de eventos moleculares que suceden al interior del flagelo disparados por el estímulo externo (Darszon *et al.* 2008).

Figura 1. Red de señalización activada por *speract*.

Nota: Las moléculas participantes se encuentran en el flagelo del espermatozoide e involucran principalmente receptores específicos de *speract*, enzimas (GC, AC) que sintetizan segundos mensajeros (cGMP, cAMP), canales iónicos y transportadores que permiten el flujo regulado de potasio (K^+), sodio (Na^+), cloro (Cl^-) y calcio (Ca^{2+}), los cuales, a su vez, generan cambios en el potencial de membrana (V) y pH intracelular. La tira gris representa la membrana celular con canales e intercambiadores iónicos señalados.

Fuente: Espinal-Enríquez *et al.* (2017: 4).

3. Modelación mediante redes lógicas discretas

Dada la naturaleza no lineal de la mayor parte de las interacciones que integran la red de señalización y la acumulación gradual de mediciones experimentales sobre propiedades puntuales relacionadas con los eventos moleculares que subyacen a la quimiotaxis, ha sido necesario recurrir a modelos teóricos para avanzar significativamente en la construcción de un panorama completo que integre las observaciones empíricas en una imagen coherente y que al mismo tiempo proporcione una idea clara de cuáles son las propiedades esenciales del sistema de señalización visto como un todo.

En las referencias (Espinal-Enríquez *et al.* 2011, 2014 y 2017) desarrollamos modelos discretos, lógicos, con el propósito de ayudar a entender la emergencia de oscilaciones de calcio, por medio de su vía de señalización, al regular la motilidad del espermatozoide y llevar a cabo predicciones que han sido comprobadas experimentalmente por nuestro grupo. El estudio permite esclarecer el papel específico que desempeñan ciertos nodos en el contexto de la red completa. Este tipo de modelos son una extensión del formalismo booleano propuesto por primera vez por Stuart Kauffman (1969) para estudiar la dinámica de redes de regulación genética. En la propuesta inicial de Kauffman, mediante una aproximación de grano grueso, los niveles de expresión de cada uno de los genes eran representados por nodos binarios, mientras que las interacciones entre genes lo eran mediante enlaces entre nodos. Este formalismo implica la discretización tanto de los valores que los nodos pueden adquirir como de las unidades de tiempo en que suceden los cambios de estado. Si bien el formalismo de Kauff-

man no fue desarrollado para algún sistema biológico en particular sino que fue planteado como un modelo generalizable, ha resultado ser útil a la hora de adaptarlo a casos específicos en la biología, tales como la diferenciación celular en el desarrollo floral (Mendoza *et al.* 1998), diferenciación celular del sistema inmune (Martínez Sánchez *et al.* 2015) y el ciclo celular de la levadura (Davidichi y Bornholdt 2013), entre otros. Una presentación detallada, pedagógica al respecto se encuentra en (Aldana 2012).

Para la modelación más reciente de la red de señalización del espermatozoide en términos de una red lógica como las descritas en el párrafo anterior, se consideraron 20 entidades moleculares (figura 2) representadas mediante 18 nodos binarios y 2 nodos ternarios, es decir, que puedan cambiar entre 2 o 3 estados posibles según la naturaleza fisiológica particular del nodo a ser modelado.

Denotando el estado de un nodo i a un tiempo t como $\sigma_i(t)$, la configuración a un tiempo t de la red completa queda expresada por un vector $\Sigma(t)$ con longitud $N = 20$:

$$\Sigma(t) = (\sigma_1(t), \sigma_2(t), \dots, \sigma_N(t)) \quad (1)$$

La evolución de cada nodo sucede en tiempos de máquina y el valor que adquiere al siguiente instante depende del estado actual de sus respectivos nodos reguladores. Bajo la suposición de que los tiempos característicos de transición son similares para todos los nodos, estos son actualizados sincronamente en cada paso de tiempo. Así, un nodo dado σ_i tendrá asociado un conjunto de k reguladores ($\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \dots, \sigma_{i_k}$) y la función de actualización F_i toma como entrada la configuración de reguladores a un tiempo t :

$$\sigma(t+1) = F_i(\sigma_{i_1}(t), \sigma_{i_2}(t), \dots, \sigma_{i_k}(t)) \quad (2)$$

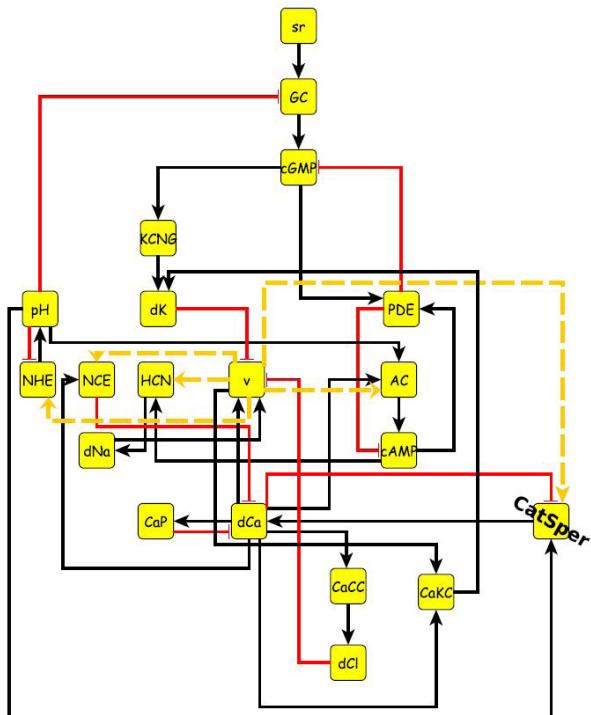
Las funciones de actualización propias de cada nodo son construidas como tablas de verdad que contienen toda la combinatoria posible de estados de sus reguladores y un valor de salida asignado a cada una de las frases regulatorias, tomando en cuenta observaciones experimentales o hipótesis basadas en conocimiento previo cuando hay información faltante. Establecer estas reglas fue un ejercicio interdisciplinario que requirió de un intercambio teórico-experimental a fondo.

Dada una condición inicial $\Sigma(0)$, la dinámica de la red completa eventualmente alcanza un patrón periódico, después de transcurrido un número finito de pasos, es decir, la configuración del sistema llega a un estado que se repite cada cierto número de pasos de tiempo. Este patrón periódico se define como atractor del sistema, y el número de pasos de tiempo entre configuraciones que se repiten define el periodo del atractor; mientras que las trayectorias dadas por

la sucesión de configuraciones que preceden al atractor reciben el nombre de transitorios. El conjunto de condiciones iniciales que llegan a un atractor constituye la cuenca de atracción, y el conjunto de atractores con sus respectivas cuencas forma el paisaje de atracción del sistema. En particular, para el nodo del calcio (dCa) se obtiene un patrón oscilatorio que puede asociarse con el tren de oscilaciones típicamente observado experimentalmente en el flagelo de espermatozoides (Wood *et al.* 2003). La evolución de la red para una condición inicial basal se muestra en la figura 3.

A partir de este tipo de modelos se ha logrado (Espinal-Enríquez *et al.* 2011, 2014 y 2017) un mejor entendimiento del funcionamiento de los canales iónicos luego de haber explorado *in silico* la activación o bloqueo constitutivo de algunos de ellos, seguido de su corroboración experimental. Uno de los casos más complejos explorados fue la caracterización del mecanismo de acción del ácido niflúmico (Espinal-Enríquez *et al.* 2014) sobre la dinámica de la señal de calcio, ya que esta droga tiene la peculiaridad de poder actuar sobre al menos 3 tipos de canales, ya sea inhibiéndolos o activándolos. En otro artículo (Espinal-Enríquez *et al.* 2017), gracias a la consideración de variantes de la red abordada inicialmente y el estudio por medio de simulaciones de diversos escenarios de interacción, al buscar consistencia con resultados experimentales observados, se pudo predecir que CatSper es el canal de calcio determinante. Haber hecho una predicción de esta relevancia por medio de un modelo matemático, pone de manifiesto los alcances que pueden tener estudios teóricos en la biología. El trabajo va más allá de proveer un mejor entendimiento y corroborar experimentos previos. La teoría plantea predicciones cuantitativas y cualitativas, y se convierte en un motor para el desarrollo de nuevos experimentos. Por supuesto, la palabra final la tendrán los experimentos. En este tenor, a largo plazo se espera que este

Figura 2. Abstracción de la red de señalización bioquímica mediante una red lógica discreta.



Nota: Las interacciones activadoras, represoras y duales están coloreadas, respectivamente, con negro, rojo y amarillo.

Fuente: Espinal-Enríquez *et al.* (2017: 5).

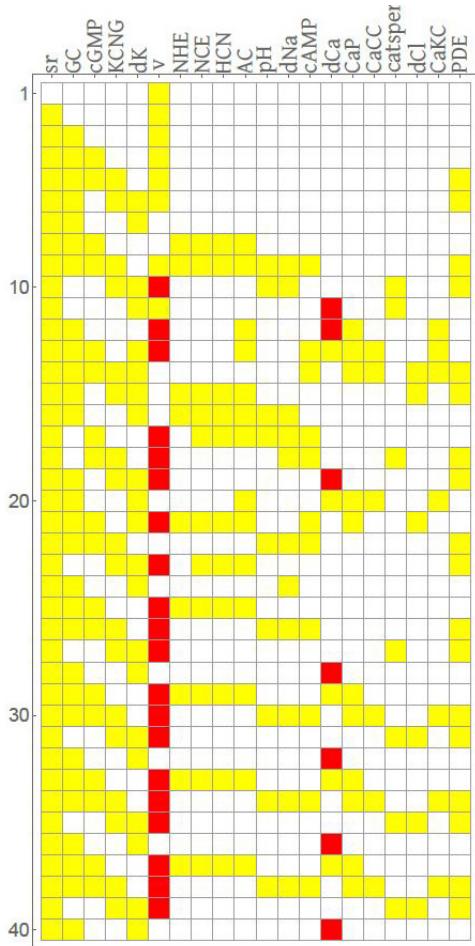
tipo de estudios, con su extensión a mamíferos, pueda contribuir a la elaboración de fármacos que alteren la fertilidad ya sea aumentándola o disminuyéndola, por ejemplo, que contribuya al desarrollo de anticonceptivos masculinos.

4. Régimen dinámico crítico

El funcionamiento y la evolución de los seres vivos presupone implícitamente que la forma en que estos contienen ante cambios internos o ambientales depende de mecanismos suficientemente robustos como para que no se colapsen fácilmente y al mismo tiempo suficientemente flexibles como para codificar un repertorio de respuestas con ventajas adaptativas para diferentes escenarios. Si bien pareciera difícil imaginar un sistema en donde coexistan estas dos propiedades aparentemente opuestas: robustez y adaptabilidad, se ha visto que las redes que operan en un régimen dinámico crítico con respecto a la propagación de perturbaciones dan cabida a la optimización de ambas capacidades (Flores y Martínez-Mekler 2011; Aldana 2012).

Derrida propuso un cálculo que proporciona una medida de cómo perturbaciones sobre condiciones iniciales producen alteraciones en la configuración de una red que se propagan en el tiempo (Derrida y Pomeau 1986). Cuando $t \rightarrow \infty$, estas perturbaciones tienen tres posibles destinos: se propagan a toda la red (régimen caótico), mueren eventualmente (régimen ordenado) o llegan a un escenario intermedio donde se construyen a una proporción de nodos semejante al tamaño de la perturbación inicial con comporta-

Figura 3. Simulación para una condición inicial en la cual todos los nodos están en estado basal.



Nota: En esta gráfica, la configuración en el tiempo $t = 0$ corresponde al renglón superior, y los siguientes renglones corresponden a la evolución del sistema en cada paso de tiempo hasta llegar al atractor. Los colores blanco, amarillo y rojo corresponden, respectivamente, a los estados 0, 1 y 2.

Fuente: Priego Espinosa et al. (2017: 148).

mientos estadísticos similares. A este último régimen se le ha denominado crítico (Derrida y Pomeau 1986). El origen del término proviene de los fenómenos críticos estudiados en la física, asociados con transiciones de fase en las que se presentan correlaciones a todas escalas. La siguiente sección presenta una discusión sobre criticalidad.

Dada una configuración inicial $\Sigma(0)$, definimos una perturbación de tamaño h como aquella que genera una nueva configuración $\Sigma'(0)$ que difiere de la original en el valor de h nodos, decimos entonces que la nueva configuración está a una distancia de Hamming h de la incial. Al normalizar esta perturbación por el tamaño de la red ($H = h/N$), podemos tener una medida que expresa el porcentaje en que fue alterada una configuración dada.

El mapeo de Derrida $M(H(t)) = \langle H(t+1) \rangle$, que relaciona cómo cambian *en promedio* las alteraciones inducidas por una perturbación H realizada al tiempo t después un paso de evolución, puede indicarnos el régimen dinámico en el cual opera una red discreta. En la práctica, para calcular numéricamente este mapeo, se muestrea un conjunto de condiciones iniciales del espacio de configuraciones sobre las cuales se hacen incidir perturbaciones que abarcan todos los tamaños posibles, deja evolucionar a los pares $\Sigma(0)$ y $\Sigma'(0)$ resultantes y se mide el tamaño promedio de la perturbación luego de ese paso de evolución. Es importante enfatizar que se trata de una propiedad promedio de la evolución de todo el sistema y no de la de una condición inicial particular.

Para tiempo continuo la susceptibilidad de una red lógica discreta está definida por la pendiente al origen del mapeo:

$$S = \left. \frac{dM(H)}{dH} \right|_{H=0} \quad (3)$$

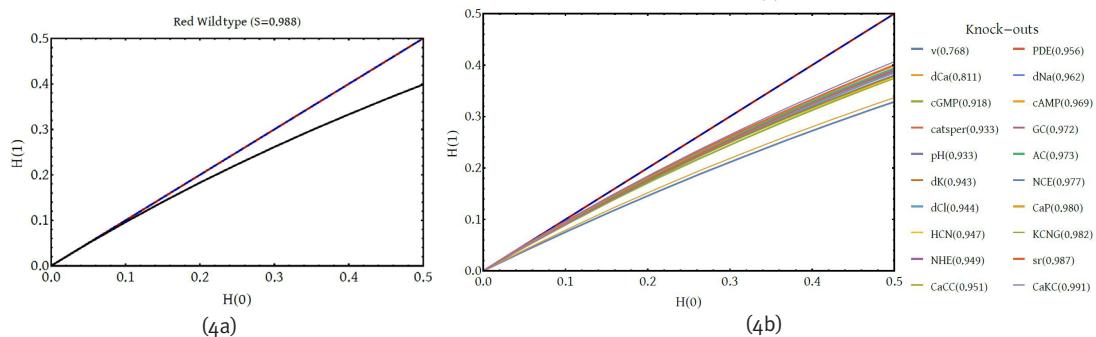
donde S determina el régimen dinámico en que opera la red: ordenado ($S < 1$), desordenado ($S > 1$) o crítico ($S \approx 1$). Para tiempos discretos normalizados:

$$S = \left. \frac{M(H(0))}{H(0)} \right|_{H(0)=1/N} \quad (4)$$

Al calcular el mapeo de Derrida para nuestra red, resulta que el valor de la susceptibilidad es muy cercana a 1, lo cual indica que su dinámica opera en el régimen crítico (figura 4a).

En el cálculo anterior, la criticalidad está relacionada con la invariancia a lo largo del tiempo de la representación de las alteraciones inducidas por una perturbación en condiciones iniciales. Cabe preguntarse qué tan robusto es este comportamiento y qué tan sensible es a cambios en la estructura y definición de la red. A nivel estructural, consideraremos la respuesta del comportamiento de la red ante la supresión de un nodo. Sucede que al llevar a cabo esta supresión (co-

Figura 4. Mapeos de Derrida calculados sobre 500,000 condiciones iniciales aleatorias.



Nota: Con propósitos de referencia, se grafica una recta identidad con un patrón de colores rojo y azul. (4a) Red completa. Obsérvese que el valor de susceptibilidad S es cercano a 1, por lo cual esta red opera en el régimen crítico. (4b) Redes resultantes de *knock-outs* individuales. Entre paréntesis se encuentran los correspondientes valores de susceptibilidad. Nótese que, al igual que la red completa, las curvas se aproximan a la vecindad del origen con una pendiente cercana a 1, con excepción de dos casos: el calcio (dCa) y el voltaje (v), cuyas curvas son menos tangentes a la recta identidad y tienden hacia el régimen ordenado.

Fuente: Priego Espinosa *et al.* (2017: 151).

nocida en la literatura como *knock-out* de un componente de la red) el comportamiento crítico de la red resultante se preserva.

En la figura 4b se muestra que ante la supresión de nodos (uno a la vez), se conserva la pendiente de uno en la curva de Derrida ($S \approx 1$), lo cual, recordemos, es indicativo de un régimen dinámico crítico. Por ende, hemos mostrado que la criticalidad es una propiedad robusta ante modificaciones estructurales. En el lenguaje de los sistemas dinámicos a este comportamiento se le conoce como estabilidad estructural. Para la biología esta propiedad es altamente significativa en términos evolutivos. Cabe comentar que con la eliminación de los nodos dCa y v , se obtienen las pendientes S que menos se aproximan a uno (figura 4b), esto puede estar ligado a que son los que tienen más conexiones salientes y entrantes (figura 4b), y que guardan un significado central desde un punto de vista fisiológico (Darszon *et al.* 2008). Consecuentemente, su ausencia constituye una perturbación mayor a las demás del sistema.

Dada la estrecha relación entre la vía de señalización que estudiamos y el nado del espermatozoide, los comentarios previos sobre robustez y capacidad evolutiva en régimen crítico se aplican directamente sobre el encuentro de los gametos. La criticalidad provee elementos para explicar por qué dos especies de erizo de mar que viven en distintos entornos (orillas del mar y agua profunda) mantienen la misma vía de señalización (robustez) pero manifiestan marcadas diferencias en grado de sensibilidad quimiotáctica (adaptabilidad). Otra ventaja evolutiva de la criticalidad es que al optimizar transferencia de infor-

mación aumenta la eficiencia de la respuesta del nado al medio, lo cual es importante dado que los espermatozoides en el mar tiene una expectativa de vida corta.

5. Consideraciones sobre la criticalidad

En un inicio, el término criticalidad se acuñó en la física para el estudio de transiciones entre fases termodinámicas, posteriormente se adoptó en el contexto del comportamiento de sistemas dinámicos con transiciones entre fases dinámicas. El mapeo de Derrida, aunque se encuentra ligado a fases dinámicas, tiene características propias. La relación entre las diversas acepciones de la criticalidad aún no ha sido descifrada por completo y es tema de investigación. Las transiciones de fase han sido motivo de intenso estudio dentro de la física: transiciones hielo/líquido, líquido/gas, ferro/paramagneto, transición superfluida o superconductura son algunos de los ejemplos. Entre la variedad de las posibles transiciones de fase se distinguen los fenómenos críticos, los cuales caracterizaremos aquí en términos de la transición ferro/para-magnética. Los metales ferromagnéticos, al ser expuestos a un campo magnético generado externamente, poseen un rango de temperaturas a las cuales se magnetizan, esto es, mantienen una magnetización en ausencia del estímulo externo, se comportan como imanes. Resulta que al ir aumentando la temperatura, la magnetización decrece, hasta desaparecer a una temperatura que denominaremos por T_c ; a partir de ella, al no retener magnetización inducida, el material se comporta como paramagneto. La magnetización es la densidad de momentos dipolares magnéticos, si consideramos un modelo simplificado bidimensional en que los momentos adquieren solo uno de dos valores (+/-), con interacciones de corto alcance (modelo de Ising), lo que ocurre es que debajo de T_c se tienen dominios magnéticos dominantes, ya sea positivos o negativos (uno de los dos), intercalados con zonas del signo opuesto. Cuando nos encontramos por arriba de T_c los dominios se van desintegrando y se presenta una distribución aleatoria de cúmulos muy pequeños de espines alineados que van desapareciendo al incrementarse la temperatura. En cambio, muy cerca de la temperatura crítica se tienen dominios compuestos de dominios, compuestos de dominios, en forma iterativa, dando lugar a una estructura sumamente compleja. Estas estructuras se presentan a todos tamaños, y se preservan ante cambios en la resolución de observación, es decir, hay una invariancia de escala, todo el sistema está estadísticamente correlacionado a todas las escalas (Bruce y Wallace 1989). Las interacciones son de corto alcance, pero las correlaciones se presentan en todos los rangos. Para mayor claridad, decimos que dos sitios están correlacionados si la variación de uno de ellos es perceptible a nivel estadístico por el otro. O sea, las variables no son

estadísticamente independientes. La presencia de este sin fin de correlaciones a la temperatura crítica T_c da lugar a singularidades en cantidades termodinámicas en la vecindad de T_c , como, por ejemplo, la susceptibilidad magnética que registra los cambios en la magnetización ante variaciones de un campo magnético externo, esto se debe a relaciones conocidas como fluctuación-disipación. El estudio de los fenómenos críticos dio lugar al desarrollo de la teoría del grupo de renormalización, por la cual Kenneth Wilson obtuvo un Premio Nobel (Wilson 1975). Para los propósitos de esta discusión recalcamos que por debajo de T_c las estructuras se congelan, por arriba se pierden y en T_c se preservan.

Por otra parte, en los sistemas dinámicos, tales como sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales o mapeos no lineales acoplados, que se utilizan para modelar dinámica de poblaciones ecológicas (ecuaciones de Lotka-Volterra, mapeo logístico), osciladores no lineales (ecuación de Van der Pol), dinámicas excitables (ecuaciones de Hodgkin-Huxley y Fitzhugh-Nagumo), entre otros, presentan transiciones entre comportamientos dinámicos cualitativamente muy diferenciados que ocurren al variar algunos de sus parámetros. En sistemas dinámicos a esas transiciones se les denomina bifurcaciones. Como ejemplo de una bifurcación se tiene la transición de comportamiento regular periódico a uno caótico (dinámica determinista, con sensibilidad a condiciones iniciales, sin predictibilidad, con rasgos parecidos a los comportamientos azarosos) que se presenta a un valor “crítico” particular de su parámetro de bifurcación (May 1976). En ese valor, la dinámica es marginal, entre el orden y el caos, se presentan correlaciones temporales a todas las escalas, así como una invariancia de comportamiento ante cambios en la resolución temporal de observación. Las analogías con las transiciones de fase termodinámicas saltan a la vista; han sido y continúan siendo estudiadas formalmente.

En las redes que aquí estudiamos, la criticalidad se refiere al régimen entre dos fases dinámicas, y se cuantifica en términos de respuestas a alteraciones generadas por perturbaciones en condiciones iniciales. Para su estudio viene a la mente la terminología utilizada en el análisis de los sistemas dinámicos de una transición entre un comportamiento regular que elimina el efecto de las perturbaciones y otro caótico que las amplifica. Usualmente, en los estudios sobre dinámica caótica el sujeto primordial de análisis es el comportamiento asintótico de las trayectorias del sistema dinámico y su sensibilidad ante variaciones de condiciones iniciales. Aunque bajo ciertas condiciones, el criterio de Derrida se puede asociar con ese comportamiento de las trayectorias (Aldana 2003), su enfoque es sobre comportamientos globales, promedio, a un paso de tiempo. En este sentido, más que una transición caos-orden, parece ser más adecuada la nomenclatura de una transición expansión-contracción. Es más, bajo esta perspectiva, la proximidad a 1 de la susceptibilidad S definida con an-

terioridad, tiene rasgos reminescentes de la divergencia de la susceptibilidad de compresión volumétrica en el punto crítico termodinámico.

Un asunto que merece ser recalco es que, a diferencia de los casos como el magnético y la ecuación logística donde hay un parámetro de control (la temperatura y el parámetro de bifurcación, respectivamente) que sintoniza al sistema al punto crítico, en nuestro caso es la dinámica, *per se*, la que lleva al régimen crítico. Este tipo de comportamiento se conoce como “criticalidad auto-organizada” (Bak *et al.* 1987) y ha sido motivo de intenso estudio.

Enfatizamos que el régimen dinámico crítico de nuestra red preserva estructuras a todas las escalas tal como es el caso del magnetismo en punto crítico o la dinámica marginal de los sistemas dinámicos. Este comportamiento es indicativo de correlaciones y sensibilidad del sistema a todas escalas. Una propuesta, materia de controversia, es que en el régimen crítico la transferencia de información se optimiza. En la biología, una propiedad de esta índole tiene repercusiones profundas. Este comportamiento, aunado a la coexistencia de adaptabilidad y robustez bajo un régimen dinámico crítico, da sustento a la hipótesis de que la vida se desarrolla en un punto crítico. No es de extrañarse, por ello, que se haya manifestado en variedad de fenómenos biológicos (Muñoz 2017), en particular en diversos tipos de redes regulatorias: redes genéticas (Balleza *et al.* 2008; Krotov *et al.* 2014; Nykter *et al.* 2008), neuronales (Baggs y Plenz 2003; Beggs 2008; Tagliazucchi *et al.* 2012; Haimovici *et al.* 2013) y de señalización (Gupta *et al.* 2007; Kim *et al.* 2014; Nivala *et al.* 2012). Con nuestro trabajo mostramos que en un proceso biológico tan fundamental como lo es la fertilización, la criticalidad sale a relucir una vez más. ¿Será que algo similar ocurre en los fenómenos sociales?

6. Reflexiones sobre complejidad

En tiempos recientes el interés en el estudio y comprensión de los sistemas complejos ha ido en continuo ascenso. Aunque, comúnmente, se acepta que los procesos biológicos son *per se* complejos y los sociales aun más, reiteradamente se delibera sobre cuál es la definición de un sistema complejo (Thurner 2016). Más que *definir*, la cuestión es poder *percibir* un fenómeno complejo. El análisis que aquí se presenta sobre algunos aspectos de la fecundación abre la posibilidad de resaltar comportamientos que permitan distinguirlo como complejo. Cada uno de los atributos que a continuación se plantean, sin ser necesarios, ni suficientes, ayudan a caracterizar los fenómenos complejos. La sinergia que se establezca entre ellos va ligada a un aumento de complejidad.

Transdisciplinariedad. Este estudio es resultado de un intenso intercambio entre investigadores de varias disciplinas (biólogos, físicos y computólogos), tanto teóricos como experimentales. Las preguntas, los planteamientos y las pau-

tas a seguir son resultado de esa colaboración; se requirió del desarrollo de lenguajes y modos de pensamiento en comúun. Vale la pena puntualizar que, aunque el enfoque de los sistemas complejos proporciona una plataforma *ad hoc* para abordar aspectos de fondo de problemas multidisciplinarios (Cochó y Martínez-Mekler *et al.* 2011, 2014 y 2017), la complejidad no está supeditada a la transdisciplinariedad, existen problemas y situaciones propias de una sola disciplina que pueden dar lugar a comportamientos complejos.

Jerarquización y multiplicidad de escalas. El trabajo aquí presentado, junto con nuestras publicaciones relacionadas (Espinal-Enríquez *et al.* 2011, 2014 y 2017), integra distintos niveles de descripción e interacción (molecular, subcelular, celular) se abordan aspectos bioquímicos, fisiológicos, hidrodinámicos; comportamientos individuales y colectivos que se presentan a distintas escalas de resolución espacial y temporal. Eventualmente emergen comportamientos funcionales que en ocasiones pueden ligarse a procesos de auto-organización. Es importante resaltar que la riqueza de niveles de comportamientos temporales es tan importante como la presencia de estructuras espaciales a distintas escalas de descripción. La transmisión de información inter e intra nivel es un elemento crucial. Los desarrollos para poder integrar información y comportamientos de diferentes escalas es una de las características que ha despertado amplio interés en el enfoque de los sistemas complejos.

No linealidad y retroalimentación. En general, los sistemas complejos son multicomponentes con interacciones no lineales entre ellos. La no linealidad puede dar lugar a comportamientos tanto caóticos, en la práctica impredecibles, como regulares y robustos (Martínez-Mekler 1990). El que los efectos no sean proporcionales a las causas, introduce un elemento de sorpresa. Los procesos de retroalimentación son determinantes para el comportamiento de los sistemas complejos, este puede darse entre elementos de un nivel de descripción, o de distintos niveles de descripción. Es más, puede incluso presentarse con el entorno, en cuyo caso suele hablarse de adecuación. Llega incluso a suceder que, en ocasiones, cuando el número de componentes con interacciones no lineales tiende a infinito, el tiempo para llegar a un estado estable asintótico (conocido como atractor) también diverge; la dinámica siempre será transitoria, por más que se avance, nunca se llega (Livi *et al.* 1990).

En nuestro estudio de la fecundación las interacciones no lineales y los circuitos de retroalimentación se presentan en la vía de señalización de la concentración del Ca^{2+} y condicionan el nado del espermatozoide. Para el caso de mamíferos, considerar las relaciones entre diversos niveles espacio-temporales y con el entorno que se presentan a lo largo de la fecundación es determinante.

Colectividad y comportamientos emergentes. Al considerar sistemas de muchos componentes, sus interacciones y las dinámicas que presentan, es de interés de-

terminar, estudiar y comprender los comportamientos colectivos que surgen. En el ámbito de los estudios de complejidad se habla de comportamientos emergentes, que no pueden explicarse solo en términos de un conocimiento individual a fondo de sus componentes. La expresión de que en un sistema complejo el todo es mayor a la suma de las partes hace alusión a esta situación. En nuestro estudio podría pensarse que la quimiotaxis es una propiedad emergente que proviene de la interrelación entre la dinámica bioquímica intra-extra flagelar, y el nado por medio de motores moleculares en gradientes químicos provenientes del huevo.

Un formalismo de considerable atención recibida para el estudio de estos sistemas es el de redes. Una red consta de nodos (los elementos del sistema) y enlaces (las interacciones) entre los nodos. Los valores de los nodos a un tiempo dado definen el estado del sistema y la evolución temporal depende de las interacciones, en general no lineales. Como ya se mencionó, la red objeto de nuestro estudio corresponde a la vía de señalización del calcio en el flagelo y los enlaces están definidos por las funciones regulatorias. La situación se complica cuando se presentan procesos de retroalimentación, sean con el entorno o entre los mismos componentes, los cuales generan cambios en las funciones regulatorias. Se tiene entonces una evolución tanto de nodos como de enlaces. Para el caso de organismos marinos esta situación puede darse por los cambios en el entorno al explorar por medio del nado gradientes quimioatrayentes (por ejemplo, el *speract*) en tiempos commensurables con los de la dinámica interna de los nodos. En el caso de los mamíferos, al recorrer el tracto femenino las concentraciones externas de varios estímulos cambian con su nado, lo cual modifica el comportamiento de las vías de señalización que a su vez afectan el nado, aunando a esto se tienen cambios en la viscosidad y la morfología del tracto. La concatenación de estas retroalimentaciones es un indicativo del grado de complejidad del sistema. Es aquí donde las relaciones temporales son cruciales. Si el entorno varía lentamente, la dinámica interna puede considerarlo como fijo; por otra parte, si el entorno cambia rápido en relación con los tiempos característicos internos, la consideración de un valor promedio de los estímulos es aplicable. El problema más agudo se presenta cuando los tiempos internos y los del entorno son conmesurables. En este caso no se cuenta con las condiciones para que se llegue a un estado asintótico estacionario. La dinámica del sistema corresponde a estados transitorios que se van modificando por el intercambio con el entorno, se *transita entre estados transitorios*. En lenguaje coloquial “por más que me acerco, nunca llego, pues todo el tiempo me andan cambiando la jugada”.¹ El sistema está constreñido a encontrarse siempre fuera de equilibrio. Otro factor temporal que contribuye a la complejidad se genera si los tiempos carac-

1 Afortunadamente algún espermatozoide sí llega eventualmente al huevo.

terísticos del cambio de los nodos son disímiles, la evolución temporal individual es entonces asíncrona, lo cual dificulta llegar a comportamientos globales coherentes. La determinación de condiciones que conduzcan a una sincronización global resulta fundamental.

Un desarrollo teórico reciente que contribuye a poder contender con las situaciones anteriores son las redes multicapa en las cuales los componentes del sistema pueden operar en varias redes que abordan distintos comportamientos, las cuales se encuentran interconectadas. Un mismo nodo puede participar en varias de las redes. Los desarrollos formales y aplicaciones de redes multicapa son materia de intenso estudio (Boccaletti *et al.* 2014; Kivela *et al.* 2014).

Inhomogeneidad. Buena parte de la complejidad de un sistema puede provenir de su inhomogeneidad. Bajo estas condiciones no se puede recurrir a simplificaciones de comportamientos promedio, efectivos. La homogeneidad es más patente a escalas de alta resolución. La falta de homogeneidad puede estar asociada con estructuras recurrentes bien definidas pero con frecuencia se presenta como un desorden. Los tratamientos estadísticos resultan reveladores, como es el caso de determinación de correlaciones e información mutua. Conceptos probabilísticos son requeridos y formulaciones estocásticas son recurrentes. En nuestros modelos de fecundación la resolución experimental aún no permite cuantificar la inhomogeneidad, una vez que se tengan los datos será un factor a considerar.

Estocasticidad. El ruido es un elemento recurrente en los fenómenos complejos; en fenómenos biológicos y sociológicos el entorno siempre es ruidoso. La inclusión del ruido como un factor determinante del desarrollo de los sistemas complejos que puede contribuir a su funcionalidad es un cambio paradigmático respecto a su concepción como un elemento de distorsión que debe ser eliminado. En biología, algunas estructuras y comportamientos coherentes afloran solo en presencia del ruido (Vázquez-Rodríguez *et al.* 2017). Algunos formalismos matemáticos que dan lugar a dinámicas con transiciones entre transitorios son estables gracias a la presencia de ruido de fondo (Muezzinoglu *et al.* 2010; D'Huys *et al.* 2016). Cabe aquí la reflexión del eminentemente matemático A. N. Kolmogorov: “De hecho, todo el valor etimológico de la teoría de la probabilidad se basa en que: fenómenos azarosos presentes a grandes escalas crean en su comportamiento colectivo una estricta regularidad no azarosa” (Gnedenko y Kolmogorov 1954), o dicho de otra manera: “Nada hay tan determinista que un tambache de procesos azarosos, desordenados”.

Multifactorialidad. Esta última característica se ha llegado a considerar definitivamente. La dependencia de un proceso de múltiples causas que incluso pueden provenir de diferentes niveles de organización, aunque no cuestiona la causalidad, sí puede dar lugar a comportamientos totalmente inesperados. El avance extraordinario de capacidades de obtención y almacenamiento de información ha

puesto de manifiesto una multifactorialidad/multiescala impresionante que requiere del desarrollo de metodologías de minería de datos masivos y aprendizaje profundo. La complejidad inherente a esta situación es evidente.

7. Colofón

Conceptual y metodológicamente queda claro que los sistemas dinámicos no lineales (discretos o continuos, deterministas o estocásticos) y la física estadística fuera de equilibrio son herramientas naturales para el estudio de la complejidad. El crecimiento vertiginoso de las capacidades de cómputo, almacenamiento y procesamiento de información, que permiten simulaciones cada vez más realistas, estudio de redes intrincadas, manejo y entendimiento de grandes bases de datos, provee un punto de partida para trabajos futuros. Se espera que esto, aunado a capacidades experimentales antes insospechadas y desarrollos teóricos de frontera en diversas áreas de conocimiento, permita que un entendimiento y solución de la problemática que el mundo actual nos presenta sea más accesible. Estos desarrollos son una respuesta a la transformación sociocultural que estamos viviendo, C.H. Waddington escribió en 1977 el libro *Herramientas del pensamiento*, el cual abrió nuevos senderos para el desarrollo del estudio de los sistemas complejos; ahora, el terreno está fértil para un libro sobre *formas del pensamiento*. **Id**

Referencias

- Aldana, Maximino. 2012. «Redes complejas.» 2012. En *XIX Escuela de Verano en Física*, Cuernavaca, Morelos, México, julio 25- agosto 5, 2011. José Recamier, Rocío Jáuregui y Manuel Torres (eds.). México: UNAM, 13-68.
- Aldana, Maximino. 2003. «Boolean dynamics of networks with scale-free topology.» *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 185.1: 45-66. ISSN: 01672789. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789\(03\)00174-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-2789(03)00174-X)
- Bak, Per., Chao Tang y Kurt Wiesenfeld. 1987. «Self-organized criticality: an explanation of the 1/f noise.» *Physical Review Letters*, 59.4: 381-384. ISSN: 0031-9007. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.59.381>
- Balleza, Enrique., Elena R. Alvarez-Buylla, Alvaro Chaos, Stuart Kauffman, Ilya Shmulevich y Maximino Aldana. 2008. «Critical dynamics in genetic regulatory networks: Examples from four kingdoms.» En Sui Huang (ed.), *PLoS One* 3.6, e2456. ISSN: 1932-6203. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0002456>
- Beggs, John M. 2008. «The criticality hypothesis: how local cortical networks might optimize information processing.» *Philosophical transactions. Series*

- A, Mathematical, physical, and engineering sciences, 366.1864: 329-43. ISSN: 1364-503X. <http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2007.2092>
- Beggs, John M. y Dietmar Plenz. 2003. «Neuronal avalanches in neocortical circuits.» *The Journal of Neuroscience*, 23.35: 11167-11177. ISSN: 0270-6474, 1529-2401. [http://dx.doi.org/23/35/11167\[pii\]](http://dx.doi.org/23/35/11167[pii])
- Boccaletti, S., G. Bianconi, R. Criado, C. I. del Genio, J. Giménez-Gardeñes, M. Romance, I. Sendiña-Nadal, Z. Wang y M. Zanin. 2014. «The structure and dynamics of multilayer networks.» *Physics Reports*, 544.1: 1-122. ISSN: 03701573. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2014.07.001>. arXiv: 1407.0742.
- Bruce, Alastair y David Wallace. 1989. «Critical point phenomena: universal physics at large length scales.» En Paul Davies (ed.), *The New Physics*, 1a ed., cap. 8. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 236-267. ISBN: 9780521304207.
- Cocco, Germinal y Gustavo Martínez-Mekler. 2011. «Complejidad en comportamientos universales en las artes y las ciencias.» En Flores, Jorge y Gustavo Martínez-Mekler (eds.), *Encuentros con la complejidad*, 1a ed. México: Siglo XXI, cap. 2, 48-72. ISBN: 978-6070302787.
- Cocco, Germinal. 2017. *Ciencia, humanismo, sociedad. De los sistemas complejos a la imaginación heterodoxa*. Octavio Miramontes, Eduardo Vizcaya, Danna Oassis, Dulce Guillén y Jaime García (eds.). México: CopIt arXives. ISBN: 978-1-938128-13-4.
- D'Huys, Otti., Johannes Lohmann, Nicholas D. Haynes y Daniel J. Gauthier. 2016. «Super-transient scaling in time-delay autonomous Boolean network motifs.» *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 26.9: 094810. ISSN: 1054-1500. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4954274>
- Darszon, Alberto, Adán Guerrero, Blanca E. Galindo, Takuya Nishigaki y Christopher D. Wood. 2008. «Sperm-activating peptides in the regulation of ion fluxes, signal transduction and motility.» *The International Journal of Developmental Biology*, 52.5-6: 595-606. ISSN: 0214-6282. <http://dx.doi.org/10.1387/ijdb.072550ad>
- Davidich, María I. y Stefan Bornholdt. 2013. «Boolean network model predicts knockout mutant phenotypes of fission yeast.» *PLoS One*, 8.9. ISSN: 19326203. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0071786>. arXiv: 0704.2200.
- Derrida, B. e Y. Pomeau. 1986. «Random networks of automata: A simple annealed approximation.» *Europhysics Letters (EPL)*, 1.2: 45-49. ISSN: 0295-5075. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/1/2/001>
- Espinal-Enríquez, Jesús, Adán Guerrero, Maximino Aldana, Chris Wood, Alberto Darszon y Gustavo Martínez-Mekler. 2011. «Modelaje de la vía de señalización de calcio relacionada con la movilidad del espermatozoide.» En Rocío Jáuregui y José Recamier (eds.), *XVIII Escuela de Verano en Física*. Cuernavaca, Morelos, México, 1 al 5 de agosto de 2010. México: UNAM.

- Espinal-Enríquez, Jesús, Alberto Darszon, Adán Guerrero y Gustavo Martínez-Mekler. 2014. «In silico determination of the effect of multi-target drugs on calcium dynamics signaling network underlying sea urchin spermatozoa motility.» *Plos One*, 9.8, e104451. ISSN: 1932-6203.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0104451>
- Espinal-Enríquez, Jesús, Daniel Alejandro Priego-Espinosa, Alberto Darszon, Carmen Beltrán y Gustavo Martínez-Mekler. 2017. «Network model predicts that CatSper is the main Ca²⁺ channel in the regulation of sea urchin sperm motility.» *Scientific Reports* 7.1: 4236. ISSN: 2045-2322.
<http://dx.doi.org/10.1038/s41598-017-03857-9>
- Espinal-Enríquez, Jesús, Maximino Aldana, Adán Guerrero, Christopher Wood, Alberto Darszon y Gustavo Martínez-Mekler. 2011. «Discrete dynamics model for the speract-activated Ca²⁺ signaling network relevant to sperm motility.» *PloS One*, 6.8, e22619. ISSN: 1932-6203.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0022619>
- Flores, Jorge y Gustavo Martínez-Mekler (eds.). 2011. *Encuentros con la complejidad*, 1a ed. México: Siglo XXI, 224. ISBN: 978-6070302787.
- Gnedenko, B.V. y A. N. Kolmogorov. 1954. *Limit distributions for sums of independent random variables*. USA: Addison-Wesley, 264. ISBN: 978-0201024203.
- Gupta, Simone, Siddharth S. Bisht, Ritushree Kukreti, Sanjeev Jain y Samir K. Brahmachari. 2007. «Boolean network analysis of a neurotransmitter signaling pathway.» *Journal of Theoretical Biology*, 244.3: 463-9. ISSN: 0022-5193.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jtbi.2006.08.014>
- Haimovici, Ariel, Enzo Tagliazucchi, Pablo Balenzuela y Dante R. Chialvo. 2013. «Brain organization into resting state networks emerges at criticality on a model of the human connectome.» *Physical Review Letters*, 110.17: 1-4. ISSN: 00319007.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.178101.arXiv: 1209.5353>
- Kauffman, S. A. 1969. «Metabolic stability and epigenesis in randomly constructed genetic nets.» *Journal of Theoretical Biology*, 22.3: 437-67. ISSN: 0022-5193.
- Kim, Junil, Drieke Vandamme, Jeong-Rae Kim, Amaya García Muñoz, Walter Kolch y Kwang-Hyun Cho. 2014. «Robustness and evolvability of the human signaling network.» En Jeffrey J. Saucerman (ed.), *PLoS Computational Biology*, 10.7, e1003763. ISSN: 1553-7358.
<http://dx.doi.org/10.1371/journal.pcbi.1003763>
- Kivela, M., Alex Arenas, Marc Barthelemy, James P. Gleeson, Yamir Moreno y Mason A. Porter. 2014. «Multilayer networks.» *Journal of Complex Networks*, 2.3: 203-271. ISSN: 2051-1310.
<http://dx.doi.org/10.1093/comnet/cnu016. arXiv: 1309.7233>

- Krotov, D., J. O. Dubuis, T. Gregor y W. Bialek. 2014. «Morphogenesis at criticality.» *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111.10: 3683-3688. ISSN: 0027-8424. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.1324186111>. arXiv: arXiv:1309.2614v1.
- Livi, R., G. Martínez-Mekler y S. Ruffo. 1990. «Periodic orbits and long transients in coupled map lattices.» *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 45.1-3: 452-460. ISSN: 01672789. [http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789\(90\)90202-Z](http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789(90)90202-Z)
- Martínez-Mekler, Gustavo. 1993. «Dinámica y estructura de sistemas complejos.» En García-Colín, L., F. Ramos Gómez y R. Rechtman (eds.), *Temas seleccionados de física estadística*. México: El Colegio Nacional, 141-227.
- Martínez-Mekler, Gustavo. 2000. «Una aproximación a los sistemas complejos.» *Revista Ciencias*, 59: 6-9.
- Martínez-Mekler, Gustavo y Germinal Cocho. 1999. «Al borde del milenio: caos, crisis, complejidad.» En *Ciencias de la materia: Génesis y evolución de sus conceptos fundamentales*, 1a ed. México: Siglo XXI, cap. 8, 265-299. ISBN: 978-9682321627.
- Martínez-Sánchez, Mariana Esther, Luis Mendoza, Carlos Villarreal y Elena R. Alvarez-Buylla. 2015. «A minimal regulatory network of extrinsic and intrinsic factors recovers observed patterns of CD4+ T cell differentiation and plasticity.» *PLoS Computational Biology*, 11.6, e1004324. ISSN: 1553-7358. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pcbi.1004324>
- May, Robert M. 1976. «Simple mathematical models with very complicated dynamics.» *Nature*, 261.5560: 459-467. ISSN: 0028-0836. <http://dx.doi.org/10.1038/261459a0>
- Mendoza, L., D. Thieffry y E. R. Alvarez-Buylla. 1998. «Genetic control of flower morphogenesis in *Arabidopsis thaliana*: a logical analysis.» *Bioinformatics (Oxford, England)*, 15.7-8: 593-606. ISSN: 1367-4803.
- Muezzinoglu, Mehmet K., Irma Tristan, Ramón Huerta, Valentín S. Afraimovich y Mikhail I. Rabinovich. 2010. «Transients versus attractors in complex networks.» *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 20.06: 1653-1675. ISSN: 0218-1274. <http://dx.doi.org/10.1142/S0218127410026745>
- Muñoz, Miguel A. 2017. «Colloquium: Criticality and dynamical scaling in living systems.» En: arXiv: 1712.04499.
- Nivala, Michael, Christopher Y. Ko, Melissa Nivala, James N. Weiss y Zhilin Qu. 2012. «Criticality in intracellular calcium signaling in cardiac myocytes.» *Biophysical Journal*, 102.11: 2433-42. ISSN: 1542-0086. <http://dx.doi.org/10.1016/j.bpj.2012.05.001>
- Nykter, Matti, Nathan D. Price, Maximino Aldana, Stephen A. Ramsey, Stuart Kauffman, Leroy E. Hood, Olli Yli-Harja e Ilya Shmulevich. 2008. «Gene expression dynamics in the macrophage exhibit criticality.» *Proceedings of the*

- National Academy of Sciences of the United States of America, 105.6: 1897-900. ISSN: 1091-6490. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.0711525105>
- Priego Espinosa *et al.* 2017. «Criticalidad en la dinámica de redes de señalización relevantes a la fecundación.» En Recamier, J. y Rocío Jáuregui (eds.), *Escuela de Verano en Física en la UNAM*, año 1, núm. 1, México: Instituto de Ciencias Físicas, UNAM, 143-157. http://www.fis.unam.mx/pdfs/Memorias_XXIV_2016.pdf
- Tagliazucchi, Enzo, Pablo Balenzuela, Daniel Fraiman y Dante R. Chialvo. 2012. «Criticality in large-scale brain fMRI dynamics unveiled by a novel point process analysis.» *Frontiers in Physiology*, 3: 1-12, febrero. ISSN: 1664042X. <http://dx.doi.org/10.3389/fphys.2012.00015>
- Thurner, Stefan (ed.). 2016. *Exploring complexity — Volume 3: 43 Visions for complexity*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 92. ISBN: 978-9813206847.
- Vázquez-Rodríguez, Bertha, Andrea Avena-Koenigsberger, Olaf Sporns, Alessandra Griffa, Patric Hagmann y Hernán Larralde. 2017. «Stochastic resonance at criticality in a network model of the human cortex.» *Scientific Reports*, 7.1: 1-12. ISSN: 20452322. <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-017-13400-5>. arXiv: 1705.05248.
- Waddington, C. H. 1977. *Tools for thought*. Londres: Jonathan Cape, 250. ISBN: 13: 9780224010771.
- Wilson, Kenneth G. 1975. «The renormalization group: Critical phenomena and the Kondo problem.» *Reviews of Modern Physics*, 47.4: 773-840. ISSN: 00346861. <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.47.773>
- Wood, Chris D., Alberto Darszon y Michael Whitaker. 2003. «Speract induces calcium oscillations in the sperm tail.» *The Journal of Cell Biology*, 161.1: 89-101. ISSN: 0021-9525. <http://dx.doi.org/10.1083/jcb.200212053>

Iván G. Torre,* Oriol Artíme,** Antoni Hernández–Fernández,***
Bartolo Luque[◊]

¿Es el habla una señal crítica auto-organizada?

Is speech a self-organized critical signal?

Abstract | Throughout the twentieth century, studies in quantitative linguistics have been showing the emergence of potential laws in languages, first in written texts and later in speech. These laws seem ubiquitous and robust but, why do they appear in language? Are they spurious results due to the arbitrariness of the segmentation of words or are they really universal and a result of complex communication? Can we investigate the presence of these laws in other animal communication systems of which we do not know the code? So, interdisciplinary and transdisciplinary approaches in linguistics and in the study of communication systems seem essential.

As an example, two recent studies on acoustic corpus of up to sixteen languages are presented, using a general method of segmentation of signals (threshold method). We present briefly here these methods and concepts and explore the possibility that the statistical laws that emerge in human language are fruit of the self-organized criticality, ubiquitous in Nature. With the threshold method is possible to analyze any type of signal even if its code is unknown, which pave the way to new comparative studies between human language and animal communication systems.

Keywords | scaling laws, linguistic laws, self-organized criticality, threshold method, human voice.

Resumen | A lo largo del siglo XX, los estudios en lingüística cuantitativa han ido mostrando la aparición de leyes potenciales en las lenguas, primero en textos escritos y posteriormente en el habla. Son leyes que parecen ubicuas y robustas, pero ¿por qué aparecen en

Recibido: 19 de octubre de 2017.

Aceptado: 28 de febrero de 2018.

*Ingeniero aeronáutico en el Departamento de Matemática Aplicada, ETSIAE, Universidad Politécnica de Madrid (UPM), Plaza del Cardenal Cisneros, 3, 28040 Madrid, España.

**Físico en el Instituto de Física Interdisciplinar y Sistemas Complejos IFISC (CSIC-UIB), Campus Universitat Illes Balears, 07122 Palma de Mallorca, España.

***Lingüista y físico en el Instituto de Ciencias de la Educación, LARCA, Universitat Politècnica de Catalunya, Plaza Eusebi Güell s/n.

[◊]Físico en el Departamento de Matemática Aplicada, ETSIAE, UPM.

Correos electrónicos: ivan.gonzalez.torre@upm.es | oriol@ifisc.uib-csic.es | antonio.hernandez@upc.edu | bartolome.luque@upm.es

el lenguaje? ¿Son resultados espiros debidos a la arbitrariedad de la segmentación de las palabras, o realmente son universales de la comunicación compleja? ¿Podemos investigar la presencia de estas leyes en otros sistemas de comunicación animal de los que no conocemos el código? Los enfoques interdisciplinarios y transdisciplinarios en la lingüística y el estudio de los sistemas de comunicación se antojan imprescindibles.

Se exponen a modo de ejemplo dos estudios recientes realizados sobre corpus acústicos de hasta diecisésis lenguas, mediante un método general de segmentación de señales (método de los umbrales). Exploramos aquí la posibilidad de que las leyes estadísticas que emergen en el lenguaje sean fruto de un sistema crítico auto-organizado, al igual que otros fenómenos presentes en la Naturaleza. El método de los umbrales que se presenta permite analizar cualquier tipo de señal sin necesidad de conocer su codificación o segmentación. Esto abre nuevos caminos en la investigación lingüística permitiendo entre otras cosas realizar estudios comparativos entre el lenguaje humano y otros sistemas de comunicación animal.

Palabras clave | leyes de escala, leyes lingüísticas, criticalidad auto-organizada, método de los umbrales, voz humana.

Introducción

EN LA ACTUALIDAD pocos campos de investigación requieren tanta transdisciplinariedad (Follari 2013), y representan mejor a la tercera cultura preconizada por C. P. Snow (Brockman 1995) como la lingüística. De hecho, el impacto interdisciplinario de *El origen de las especies* de Charles Darwin (Darwin 1859) se hizo notar de inmediato en lingüistas de la época como Müller o Schleicher. Doce años después de publicar su obra magna, el propio Darwin reconoció esta temprana influencia cuando afirmó que el lenguaje humano se originó en la imitación y modificación de sonidos de la naturaleza, como las voces de animales y los propios gritos instintivos humanos (Darwin 1871, cap. 3). Arrancaban así, casi al unísono, el debate del origen del ser humano y del lenguaje, con su manifestación empírica más relevante: el habla.

El conflicto entre ciencia y religión, abierto por la teoría darwinista en el siglo XIX, hizo que las principales sociedades lingüísticas de la época, que eran de corte conservador, prohibieran explícitamente tratar el asunto del origen del lenguaje. La comunicación compleja se consideraba un rasgo más de la superioridad cognitiva de los humanos sobre el resto de las especies y la lingüística ortodoxa no estaba dispuesta a sufrir el mismo trauma que la biología sometiéndose a la visión evolutiva. De modo que durante años el desarrollo de uno de los campos de estudio más importantes de la lingüística, el origen y evolución del lenguaje, acabó en manos de biólogos, antropólogos, paleontólogos y físicos (López García 2010), forzando una afortunada interdisciplinariedad. Sin embargo, casi 150 años

después, el lenguaje se sigue esgrimiendo a menudo como un rasgo exclusivamente humano que nos distingue del resto de las especies del planeta. En parte debido a que todavía somos incapaces de segmentar e interpretar claramente la comunicación compleja de otras especies, como algunos cetáceos (belugas, delfines...) o grandes simios (gorilas, bonobos, chimpancés...), por poner solo algunos ejemplos populares. Incluso ocurre frecuentemente en el estudio del habla humana de la que conocemos el código: cuando el hablante pronuncia deprisa y suprime fonemas, sigue resultando extremadamente difícil la segmentación, la distinción de las unidades y complejos fonéticos. El método de los umbrales para analizar series temporales en combinación con la teoría de sistemas críticos auto-organizados (Luque, Lacasa y Luque 2015, Torre *et al.* 2017), que expone mos en este ensayo y que se apoya en la existencia de leyes de escala universales en el habla, abre por primera vez la posibilidad de solventar estos problemas y analizar tanto el lenguaje humano, como otros sistemas de comunicación animal sin conocimiento previo de sus códigos.

¿Por qué nos centraremos en analizar la voz en lugar de corpus escritos, como es más habitual en estudios de lingüística computacional? Si dejamos al margen la nada desdeñable gestualidad, la voz es la fuente primordial de datos empíricos del lenguaje humano. La tecnología de la escritura, fundamental para la transmisión cultural en la historia de nuestra especie, hizo que durante siglos los gramáticos tradicionales se esforzasen por describir cualitativamente las lenguas y sus reglas ortográficas, pretendiendo ‘fijar’¹ en normativas los fenómenos y manifestaciones variables del lenguaje. No hay que negar la utilidad pragmática, conceptual y epistemológica del notable esfuerzo histórico de la lingüística clásica, pero sin contar y medir no hay ciencia empírica posible, ni modelos teóricos que contrastar o falsar. La fuerza de la escritura es tal que todavía hay quien erróneamente la confunde con el lenguaje. Aunque hay en muchas lenguas una correspondencia directa entre los sonidos del habla y las letras escritas, no siempre es así. Hay lenguas, como el español, con una correspondencia grafema-fonema más clara que en otras, como el inglés, y no es trivial que las mismas regularidades estadísticas que se encuentran en los textos escritos deban también cumplirse en la oralidad. Además de evitar intermediarios y distorsiones tecnológicas, por decirlo de algún modo, al estudiar la señal acústica de la voz en lugar de la escritura, será posible en un futuro realizar comparaciones con otros sistemas de comunicación animal que, obviamente, carecen de escritura.

En este pequeño ensayo veremos primero algunos conceptos muy generales de la física de los sistemas complejos, como son la criticalidad auto-organizada

1 Entre otras cosas “fija y da esplendor” dice literalmente una de las máximas de la Real Academia de la Lengua Española.

y las leyes de escala, y cómo se relacionan con algunas conocidas leyes lingüísticas que tradicionalmente se han encontrado en textos escritos, para, posteriormente, extenderlas al habla utilizando el método de los umbrales. A los lectores que deseen un mayor grado de profundidad técnica, les invitamos a acudir a las dos publicaciones originales en las que se fundamenta este artículo (Luque, Lacasa y Luque 2015, Torre *et al.* 2017).

Criticalidad auto–organizada

En física, un punto crítico es aquel que separa dos fases de equilibrio. Un ejemplo de punto crítico corriente sería el que separa la fase sólida y líquida para el caso del agua, por ejemplo. En este punto tiene lugar una transición de fase que se produce para unos valores determinados de presión y temperatura. Estas magnitudes, normalmente llamadas parámetros de control, son típicamente ajustables experimentalmente, por lo que en muchos casos podemos inducir la transición de fase a voluntad.

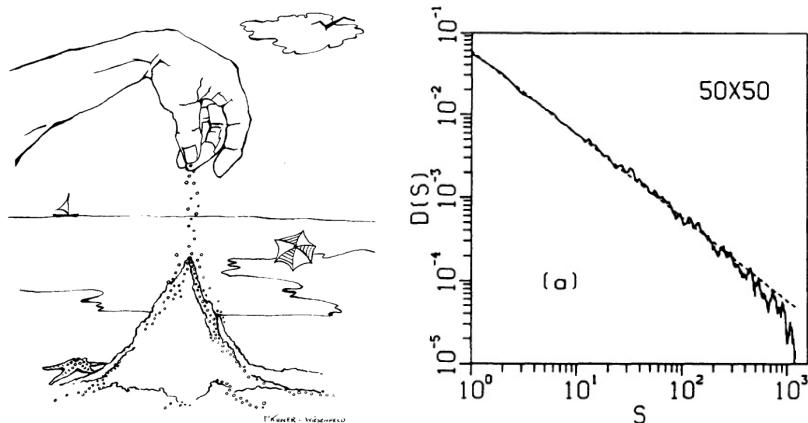
En general, las transiciones de fase (Jaeger 1998) se clasifican en transiciones de primer o de segundo orden. Por ejemplo, en el caso de la transición de fase hielo–líquido en el agua, como la función de entropía es discontinua, carece de derivada, se clasifica como de primer orden. En el caso que nos atañe, estamos interesados en las transiciones de fase de segundo orden, que suelen separar una fase ordenada de otra desordenada. Un modelo paradigmático es el modelo de Ising (Glauber 1963), que suele usarse como explicación simple de la magnetización en materiales ferromagnéticos. En su versión bidimensional, se trata de una red, por ejemplo, cuadriculada, donde hay distribuidos en cada casilla espines, pequeños imanes, que pueden presentar magnetización en dos direcciones, con valores +1 o -1, según su orientación. A cada paso de tiempo discreto, cada espín interacciona con sus vecinos localmente modificando su valor para minimizar la energía de interacción. La energía de interacción entre dos espines vecinos será mínima cuando ambos espines están alineados hacia arriba (+1) o ambos hacia abajo (-1). De modo que la tendencia local de los espines es alinearse en la misma dirección. El sistema está sometido, además, a una temperatura T , que tiene el rol de introducir desorden, rompiendo localmente estas alineaciones al aumentarla. Así, cuando la temperatura es elevada, los espines están orientados totalmente al azar y como la magnetización global M es la suma de las orientaciones de los espines, se tiene que en promedio $M = 0$ y el material no presenta magnetización neta, como ocurre cuando calentamos un ferromagneto real. Estamos en la fase desordenada del sistema. Al contrario, si bajamos suficientemente la temperatura, los espines se alinean y el sistema muestra una magnetización neta diferente de cero. Y en este caso nos encontramos en la fase ordena-

da del sistema. La separación entre ambas fases ocurre en un punto crítico, a una temperatura crítica precisa T_c . En este sistema, la temperatura actúa como parámetro de control y la magnetización como parámetro de orden. Observemos que para cambiar de fase debemos cambiar externamente el parámetro de control: tenemos que variar la temperatura para obtener magnetización neta.

En las proximidades de la temperatura crítica, del punto crítico, se observan fenómenos destacables como que pequeñas perturbaciones locales, sobre algunos espines, pueden propagarse a lo largo de todo el sistema en una especie de efecto dominó. Y más interesante para nosotros todavía: todas las magnitudes relevantes del sistema en el punto de transición se comportan siguiendo leyes de potencia, leyes libres de escala.

Hace unos 30 años P. Bak, C. Tang y K. Wiesenfeld publicaron dos artículos seminales que sentarían las bases de lo que se conoce como criticalidad auto-organizada (Bak, Tang y Wiesenfeld, 1987 y 1988), que resulta de especial interés en nuestro estudio. En los procesos críticos auto-organizados, o más brevemente, procesos SOC (por sus siglas en inglés: *self-organized criticality*), las transiciones de fase que se consideran son de segundo orden, pero al contrario de las transiciones clásicas no hay que ajustar finamente ningún parámetro de control del sistema, como la temperatura en el caso del modelo de Ising, para alcanzar el punto crítico: el sistema se sitúa por sí mismo siempre en los alrededores del mismo.

Figura 1. (Izquierda) Dibujo de Ms. Elaine Wiesenfeld del libro *How Nature works*, mostrando cómo se forma una pila de arena con una pendiente quasi-constante que sirve como analogía del famoso modelo BTW. (Derecha) Distribución $P(S)$ del tamaño avalancha S en una simulación del modelo BTW.



Nota: Se trata de una ley de potencias, $P(S) = C \cdot S^{-\alpha}$, de manera que no existe un tamaño de avalancha característico en el sistema. Pequeñas perturbaciones locales, como la introducción de un grano de arena, pueden provocar desde la expulsión de un grano del tablero hasta cantidades del orden del tamaño del mismo. Fuente: Bak (1996).

El modelo SOC paradigmático se conoce como la pila de arena o modelo BTW, en honor a sus autores (Bak, Tang y Wiesenfeld 1987). El nombre proviene de su analogía con una pila de arena real (figura 1, izquierda). Si formamos lentamente una pila de arena añadiendo poco a poco granos, observaremos que la pila alcanzará una pendiente crítica. Añadir más granos no modificará la pendiente porque el sistema sencillamente los eliminará mediante avalanchas, de tal modo que en promedio la pendiente crítica se mantendrá quasi-constante. El modelo original BTW consiste en una malla bidimensional de tamaño $L \times L$, donde L es el número de cuadriculas por lado. Se define $z(i, j)$ como el número de granos de arena que hay en la casilla (i, j) . Podemos comenzar el instante inicial $t = 0$ con la malla vacía, de modo que $z(i, j) = 0$ para todo (i, j) y a continuación vamos depositando granos de arena individuales en lugares aleatorios de la malla. Tras depositar un grano comprobamos, si existe algún $z(i, j) > 4$. Si es el caso, se aplica la siguiente regla de disipación a primeros vecinos: $z(i, j) \rightarrow z(i, j) - 4$; $z(i \pm 1, j) \rightarrow z(i \pm 1, j) + 1$; $z(i, j \pm 1) \rightarrow z(i, j \pm 1) + 1$. Las casillas situadas en los bordes de la cuadrícula expulsarán al exterior granos de arena, imitando en cierto modo el comportamiento de la pila de arena real que inspiró el modelo. Esta regla se aplicará reiteradamente hasta que todas las casillas cumplan que $z(i, j) < 4$, momento en que el sistema habrá vuelto a una situación estable y solo entonces se volverá a perturbar añadiendo un nuevo grano. Llamamos avalancha al número total de granos expulsados del sistema hasta que se produce esta relajación. De esta manera conseguimos una serie temporal de tamaños de avalanchas y también de duraciones de las mismas que posee unas determinadas características típicas de los procesos SOC. El sistema permanecerá fluctuando alrededor de una cantidad media quasi-constante de granos totales en el tablero y esas fluctuaciones se comportarán como una señal SOC. Tanto las distribuciones de tamaños de avalanchas como de tiempos de duración de las mismas se distribuirán como leyes de potencias (figura 1, derecha).

Desde la aparición de este modelo canónico, SOC ha aparecido en campos tan diversos como la astrofísica (McAteer *et al.* 2016, Aschwanden *et al.* 2016; Watkins *et al.* 2016; Sharma *et al.* 2016), la sismología (Bak y Tang 1989; Sornette y Sornette 1989; Hergarten 2002), la percolación (Drossel y Schwabl 1992; Malamud *et al.* 1998), la meteorología (Peters *et al.* 2010), la biología evolutiva (Bak y Sneppen 1993; Jensen 1998), la economía (Sornette 2003), la neurociencia (Levina *et al.* 2007) o la voz humana (Luque, Lacasa y Luque 2015; Torre *et al.* 2017), en la que no nos centraremos aquí.² Sin embargo, no existe todavía una definición rigurosa de sistema crítico auto-organizado. Cuestión que no ame-

2 Para una aproximación divulgativa a la criticalidad auto-organizada y a su amplio rango de aplicaciones recomendamos la lectura de *How nature works* (Bak 1996).

drenta a los físicos, acostumbrados a trabajar con términos como energía o entropía que aparecen en la literatura con múltiples definiciones. Pero, sí que hay consenso en ciertas características que parecen cumplir todos los procesos físicos que consideramos SOC y que están presentes en el modelo original BTW:

- En primer lugar, se trata de un proceso dinámico que varía con el tiempo de forma que, sin necesidad de ajustar ningún parámetro, se sitúa por sí mismo en los alrededores de un punto crítico del sistema que actúa como atractor (en el caso de la pila de arena, se trata del número total de granos en el tablero).
- Frente a perturbaciones, el sistema responderá disipando energía en forma de “avalanchas”, para regresar a un estado metaestable cerca del punto crítico, siempre y cuando el tiempo característico de las perturbaciones sea mayor que el de respuesta del sistema. En la pila de arena introducimos un grano, la perturbación, solo después de que el sistema se ha relajado.
- Tanto la energía disipada E , como el tiempo entre avalanchas T , se distribuirán como leyes de potencias, escalando como $P(E) = c_1/E^\alpha$ y $P(T) = c_2/T^\beta$.

El resultado es que el sistema no presente un tamaño característico, ni en energías ni en tiempos, y la dinámica que lo rige resulta la misma en todas las escalas.

Dado un modelo teórico, disponemos de herramientas matemáticas para justificar su naturaleza SOC, pero la cuestión se vuelve peliaguda cuando solo disponemos de señales temporales de algunas magnitudes de un sistema real y desconocemos los detalles de los mecanismos que las producen. En muchos casos ni siquiera está claro qué magnitudes del sistema son los equivalentes a las avalanchas de nuestro modelo pila de arena, ni las duraciones de las mismas. Simplemente, los investigadores se enfrentan a series temporales de datos cuyos valores fluctúan, como es el caso que nos ocupa, de las variaciones temporales en la amplitud de la voz humana en una conversación. En estos casos, el método de los umbrales ha mostrado ser una herramienta inestimable.

El método de los umbrales aplicado al habla

Una serie temporal no es más que un conjunto de eventos ordenados (t_1, t_2, \dots), a los cuales se les ha asignado un valor específico (x_1, x_2, \dots). El origen de estos valores pueden ser mediciones directas de un fenómeno natural o resultado de una computación. Una definición tan laxa incluye ejemplos tan dispares como la

ocurrencia de terremotos en una región concreta con su correspondiente magnitud, la evolución diaria del precio de una acción en un mercado financiero, el ritmo cardíaco medido en latidos por unidad de tiempo durante el desarrollo de una actividad física, o el registro acústico de una señal, que será el caso específico del que nos ocuparemos.

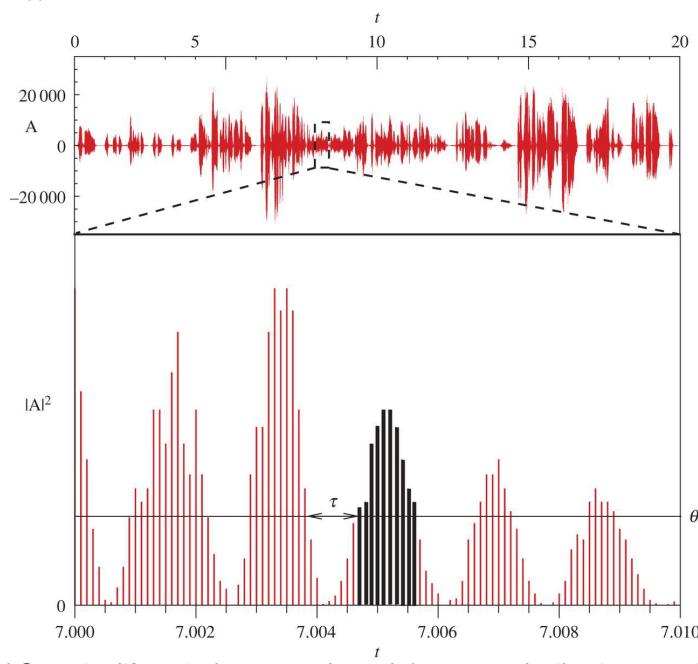
Hay maneras muy diversas de obtener información de una serie temporal, dependiendo de la naturaleza de esta y del objetivo de la investigación. Particularmente útil es la llamada distribución de tiempos de espera, también conocida como distribución de tiempos de recurrencia o retorno. Esta distribución de probabilidad nos da información sobre el tiempo que tendremos que esperar para ver repetido cierto evento si este acaba de producirse. Recientemente han sido estudiadas estas distribuciones en fenómenos naturales como el caso de los terremotos (Corral 2005), los incendios en bosques (Corral *et al.* 2008) o la actividad neuronal (Kepcs y Lisman 2003), así como en otros casos tan variopintos como pueden ser los patrones de navegación por internet (Radicchi 2009), las comunicaciones humanas epistolares (Oliveira y Barabási 2005) o el envío de correos electrónicos (Malmgren *et al.* 2008). La peculiaridad de todos estos ejemplos y el punto en común que los une es que presentan distribuciones de tiempos de espera libres de escala, en forma de leyes de potencias (Barabási 2005), y que los tiempos de espera consecutivos están fuertemente correlacionados (Goh y Barabási 2008; Karsai *et al.* 2012). Estas características son muy diferentes a las que solemos encontrar en las series de eventos poissonianos, donde los sucesivos eventos son independientes, no están correlacionados, y se presentan distribuidos en el tiempo de manera exponencial. Observemos que una forma de determinar estos tiempos consiste en trazar una línea horizontal que hace de punto de retorno para la serie temporal y calcular entonces los tiempos entre puntos de corte de la serie temporal con esa línea.

El mero hecho de computar adecuadamente las distribuciones de tiempos de espera en procesos reales ya acarrea una serie de problemas, que van desde identificar y aislar los eventos de estudio que en muchos casos sufren superposiciones al medirse, pasando por el ruido de fondo, que añade incertidumbre en las medidas, o los errores, y problemas de sensibilidad de los instrumentos de medición, que pueden causar un sesgo en los datos. La voz humana es un claro ejemplo. En concreto, la variable dependiente en nuestras series temporales, la amplitud de la señal acústica, en general está afectada por el ruido ambiental y sufre de la superposición de varios hablantes al unísono. Un método de análisis recientemente empleado para superar estas dificultades (Luque, Lacasa y Luque 2015; Torre *et al.* 2017) ha sido el método de umbrales (Bak *et al.* 2002; Corral 2005 y 2009). El método procede de la siguiente manera (figura 2): Partiendo de la serie de amplitudes $A(t)$ construimos la serie de energías instantáneas $\varepsilon(t) =$

$|A(t)|^2$. Tomamos un umbral arbitrario de energía instantánea comprendido entre cero y su valor máximo en la serie. Una vez establecido, una parte de los datos de la señal quedarán por debajo y otra por encima, como ocurre en el análisis de tiempos de retornos al que hicimos referencia. De modo que cada vez que definimos un umbral, disponemos de una serie temporal con un número efectivo de datos diferente: solo aquellos que quedan por encima. Por último, definiremos un evento de voz como la secuencia de energías instantáneas consecutivas tales que $\varepsilon(t) > \Theta$. La suma de esas energías instantáneas será la energía E del evento y el número de ellas su duración. Recíprocamente, definimos los eventos de silencio como las separaciones de duración τ entre eventos de voz: un conjunto de valores $\varepsilon(t) < \Theta$ sucesivos por debajo del umbral.

De modo que una vez fijado un umbral podemos computar la distribución de energías de eventos de voz $P_\Theta(E)$, la distribución de duración de los mismos $P_\Theta(t)$ y la distribución de las duraciones de silencios entre ellos $P_\Theta(\tau)$. Todas estas distribuciones resultan ser potenciales, libres de escala, en el caso del habla inde-

Figura 2. Arriba, una muestra de la serie temporal de las amplitudes $A(t)$ de una señal de habla grabada de 20 segundos. Abajo, un trozo ampliado de la señal transformada ya en energías instantáneas $\varepsilon(t) = A^2(t)$.



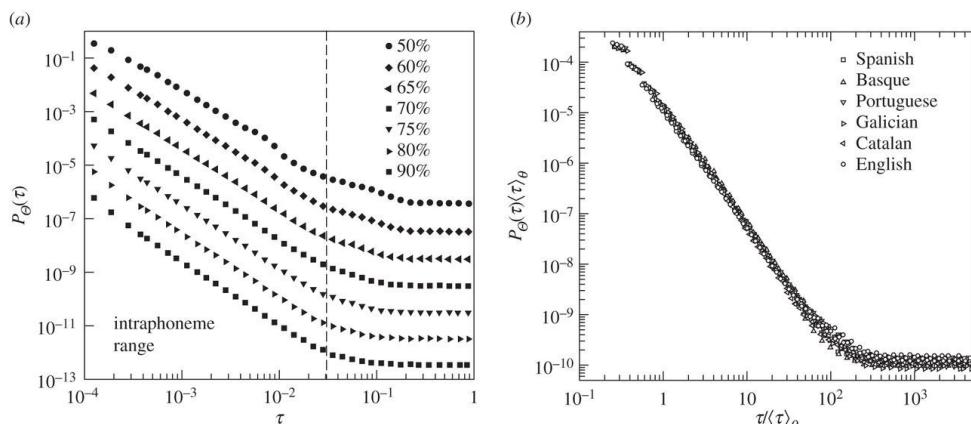
Nota: El umbral Θ permite diferenciar los eventos de voz de los eventos de silencio, separados por duraciones τ y asignar una energía E a los mismos, como suma de energías instantáneas por encima del umbral.
Fuente: Luque, Lacasa y Luque (2015).

pendientemente del idioma y las peculiaridades de los hablantes. Puesto que para cada umbral cercenamos la serie de una manera distinta, las distribuciones dependen de θ . Lo extraordinario es que si la señal proviene de un sistema SOC, la teoría de los umbrales nos dice cómo conseguir, escalando adecuadamente las distribuciones, que todas ellas acaben colapsando en una única distribución denominada universal. Por ejemplo, si escalamos las distribuciones de duraciones de silencio haciendo $\tau \rightarrow \tau/\langle\tau\rangle_\theta$ y $P_\theta(\tau) \rightarrow \langle\tau\rangle_\theta P_\theta(\tau)$, donde $\langle\tau\rangle_\theta$ es el valor medio de las duraciones entre eventos de voz cuando el umbral es θ , todas las distribuciones acabarán superponiéndose, como vemos que sucede en la figura 3 (Luque, Lacasa y Luque 2015), independientemente del umbral y del idioma. Es notable el decaimiento en ley de potencias para las primeras décadas de la variable $\tau/\langle\tau\rangle_\theta$. Observemos que estas duraciones corresponden al rango intrafonémico, $t < 10^{-2}$ s (los fonemas de la voz humana suelen ser del orden de los 10 ms o superiores). De modo que, si buscamos un modelo que dé cuenta de su distribución y su naturaleza SOC, debemos pensar en fisiología y no en fenómenos cognitivos.

¿Es el habla un fenómeno SOC?

La teoría que explica por qué deben producirse estos colapsos si la señal proviene de un sistema SOC está basada en el Grupo de Renormalización (GR), creado a mediados de los años 70 en el contexto de los estudios de los fenómenos críticos. Muy brevemente, las transformaciones del GR describen cómo cambian las propiedades de un sistema al cambiar la escala de medida sobre el mismo.

Figura 3. Colapso de las distribuciones de duraciones de eventos de silencios, reescaladas adecuadamente para diferentes idiomas y diferentes umbrales.



Fuente: Luque, Lacasa y Luque (2015).

En particular, como en los puntos críticos las propiedades temporales y/o espaciales son leyes de potencias, se muestran invariantes frente a transformaciones como la que acabamos de describir. En el caso que nos ocupa, la relación entre GR y SOC sigue desarrollándose y para detalles técnicos remitimos al lector a Font-Clos (2015).

A lo largo del siglo XX múltiples estudios en lingüística cuantitativa (Köhler, Altmann y Piotrowski 2008) han ido mostrando la aparición de leyes estadísticas en las lenguas, primero en textos escritos y también en textos transcritos del habla. Nos referimos a patrones universales como la ley de Zipf, que relaciona la frecuencia de aparición de una palabra en un texto con su rango; la ley de Heaps-Herdan, que indica el ritmo de crecimiento del vocabulario en un corpus; la ley de brevedad que muestra la tendencia de las palabras más frecuentes a ser más cortas; o la ley de Menzerath-Altmann, que relaciona, por ejemplo, la tendencia en las palabras más largas a que sus constituyentes (fonemas o sílabas) sean más breves, por mencionar algunas. Son todas ellas leyes de escala que resultan ubicuas (Hernández-Fernández 2014) y robustas más allá de modelos aleatorios (Ferrer-i-Cancho y Elvevag 2010). Algunas de ellas, como la ley de Zipf, son leyes de escala persistentes en la ciencia cognitiva (Kello *et al.* 2010) y con evidencia empírica suficiente para aclamar su universalidad, pero ¿por qué aparecen en el lenguaje?

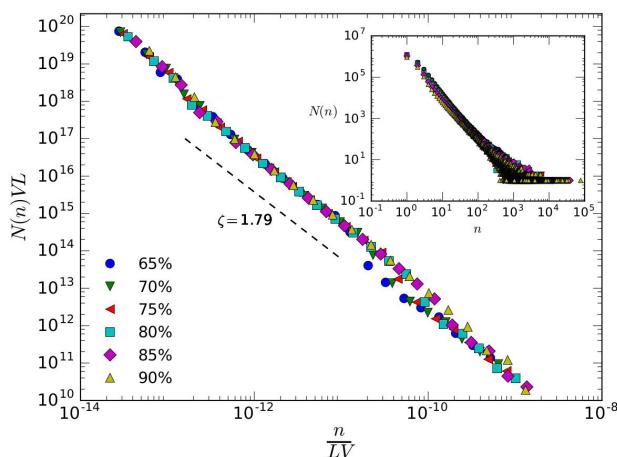
El principio zipfiano del mínimo esfuerzo (Zipf 1949), así como el principio de compresión de teoría de la información (véanse, para una revisión, Ferrer-i-Cancho *et al.* 2013, Ferrer-i-Cancho 2016) han aparecido como principios físicos que son capaces de justificar especialmente leyes como la de brevedad o la ley de Zipf para las frecuencias de palabras en un texto, aunque si se tiene en cuenta que la comunicación suele ser cosa de dos (emisor y receptor) entonces no solo ahorrar energía o enviar mensajes breves funciona: para que el mensaje llegue con éxito al receptor, evitando por ejemplo atenuaciones de la señal debidas al ruido, o dar cuenta de la variabilidad comunicativa, es necesaria una longitud mínima en los mensajes (Ferrer-i-Cancho *et al.* 2013). Bajo el paradigma de la teoría de la información, el lenguaje humano podría estar de hecho en una transición de fase en el mundo de los sistemas de comunicación posibles (Ferrer-i-Cancho y Solé 2003), precisamente por el equilibrio zipfiano al que se llega entre la minimización de la energía a la hora de emitir el mensaje, lo que beneficiaría al emisor, a la vez que se tiende a maximizar la información transmitida haciendo que el mensaje contenga la información suficiente para que el mensaje llegue a su destino con éxito, pese al ruido del canal y a las exigencias de diversificación del receptor (Zipf 1949).

Pero podemos intentar atacar el problema desde un punto de vista microscópico. El análisis de series temporales del habla en muchas lenguas realizado

en Luque, Lacasa y Luque (2015) bajo la técnica de los umbrales previamente descrita, muestra que la generación del habla, a nivel fisiológico, es un proceso invariante de escala y es fruto de un sistema crítico auto-organizado. Algo que rompe con el paradigma establecido que dice que la señal del habla es caótica. Posteriormente, en Torre *et al.* (2017), haciendo un paralelismo entre eventos de voz como hemos descrito previamente y palabras escritas en lingüística clásica se recuperaron todas las leyes lingüísticas antes mencionadas sobre diecisésis lenguas diferentes. En la figura 4 podemos ver un ejemplo de la ley de Zipf para habla en español.

El método de los umbrales en combinación con la teoría SOC abre nuevas posibilidades. Puede apoyar análisis teóricos que ya se están efectuando desde la lingüística cuantitativa en terrenos novedosos de claro cariz interdisciplinario, como la comunicación química (Hernández-Fernández 2014 y Ferrer-i-Cancho 2016), la genómica (Ferrer-i-Cancho y Forns 2009) o la comunicación animal de primates no humanos (Gustison *et al.* 2016), por mencionar algunos ejemplos. Puesto que en el método no se necesita conocer el código del sistema de comunicación, resulta idóneo en estudios comparativos entre el lenguaje humano y los sistemas de comunicación animal. Y, claro está, el método es aplicable a cual-

Figura 4. Figura interior: ley de Zipf obtenida para grabaciones en español utilizando los eventos de voz en vez de palabras transcritas como sería usual para distintos umbrales.



Nota: Para poder comparar series definimos en realidad el valor umbral Θ , no de manera absoluta sino relativa, como un porcentaje entre 0 y 100%. Donde $\Theta = 70\%$, por ejemplo, significa que el 70% de los datos de nuestra serie concreta están por encima del umbral y hay un 30% de datos cuyos valores estarán por debajo. Figura principal: Colapso de todas las distribuciones suponiendo que la señal es crítica auto-organizada.

Fuente: Torre *et al.* (2017).

quier tipo de señal: desde electroencefalogramas hasta series bursátilles, abriendo la posibilidad de interpretarlas de una manera novedosa al desvelar posibles patrones ocultos.

Parece que el lenguaje muestra una especie de jerarquía anidada donde estas leyes aparecen a diferentes escalas como fonemas, sílabas, palabras, por mencionar algunas. En los trabajos de Luque, Lacasa y Luque (2015) y Torre *et al.* (2017) se recuperan estas mismas leyes al nivel más fundamentalmente posible, en energías y tiempos a escalas inferiores al fonema, mediante un método general que no depende de la segmentación de las unidades de estudio tradicional. De modo que el siguiente paso debería ser mostrar cómo esas leyes lingüísticas bien conocidas en los textos transcritos emergen en la voz desde este nivel fundamental, prelingüístico, a través de una jerarquía de tamaños que van de las energías microscópicas con las que se ha trabajado en estos estudios hasta los tiempos y energías asociados con palabras. Para mostrar, finalmente, cómo las leyes lingüísticas (Zipf, Heaps-Herdan, brevedad...) que aparecen en los textos escritos reflejan las propiedades del habla, que es previa evolutivamente a la escritura, de dondeemergerían.

Los resultados obtenidos por el método de los umbrales sobre las señales de voz humana apuntan claramente hacia un origen crítico auto-organizado del habla. Faltaría un modelo consistente que diera cuenta de ello. Cuando estos autores han analizado grabaciones de música bajo el mismo método, han comprobado que si no hay presencia de instrumentos de viento, no se obtienen leyes de escala parecidas a las obtenidas en voz humana. Eso apunta a que el principal responsable de esta riqueza jerárquica en la señal de voz proviene de la naturaleza fractal, libre de escala, de nuestro sistema pulmonar. La expulsión de aire al hablar se produce a través del vaciado de grupos alveolares que se distribuyen de manera potencial, provocando emisiones de energía que se distribuyen temporalmente en forma potencial como vemos al analizar la señal del habla. De modo que, si esto resulta ser finalmente así, podremos decir algo sorprendente: que escribimos como escribimos porque tenemos pulmones. ■

Referencias

- Altmann, Edoardo y Gerlach, Martin. 2016. «Statistical laws in linguistics». En Degli Esposti, M., Altmann, E. y Pachet, F. (eds.), *Creativity and universality in language, lecture notes in morphogenesis*, Cham: Springer, 7-26.
- Aschwanden, Markus J., Crosby, Norma B., Dimitropoulou, Michaila, Georgoulis, Manolis K., Hergarten, Stefan, McAteer, James, Milovanov, Alexander V., Mineshige, Shin, Morales, Laura, Nishizuka, Naoto, Pruessner, Gunnar, Sanchez, Raul, Sharma, A. Surja, Strugarek, Antoine y Uritsky Vadim. 2016. «25

- years of self-organized criticality: Solar and astrophysics.» *Space Science Reviews*, 198(1-4):47-166.
- Bak, Per y Sneppen, Kim. 1993. «Punctuated equilibrium and criticality in a simple model of evolution.» *Physical Review Letters*, 71(24): 4083.
- Bak, Per y Tang, Chao. 1989. «Earthquakes as a self-organized critical phenomenon.» *J. Geophys. Res.*, 94(15):635-15.
- Bak, Per, Christensen, Kim, Danon, Leon, y Scanlon, Tim. 2002. «Unified scaling law for earthquakes», *Physical Review Letters*, 88(17), 178501.
- Bak, Per, Tang, Chao y Wiesenfeld, Kurt. 1987. «Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise.» *Physical Review Letters*, 59(4): 381.
- Bak, Per, Tang, Chao y Wiesenfeld, Kurt. 1988. «Self-organized criticality.» *Physical review A*, 38(1): 364.
- Bak, Per. 1996. «Complexity and criticality.» En *How nature works*. Springer, 1-32.
- Barabási, Albert-László. 2005. «The origin of bursts and heavy tails in human dynamics.» *Nature*, 435(7039): 207-211.
- Brockman, John. 1995. *The Third Culture: Beyond the Scientific Revolution*. New York: Touchstone, Simon & Schuster.
- Corral, Álvaro, Telesca Luciano, y Lasaponara, Rosa. 2008. «Scaling and correlations in the dynamics of forest-fire occurrence.» *Physical Review E*, 77(1), 016101.
- Corral, Álvaro. 2009. «Point-occurrence self-similarity in crackling-noise systems and in other complex systems.» *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, (01), P01022.
- Corral, Álvaro. 2005. «Renormalization-group transformations and correlations of seismicity.» *Physical Review Letters*, 95(2), 028501.
- Darwin, Charles. 1859. *On the origin of species*. Londres (UK): Murray.
- Darwin, Charles. 1871. *The descent of man and selection in relation to sex*. Londres (UK): Murray.
- Drossel, Barbara y Schwabl, Franz. 1992. «Self-organized critical forest-fire model.» *Physical Review Letters*, 69(11): 1629.
- Ferrer-i-Cancho, R., Hernández-Fernández, A., Lusseau, D., Agooramorthy, G., Hsu, M. y Semple, S. 2013. «Compression as a universal principle of animal behavior.» *Cognitive Science*, 37: 1565-1578.
- Ferrer-i-Cancho, Ramon y Elvevag, Brita. 2010. «Random texts do not exhibit the real Zipf's law-like rank distribution.» *PLoS One* 5, e9411.
- Ferrer-i-Cancho, Ramon y Forns, Núria. 2009. «The self-organization of genomes.» *Complexity*, 15(5): 34-36, 2009.
- Ferrer-i-Cancho, Ramon y Solé, Ricard. 2003. «Least effort and the origins of scaling in human language». *Proceedings of the National Academy of Sciences*

- es, USA 100:788-791.
- Ferrer-i-Cancho, Ramon. 2016. «Compression and the origins of Zipf's law for word frequencies.» *Complexity*, 21: 409-411.
- Follari, Roberto. 2013. «Acerca de la interdisciplina: posibilidades y límites». *Interdisciplina I*, 1:111-130.
- Font-Clos, Francesc, Pruessner, Gunnar, Moloney, Nicholar R., y Deluca, Anna. 2015. «The perils of thresholding.» *New Journal of Physics*, 17(4), 043066.
- Glauber, Roy J. 1963. «Time-dependent statistics of the Ising model.» *Journal of Mathematical Physics*, 4(2):294-307.
- Goh, Kwang I., y Barabási, Albert-László. 2008. «Burstiness and memory in complex systems.» *EPL (Europhysics Letters)*, 81(4), 48002.
- Gustison, Morgan, Semple, Stuart, Ferrer-i-Cancho, Ramon y Bergman, Thore. 2016. «Gelada vocal sequences follow Menzerath's linguistic law.» *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113: E2750-E2758. USA.
- Hergarten, Stefan. 2002. *Self organized criticality in earth systems*. Springer.
- Hernández-Fernández, Antoni. 2014. *Las leyes de la lingüística en los sistemas de comunicación*, tesis doctoral. Barcelona: Universitat de Barcelona. www.tdx.cat/handle/10803/145682
- Jaeger, Gregg. 1998. «The Ehrenfest classification of phase transitions: introduction and evolution.» *Archive for history of exact sciences*, 53(1): 51-81.
- Jensen, Henrik. J. 1998. *Self-organized criticality: emergent complex behavior in physical and biological systems*. Cambridge University Press.
- Karsai, Márton., Kaski, Kimmo., Barabási, Albert-László y Kertész, János. 2012. «Universal features of correlated bursty behaviour.» *Scientific Reports*, 2.
- Kello, C. T., Brown, G. D., Ferrer-i-Cancho, R., Holden, J. G., Linkenkaer-Hansen, K., Rhodes, T. y Van Orden, G. C. 2010. «Scaling laws in cognitive sciences.» *Trends in Cognitive Sciences*, 14(5), 223-232.
- Kepecs, Adam y Lisman, John. 2003. «Information encoding and computation with spikes and bursts.» *Network: Computation in Neural Systems*, 14(1), 103-118.
- Köhler, Reinhard, Altmann, Gabriel y Piotrowski, Raymund. 2008. *Quantitative Linguistics*. Berlin: De Gruyter-Mouton.
- Levina, Anna, Herrmann, J. Michael y Geisel, Theo. 2007. «Dynamical synapses causing self-organized criticality in neural networks.» *Nature physics*, 3(12): 857-860.
- López García, Ángel. 2010. *El origen del lenguaje*. Valencia: Editorial Tirant Lo Blanch.
- Luque, Jordi, Luque, Bartolomé y Lacasa, Lucas. 2015. «Scaling and universality in the human voice.» *Journal of The Royal Society Interface*, 12(105): 1-6.
- Malamud, Bruce D., Morein, Gleb y Turcotte, Donald L. 1998. «Forest fires: an

- example of self-organized critical behavior.» *Science*, 281(5384):1840-1842.
- Malmgren, R. Dean, Stouffer, Daniel B., Motter, Adilson E. y Amaral, Luís A. N. 2008. «A Poissonian explanation for heavy tails in e-mail communication.» *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 105(47): 18153-18158.
- McAteer, R. T. James, Aschwanden, Markus J., Dimitropoulou, Michaila, Georgoulis, Manolis K., Pruessner, Gunnar, Morales, Laura, Ireland, Jack y Abramenko, Valentyna. 2016. «25 years of self-organized criticality: Numerical detection methods.» *Space Science Reviews*, 198(1-4): 217-266.
- Oliveira, Joao G. y Barabási, Albert-László. 2005. «Human dynamics: Darwin and Einstein correspondence patterns.» *Nature*, 437(7063): 1251-1251.
- Peters, Ole, Deluca, Anna, Corral, Álvaro, Neelin, J. David. y Holloway, Christopher. E. 2010. «Universality of rain event size distributions.» *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, (11): P11030.
- Radicchi, Filippo. 2009. «Human activity in the web.» *Physical Review E*, 80(2), 026118.
- Sharma, A. Surjalal, Aschwanden, Markus J., Crosby, Norma B., Klimas, Alexander J., Milovanov, Alexander V., Morales, Laura, Sánchez, Raúl y Uritsky, Vadim. 2016. «25 years of self-organized criticality: space and laboratory plasmas.» *Space Science Reviews*, 198(1-4): 167-216.
- Sornette, Anne y Sornette, Didier. 1989. «Self-organized criticality and earthquakes.» *EPL (Europhysics Letters)*, 9(3): 197.
- Sornette, Didier. 2003. «Critical market crashes.» *Physics Reports*, 378(1):1-98.
- Torre, Iván G., Luque, Bartolomé, Lacasa, Lucas, Luque, Jordi y Hernández-Fernández, Antoni. «Emergence of linguistic laws in human voice.» *Scientific Reports*, 7.
- Watkins, Nicholas W., Pruessner, Gunnar, Chapman, Sandra C., Crosby, Norma B. y Jensen, Henrik J. 2016. «25 years of self-organized criticality: concepts and controversies.» *Space Science Reviews*, 198(1-4): 3-44.
- Zipf, George Kinsley. 1949. *Human behaviour and the principle of least effort*. Nueva York: Addison-Wesley Press.

Obituario

Germinal Cocho

ADONIS GERMINAL COCHO GIL nació en Madrid el Día Internacional de los Trabajadores del año 1933 y murió en la Ciudad de México el año pasado en el aniversario de la victoria aliada sobre la Alemania nazi. Dos fechas extraordinarias marcan el intervalo vital de este hombre extraordinario. Su padre, un abogado republicano, no pudo tener mayor acierto en nombrarlo Germinal que, como se conoce, es el séptimo mes del calendario revolucionario francés, inicio de la temporada donde la tierra germina. Eso fue el paso por la Tierra de este científico “mexicano con origen hispano” como él mismo en su momento se definió.

Los primeros años de su vida estuvieron marcados por las turbulencias de la Guerra Civil en España. En 1936, un piquete falangista detuvo y fusiló a su abuelo por el solo delito de tener un hijo republicano. En 1939, sus padres cruzaron los Pirineos hacia Francia, donde fueron internados en un campo de concentración, dejando atrás al niño Germinal quien permaneció en el pueblo de los abuelos. La familia consiguió llegar a México en el año 1940 y no fue hasta 1944 que logró reunirse en la capital mexicana.

Su educación elemental estuvo atestada de resultados sobresalientes como se observa en sus boletas de calificaciones en el Colegio Español de México, el Instituto Luis Vives. Ingresó a la UNAM en 1950 para estudiar medicina y se graduó con una tesis dirigida por el notable científico Ruy Pérez Tamayo. Colateralmente, estudiaba física y matemáticas superiores de manera autodidacta. Mientras cursaba su último año en la Facultad de Medicina ya estudiaba física en la Facultad de Ciencias de su *alma mater*. En algún momento de ese periodo conjuró que deberían existir principios y leyes comunes para el estudio de los sistemas físicos, biológicos y sociales. Este es el origen del carácter interdisciplinario de la obra científica de Germinal. Concluida su segunda carrera, se marchó a la Universidad de Princeton donde obtuvo su doctorado en física en el año 1962. Posteriormente, hizo una estancia posdoctoral de dos años en el Centro Internacional de Física Teórica de Trieste. Su trabajo en esa institución le valió ser nombrado miembro asociado de dicho Centro.

De regreso a la UNAM, comenzó su trabajo académico en el Instituto de Física de esta casa de estudios, desplegando una actividad notable. Alrededor de 1985, con la colaboración de otros colegas desarrolló un seminario sobre cosmología y vacío cuántico, que se mantuvo activo por más de 15 años. La influen-

cia de esta actividad académica fue enorme, toda vez que definió la vida científica de muchos de los que allí participaron.

Germinal es sin duda el fundador de los estudios sobre la complejidad en México. Más aún, se adelantó cuando menos una década a muchas universidades de países desarrollados en el fomento del estudio de este tipo de fenómenos. Propuso la creación de un programa de investigación sobre la dinámica de los sistemas complejos, germen del actual Departamento de Sistemas Complejos y Física Estadística del Instituto de Física de la UNAM. Más adelante sus intereses interdisciplinarios lo llevaron a plantear en un ámbito más amplio: la formación de los grupos universitarios interdisciplinarios. Su apoyo al CEIICH ha sido determinante en el fortalecimiento de este Centro de nuestra universidad.

Su legado se ha transmitido de manera exitosa a través de sus muchos alumnos y seguidores que en México y otras partes del mundo difunden su obra y herencia intelectual. El rasgo más notable de su actuación ha sido la absoluta entrega a la investigación científica y la difusión del conocimiento científico. Esta devoción incondicional al cultivo de las ciencias le han valido numerosos reconocimientos como son el Premio de Investigación de la Academia Mexicana de Ciencias en 1969, el Premio Universidad Nacional de Investigación en 1991 y haber recibido la categoría de Investigador Emérito de la UNAM, en 2002. **Id**

Ricardo Mansilla Corona

Obituary

Germinal Cocho

ADONIS GERMINAL COCHO GIL was born in Madrid on International Workers Day in 1933 and passed away in Mexico City last year on the anniversary of the Allied victory over the Nazi Germany. Two extraordinary dates mark the vital interval of this extraordinary man. His father, a republican lawyer could not have greater success in naming him Germinal, which is the seventh month of the French revolutionary calendar, marking the start of the season when the seeds in the soil germinate. That was the passage through this world of this “Mexican with Hispanic origin scientist” as he defined himself.

The first years of his life were marked by the turbulence of the Civil War in Spain. In 1936, a Falangist picket arrested and shot his grandfather for the sole crime of having a Republican son. In 1939, his parents crossed the Pyrenees to France, leaving him behind, where they were held in a concentration camp. They manage to reach Mexico in the year 1940 and it was not until 1944 that the family could reunite with their child in the Mexican capital city.

His elementary education was full of outstanding results as seen in his report cards at the Spanish school of Mexico, the Luis Vives Institute. He entered UNAM in 1950 to study medicine and graduated with a thesis directed by the notable scientist Ruy Pérez Tamayo. Collaterally, he studied physics and mathematics in a self-taught way. While he was in his last year at the Faculty of Medicine, he was already studying physics at the Faculty of Science of his *alma mater*. At some point during that period, he conjectured that there should be common principles and laws for the study of physical, biological and social systems. This is the origin of the interdisciplinary nature of Germinal's scientific work. He concluded his second career and he went to Princeton to attend the university where he obtained his PhD in physics in 1962. After that, he made a two-year postdoctoral stay at the International Center for Theoretical Physics of Trieste. His work at that institution earned him to be named associate member.

On returning to UNAM, he began his academic work at the Institute of Physics displaying a remarkable activity. Around 1985, with the collaboration of other colleagues he developed a seminar on cosmology and quantum vacuum, which remained active for more than 15 years. The influence of this academic activity was enormous, since it defined the scientific life of many of those who participated there.

Germinal was undoubtedly the founder of studies on complexity in Mexico. Moreover, he went ahead at least a decade to many universities in developed countries in promoting the study of this type of phenomena. He proposed the creation of a research program on the dynamics of complex systems, the seed of the current Department of Complex Systems and Statistical Physics of the Institute of Physics of the UNAM. Later, his interdisciplinary interests led him to contribute to the formation of interdisciplinary university groups at UNAM. Its support to CEIICH in the same university has been decisive to open new ways of thinking and to consolidate the communications of scholars coming from different fields.

His legacy has been transmitted successfully by his many students and followers who in Mexico and other parts of the world spread his work and intellectual heritage. The most notable feature of his work has been the absolute dedication to scientific research and the dissemination of scientific knowledge. This unconditional devotion to the cultivation of sciences has earned him numerous awards such as the Research Prize of the Mexican Academy of Sciences in 1969, the National Research University Award in 1991 and having received the Emeritus Researcher category of the UNAM in 2002. ■

Ricardo Mansilla Corona

Laura Loeza Reyes*

Visibilizando a las víctimas: entre el paradigma seguritista y el paradigma de los derechos humanos**

Making victims visible: between the security paradigm and the human rights paradigm

Abstract | The “fight against organized crime” policy in Mexico is based on state violence, and it has produced a variety of forms of social violence. The focus of this article is to analyze how human rights civil society organizations render the victims of both types of violence visible. With the purpose of identifying the mechanisms and political processes that underlie the “fight against organized crime” metanarrative, I make a comparative analysis of the discourses that sustain the policy and of the discourses used by the human rights civil society organizations. That analysis centers on the key meanings involved in both bodies of discourse, in particular the categories of *public safety*, *violence* and *victim*, and the way they provide meaning for the actions of both the governmental and the non-governmental actors.

133

Keywords | violence, victims, human rights, civil society organizations.

Resumen | La política de “combate al crimen organizado” en México se ha sustentado en la violencia de Estado desencadenando diferentes formas de violencia social. El objetivo de este artículo consiste en analizar la manera como las organizaciones civiles defensoras de los derechos humanos visibilizan a las víctimas de ambos tipos de violencia. Con el fin de dar cuenta de los mecanismos y los procesos políticos que subyacen a la metanarrativa de dicha política, analizo comparativamente los discursos que la sustentan con el discurso de

Recibido: 20 de mayo de 2019.

Aceptado: 19 de agosto de 2019.

* Investigadora Titular A de tiempo completo, definitiva, CEIICH, UNAM.

** Este artículo es producto de una investigación realizada con financiamiento de la UNAM en el marco del Programa de Apoyos para la Superación del Personal Académico, y del Conacyt, en el marco del Programa de Estancias Posdoctorales y Sabáticas al Extranjero para la Consolidación de Grupos de Investigación, realizadas en el Instituto Iberoamericano de Berlín y en la Universidad de Versalles, Francia, en el 2012.

Correo electrónico: loezar@unam.mx

las organizaciones civiles defensoras de los derechos humanos. El análisis se centra en las claves de interpretación de ambos discursos, a saber: las categorías *seguridad, violencia y víctima*, y la manera como dan sentido a las acciones de ambos tipos de actores, los gubernamentales y las organizaciones.

Palabras clave | derechos humanos, violencia, víctimas, organizaciones civiles.

La problemática y el contexto

PARA JUSTIFICAR su forma de gobernar el ex presidente Felipe Calderón (2006-2012) “creó” un marco de guerra (como un marco de comprensión, interpretativo o de referencia) en el que encuadró la política de “combate al crimen organizado”. Las narrativas contenidas en este marco han dado sentido a dicha política, influyendo en las diferentes maneras como la población da sentido a los eventos, incluidas las acciones para contestarla. Este marco de guerra desencadenó un *continuum* de violencia pues, aunque su sucesor Enrique Peña Nieto suprimió de su discurso el término “guerra”, dio continuidad a las prácticas y narrativas que sustentan dicha política.

Goffman (1986, 10-11) define los marcos como los principios de organización que gobiernan los eventos sociales y nuestro involucramiento subjetivo en ellos, a partir de los cuales construimos las definiciones de una situación. Los marcos permiten a los individuos organizar la experiencia en sus vidas sociales (Goffman 1986, 13); incorporan elementos culturales tales como las tradiciones, símbolos, ritos, mitos, sabiduría popular y valores (González 2002, 195-196).

Las respuestas de los individuos situados en estos marcos dependen de factores cognitivos, involucran esquemas de interpretación de la experiencia y de la información que reciben, por lo tanto no son homogéneas. Y es que, según Goffman (1986, 26), al interactuar no movilizamos uno sino múltiples marcos. Estos otros marcos forman parte de lo que Butler (2010) identifica como el contexto en el que está situado el marco. Por ello, un marco no determina todo lo que pensamos, vemos, reconocemos y aprehendemos. Hay factores que lo exceden y perturban nuestro sentido de la realidad (Butler 2010, 24). De acuerdo con esta autora, la eficacia de un marco depende de su reproducibilidad, misma que entraña una ruptura constante con el contexto, se rompe cada vez que intenta dar una organización definitiva a su contenido y esto lo hace vulnerable a su inversión, la subversión e, incluso, a su instrumentalización crítica (Butler 2010, 24). Además, al actuar e interactuar en sociedad no percibimos los marcos sino las claves a través de las cuales interpretamos y damos sentido a la vida social. Por ello, es a través de estas claves que los marcos son susceptibles de ser cuestionados (Goffman 1986, 82-86).

La metanarrativa de “combate al crimen organizado” se sustenta en un discurso de guerra, ambiguo, impreciso, eufemístico que añade significados a términos clave. Algunos autores (Collins y Ross 2003; Cavarero 2009; Escalante 2012; Calveiro 2012) identifican el uso de este tipo de lenguaje como una tendencia global que inició después de los atentados del 11 de septiembre de 2001 en Estados Unidos. Se usa para nombrar formas de violencia cada vez más残酷的 que entran en el terreno de lo inefable, dirigidas a víctimas inermes, Cavarero (2009) las denomina *horrorismo*.

En este contexto, el lenguaje forma parte del conflicto y de la estrategia y está orientado a distraer la atención de la población respecto a los efectos físicos de la violencia, a normalizarla y a obtener su consentimiento respecto a políticas cuya legitimidad y pertinencia son cuestionables. La utilización de este tipo de lenguaje “por parte de los líderes políticos y militares conduce directamente a la violencia en forma de guerras, asesinatos en masa (incluido el genocidio), destrucción física de comunidades humanas y devastación del entorno natural” (Collins y Ross 2003, 18). También lo utilizan para infundir en la población miedo hacia enemigos imaginarios y para desincentivar las movilizaciones políticas. En el caso mexicano, de acuerdo con Escalante (2012, 43) el uso del lenguaje ambiguo “no es nuevo, de hecho, es uno de los registros básicos del lenguaje político mexicano, que sirve sobre todo para neutralizar el espacio de discusión pública”.

En este marco realizan sus diferentes actividades las organizaciones civiles defensoras de los derechos humanos. Para ello, ponen en circulación discursos alternativos a las narrativas¹ que dan sustento a la violencia de Estado y a las diferentes formas de violencia social, pues el discurso de los derechos humanos confronta las claves de interpretación que dan sentido a las narrativas del marco de guerra. En torno a él han articulado sus estrategias a través de procesos de organización y movilización en redes junto con organizaciones de víctimas, movimientos sociales, académicos especialistas, ONGs y organismos internacionales de derechos humanos. Su principal desafío consiste en lograr que el discurso de los derechos humanos tenga una capacidad performativa² que contrarreste la performatividad de las narrativas en las que se sustentan la violencia de Estado y las diferentes formas de violencia social.

1 Las narrativas son constelaciones de relaciones —partes conectadas— incorporadas en el tiempo y el espacio, constituidas por una trama causal. La narratividad exige que discernamos el significado de cada evento aislado solo en relación temporal y espacial con otros eventos (Somers y Gibson 1994, 59).

2 Se refiere a las acciones que se cumplen en virtud de las palabras (Austin 1970).

En lo que sigue centraré el análisis en la confrontación del discurso gubernamental y el de las organizaciones. Procederé a identificar las claves de interpretación de ambos discursos y las estrategias que derivan de ellos, es decir, el sentido que dichas claves dan a las acciones de ambos tipos de actores; en el caso de los gobiernos influyendo en la creación institucional, el funcionamiento de las instituciones y el diseño e implementación de las políticas públicas, limitando el impacto de las acciones de las organizaciones. Y en el caso de las organizaciones visibilizando a las víctimas, las diferentes formas de violencia que les son infligidas y desplegando una intensa actividad legislativa fundamentada en los protocolos internacionales que el Estado mexicano ha signado en la materia, buscando que el lenguaje jurídico y ordinario permita nombrar la realidad de las violencias a fin de lograr justicia, verdad, reparación y no repetición. Los datos relativos a las organizaciones fueron obtenidos a partir de entrevistas semiestructuradas aplicadas a dirigentes de organizaciones civiles defensoras de derechos humanos y sus redes.³

Es necesario precisar que las organizaciones civiles utilizan el discurso de los derechos humanos como un recurso emancipador, pero la Comisión Nacional de Derechos Humanos, CNDH (antes de la presidencia de Luis Raúl González Pérez, 2014-) y las comisiones estatales, lo hacen en un sentido inverso, porque en realidad no operan con autonomía de los gobiernos. Existe consenso entre los entrevistados respecto a que estas han sido más obstaculizadoras que coadyuvantes del acompañamiento que los defensores de derechos humanos brindan a las víctimas. Algunos de ellos afirman haber recibido agresiones hacia las organizaciones por parte de la CNDH. Cito:

Soberanes⁴ ¡fue espantoso!, ¡fue horrible!, ¡realmente estaba para bloquearnos! La Comisión [Nacional de Derechos Humanos] era contraparte, nunca fue parte de la relación con las organizaciones, estaba para entorpecer nuestro trabajo como organizaciones. Y muchas veces nos lo hizo y lo hizo con todo, nos aventó a sus organizaciones, para justamente relativizarnos. Porque también hay organizaciones de base de ellos y

3 Las entrevistas se aplicaron a directivos de la Asociación de Familiares de Detenidos, Desaparecidos y Víctimas de Violaciones a los Derechos Humanos; Servicios y Asesoría para la Paz (Serapaz); Liga Mexicana por la Defensa de los Derechos Humanos (Limeddh); Centro de Derechos Humanos Fray Francisco de Vitoria; Instituto Mexicano de Derechos Humanos y Democracia; el Centro de Colaboración Cívica, A. C.; Centro Nacional de Comunicación Social (Cencos) y la Red Nacional de Organismos Civiles de Derechos Humanos Todos los Derechos para Todas y Todos, en Ciudad de México, entre noviembre de 2015 y enero de 2016.

4 José Luis Soberanes Fernández, presidente de la CNDH del 16 noviembre 1999 al 15 noviembre 2009. Los entrevistados evalúan su desempeño y el de su sucesor, Raúl Plascencia Villanueva (16 noviembre 2009 al 15 noviembre 2014), negativamente.

de mundos, pues, que no tienen nada que ver y que tratan también a veces de enviar para diluirte. Ahorita al menos lo han hecho, con el Mecanismo de Protección a Defensores⁵ nos lo hicieron.⁶

También coinciden en que algunas Comisiones estatales han operado con autonomía de los gobiernos cuando sus titulares provenían de organizaciones y movimientos de defensores de los derechos humanos. “Fue el caso de las Comisiones de Sinaloa, Jalisco, Querétaro, Distrito Federal y Guerrero, en los primeros años del 2000, pero gradualmente los legisladores fueron impidiendo el acceso a personas con esta trayectoria y favoreciendo a personas sin experiencia en la materia o afines a los gobiernos”.⁷

Esto responde a que los derechos humanos, como cuerpo de derechos, no están suficientemente institucionalizados, y su cumplimiento sufre constantes retrocesos. Aunque en la letra se cumple su carácter progresivo gracias al activismo y el trabajo de algunas organizaciones civiles y a las presiones de organismos internacionales y de otros Estados, en su aplicación siguen siendo un terreno en disputa.

Nombrando la violencia: el lenguaje como parte del conflicto y la estrategia

La primera clave de interpretación del marco de guerra es la categoría “seguridad”. Las principales diferencias en la concepción y el uso de esta categoría radican en la coexistencia de dos paradigmas opuestos: los gobiernos y las organizaciones afines a ellos⁸ sostienen un paradigma seguritista, en el que en aras de la

5 Se refiere al Mecanismo de Protección para Personas Defensoras de Derechos Humanos y Periodistas, un instrumento legal que opera a través de un conjunto de instituciones relacionadas con el sistema de impartición de justicia y seguridad. El Mecanismo se creó por iniciativa del Espacio OSC, una articulación de veintidós organizaciones civiles defensoras de los derechos humanos, quienes, dialogando con la Secretaría de Gobernación y el Senado de la República, trabajaron en la redacción de una iniciativa de ley destinada a la protección de ambos gremios. Se trata de la Ley para la protección de personas defensoras de derechos humanos y periodistas, publicada el 25 de junio de 2012 en el *Diario Oficial de la Federación*.

6 Entrevista con Alberto Solís, director de Serapaz. Ciudad de México, 27 de noviembre de 2015.

7 Entrevista con Edgar Cortés, director del Instituto de Derechos Humanos y Democracia. Ciudad de México, 3 de diciembre de 2015.

8 Se trata de organizaciones como Alto al Secuestro, México SOS, México Unido Contra la Delincuencia, entre otras, que tampoco pueden ser tratadas como un bloque homogéneo. Algunas de ellas, en determinadas coyunturas o respecto a algunos problemas específicos, han tenido posicionamientos más afines a los gobiernos y en otras ocasiones han coincidido

“seguridad nacional” (que no la humana),⁹ pretenden justificar la violación de los derechos humanos. En aras de la seguridad, por ejemplo, se ha implementado, en diferentes periodos y zonas geográficas el estado de excepción *de facto*, sin haberlo declarado y sin que el contexto lo amerite, pero sí el marco de interpretación. El paradigma de las organizaciones civiles, por el contrario, descansa en la defensa, promoción y garantía de los derechos humanos con los que la seguridad humana queda salvaguardada. En este sentido en la narrativa oficial se habla de una “crisis de seguridad” que los gobiernos pretenden “combatir”, mientras que los defensores de los derechos humanos nacionales y los organismos internacionales la caracterizan como una “crisis humanitaria” que urge “atender”, resolver. En este contexto, al usar las expresiones “combate” o “guerra contra” las autoridades suscitan una respuesta de pánico en los medios de comunicación y en la población (Egan 2003, 161) y evaden la aplicación de políticas públicas dirigidas a la solución real de los problemas desde sus raíces históricas.

La securitización:

[...] es un proceso discursivo y político, a partir del cual se construye un entendimiento intersubjetivo dentro de una comunidad política, con el fin de tratar algo como una amenaza existencial a un objeto de referencia valorado, para así hacer un llamado urgente sobre medidas excepcionales, y hacerle frente a las amenazas. (Wæver 2008, citado por Brauch 2009, 283).

Sin embargo, como señala Brauch (2009, 283) “esta definición científica no es la que usan quienes hacen las políticas públicas, ni las instituciones nacionales e internacionales, las que emplean concepciones amplias de seguridad que legitiman programas políticos urgentes y otorgan fondos para instrumentarlos”. Un ejemplo, en el caso mexicano, es la Iniciativa Mérida. Este estiramiento y uso arbitrario (o político) del concepto ha dado lugar a las amenazas reales que están viviendo los sectores de la población a los que aquí nos referimos y a las que estamos expuestos toda la población. Para Wæver:

La idea central de la teoría es que los analistas no pueden establecer la respuesta de ‘¿qué es seguridad?’, sino que debe estudiarse como una pregunta abierta, empírica,

con las perspectivas de organizaciones históricas de derechos humanos que mantienen posiciones críticas a las políticas gubernamentales.

⁹ El PNUD define la seguridad humana como las capacidades del entorno para proveer todos los bienes y servicios que permitan a cada persona desarrollar su potencial (servicios de salud, justicia, agua potable, aire respirable, educación y capacitación práctica para acceder a fuentes de trabajo como trampolines al progreso individual y familiar) (Buscaglia 2014, 11-12).

política e histórica: ¿quién define qué segurizar, bajo qué condiciones y cómo? Así mismo, ¿cuáles son sus efectos? ¿Cómo cambian las políticas de un asunto, y de ser asuntos de la política normal, qué urgencias, prioridad y carácter dramático se asigna a 'los asuntos de seguridad'? (Wæver 1997, citado por Brauch 2009, 181).

En el caso mexicano son precisamente las respuestas a estas preguntas lo que está en liza en el marco de guerra en el que se libra la competencia discursiva entre los gobiernos y las organizaciones civiles afines a ellos *versus* las organizaciones de defensa de los derechos humanos, sus redes y sus aliados nacionales e internacionales.

Al respecto hay dos puntos de tensión no resueltos entre los legisladores y los dos últimos titulares del Poder Ejecutivo, *versus* las organizaciones de derechos humanos: la redacción de una nueva Ley de Seguridad Nacional y la reforma al artículo 29 constitucional, relativo al estado de excepción, ambos promovidos por el primer grupo de actores. Respecto a la primera, lo que estaba en disputa era el enfoque que debería tener: seguritista o de derechos humanos.¹⁰ Dicha ley fue derogada después de que en noviembre de 2018 la Suprema Corte de Justicia de la Nación emitiera su fallo en ese sentido y como resultado del activismo de las organizaciones y sus aliados. Esto no ha impedido que la seguridad pública siga estando a cargo del ejército y las implicaciones negativas para la salvaguarda de los derechos humanos. Respecto a la reforma al artículo 29, se buscaba legalizar las violaciones a los derechos que actualmente se cometen.¹¹ En este contexto el entonces Secretario de la Defensa Nacional, Gral. Salvador Cienfuegos Zepeda, llegó a pedir públicamente la creación de un marco jurídico que regule la participación del ejército en funciones de seguridad pública y se le capacite para que pueda cumplirlas, o bien, se le retire de dichas funciones debido las múltiples violaciones a los derechos humanos que comete (Ferri 2017, 7).

10 Algunos de los problemas estructurales de esta propuesta de reforma que las organizaciones señalaron y que reflejan algunas de las expresiones de la crisis actual de los derechos humanos fueron los siguientes: 1) el artículo 2 daba margen a que el titular del Poder Ejecutivo Federal interpretara libremente las situaciones que justificarían la suspensión de las garantías individuales, pues el texto no consideraba la posibilidad de que fuera la población quien pudiera estar en grave peligro o conflicto, como ocurre actualmente; 2) la redacción del artículo 5 permitía la interpretación de que los derechos humanos pueden suspenderse por ser un obstáculo a la situación excepcional y no su violación sistemática la situación excepcional misma; 3) en el artículo 7, que establecía los derechos que no son susceptibles de suspensión, se omitían algunos derechos de los trabajadores (sus derechos a la libertad de manifestación y reunión podrían ser vulnerados) y el derecho al debido proceso (Jiménez y Salas 2016).

11 Entrevista con Carlos Ventura, Centro de Derechos Humanos Fray Francisco de Vitoria. Ciudad de México, 1 de diciembre de 2015.

Podemos representar gráficamente los esquemas de sentido producidos por las claves de interpretación de las narrativas contenidas en el marco de guerra, a partir de las diferentes categorizaciones que los emisores de discursos (las organizaciones defensoras de derechos humanos, por un lado, y los gobiernos y las organizaciones afines a ellos por otro) asocian y oponen a ellas. Representamos las asociaciones con el símbolo “|” y las colocamos en forma vertical y las oposiciones con el símbolo “/”, colocándolas en una columna lateral. Hemos utilizado las categorías naturales de los entrevistados.

La segunda clave de interpretación del marco de guerra es la categoría “violencia”. La残酷 que caracteriza las nuevas formas de violencia dificulta su inteligibilidad tanto a las víctimas como a la sociedad en su conjunto, de ahí la dificultad para nombrarlas con el lenguaje ordinario y el jurídico. Se trata de eventos extremos o límites por su carácter socialmente inédito, sus efectos desestructurantes y su capacidad de infligir sufrimiento (Ortega 2008, 34). Algunos especialistas las tipifican como un trauma social o colectivo que “debe entenderse como producto de una *condición persistente*, además de como un suceso grave” (Erikson 1995, 185, citado por Ortega 2008, 35). Las experiencias traumáti-

Esquema 1. Claves de interpretación de la violencia.

Seguridad (dos paradigmas)	
Organizaciones defensoras de derechos humanos.	/
Paradigma de los derechos humanos	
Crisis de humanitaria (atenderla, resolverla)	/
A mayor presencia militar en los territorios más casos de violaciones a derechos humanos	/
Cambios estructurales desde la raíz de los problemas	/
Sujetos de derechos (indiciados y víctimas)	/
Respeto al derecho a la protesta	/
Seguridad ciudadana (relación cuerpos de seguridad-ciudadanía)	/
Gobiernos y organizaciones afines.	
Paradigma segurista	
Crisis de seguridad (combatirla)	
A mayor presencia militar en los territorios mayor seguridad	
Criminalización de las personas <i>per se</i>	
Criminalizante	
Criminalización de la protesta	
Control a la población	

Fuente: Elaboración propia a partir de entrevistas a dirigentes de organizaciones civiles y discursos públicos de autoridades.

cas “generan una dificultad para comprender lo que ocurrió, las razones por las que ocurrió y las consecuencias que la ocurrencia tiene” (Ortega 2008, 35). Esto desencadena implicaciones políticas, pues en los procesos de nombrarlas, darles sentido y coherencia, el lenguaje ambiguo al que nos hemos referido interviene de una manera intencionada.

A través de las narrativas, las víctimas y la sociedad en su conjunto dan sentido a su experiencia. Sin embargo, es importante considerar que el campo lingüístico no es cerrado ni totalizante sino abierto y, por lo tanto, sujeto siempre a resignificaciones de las categorías. Así, los defensores de derechos humanos contestan las narrativas que sustentan la política de “combate al crimen organizado” desde las mismas claves de interpretación del marco de guerra re-significándolas a partir del paradigma de los derechos humanos.

Antes de continuar es necesario precisar el origen de la violencia. Para comprenderla en sus dos dimensiones: la violencia de Estado y la violencia social, es necesario analizarla como un hecho social pues “siempre es engendrada en configuraciones sociales, dentro de las cuales formas específicas de prácticas sociales producen fronteras simbólicas, que proveen a los actores de recursos cognitivos y afectivos o emocionales necesarios para la acción violenta” (Hartmann 2016, 7).

Las víctimas de la violencia de Estado tienen una historia de larga data en el caso mexicano,¹² se trata de un fenómeno de larga duración. Las décadas de los años sesenta y setenta del siglo XX fueron el escenario de una brutal violencia del Estado contra los sectores de la población organizada que demandaban la democratización del régimen. Y a pesar de las reformas y de los procesos de cambio político resultado de diversas luchas sociales, sus expresiones actuales forman parte de un *continuum* en la historia política mexicana. Sin embargo, hoy en día, las expresiones de la violencia de Estado y los escenarios en los que transcurren son fenómenos más complejos debido a la colusión de funcionarios públicos y agentes encargados de salvaguardar la seguridad y el orden con grupos delincuenciales y criminales, grandes poderes económicos nacionales y transnacionales legales e ilegales que han puesto en evidencia la corrupción, la impunidad y una profunda crisis institucional. No es casual que entre las principales víctimas de la violencia de Estado y la violencia cometida por particulares se encuentren los profesionales capaces de desvelar dichos poderes, sus redes y los mecanismos a través de los cuales se vinculan y reproducen. Tal es

12 La Asociación de Familiares de Detenidos, Desaparecidos y Víctimas de Violaciones de Derechos Humanos (AFADEM), registra casos de desaparición y persecución por motivos políticos en México desde los años 50 del siglo XX. Entrevista con Julio Mata, secretario ejecutivo de dicha asociación. Ciudad de México, 4 de diciembre de 2015.

el caso de algunos activistas, defensores de los derechos humanos y periodistas. En virtud de lo anterior, las categorías jurídicas existentes son insuficientes para dar cuenta del problema. Es el caso de la desaparición forzada que no puede entenderse, definirse ni penalizarse de la misma manera que en el pasado, por ejemplo, durante la denominada “guerra sucia” (1967-1982). Al respecto, es sugerente la tesis de Waldman, quien caracteriza al Estado mexicano como un Estado anómico que desde sus orígenes es una fuente de desorden y confusión e invita a los grupos sociales que rivalizan con él a ocupar los espacios vacíos de poder. “El problema esencial es que los privilegios y las atribuciones especiales que se les concede a los funcionarios en razón de su función suprapartidista son utilizados con fines privados y se transforman en armas peligrosas dirigidas contra los ciudadanos, que procuran defenderse del abuso de la autoridad (recordemos el “desacato”)”. El Estado no ofrece un marco vinculante que haga que los comportamientos estatal y social sean calculables y esto va en detrimento de la confianza social y la seguridad (Waldmann 2006, 18-19). Además, en contextos de incertidumbre social el miedo actúa.

En el paradigma seguritista se pretende que la violencia sea el recurso para combatir la violencia, por lo tanto la normalizan y buscan legitimarla argumentando que es “necesaria”. En el paradigma de los derechos humanos, por el contrario, se trata de erradicar la violencia identificando sus fuentes (las raíces histórico-culturales) y promoviendo cambios estructurales desde la raíz de los problemas a fin de desnormalizarla y evidenciar su ilegitimidad enfatizando el hecho de que es innecesaria. Es decir, lo que caracterizan como un “modelo de seguridad con un enfoque en fortalecimiento del tejido social”.¹³ En este sentido dirigen sus críticas al mal desempeño de las instituciones, la corrupción, la impunidad, la opacidad en los procesos de gobierno, y esto las ha colocado en situación de víctimas de la violencia, como hemos mencionado.

Algunos ejemplos del poder des-estructurante de la violencia y del poder performativo de la narrativa que sustenta el marco de guerra son las expresiones sociales pidiendo la permanencia del ejército en las calles cumpliendo funciones de seguridad pública, a pesar de las múltiples violaciones a los derechos humanos que cometen y que han sido suficientemente documentadas por las organizaciones mexicanas y por los organismos internacionales. O bien la incapacidad social de sentir duelo por las víctimas provenientes de los sectores históricamente más desfavorecidos de la sociedad incluso cuando son víctimas del *horrorismo*, pues estamos habituados a asumir que sus vidas no merecen ser lloradas (Butler 2010). Efectivamente, “la intensidad y las formas de violencia

13 Entrevista con Alberto Solís, director de Serapaz. Ciudad de México, 27 de noviembre de 2015.

estatal visibilizan sentidos y lógicas que circulan en lo cotidiano” (Calveiro 2012, 15) y como dice Mitscherlich (1973, 39-40): “el duelo solo puede aparecer allí donde un individuo ha sido capaz de sentir empatía con respecto a otro individuo”.

Aunque los efectos des-estructurantes y el sufrimiento van dirigidos de hecho a la sociedad, a través de las víctimas, son estas quienes los experimentan en mayor grado. Por ello es necesario analizar sus experiencias considerando las violencias en su doble dimensión: individual y social, tanto por sus efectos como por sus causas.

Las víctimas y su identidad

La tercera clave de interpretación del marco de guerra es la categoría “victima”. La instrumentación política por parte de las autoridades de esta categoría, relacionada con las categorías seguridad y violencia, va dirigida a la deshumanización de las víctimas en las estrategias discursiva y práctica. La denominación “**daños colaterales**” utilizada por Felipe Calderón para referirse a ellas, niega su calidad de personas. Por ello, las autoridades las han tratado como un universo homogéneo, reductible a estadísticas indemostrables invisibilizandolas y tratando de ocultar su situación. Esto expresa su incapacidad epistemológica de aprehender sus vidas como tales, como dañables, y el no reconocimiento de su obligación de protegerlas contra la violencia. Por el contrario, el paradigma de los derechos humanos enfatiza su calidad de personas. Esto pone en el centro del análisis la identidad de las víctimas. Al caracterizar como *horrorismo* las actuaciones

Esquema 2. Claves de interpretación de la violencia.

Violencia (dos paradigmas)	
Organizaciones defensoras de derechos humanos. Paradigma de los derechos humanos	/
Identificar sus fuentes (raíces histórico culturales)	/
Innecesaria	/
Problematizarla	/
Ilegítima	/
Gobiernos y organizaciones afines. Paradigma segurista	
Violencia para combatir la violencia	
Necesaria	
Normal	
Legítima	

Fuente: Elaboración propia a partir de entrevistas a dirigentes de organizaciones civiles y discursos públicos de autoridades.

les formas de violencia en el nivel global, Cavarero pone el énfasis en la condición de las víctimas como seres inermes: al no tener armas no pueden ofender, matar, herir, ni defenderse; no pueden escapar ni responder a la violencia que les es infligida (Cavarero 2009, 59). Dado que se encuentran situados en el escenario de la violencia por casualidad, no son responsables ni culpables de lo que les ocurre. Por ello cuestiona el uso político de los conceptos que las enmarca en una situación de “guerra”. En estos nuevos escenarios, la lengua, más que nombrar la violencia sobre el inerme, tiende a enmascararla (Cavarero 2009, 17).

Para tratar de dar cuenta de la instrumentación política de las víctimas en la metanarrativa del “combate al crimen organizado” y la manera como esta da sentido a la acción social, me referiré a tres mecanismos que conciernen a su identidad. El primero consiste en difundir socialmente una identidad negativa de las víctimas y de sus defensores para desacreditarlos. Esta identidad atribuida obedece a la estrategia de creación de un enemigo imaginario para persuadir a la población de la necesidad y la pertinencia de una política que en la realidad se ha revelado ineficaz pero que responde a los intereses políticos y económicos de los actores involucrados. Las autoridades se refieren a ellas como “delincuentes”, “víctimas propiciatorias”, “criminales caídos en ajustes de cuentas”. Los familiares de las víctimas —que son ellos mismos víctimas— además de vivir su duelo contestan esta identidad atribuida reivindicando una identidad positiva de sus seres queridos presentándolos como buenos estudiantes, activistas victimizados por exigir el reconocimiento de derechos del conjunto de la población, denunciar injusticias y exigir la impartición de justicia. O bien, como ciudadanos comunes que se encontraban en el escenario de la violencia por casualidad. Lo mismo ocurre con algunos activistas, periodistas y los defensores de derechos humanos.¹⁴ Sin embargo, al no contar con el capital político cultural ni las redes políticas de estos tres tipos de actores, el resto de las víctimas se encuentran en una situación de mayor vulnerabilidad, inermes. En la narrativa oficial se presenta a los defensores de los derechos humanos como “defensores de delincuentes” cuando defienden a las personas en general, incluyendo a los indiciados, quienes, con frecuencia, son victimizados recurriendo a la fabricación de pruebas, la alteración de los escenarios de la violencia y/o la obtención de declaraciones recurriendo a la tortura. Esta narrativa parece tener un

14 Al respecto, Gabriel Gatti (2011) llama la atención sobre la paradoja de que las víctimas de desaparición forzada sean el producto social del proceso civilizatorio: el individuo-ciudadano racional e ilustrado que termina siendo considerado disfuncional y conflictivo en dicho proceso. Por ello, sostiene que *la desaparición forzada de personas no es barbarie sino modernidad exacerbada* [cursivas en el original] (2011, 97). “Los frutos perfectos de la modernidad son los que van a ser despedazados por la maquinaria que fue su condición de posibilidad” (Gatti 2011, 98).

fuerte efecto performativo en la población si atendemos la Encuesta Nacional de Derechos Humanos, según la cual 61.6% de los entrevistados se pronunció “muy de acuerdo” (28.0%) o “de acuerdo” (33.6%) en que no deben respetarse los derechos humanos de los secuestradores porque ellos no respetan los derechos de sus víctimas (De la Barreda 2015, 133).

La estrategia de creación de un enemigo imaginario se usa también para deshumanizar a las víctimas a través de un proceso de inversión auspiciado por el lenguaje de guerra y por el hecho de que la población esté permanentemente expuesta al *horrorismo*. En la narrativa oficial se presenta a las víctimas como “el otro”, el enemigo construido a quien se le atribuye la autoría del *horrorismo*. Este “otro” puede ser el oponente político: activistas, periodistas, defensores de los derechos humanos o cualquier persona. Para ello, las autoridades recurren a la construcción o alteración de escenarios de violencia y a la fabricación de evidencias siempre que sea necesario. Así, las víctimas son deshumanizadas por sus victimarios y por el resto de la sociedad, quien normaliza y justifica moralmente la violencia que se les infinge. En estos casos, las organizaciones afines a los gobiernos desacreditan socialmente el trabajo de los defensores de los derechos humanos responsabilizándolos de la “impunidad” que impera en el país argumentando que “apelan a la violación de los derechos humanos para que gente vinculada con/o responsable de secuestros no responda”.¹⁵ Es decir, mientras que para los defensores de los derechos humanos estos permiten el acceso a la justicia, la verdad, la reparación y la dignidad de las víctimas, para organizaciones como Alto al Secuestro los derechos humanos impiden a las víctimas del secuestro el acceso a la justicia.

Esto explica también otras formas de violencia social desencadenada por la violencia de Estado, como la aplicación de justicia por propia mano, situación límite a la que recurre la población cada vez con más frecuencia ante la ineeficacia y desinterés de las instituciones de seguridad pública en el ejercicio de sus funciones y/o su involucramiento en los hechos delictivos que pretenden sancionar. En la Encuesta Nacional de Identidad y Valores, cinco de cada diez entrevistados respondieron que la comunidad tiene derecho a hacer justicia por propia mano (Flores 2015, 196). En relación con lo anterior, en la Encuesta Nacional de Derechos Humanos, Discriminación y Grupos Vulnerables (2015),¹⁶ 60.7% de los entrevistados opinó que los usos, costumbres y tradiciones de los pueblos deben respetarse siempre, y únicamente el 35.0% que solo deben respetarse cuando no afecten los derechos humanos (De la Barreda 2015, 56). También los

15 Entrevista con Edgar Cortés, director del Instituto de Derechos Humanos y Democracia. Ciudad de México, 3 de diciembre de 2015.

16 Encuesta aplicada por el Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM.

actores no estatales instrumentalizan políticamente las diferentes formas de violencia social desencadenada por la violencia de Estado. De esta forma se ha creado un entorno de violencia de unos contra otros que pone en evidencia los efectos des-estructurantes de este tipo de violencia.

El segundo mecanismo que nos permite dar cuenta de la instrumentación política de las víctimas en la metanarrativa del “combate al crimen organizado” y la manera como esta da sentido a la acción social, está relacionado con el anterior y consiste en la supresión de la identidad corporal de las víctimas que las aniquila completamente como personas. La violencia que se ejerce contra ellas va más allá del asesinato. “Lo que está en juego no es el fin de una vida humana, sino la condición humana misma en cuanto encarnada en la singularidad de cuerpos vulnerables” (Cavarero 2009, 25). El desmembramiento de sus cuerpos, la dispersión de sus partes, la calcinación y todas las expresiones del *horrorismo* buscan hacerlos inmirables además de volver difícil o imposible su identificación,¹⁷ es decir, se anula su identidad y se les priva del derecho a la identificación. Lo mismo ocurre con la desaparición forzada de personas y la proliferación de fosas clandestinas. Dicho por Jacques Rancière, las víctimas son “un sujeto que no participa de la existencia pública, pues ha sido expulsado de los marcos normativos reguladores del sentido (del sentido de identidad, del de ciudadanía, del sentido del cuerpo, del de la vida, etc.)”. (Citado por Gatti 2011, 102).

“En el caso específico de la desaparición de personas, son principalmente los familiares [muchas veces acompañados por los defensores de los derechos humanos] quienes inician la tarea de construir campos de disputa en torno a la representación de las personas desaparecidas” (Robledo 2016, 96). Esta representación se refiere a darle un nombre a situaciones inéditas para las que no existe una definición en el lenguaje jurídico y ordinario, pero también a su representación física a través de otro tipo de símbolos, como los memoriales. Antes de la implementación de la política de “combate al crimen organizado” existían en México algunos lugares de memoria de hechos violentos cometidos por el Estado pero no existían los memoriales. Actualmente encontramos memoriales dedicados a las víctimas de las violencias en diferentes ciudades del país. En este sentido, para visibilizar a las víctimas, algunas organizaciones como la AFADEM recurren al renombramiento de calles, plazas públicas y ex cuarteles militares sustituyendo los nombres de actores políticos que protagonizaron actos masivos de desaparición forzada y tortura, por nombres de las víctimas.¹⁸ A

17 Un ejemplo de ello es el deshollamiento del rostro que sufrió Julio César Mondragón, uno de los estudiantes asesinados de la Escuela Normal de Ayotzinapa.

18 Entrevista con Julio Mata, secretario ejecutivo de dicha asociación. Ciudad de México, 4 de diciembre de 2015.

estos recursos discursivos y simbólicos se suman algunas prácticas de los familiares como la formación de brigadas de búsqueda de fosas comunes y las investigaciones de las redes de trata de personas para tratar de encontrar a sus familiares, vivos o muertos. Estos también son recursos para tratar de dar sentido a la realidad tratando de entender lo que sucedió, cómo y por qué sucedió. De esta manera desafían a las autoridades que pretenden infundirles miedo, pues al perder a sus seres queridos ya han perdido todo, incluso el miedo. También desafían la narrativa oficial exonerando a las víctimas, frente a la sociedad, de los delitos que les son imputados.

El tercer mecanismo, relacionado con el anterior, es el tratamiento administrativo de los casos de victimización. Las víctimas son revictimizadas cuando acuden a las instituciones a presentar denuncias o en busca de información, justicia y reparación. Este tratamiento ha dado lugar en muchos casos al proceso de adquisición de agencia de las víctimas quienes a partir de estas experiencias se han organizado en movimientos, comités, brigadas de búsqueda de desaparecidos y otras formas de organización y de resistencia.¹⁹ Muchas de estas víctimas carecían de experiencias previas de participación política pero han devenido sujetos políticos. Acompañados por las organizaciones civiles han iniciado una importante actividad legislativa exigiendo que las leyes y las políticas públicas adquieran un enfoque de derechos humanos.²⁰ Así han devenido ellos mismos defensores de los derechos humanos. Además, su pertenencia a un proceso organizativo les da identidad colectiva, la cual es muy valorada cuando la organización tiene visibilidad y legitimidad social, capacidad de interlocución con otros actores políticos, sobre todo con los tomadores de decisiones. Cito:

En el Movimiento por la Paz [con Justicia y Dignidad] eso [se refiere a la existencia de liderazgos en el movimiento que dialogaban directamente con las autoridades] hizo

19 El Comité Cerezo, A. C., por ejemplo, está conformado por 30 colectivos de familiares de desaparecidos de 26 de los 32 estados de la República y más de 20 organizaciones que los acompañan. Otro referente de la adquisición de agencia de las víctimas es el Movimiento por Nuestros Desaparecidos en México, que articula 70 organizaciones y movimientos de víctimas de diferentes estados de la República, muchas de ellas participaron en el Movimiento por la Paz con Justicia y Dignidad y cuando este se desarticuló permanecieron articuladas en este nuevo movimiento más consolidado y fortalecido. Entrevista con Alberto Solís, director de Serapaz. Ciudad de México, 27 de noviembre de 2015.

20 Por ejemplo, la Ley General de Víctimas, publicada en 2013, fue impulsada por el Movimiento por la Paz con Justicia y Dignidad que se formó en 2011. El Comité Cerezo, A. C., formado en 2015, redactó una iniciativa de ley para penalizar la desaparición forzada que responda al contexto y a las características actuales del problema. En ambas experiencias organizativas y legislativas las organizaciones civiles defensoras de los derechos humanos han participado como acompañantes.

muchas crisis internas, y te puedo decir que se mantuvieron juntos durante mucho tiempo porque seguían teniendo picaporte. Porque al ser parte del Movimiento por la Paz tenían un estatus diferente al de cualquier víctima suelta y eso, ya en las organizaciones, empodera. Y la organización del Movimiento por la Paz, que había logrado sentarse con el presidente empoderaba más, incluso más que las otras. Aun entre todos estos hay privilegios distintos. Pero bueno, es parte de los procesos de empoderamiento social.²¹

Respecto a las personas desaparecidas, en 2015 un colectivo integrado por familiares de personas desaparecidas, organizaciones de la sociedad civil y por académicas y académicos especialistas en derechos humanos, redactaron el documento: *Elementos esenciales para la elaboración de la Ley General sobre Personas Desaparecidas en México* (Autor colectivo 2015). Este documento, que en realidad es una iniciativa de Ley, se concretó en la Ley General de Desaparición Forzada de Personas y Desaparición Cometida por Particulares, publicada en 2017. El objetivo de los autores era que dicha ley respondiera a la realidad de las víctimas y se respeten en el texto y en las prácticas las obligaciones contraídas en virtud de la Convención Internacional Para la Protección de Todas las Personas Contra las Desapariciones Forzadas y la Convención Interamericana Sobre Desaparición Forzada de Personas y Otros Instrumentos en Materia de Derechos Humanos (Autor colectivo 2015, 4). La demanda de este colectivo es que la Ley resuelva el problema de manera integral (con enfoque jurídico, forense y psicosocial), concentre su atención en la búsqueda con vida de las personas desaparecidas y atienda de manera integral a sus familiares (Autor colectivo 2015, 7). Una particularidad de esta iniciativa es que incluye la tipificación de la desaparición de personas causada por particulares. La omisión de las leyes de este fenómeno hasta antes de la redacción de dicha iniciativa, contribuyó a que perpetradores estatales y no estatales gozaran de impunidad. También permitió que crímenes de este tipo se tipificaran como delitos que ameritan penas más leves.

A través de estos procesos, las víctimas construyen una narrativa que les permite nombrar su experiencia y dotarla de sentido. Su identidad de víctimas vulnerables e inermes se politiza permitiéndoles construir una definición de sí (identidad individual) y de un “nosotros” (identidad colectiva) que movilizan para contestar las relaciones de poder o aquellos aspectos del poder que las colocan en una situación desventajosa, minusvalorada o de exclusión, promoviendo formas alternativas de distribución y de ejercicio del poder que las colocarían eventualmente en una posición diferente.

21 Entrevista con Alberto Solís, director de Serapaz. Ciudad de México, 27 de noviembre de 2015.

Asimismo, para acabar con la impunidad los defensores de los derechos humanos buscan que las leyes establezcan penas que disuadan a los perpetradores de reincidir, pero, además, que las políticas públicas incorporen un perfil de derechos humanos.²² Los entrevistados, con base en su experiencia y en las de las víctimas, coinciden en que la Ley General de Víctimas no responde a estas aspiraciones y es insuficiente para atender el problema, cito:

La Ley tiene un estándar alto, pero ya en la implementación es donde estamos viendo algunas fallas. Y la crítica eterna es: muchos recursos para tan pocos resultados y para tan poco acompañamiento de las víctimas; porque se queda otra vez en una estructura [institucional] muy grande que no avanza tanto y no está a favor de las víctimas. Hay un desfase entre la realidad y el marco normativo.²³

Por ello, han tratado de subsanar, en la medida de lo posible, algunas de las limitaciones de dicha ley en una reforma y en su propuesta de *Elementos esenciales para la elaboración de la Ley General sobre Personas Desaparecidas en México* (Autor colectivo 2015).

Reflexiones finales

En este documento hemos tratado de mostrar que la manera como se nombra a las violencias en el lenguaje jurídico y en el ordinario es fundamental para revertirlas o fomentarlas. En el caso de la narrativa que sustenta el marco de interpretación de la política de “combate al crimen organizado” el lenguaje forma parte del problema y la estrategia. Al centrar la atención y sus estrategias en el lenguaje, los movimientos de víctimas, acompañados por organizaciones civiles y organismos internacionales defensores de los derechos humanos, han puesto en evidencia que el marco legal con el que se pretende revertir los efectos y las causas de las violencias no corresponde a la realidad de las violencias ni de las víctimas. Dicho marco es inadecuado para la tipificación de los delitos, la multiplicación y diversidad de formas de victimización y de perpetradores involucrados. De una manera intencionada, esto ha permitido a los perpetradores gozar de impunidad y fortalecer sus redes de poder. La actividad legislativa que los movimientos de víctimas y las organizaciones que los acompañan han emprendido conjuntamen-

22 Proponen que incluyan como mínimo los siguientes elementos: empoderamiento, participación activa de los familiares, perspectiva de género, enfoque diferencial, igualdad y no discriminación, intergubernamentalidad, máximo uso de recursos posibles, carácter reparador y acción sin daños (Autor colectivo 2015, 63).

23 Entrevista con Omar Rábago, director de Cencos, Ciudad de México, 7 de enero de 2016.

Esquema 3. Claves de interpretación de la violencia.

Víctimas		
Organizaciones defensoras de derechos humanos	/	Gobiernos y organizaciones afines
Universo plural (difícil de organizar)	/	Universo homogéneo
Personas (Sujetos de derechos humanos)	/	“Daños colaterales” (estadísticas, no personas)
Seres vulnerables e inermes	/	Delincuentes
Ciudadano	/	El enemigo
Derechos humanos = acceso a la justicia	/	Derechos humanos = impunidad
Garantizar derecho a la justicia, verdad, reparación, no repetición, memoria	/	Negación de derecho a la justicia, verdad, reparación, no repetición, memoria
Derecho a la identidad	/	Negación de la condición humana
Víctimas por desaparición forzada	/	Víctimas del secuestro
Visibilizar la situación de las víctimas	/	Negación de la existencia de las víctimas
Atención integral	/	Re-victimización
Requiere protección	/	Dañabilidad

Fuente: Elaboración propia a partir de entrevistas a dirigentes de organizaciones civiles y discursos públicos de autoridades.

te proponiendo iniciativas de ley con enfoque de derechos humanos y fundamentada en los compromisos internacionales signados por el Estado mexicano ha dado lugar a procesos de empoderamiento de las víctimas. Esto les ha permitido capacidad de presión sobre los legisladores y visibilidad en el espacio público nacional e internacional. La estrategia de llevar sus luchas en demanda de justicia, verdad, reparación y no repetición a la dimensión lingüística se revela hasta ahora eficaz en escenarios políticos en los que la correlación de fuerzas les es adversa. Nombrar las violencias y la realidad de las víctimas con un lenguaje preciso puede contribuir, además, al trabajo de memoria.

Los escenarios actuales ponen en evidencia que las causas de las violencias tienen su origen en procesos históricos de larga duración como la desigualdad, la

injusticia social que influyen en la incapacidad social de sentir duelo por las víctimas, lo que contribuye a la reproducción de las condiciones que propician las violencias. Como afirma Mitscherlich (1973, 43), el duelo es útil al trabajo de la memoria porque forma parte de su naturaleza, “el que este se extinga con el paso del tiempo y el que con él aprendamos a soportar la pérdida sufrida, sin olvidarla”. ■

Referencias

- Austin, John Langshaw. 1970. *Quand dire c'est faire*. París: Éditions du Seuil.
- Autor colectivo. 2015. *Elementos esenciales para la elaboración de la Ley General sobre Personas Desaparecidas en México*. Propuesta elaborada por familiares de personas desaparecidas, organizaciones de la sociedad civil y por académicas y académicos especialistas en derechos humanos. México. Octubre. http://www.uaem.mx/sites/default/files/elementos_esenciales_para_la_elaboracion_de_una_lgdfdp.pdf
- Brauch, Hans Günter. 2009. *Reconceptualizar la seguridad en el siglo XXI*. Cuernavaca, México: CRIM, CEIICH, UNAM.
- Buscaglia, Edgardo. 2014. *Vacíos de poder en México. Cómo combatir la delincuencia organizada*. México: Debate.
- Butler, Judith. 2010. *Marcos de guerra. Las vidas lloradas*. México: Paidós.
- Calveiro, Pilar. 2012. *Violencias de Estado. La guerra antiterrorista y la guerra contra el crimen como medios de control global*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.
- Cámara de Diputados del Congreso de la Unión. 2012. «Ley para la protección de personas defensoras de derechos humanos y periodistas.» *Diario Oficial de la Federación*, Ciudad de México: 25 de junio. <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LPPDDHP.pdf>
- Cámara de Diputados del Congreso de la Unión. 2013. «Ley General de Víctimas.» *Diario Oficial de la Federación*. Ciudad de México. 9 de enero.
- Cavarero, Adriana. 2009. *Horrorismo. Nombrando la violencia contemporánea*. Barcelona: Anthropos, UAM Iztapalapa.
- Collins, John y Ross Glover. 2003. *Lenguaje colateral. Claves para justificar una guerra*. Madrid: Páginas de Espuma.
- De la Barreda Solórzano, Luis. 2015. *La sociedad mexicana y los derechos humanos*. México: Instituto de Investigaciones Jurídicas, UNAM. (Colección Los mexicanos vistos por sí mismos. Los grandes temas nacionales).
- Egan, Danielle. 2003. «Cobardía.» En Collins, John y Ross Glover, *Lenguaje colateral. Claves para justificar una guerra*. Madrid: Páginas de Espuma, 79-92.
- Erikson, Kai. 1995. «Notes on trauma and community.» En Caruth, Cathy (ed.), *Trauma: explorations in memory*. Baltimore: The Johns Hopkins University.

- Escalante Gonzalbo, Fernando. 2012. *El crimen como realidad y representación*. México: El Colegio de México.
- Ferri, Pablo. 2017. «Cuando el ejército es la policía en México.» *El País*, México: 3 de enero, 7.
- Flores Dávila, Julia Isabel. 2015. *Sentimientos y resentimientos de la nación*. Encuesta Nacional de Identidad de Valores. México: Instituto de Investigaciones Jurídicas, UNAM. (Colección Los mexicanos vistos por sí mismos. Los grandes temas nacionales).
- Gatti, Gabriel. 2011. «El lenguaje de las víctimas: silencios (ruidosos) y parodias (serias) para hablar (sin hacerlo) de la desaparición forzada de personas.» *Universitas Humanística*, 72: 89-109.
- Goffman, Erving. 1986. *An essay on the organization of experience. Frame analysis*. Boston: Northern University Press.
- González Calleja, Eduardo. 2002. *La violencia en la política. Perspectivas teóricas sobre el empleo deliberado de la fuerza en los conflictos de poder*. Madrid: CSIC (Colección Politeya, 19).
- Hartmann, Eddie. 2016. «La violence comme fait social.» *Perspectives*, 14: 6-7, 2016.
- Jiménez Vázquez, Raúl y Karla Micheel Salas. 2016. «Reforma al artículo 29 niega el estado de derecho.» *La Jornada*, 5 de abril.
<http://www.jornada.unam.mx/2016/04/05/opinion/024a1pol>
- Mitscherlich, Alexander y Margarete. 1973. *Fundamentos del comportamiento colectivo. La incapacidad de sentir duelo*. Madrid, Alianza Editorial.
- Ortega, Francisco, A. 2008. «Violencia social e historia: el nivel del acontecimiento.» *Universitas Humanística*, 66: 31-56.
- Reyes Mate. 2008. *Justicia de las víctimas. Terrorismo, memoria, reconciliación*. Barcelona: Anthropos Editorial.
- Robledo Silvestre, Carolina. 2016. «Genealogía e historia no resuelta de la desaparición forzada en México.» *Íconos. Revista de Ciencias Sociales*, 55: 93-114.
- Somers, Margaret y Gloria Gibson. "Reclaiming the Epistemological 'Other': Narrative and Social Constitution of Identity". En Craig Calhoun, *Social Theory and the Politics of Identity*. Cambridge, 1994.
- Waldmann, Peter. *El Estado anómico. Derecho, seguridad pública y vida cotidiana en América Latina*. Madrid: Editorial Iberoamericana, 2006.
- Wæver, Ole. 2008. «The changing agenda of societal security.» En Hans Günter Brauch, Úrsula Oswald Spring, Czeslaw Mesjasz et al. (eds.), *Globalization and environmental challenges: reconceptualizing security in the 21st century*, Berlín: Springer-Verlag (Hexagon Series on Human and Environmental Security and Peace, vol. 3), 581-593.
- Wæver, Ole. 1997. *Concepts of security*. Copenhague: Departamento de Ciencias Políticas.

Olga Flores-Cano,* Isabel Reyes-Lagunes,** Sofía Rivera-Aragón,**
Ricardo Mansilla-Corona[◊]

Bienestar subjetivo y su estudio con redes semánticas en análisis lineal y no lineal^{◊◊}

Subjective well-being and its study with semantic networks in linear and non-linear analysis

Abstract | Background: semantic networks allow to define a mental model structure showing the underlining culture. It can help to find Mexico City's dwellers representation about the subjective well-being. **Objective:** the aim was to obtain a culturally relevant definition of subjective well-being with semantic networks, psychological and graph theories. **Method:** using semantic networks define well-being, satisfaction and happiness. The sample ($N = 207$) were volunteers, men and women (52%), dwellers of Mexico City, older than 18 years of age ($\bar{x} = 35.62$ years). Analysis included linear and nonlinear measures. **Results:** the well-being, happiness and satisfaction differentiated and complemented each other with dimensions (relationships, basic needs, resources) and components (emotion affect). The weighted frequencies highlighted salience of words health, calmness, family, happiness, peace. The geodesic distances remained short with the highest betweenness-centrality for health, calmness, work, happiness, satisfaction and security. **Discussion and conclusions:** the subjective well-being components and dimensions expected from the theory were found with the semantic networks. Happiness and satisfaction added the affect component. The geodesic distances were short and organized into five main modules: health, family, work and

153

Recibido: 20 de mayo de 2019.

Aceptado: 19 de agosto de 2019.

* Licenciatura. Facultad de Psicología, UNAM.

** Doctora. Facultad de Psicología, UNAM.

◊ Doctor. Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades, UNAM.

◊◊ Agradecemos, por su apoyo en la aplicación de redes semánticas, a: Alejandra Cazares, Alejandra Sánchez, Ángel Escobar, Berenice Biaggioni, Brenda Cruz, Eréndira Gómora, Erika Barrios, Fabio Rivera, Fátima Cárdenas, Gabriela Orozco, Gabriela Negrete, Isabel González, Jacqueline Pérez, Jessica Reyes, Laura Sánchez, Lilia Trejo, María Saldivar, Mariana Gutiérrez, Mónica Bravo, Nayelli Vázquez, Norma Reyes, Patricia Barranco, Rocío Clavel, Saimy Hernández, Sara Velázquez; y a los participantes del estudio por su valiosa aportación.

Correos electrónicos: olgabfc@gmail.com | lisabel@unam.mx | sofiar@unam.mx | mansy@unam.mx

calmness. The representation converged the proposed elements of both the theory and the ones from inhabitants of Mexico City, into a culturally relevant definition.

Keywords | subjective well-being, semantic networks, Mexico City, linear distances, non-linear distances.

Resumen | *Antecedentes*: las redes semánticas muestran la estructura de conceptos culturalmente relevantes que forman modelos mentales, como puede ser la representación del bienestar subjetivo para la CDMX. *Objetivo*: Obtener una definición de bienestar subjetivo culturalmente relevante con la aplicación de la técnica de redes semánticas, teoría psicológica y de grafos. *Metodología*: aplicación de redes semánticas para los conceptos bienestar, satisfacción y felicidad. La muestra ($N = 207$) hombres y mujeres (52%), mayores de edad ($\bar{x} = 35.62$ años) y habitantes de la CDMX. Se analizó con distancias lineales y no lineales. *Resultados*: bienestar, felicidad y satisfacción se diferenciaron y complementaron con dimensiones (relaciones significativas, necesidades básicas, recursos y emociones positivas) y componentes (afectivo y cognoscitivo). La ponderación mostró la relevancia de salud, tranquilidad, familia, felicidad, y paz que complementó las distancias geodésicas con mayor centralidad (salud, tranquilidad, trabajo, felicidad, satisfacción y seguridad). *Discusión y conclusiones*: hubo la presencia de componentes y dimensiones del bienestar subjetivo con afectos y emociones de los conceptos felicidad y satisfacción. Se dio una red geodésica compacta con cinco módulos principales, y salud, familia, trabajo y tranquilidad fueron los de mayor centralidad. La representación converge lo propuesto en la teoría y la definición culturalmente relevante de los habitantes de la CDMX.

Palabras clave | bienestar subjetivo, redes semánticas, Ciudad de México, distancias lineales, distancias no lineales.

Antecedentes

EL ESTUDIO del bienestar y su mejoría contribuye a la construcción de sociedades que reportan mejores condiciones de vida y mayores niveles de salud y desarrollo (Michalos 2014). Para estudiar el bienestar es importante contar con una definición que lo delimita y dé a conocer sus principales características para apoyar con mayor certeza su mejoramiento.

Se buscó conocer aquello que aportaría más al bienestar de la persona en diferentes momentos y situaciones, las propuestas que conformaron el estudio del bienestar se llevaron a cabo desde diversas disciplinas como la filosofía, la psicología, la sociología, la salud, o la economía (Veenhoven 2008). Cuando se inició el estudio del bienestar, se partió desde la teoría para hacer la propuesta de los contenidos del bienestar (Sirgy 2012). Luego se usaron técnicas para valorar la pertinencia, distribución, clasificación de elementos que los teóricos enlistaron; se formaron categorías como parte del bienestar subjetivo.

Las clasificaciones se consideraron como dominios, que son los elementos relacionados con la experiencia en la vida de las personas (Graham y Lora 2009; Rojas 2011; Sirgy 2012) o son una valoración, ya sea cognoscitiva o emocional con diferentes cualidades afectivas, considerando felicidad y satisfacción como parte del bienestar (Diener, Wirtz, Tov, Kim-Prieto, Choi, Oishi y Biswas-Diener 2010; Russell 2009). Sin embargo, los análisis para definir los contenidos de los dominios de bienestar se hicieron considerando solo relaciones lineales. El método para determinar su pertenencia a una categoría fue por medio de jerarquías, y análisis factoriales, modelos correlacionales (tanto exploratorios como confirmatorios) y regresiones lineales.

El presente trabajo de investigación pretende aportar al estudio del bienestar construyendo una definición, ahora desde la perspectiva de la población, por medio de la aplicación de redes semánticas, e incluyendo, además de análisis lineales, análisis no lineales basados en la teoría de grafos.

La aportación de la perspectiva desde la población fue posible gracias al estudio de los modelos mentales. La teoría de modelos mentales considera modelos a escala de la realidad para anticipar eventos, para razonar y sustentar explicaciones que constituyen teorías intuitivas o mapas tácitos que las personas construyen y conservan en la memoria a largo plazo para usarlos en su vida diaria (Binder y Schöll 2010). La representación de los modelos mentales se logra empleando la técnica de redes semánticas modificadas. Esta reconstrucción de un conocimiento es el significado y se obtiene del concepto que se puso como estímulo para hacer la red semántica (Reyes 1993).

El análisis no lineal de la información obtenida en las redes semánticas es posible. Se han hecho análisis en las ciencias sociales construyendo las representaciones con modelos de distancia y relationales (Kaplan 2004). Fue necesario construir esta metodología en las ciencias sociales y del comportamiento pues “hay ocasiones en las que el interés no es tanto en la fuerza de una relación, sino en los detalles de un sistema relacional completo” (Kaplan 2004, 25). Estos métodos incluyen análisis lineales como los hechos por medio de distancias euclídeas, o aquellos con base en eigenvalores derivados de la construcción de modelos lineales de regresión. En los métodos no lineales se tiene el análisis de redes representando distancias geodésicas con base en la teoría de grafos; esto abre la posibilidad de estudiar las redes semánticas como una representación de un sistema social complejo debido a las características de interacción y emergencia visto desde la no linealidad (Hilbert 2013).

El estudio con base en la teoría de grafos se ha empleado en el estudio de la Web (Polanco 2006), la economía (König y Battiston 2014), la neuropsicología (Van Den Heuvel y Sporns 2011), y fenómenos de las redes sociales (Hodas, Kooti, y Lerman 2013). Las redes semánticas aportan datos analizables desde la teoría de grafos con la ventaja de que su aplicación es directamente a la población

de interés; con ello se obtiene información contextualizada. Esta característica de las redes es mejor conocida como relevancia cultural y consiste en plasmar un fenómeno con características, relaciones y valoraciones conocidas a través del lenguaje de la población para obtener resultados que sean relevantes para la propia población desde su propia cultura (Reyes y García y Barragán 2008).

Objetivo y justificación

Conocer la representación de bienestar subjetivo culturalmente relevante para la Ciudad de México (CDMX) con el fin de establecer una definición de su bienestar subjetivo, con métodos de relación por distancias lineales y no lineales que ayuden a conocer tanto la relevancia de los conceptos relacionados con el bienestar, así como la interrelación que guardan los elementos dentro del bienestar. Como se ha dicho, se aportará un análisis no lineal, en este caso con la teoría de grafos, y la definición del bienestar con relevancia cultural.

El bienestar subjetivo es un concepto central en la vida de las personas que genera modelos mentales; ellos se vinculan con la cultura donde se originan. Se tiene la posibilidad de partir desde la perspectiva de las personas para encontrar los elementos principales, los componentes y características del bienestar (ya no a partir de listas o categorías previamente construidas por los teóricos). En el estudio del bienestar subjetivo las redes semánticas permiten (al fundarse en los modelos mentales) estudiar la estructura de los elementos y su interrelación, categorías, y nivel de relevancia para las personas y que, a su vez, reflejan la cultura en que se generan (Binder y Schöll 2010). Esto permite definir culturalmente el bienestar subjetivo para estudiarlo más profunda y adecuadamente en la población de la CDMX y aportar al entendimiento del bienestar propio de la cultura mexicana de esta (Castellanos 2015; Reyes y García-Barragán 2008).

Metodología

El objetivo de este estudio fue obtener una definición del concepto de bienestar subjetivo que fuera culturalmente relevante como resultado del modelo del bienestar obtenido con la técnica de redes semánticas modificadas, la teoría consultada y la teoría de grafos.

El muestreo fue no probabilístico por cuotas (sexo, edad), con respuestas de personas quienes voluntariamente participaron (cuya respuesta se les indicó es anónima y confidencial), mujeres u hombres, habitantes de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México, que supieran leer y escribir y que tuvieran entre 18 y 72 años de edad. La muestra ($N = 207$) fue de 52% mujeres y 48% hombres. Por rango de edad el 23% fue de 18 a 22 años, el 29% de 23 a 29, el 25% de 30 a 45 y el 23% de

46 a 65; la edad media de la muestra fue de 35.62 años. Los aplicadores fueron estudiantes y exalumnos de la Facultad de Psicología, quienes aplicaron en el hogar del respondiente o en sitios públicos (calle, parque, plaza), entre octubre de 2016 y febrero de 2017. Se empleó la técnica de las redes semánticas naturales modificadas (Reyes 1993) para estudiar los conceptos de bienestar, satisfacción y felicidad. De acuerdo con el formato y procedimiento establecidos (Valdez 1998), el cuestionario fue tamaño media carta, y constaba de seis páginas: portada e instrucciones, concepto bienestar, concepto satisfacción, concepto felicidad, concepto estilo de vida (incluido como elemento distractor) y página de datos sociodemográficos. El orden de los conceptos se alternó para evitar efectos de posición y/o de acarreamiento. Se pidió al participante que proporcionara al menos cinco palabras relacionadas con el concepto escrito en la página, numerándolas posteriormente en orden de relevancia. Los datos obtenidos, es decir, las palabras mencionadas por el participante ante cada concepto (bienestar, satisfacción, felicidad) fueron capturadas y son el insumo para los análisis. Se analizó con ponderación (IRISP), análisis de contenido, y distancias euclídeas (análisis de correspondencia) y correlaciones (Tau de Kendall) para lo que se empleó el programa IBM Statistical Package for the Social Science (SPSS) versión 22 y distancias geodésicas con el programa Gephi 9.1.

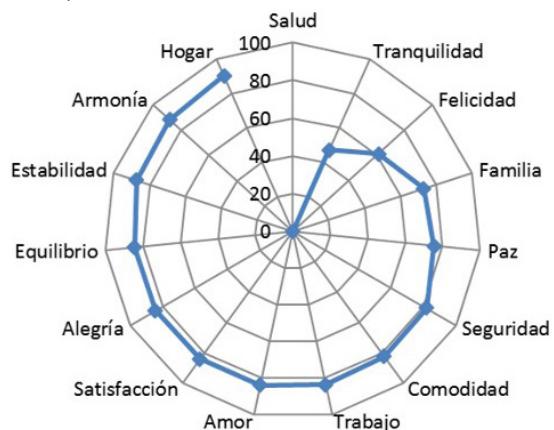
Resultados

Análisis lineales y de contenido

La representación con el gráfico de radial incluye la ponderación de las palabras mencionadas. La ponderación señala la importancia de la palabra (denominada definidora) dentro del significado del concepto. Mientras mayor asignación de primer lugar a la palabra definidora y mayor frecuencia, mayor será su jerarquía; en consecuencia, tendrá mayor peso semántico (la suma de jerarquía por frecuencia) y menor distancia semántica (cien por ciento menos el porcentaje alcanzado en relación con el mayor peso semántico).

Las palabras de mayor importancia para definir el bienestar de acuerdo con los participantes fueron salud ($ds = 0$), tranquilidad ($ds = 56.7$), felicidad ($ds = 68.42$), y familia ($ds = 61.7$) (gráfica 1). Como resultado de la jerarquización, se obtiene una lista de palabras (definidoras) de las que se puede hacer un análisis de

Gráfica 1. Radial con palabras definidoras del concepto.



Fuente: Elaborada por Olga Flores–Cano, con Excel 2016.

contenido. Se analizó el contenido de la muestra total de definidoras y después se hizo un análisis por sexo, edad y nivel socioeconómico. Se observaron similitudes y diferencias entre categorías de sexo, edad o nivel socioeconómico. Se apreció un núcleo constante para todas las categorías (sexo, edad, nivel socioeconómico) que consta de las definidoras: salud, y tranquilidad, y las cuatro palabras: felicidad, familia, paz y trabajo (aunque estas últimas en diferentes posiciones). Una comparación por sexo muestra coincidencia en las primeras definidoras (salud, tranquilidad, felicidad, familia, paz) y diferente posición para comodidad, satisfacción y trabajo. Por rangos de edad, las primeras permanecieron (salud y tranquilidad); felicidad, familia, paz, satisfacción y trabajo tomaron otro orden (tabla 1).

Se comparó el contenido de palabras definidoras de los núcleos de las palabras bienestar, satisfacción y felicidad. El núcleo de cada concepto son las palabras definidoras con mayor peso semántico antes de que los valores de los pesos semánticos (suma de la frecuencia por orden) se vuelvan asintóticos. Para hacer la comparación equiparable en número de palabras entre los conceptos bienestar, felicidad y satisfacción se consideró como núcleo hasta la palabra definitoria veintiuno de cada concepto.

El contenido de palabras definidoras de bienestar fue mayor en palabras relacionadas con salud física y psicológica (emoción positiva). La satisfacción tuvo un mayor contenido en palabras definidoras relacionadas con alcances, logros, y necesidades. La felicidad tuvo mayor contenido de elementos sobre emociones positivas de activación y relaciones significativas.

Después, se hicieron comparaciones y contrastes para corroborar semejanzas y diferencias de contenido entre los conceptos. Entre las coincidencias, las palabras definidoras más importantes fueron salud, familia, palabras relacionadas con emociones positivas (tranquilidad, alegría, amor) y palabras sobre recursos (dinero, trabajo, estudio). Entre los contrastes, las palabras definidoras que cada concepto por separado aportó al conjunto mostró complementariedad. El bienestar aportó elementos emocionales (paz, equilibrio, seguridad, confianza); la satisfacción, logros (éxito, realización, metas) y necesidades básicas (comer, sexo, placer); la felicidad, amistad, música, y armonía.

Tras efectuar un análisis de acuerdo ($K = .933$, $E.E. = .065$, $p < .001$), el análisis de correspondencia sobre el concepto bienestar mostró categorías integrando las dimensiones como relaciones significativas (amigos, hogar, familia), necesidades básicas (comer, descanso, dormir, alimentación), recursos (casa, trabajo, dinero, estabilidad) y emociones positivas (alegría, amor, equilibrio, armonía). Hubo emociones de homeostasis (tranquilidad, comodidad, paz, seguridad) y de activación (alegría, amor).

En el análisis con distancias euclídeas (análisis de correspondencia) con las palabras relacionadas al bienestar se encontraron tres ejes. En un primer eje céntrico (sobre el valor cero) y positivo, se tuvieron los recursos logrados, y hacia el

Tabla 1. Jerarquización de las palabras definidoras del concepto bienestar.

Bienestar es...	N = 207	Sexo		Edad				Nivel socioeconómico			
		Total	Mujeres	Hombres	18 a 22	23 a 29	30 a 45	46 a 65	Alto	Medio	Bajo
Salud	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1
Tranquilidad	2	2	2		2	2	2	2	2	2	2
Felicidad	3	3	3		3	3	4	4	3	3	8
Familia	4	4	4		4	11	3	7	6	5	3
Paz	5	5	5		6	4	5	9	9	4	4
Seguridad	6	10	7		10	8	12	13	4	11	23
Comodidad	7	6	11		12	9	13	6	5	10	11
Trabajo	8	13	6		16	16	6	3	7	9	13
Amor	9	8	9		5	12	8	12	11	8	7
Satisfacción	10	7	15		8	10	76	8	8	16	5
Alegría	11	14	8		9	6	82	41	10	12	16
Equilibrio	12	12	10		17	5	18	16	15	6	6
Estabilidad	13	11	16		15	7	69	23	22	7	12
Armonía	14	9	17		—	17	10	5	13	14	9
Hogar	15	19	12		30	15	7	118	17	13	38
Dinero	16	17	17		21	23	11	22	21	17	10
Amigos	17	18	13		7	17	83	17	24	15	14
Alimentación	18	15	19		20	20	14	15	14	18	17
Economía	19	16	18		—	13	28	11	12	21	26
Ejercicio	20	23	20		40	53	9	87	59	31	18
Dormir	21	21	22		11	—	68	21	29	20	99

Fuente: Elaborada por Olga Flores–Cano, con Excel 2016.

centro le siguen los grupos con quienes se tienen relaciones significativas. El eje que resultó en un cuadrante negativo fue el de los hábitos. En un cuadrante de valores positivos (x) y negativos (y) se tienen las emociones positivas (gráfica 2).

Se comparó el orden de las palabras relacionadas con el bienestar con las palabras relacionadas con la satisfacción y la felicidad. El bienestar mostró relaciones (Tau b de Kendall) bajas a moderadas (aunque no significativas) con satisfacción ($r = .106$, $p = .335$) y felicidad ($r = .303$, $p = .006$); y entre satisfacción y felicidad la relación fue baja pero estadísticamente significativa ($r = .240$, $p = .029$) y que se complementaron entre sí por vía de las emociones.

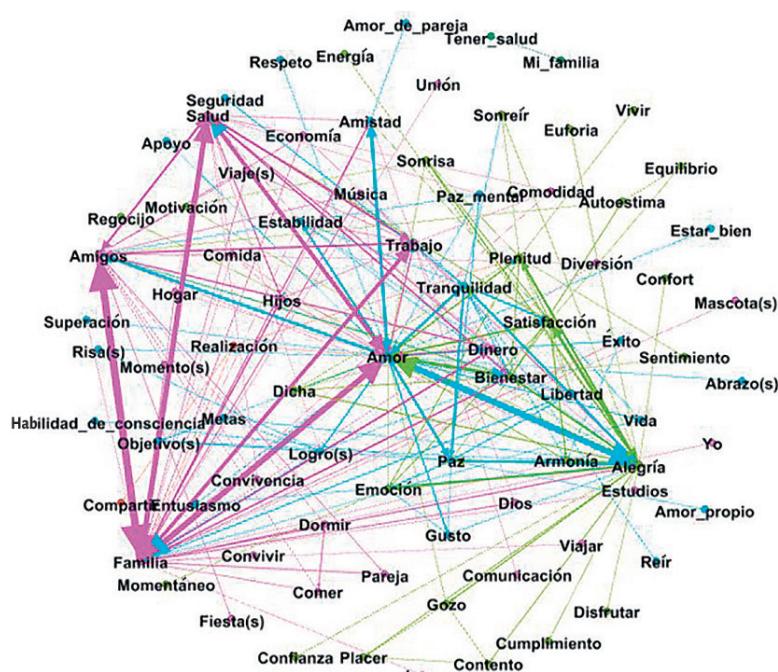
Análisis no lineales

Por distancias geodésica las redes resultaron más bien compactas (nodos = 66, aristas = 410, camino = 6.212, diámetro = 4, longitud media de camino = 2.08). La mayor centralidad (palabra más conectada con el resto de las palabras definidoras) la obtuvieron las palabras salud, tranquilidad, trabajo, felicidad, satisfacción y seguridad (tabla 2).

Los módulos (grupos de palabras definidoras que tuvieron una mayor interacción como vecinas dentro de un grupo) del concepto bienestar (de

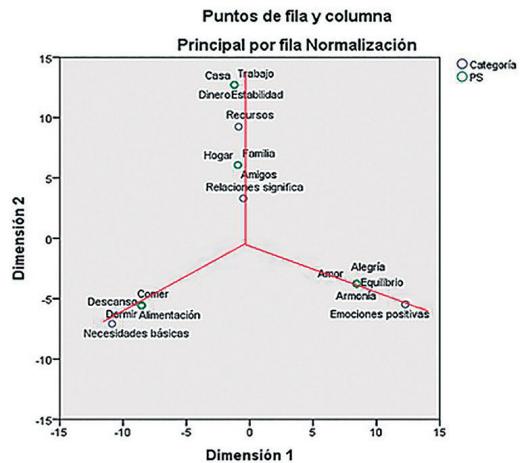
acuerdo con su contenido) fueron: B0 Relaciones significativas; B1 Emociones (homeostasis), y, B2 Hábitos de vida (figura 1). Los módulos de la satisfacción abarcaron: S0 Emoción (activación); S1 Logros, y, S2 Emoción (homeostasis) (figura 2). La felicidad tuvo módulos sobre: F0 Emoción (homeostasis); F1 Relaciones significativas, y, F2 Logros (figura 3). Esto aportó información sobre la relación entre satisfacción y felicidad, que se volvió evidente considerando que comparten elementos como las emociones y los logros como una parte fundamental de sus estructuras.

Figura 1. Grafo de las definidoras del bienestar.



Fuente: Elaborada por Olga Flores-Cano, con Gephi 0.9.2.

Gráfica 2. Distancias euclídeas del concepto bienestar.



Fuente: Elaborada por Olga Flores-Cano, con IBM SPSS Statistics 22.

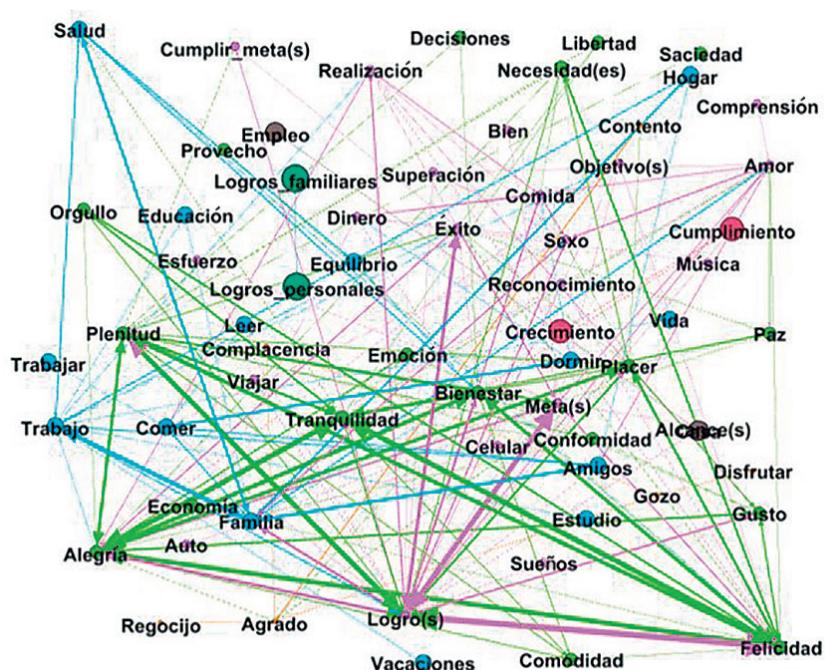
Tabla 2. Estadísticos de los grafos de los conceptos de bienestar, satisfacción y felicidad.

Estadísticos del grafo (dirigido)	Bienestar	Satisfacción	Felicidad
Nodos (palabras definidoras relacionadas).	66	65	82
Aristas (relaciones entre palabras definidoras).	410	350	402
Grado medio (número de relaciones por palabra).	6,212	5,385	4,902
Diámetro de la red (aristas entre palabras más lejanas).	4	6	4
Longitud de camino (aristas promedio entre palabras).	2.08	2,657	2,433
Centralidad (palabras definidoras con mayor número de relaciones con el resto de las palabras definidoras).	Salud, tranquilidad, trabajo, felicidad, satisfacción, seguridad.	Logro(s), alegría, agradecimiento, trabajo, bienestar, amor, felicidad.	Alegría, familia, amor, amigos, tranquilidad, trabajo, plenitud, bienestar, salud, satisfacción.

Fuente: Elaborada por Olga Flores-Cano, con Excel 2016.

161

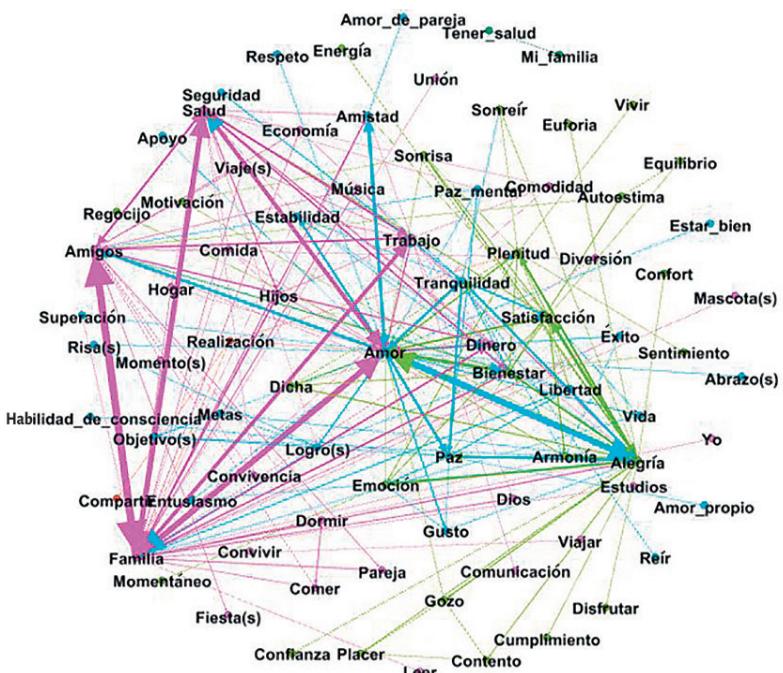
Figura 2. Grafo del concepto satisfacción



COMUNICACIONES INDEPENDIENTES

Fuente: Elaborada por Olga Flores-Cano, con Gephi 0.9.2.

Figura 3. Grafo del concepto felicidad.



Fuente: Elaborada por Olga Flores-Cano, con Gephi 0.9.2.

Discusión y conclusiones

Las palabras salud y tranquilidad fueron las más importantes (análisis de radiales) y con el mayor número de relaciones (distancias geodésicas) por lo que constituyen elementos clave para definir el bienestar. Otras palabras importantes fueron felicidad, familia, y paz de acuerdo con la importancia asignada por las personas. De acuerdo con las relaciones (distancias geodésicas) trabajo y familia participan como centrales en el primer módulo. Es decir, el bienestar, apoyar su construcción y desarrollo en las relaciones significativas. El trabajo, aunque forma parte de otros círculos como los recursos de una persona, o una actividad de desarrollo de metas, aporta a las relaciones significativas en la vida personal (Karsten, Geithner, y Moser 2007). Las emociones positivas, en el segundo módulo, son parte de un resultado ya esperado. El bienestar, principalmente en su aspecto relacionado con la salud, se fortalece con las emociones positivas que se han definido como epítome de salud mental y que a su vez se relaciona fuertemente con un bienestar alto reportado (Huppert y So 2013). En el tercer módulo se presentan palabras relacionadas con los hábitos o actividades cotidianas. Esto constituye el núcleo de la definición del bienestar.

Ante la propuesta de considerar el bienestar como compuesto por la satisfacción y la felicidad, se encontró en el análisis de contenido que fueron conceptos diferentes, pero complementarios. Esto tiene un impacto positivo bajo pero significativo en las relaciones entre los conceptos bienestar, satisfacción y felicidad. El análisis de contenido mostró diferencias entre género y categoría de edad que servirán como parámetro para la comprensión y estudio culturalmente relevante del bienestar subjetivo considerando estas variables.

Se aprecian diferencias en el orden por sexo. Las mujeres refieren como más importante la comodidad, la satisfacción, y el amor; los hombres, trabajo, seguridad y alegría. El trabajo tuvo una menor jerarquía pues se puede suponer que se contrapone con actividades como la crianza y actividades de mantenimiento del hogar que se contraponen con el tiempo para el trabajo. Por otra parte, emociones como amor (mujeres) y alegría (hombres) están en el núcleo de bienestar, que se complementan. Estas podrían involucrar la expresión de género (Velasco 2015) pues el amor implica cuidados al otro, expresión del afecto y relación afectiva que es considerado femenino; la alegría se siente de forma más individual, más independiente que es considerado más masculino. El orden de las definidoras mostrado por edad puede estar relacionado con el desarrollo de su rol de vida y su papel cultural; de allí la relevancia del trabajo a mayor edad, además de la gran importancia económica que conlleva (Pagán 2013). Mientras, la definidora familia tuvo diferentes posiciones dada la transformación que sufre a lo largo de las etapas de vida: estar en una familia, salir de una familia, formar una familia y sostener una familia.

El bienestar como concepto connotativo mostró elementos emocionales propuestos en la teoría, así como dimensiones que coinciden con lo encontrado en estudios en Latinoamérica. En este caso los principales dominios del bienestar fueron salud, familia, trabajo, emociones positivas y elementos materiales relacionados con la satisfacción de necesidades (alimentación, descanso, ejercicio, diversión) (Castellanos 2015; Graham y Lora 2009; Rojas 2011). En cuanto a los componentes afectivo y cognoscitivo se corroboraron componentes de afecto (emociones positivas y felicidad) y cognoscitivos (satisfacción, logros). Se tuvo la presencia de los dos tipos de emociones en el bienestar (Russell 2003) que formaron parte de una organización con dinámica. El bienestar aportó elementos emocionales de bienestar psicológico y de homeostasis como paz, equilibrio, seguridad, confianza; y la felicidad aportó elementos emocionales de activación como la alegría y el amor; la satisfacción mostró logros (éxito, realización, metas) y necesidades básicas (comer, sexo, placer) que son elementos con valoración cognoscitiva.

Se podría considerar que la dimensión 1 mostró el ciclo de energía (ir de la homeostasis a la activación), y en la dimensión 2, una organización entre los re-

cursos que tiene la persona (personales sociales, biológicos). Se tuvo una agrupación en un mismo eje de los logros y recursos con las relaciones significativas; siendo ambos positivos y cercanos se consideró que la interacción entre estos dos elementos es constante; el estrés producido por la falta de recursos repercutirá en las relaciones significativas; y las relaciones significativas podrían coadyuvar la generación de recursos y logros. En cuanto a los hábitos, su presencia podría presentar elementos de autocuidado que restringen la presencia de emociones positivas, y están en oposición al esfuerzo que implican los logros (por ejemplo, el descanso se ve desplazado por las horas que se invierten con los amigos). En cuanto a las emociones positivas, su presencia es positiva, pero sujeta a la interacción con los hábitos, las relaciones y los logros. Es posible que haya un vestigio de lo cíclico de las emociones, en que, ante los elementos del bienestar, regulan la activación de la persona y su regreso a la homeostasis (Russell 2009).

El bienestar mostró ser una red geodésica compacta tanto en distancia como en la comunicación entre los nodos con tres módulos principales que dan información adicional a la encontrada con las distancias semánticas, las correlaciones y las distancias euclídeas. Es decir, afirmaron lo reflejado en los análisis lineales (radiales, análisis de correspondencia, correlaciones) y se amplió la información sobre la relación de estos conceptos entre sí gracias a las distancias geodésicas (no lineales) de las palabras que las personas utilizaron para definir bienestar. Esto corroboró características de un sistema complejo social en el análisis de la red con una constitución de interacción (distancia y caminos compactos) emergencia (módulos bien definidos) y no linealidad (se obtuvieron elementos adicionales a los encontrados con técnicas lineales). En cuanto a los elementos relacionados en los grafos, se encontró la presencia de conceptos como salud, trabajo, familia y amigos. El concepto de bienestar que ya se había descrito por la teoría como compuesto por elementos los cognoscitivo y afectivo (Diener, Wirtz, Tov, Kim–Prieto, Choi, Oishi, y Biswas–Diener 2010; Veenhoven 2008) en este estudio se mostró con el contenido emocional aportado por el concepto satisfacción. También se encontró la presencia de las relaciones significativas en el concepto felicidad y relacionándose estrechamente con el concepto de satisfacción por vía de los logros (que son comunes a ambos conceptos) y el papel protagónico que muestran las relaciones significativas.

Ambos análisis aportaron al conocimiento del bienestar. Se corroboraron componentes (emocional y cognoscitivo), dimensiones (salud, familia, trabajo, amigos, recursos) y la relación que hay entre los conceptos de bienestar, felicidad y satisfacción, como diferenciados y complementarios. Se señaló la importancia (ponderación con radiales), la organización (análisis de correspondencia, módulos), el contenido (análisis de contenido). Además, se comprobó la interacción (distancias geodésicas) y la constitución de una red bien constitui-

da con interrelaciones, organización y emergencia (distancias geodésicas). Todo esto constituyó una representación de la definición de bienestar de una muestra de la población de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México, que lo hace un modelo culturalmente relevante. ■

Referencias

- Binder, Martin. 2014. «Subjective well-being capabilities: bridging the gap between the capability approach and subjective well-being research.» *Journal of Happiness Studies*, 15: 1197-1217.
<http://dx.doi.org/10.1007/s10902-013-9471-6>
- Binder, Martin y Regina Shöll. 2010. «Structured mental model approach for analyzing perception of risks to rural livelihood in developing countries.» *Sustainability*, 2: 1-29. <http://dx.doi.org/10.3390/su2010001>
- Castellanos, Roberto. 2015. *Encuesta nacional sobre satisfacción subjetiva con la vida y la sociedad (ENSAVISO)*, presentación hecha en el Instituto de Investigaciones Sociales, febrero 5.
http://78.41.128.109/images//Presentaci%C3%B3n_ENSAVISO.pdf
- Diener (ed.), Derrick Wirtz, William Tov, Chu Kim-Prieto, Dong-won Choi, Shigehiro Oishi, y Robert Biswas-Diener. 2010. «New well-being measures: short scales to assess flourishing and positive and negative feelings.» *Social Indicators Research*, 97: 143-156.
<http://dx.doi.org/10.1007/s11205-009-9493-y>
- Graham, Carol L. y Eduardo Lora (eds.). 2009. *Paradoxes and perspectives in quality of life*. Washington: The Brookings Institution. ISBN 978-0815703266.
- Hilbert, Martin. 2013. *1 CCSSCS: Introducción y características de los sistemas complejos sociales*, octubre 31. https://www.youtube.com/watch?v=c6_Kt0LLww&list=P
- Hodas, Naftan, O., Kooti, Farshad y Kristina Lerman. 2013. «Friendship paradox Redux: your friends are more interesting than you.» *Proceedings of the Seventh International AAAI Conference on Weblogs and Social Media*. Cornell University. arXiv:1304.3480.
- Huppert, Felicia A. y Timothy T. So. 2013. «Flourishing across Europe: Application of a new conceptual framework for defining well-being.» *Social Indicators Research*, 110: 837-861. <http://dx.doi.org/10.1007/s11205-011-9966-7>
- Kaplan, David (ed.). 2004. *The SAGE handbook of quantitative methodology for the social sciences*. Madison, WS: The Sage Research Handbooks. ISBN 0-7619-2359-4.
- Karsten, I. P., Geithner, E., y Moser, K. 2007. «LASER Discussion Papers (Paper No. 9).» A. Abele-Brehm, R.T. Riphahn, K. Moser and C. Schnabel (eds.). <http://>

- www.laser.uni-erlangen.de /papers/paper/20.pdf
- König, Michael, D. y Stefano Battiston. 2014. *From graph thoery to models of economic networks. A tutorial.* Researchgate.net. Junio 2. Publicación 226175200
- Lowenstein, George, Daniel Read y Roy Baumeister. 2003. *Time and decision.* Nueva York: Russell Sage Foundation. ISBN 978-0871545497.
- Michalos, Alex C. (ed.). 2014. *Encyclopedia of quality of life and well-being research.* Dordrecht: Springer. ISBN 9789400707535.
- Munné, Frederic. 1995. «Las teorías de la complejidad y sus implicaciones en las ciencias del comportamiento.» *Revista Interamericana de Psicología*, 29: 1-12.
- Pagán, Ricardo. 2013. «Job satisfaction and domains of job satisfaction for older workers with disabilities in Europe.» *Journal of Happiness Studies*, 14, 861-891. <http://dx.doi.org/10.1007/s10902-012-9359-x>
- Polanco, Xavier, Roche, Ivana y Dominique Besagni. 2006. «User science indicators in the Web context and co-usage analysis. *Scientometrics*, 66, 171-182, 2006. <http://dx.doi.org/10.1007/s11192-006-0012-5>
- Reyes, Isabel. «Las redes semánticas naturales, su conceptualización y su utilización en la construcción de instrumentos.» *Revista de Psicología Social y Personalidad*, 1: 81-97, 1993.
- Reyes, Isabel y Luis García y Barragán. 2008. «Procedimiento de validación psicométrica culturalmente relevante: un ejemplo.» En Sofía Rivera, Rolando Díaz-Loving, Rozzana Sánchez e Isabel Reyes (eds.), *Psicología social en México*, vol. XII. México: AMEPSO, 625-630.
- Rojas, Mariano. 2011. «El bienestar subjetivo: su contribución a la apreciación y la consecución del progreso y el bienestar humano.» *Realidad, Datos y Espacios, Revista Internacional de Estadística y Geografía*, 2: 64-77. e-ISSN 2395-8537.
- Russell, James A. 2003. «Core affect and the psychological construction of emotion.» *Psychological Review*, 110: 145-172.
- Russell, James A. 2009. «Emotion, core affect and psychological construction.» *Cognition and Emotion*, 23: 1259-1283.
<http://dx.doi.org/10.1080/02699930902809375>
- Schimmack, Ulrich, Phanikiran Radhakrishnan, Shigehiro Oishi, Vivian Dzokoto y Stephan Ahadi Metritech.2002. «Culture, personality, and subjective well-being: Integrating process models of life satisfaction.» *Journal of Personality and Social Psychology*, 82: 582-593.
<http://dx.doi.org/10.1037//0022-3514.82.4.582>
- Sirgy, M. Joseph. 2012. *The psychology of quality of life. Hedonic well-being, life satisfaction and eudaimonia*, 2a ed. Nueva York: Springer.
<http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-4405-9>
- Valdez, José Luis. 1998. *Las redes semánticas naturales: usos y aplicaciones en psicología social.* México: UAEIM.

- Van Den Heuvel, Martijn, P. 2011. «Rich-Club Organization of the Human Connectome.» *The Journal of Neurosciencie*, 31: 15786-15775.
<http://dx.doi.org/10.1523/JNEUROSCI.3539-11.2011>
- Veenhoven, Ruut. 2008. «Sociological theories of subjective well-being.» En Michael Eid y Randy Larsen (eds.), *The science of subjective well-being: A tribute to Ed Diener*. Nueva York: Guilford Publications, 44-61. ISBN 978-1-59385-581-9.
- Velasco, Pedro. W. 2015. *Una aproximación bio-psico-socio-cultural al estudio del bienestar subjetivo en México. Un modelo explicativo-predictivo*, tesis de doctorado. Facultad de Psicología, UNAM. México: UNAM.

Juan Carlos Villa Soto* y Rosa María Mendoza Rosas**

Criterios para definir el carácter interdisciplinario de diseños curriculares universitarios

Criteria for defining the interdisciplinary nature of university curricular designs

Abstract | The purpose of this work is to know the key criteria that give an interdisciplinary character to the university careers designed with this approach. First, the principles of knowledge integration of two higher education programs created in Mexico during the curriculum innovation process promoted in the 1970s were revised. Subsequently, the notion of interdisciplinary curriculum was examined based on a comprehensive conception of curriculum and it was proposed, in the light of such review, to add a dimension related to the disciplinary domains included in the curricula and with the ways in which knowledge of these domains is integrated. From this dimension —which we call onto-epistemological because it's defined by the objects of study of disciplinary, hybrid or complex domains—, is examined by way of example the interdisciplinary nature of the environmental science degree of National School of Higher Education from Morelia of the UNAM.

169

Keywords | interdisciplinary curriculum, higher education, environmental science degree.

Resumen | El propósito de este trabajo es conocer los criterios clave que le confieren un carácter interdisciplinario a las carreras universitarias diseñadas con este enfoque. En primer lugar, se revisaron los principios de integración de conocimientos de dos programas de educación superior creados en México durante el proceso de innovación curricular promovido en la década de los setenta del siglo pasado. Posteriormente, se examinó la noción de currículum interdisciplinario con base en una concepción integral de currículum y se propuso, a la luz de dicha revisión, incluir una dimensión relativa a los dominios disciplinarios comprendidos en los planes de estudio y los modos en que se integran los conocimientos

Recibido: 13 de febrero de 2019.

Aceptado: 6 de septiembre de 2019.

* Doctor en estudios latinoamericanos. Técnico Académico Titular C del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades (CEIICH), UNAM.

** Licenciada en sociología, Técnica Académica Titular A del CEIICH, UNAM.

Correos electrónicos: visar@unam.mx | romanero@unam.mx

de dichos dominios. A partir de esta dimensión —que denominamos onto-epistemológica, en tanto definida por los objetos de estudio de dominios disciplinarios, híbridos o complejos—, se examina, a manera de ejemplo, el carácter interdisciplinario de la licenciatura en ciencias ambientales de la Escuela Nacional de Estudios Superiores de Morelia de la UNAM.

Palabras clave | currículum interdisciplinario, educación superior, licenciatura en ciencias ambientales.

Expansión del enfoque interdisciplinario en la educación superior

PRECISAR EL carácter interdisciplinario de las carreras universitarias es importante si se considera la expansión de este enfoque en la educación superior. Por ejemplo, el 33% de las 128 carreras impartidas en la Universidad Nacional Autónoma de México asumen tener un carácter multidisciplinario o interdisciplinario (tabla 1). De estas, 67 % crearon sus planes de estudio vigentes después de 2010 y 30%, entre 2000 y 2009, lo cual significa que casi la totalidad de los planes de estudio de dichas licenciaturas son de reciente creación.

Los esfuerzos institucionales para enfrentar la fragmentación del conocimiento datan del siglo XIX en Europa y Estados Unidos, cuando, en el contexto de la revolución industrial, se registró un proceso de especialización con los avances de la ciencia y la tecnología. El gran impulso que esto le imprimió al desarrollo del capitalismo dio lugar al surgimiento de la ciencia política, la economía, la demografía, la sociología, la antropología, la geografía humana y la psicología social (Bagú 1970; Klein 1990), entre otros campos de conocimiento, que se corresponden con la connotación moderna de disciplina —referente a dominios diferenciados que estudian fenómenos con una “dinámica intrínseca” y con cierta autonomía.

Uno de los intentos institucionales para enfrentar la escisión ocurrida con la institucionalización de estas disciplinas en carreras universitarias o asociaciones científicas, lo emprendió Wilhelm von Humboldt en la Universidad de Berlín, desde inicios del siglo XIX, a partir de una propuesta de educación integral (Müller 1996). A juzgar por la vertiente humanista que se introdujo en esta universidad ante una formación que privilegiaba cada vez más los aspectos técnicos, se ha atribuido a la formación integral la capacidad de auspiciar en los educandos una conciencia crítica.

El ideal de formar universitarios críticos de la realidad social cobró gran vigor en los años setenta del siglo XX, como expresión de las demandas de apertura democrática, reivindicación de derechos civiles, protestas antibelicistas, etcétera, de los movimientos sociales de fines de los años sesenta en varios países (López 2004; Follari 1982). En este contexto, la posibilidad en una formación integral en las universidades se debatió ampliamente en el ámbito internacio-

nal. Específicamente durante el seminario “La pluridisciplinariedad y la interdisciplinariedad en las universidades”, celebrado en Niza, Francia, en 1970, donde se promovió una fecunda reflexión sobre la importancia de que las instituciones de educación superior impulsaran procesos de integración del conocimiento en la enseñanza y la investigación para dar respuesta a los nuevos desafíos de la sociedad (López 2004; Follari 1982). La concepción de estos retos como problemas complejos justificó las innovaciones curriculares de corte multi e interdisciplinario por atender una exigencia epistemológica. No obstante, la justificación de los procesos de cambio curricular con estos enfoques se sustentó principalmente en su capacidad para formar estudiantes críticos de la realidad social, atribuyéndole a los diseños integradores una gran fuerza de transformación social en un sentido emancipador (Díaz Barriga y García 2014).

En el caso de México, este impulso renovador de las universidades respondió en gran medida a la creciente demanda de educación superior. Con la relativa apertura democrática que suscitó el movimiento estudiantil de 1968, se emprendió una reforma universitaria a nivel nacional que contempló la expansión educativa hacia las capas medias. Empero, el impulso del enfoque interdisciplinario en la educación superior, acompañado de medidas como la departamentalización y los troncos comunes, se produjo desde proyectos que contenían tanto criterios modernizadores de racionalidad, eficiencia y búsqueda de mayor proximidad de la universidad con el sector productivo como posturas reformistas de procurar mayor participación universitaria en el cambio social (Ramírez 2002). Esta última posición condujo a que las instituciones de educación superior más grandes del país emprendieran un proceso de innovación curricular con diseños asociados a los conceptos de multi e interdisciplina (Díaz Barriga y García 2014). Por la gran fuerza de cambio social concedida a estos diseños se identificó este proceso de innovación curricular como una etapa utópica.

No obstante que los fundamentos epistemológicos de dichos diseños curriculares se han revisado de manera crítica, la evaluación de este proceso de innovación curricular se centró en el valor práctico del enfoque interdisciplinario, es decir, en sus alcances para transformar la realidad social y educativa, atribuyendo sus limitaciones para lograr esta aspiración a factores políticos y administrativos en el ámbito académico (Díaz Barriga y García 2014). Empero, uno de los obstáculos más importantes para la consecución de los propósitos de estos diseños integrados es la confusión generada por el manejo indiferenciado de los conceptos de multi e interdisciplina (Cardoso 1999).

Considerando lo anterior, el objetivo de este estudio es profundizar en dicha evaluación en el contexto de la educación superior, buscando identificar criterios que permitan definir el carácter interdisciplinario de las carreras universitarias que asumen este enfoque, lo cual implica identificar los dominios

disciplinarios comprendidos en los planes de estudio y examinar los modos en que se integran los conocimientos de dichos dominios.

Para cumplir con este cometido, en este trabajo se revisaron los criterios generales que les confieren un carácter interdisciplinario a las propuestas curriculares del sistema modular de la Universidad Autónoma Metropolitana-Xochimilco (UAM-A) y del Programa de Medicina General Integral de la Facultad de Medicina de la UNAM (Plan A-36). Se revisó el concepto de currículum desde una visión integral, que incluye, además de las dimensiones social, institucional y didáctica, la dimensión onto-epistemológica. Este concepto de currículum constituye un marco de referencia para examinar la noción de currículum interdisciplinario desde la concepción de los diseños integrados. Desde dicho marco se revisó, a manera de ejemplo, el carácter interdisciplinario de la licenciatura en ciencias ambientales de la Escuela Nacional de Estudios Superiores de Morelia. Finalmente, al examinar este programa docente a la luz de los criterios mencionados, se exponen en la discusión algunas recomendaciones que pueden ser útiles en el proceso de revisión curricular desde la noción de los diseños integrados.

Problemas concretos de la sociedad como ejes de articulación en los primeros modelos interdisciplinarios en México

La UAM-X y el Plan A-36, creados en 1974, establecieron que sus módulos girarían en torno a problemas concretos de la sociedad (García y Morales 1993; Arbesú 1996).

El Plan A-36 adoptó un sistema modular orientado por problemas clínicos cuyo objetivo buscaba que el alumno integrara seis áreas de conocimiento en cada módulo (biología, psicología, sociología, epidemiología, patología y medicina clínica) con una secuencia de lo simple a lo complejo a partir de 4 ejes de articulación no disciplinarios, a saber: crecimiento y desarrollo humano, propedéutica y semiología de los aparatos y sistemas del cuerpo humano; la patología más frecuente de cada uno y su patología a nivel hospitalario (García y Morales 1993; Cardoso 1999; Díaz Barriga y García 2014). Con este diseño, que pretendía superar la impartición de materias inconexas, el Plan A-36 buscaba subsanar la división entre los conocimientos teóricos y la práctica clínica. No obstante estas correcciones respecto al plan tradicional, algunos estudios de seguimiento mostraron que los egresados de ambos programas se incorporaban al campo laboral de manera muy similar (Marín 1993). El Plan A-36 estuvo vigente hasta inicio de los años noventa.

Respecto a los retos que tuvo el Plan A-36 para lograr este cometido, García y Morales (1993) destacan la dificultad para determinar lo simple y lo complejo en la organización de los contenidos y, por tanto, una secuencia en este sentido.

En el plan A-36, el conocimiento se organizaba desde el primer año en torno a objetos de estudio propios de la práctica profesional y no de disciplinas. Empero, el hecho de que las seis áreas de conocimiento de cada módulo tuvieran un corte disciplinario y se articularan en torno a ejes no disciplinarios condujo a una continua organización de contenidos para no repetirlos, para lograr coherencia y para evitar la integración forzada de las seis áreas de conocimiento en cada módulo. Estos autores señalan que esta problemática no se abordó en su dimensión epistemológica en el sentido de reconocer que la articulación multidisciplinaria en los planes modulares “obliga a seleccionar recortes disciplinarios que deben ser articulados en torno a ejes no disciplinarios que buscan, en último término, no perder la integridad del objeto de estudio de la medicina” (García y Morales 1993, 18).

En el caso del sistema modular de la UAM-X, se estableció desde una perspectiva constructivista un eje de articulación de conocimientos denominado objeto de transformación, referido a problemas concretos de la sociedad que integraría la docencia, la investigación y servicio (Díaz Barriga y García 2014). Con este modelo, que modificaba la enseñanza clásica por disciplinas, se conjugaban los conocimientos de diversas ciencias y técnicas para dar respuesta a las interrogantes que se formulaban respecto del objeto de transformación. El fundamento epistemológico de este diseño se resume en la concepción de que conocer un objeto significa “transformar el objeto (como una acción internalizada) y entender el proceso de su transformación y, como una consecuencia, entender la forma en que el objeto es construido” (Villarreal 1974, 8).

La forma en que se conjugan las diferentes ciencias en el proceso de transformación del objeto se basaba en la explicación multinivel desprendida de la concepción ontológica de que la realidad no es un bloque homogéneo al estar dividido en varios niveles (físico, biológico, psicológico y sociocultural) con propiedades y leyes propias. En este sentido, el objeto de transformación se debería explicar como una estructura en función de dichos niveles y sus relaciones entre sí (Villarreal 1974).

Desde la aspiración de vinculación con los problemas sociales, este modelo dio gran importancia al trabajo en equipo (con el empleo de la técnica de grupo operativo), la participación activa de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje con una postura crítica, la combinación de la teoría y la práctica y el diseño flexible de espacios físicos (Arbesú 1996; Padilla 2012).

Noción de currículum interdisciplinario

Para revisar la noción de currículum interdisciplinario se requiere de una concepción integral de currículum, como la desarrollada por De Alba (1998) quien

distingue los aspectos estructurales-formales respecto de los procesales prácticos del currículum. Los primeros están ligados a la dimensión institucional y se relacionan, entre otras disposiciones, con los planes y programas de estudio; los segundos le dan concreción a dicha propuesta, pues se cumplen en las aulas en la dimensión didáctica, la cual incluye el proceso grupal y las mediaciones de los educandos con los contenidos.

Debido a que la confluencia de saberes de diversas disciplinas en los programas docentes no conduce necesariamente a una aproximación interdisciplinaria —pues estos pueden adquirirse de manera aditiva sin que se les relacione de algún modo—, se justifica centrar el estudio de la construcción de enfoques interdisciplinarios en el contexto educativo en la revisión de la forma en que se instauran puntos de convergencia y complementariedad entre saberes heterogéneos.

Si bien se ha asumido que un currículum interdisciplinario lo es en tanto que se diseñe como un currículum integrado, se advierte que en lo que respecta al proceso de integración de conocimientos no todas las formas de integración son iguales. En términos generales, y a partir de las claves que ofrece Burns (1995), se han distinguido tres diseños curriculares a juzgar por el grado de integración del conocimiento: a) en el menor nivel de integración se ubica el “diseño en secuencia” en el que el contenido y los procedimientos de las disciplinas permanecen intactos, y solo se modifica su orden de presentación para que los estudiantes puedan explorar los temas, tópicos o problemas similares en forma simultánea. Sin embargo, en este diseño se les deja a los propios estudiantes el descubrimiento de las conexiones existentes; b) en los “modelos multidisciplinarios” un tema o un problema crean una “capa” integradora para conceptos y actividades separadas. No obstante, los estudiantes, no necesariamente tienen proyectos o seminarios integrados. En este caso los estudiantes ganan amplitud de conocimiento, pero la enseñanza de los temas puede ser superficial sin que los estudiantes perciban las conexiones al no realizarse un análisis explícito de las perspectivas disciplinarias o de las síntesis interdisciplinarias; c) en los diseños integrados se revisa el contenido y se crea un nuevo “nivel de conexión” al reestructurarse el currículum y establecer una nueva lógica de aprendizaje y enseñanza. Los conectores de integración de los cursos interdisciplinarios son los temas, los problemas, las preguntas y los conceptos generales.

En los diseños integrados se emplean enfoques innovadores que promueven el pensamiento crítico y analítico y las habilidades de proposición y solución de problemas. Debido a que la pedagogía interdisciplinaria da prioridad a la aplicación del conocimiento respecto a la mera adquisición de este, prevalece el enfoque por proyectos y las unidades basadas en temas como las dos aproximaciones principales para el currículum interdisciplinario. En general, las definiciones de curriculum integrado o curriculum interdisciplinario incluyen: una

combinación de temas, un énfasis sobre los proyectos, relaciones entre conceptos, unidades temáticas como principios de organización y programas flexibles (Lake 1994).

Principios de integración clave en un currículum interdisciplinario

Los rasgos fundamentales del modelo interdisciplinario, basado en conectores de integración, tales como problemas y preguntas (Burns 1995), se pueden identificar en el sistema modular de la UAM-X y en el Plan A-36. Empero, con base en la revisión de estos modelos y de los diseños integrados, se pueden destacar tres principios de integración que son clave en un currículum interdisciplinario: 1) la conjunción de diferentes ciencias para estudiar problemas concretos desde una explicación multinivel; 2) que “el objeto de transformación” se explique como una estructura en función de la relación entre dichos niveles, y, 3) la articulación coherente de estos principios de integración con los procesos de aprendizaje.

Para estudiar el primer principio de integración concerniente a los modos en que se integran los conocimientos de diversas ciencias se requiere que en la concepción integral de currículum se incluya una dimensión relativa a la distinción de los dominios disciplinarios, híbridos o complejos comprendidos en las asignaturas del plan de estudios. Esta dimensión se puede denominar onto-epistemológica en tanto establece tal delimitación con base en el objeto de estudio de dichos dominios.

Dimensión onto-epistemológica desde la distinción de objetos de estudio

Para precisar la noción de disciplina y, por tanto, de dimensión onto-epistemológica antes referida es importante una digresión sobre este tema. Si bien los dominios disciplinarios no se pueden definir en términos esencialistas, pues se han construido históricamente en determinados contextos socioculturales, se puede hablar de disciplinas definidas ontológicamente cuando se les identifica con fenómenos específicos de la naturaleza o la sociedad. Por ejemplo, la física comprende el estudio de fenómenos que expresan la relación entre la materia, la energía, el espacio y el tiempo, tales como el movimiento de los cuerpos. La química, por su parte, se ocupa de fenómenos que resultan de la combinación de las sustancias y que pueden incluir la transferencia de electrones, tales como la oxidación. Estos dominios guardan una relativa autonomía entre sí, en el sentido de que las teorías desde las que pueden ser explicados no se implican necesariamente, es decir, no se invalidan ni se acreditan mutuamente por sus respectivos descubrimientos (García 2006).

Sin embargo, para comprender mejor lo que le confiere especificidad a cada dominio es importante distinguir entre el objeto de estudio de una disciplina y sus objetos peculiares, pues mientras que la astrofísica, por ejemplo, estudia la relación entre energía, espacio y tiempo de los cuerpos celestes, la geofísica estudia la relación entre estas magnitudes, pero con respecto a la dinámica y estructura de la Tierra, y la física de partículas elementales lo hace respecto del mundo subatómico, es decir, en este caso lo que distingue sus objetos de estudio son sus objetos peculiares, que les confieren una gran especificidad teórica por la relevancia que en este caso adquiere la escala. Se trata sin duda de diferentes disciplinas que, aunque todas estudien procesos físicos, lo hacen respecto de diferentes objetos peculiares. En sentido opuesto, si bien la meteorología y la climatología estudian procesos atmosféricos, esto es, un mismo objeto peculiar, relativos a fenómenos físicos, lo hacen en diferentes escalas, lo cual le confiere a cada una el estatus de disciplina definida en sentido ontológico.

De esto se colige que la definición de una disciplina científica está dada por los procesos específicos, objetos peculiares y determinadas escalas que configuran su objeto de estudio.

En el caso de las ciencias sociales, la distinción de estas en sentido ontológico concierne al estudio de diversos comportamientos en la interacción social que crea un sistema dinámico de significados relativos a diversos procesos de intercambio, de regulación, de integración, etcétera, y que pueden expresar relaciones de poder (en el dominio de las ciencias políticas) de producción y de intercambio de bienes (en el dominio de las ciencias económicas) de organización (en el dominio de la sociología), de la expresión cultural (en el de la antropología), etcétera. La diversidad de significados y motivaciones de estos procesos suscita que los actores sociales resuelvan el sentido de sus acciones desde el influjo de “diversas racionalidades” no exentas de contradicciones si se les juzga desde los supuestos teóricos de ciertos ámbitos disciplinarios o desde determinados juicios de valor. Derramar grandes volúmenes de leche en las calles, por ejemplo, es un acto que escapa a la racionalidad económica de la obtención de ganancias, amén de que sea incomprensible por su significado social ante la presencia de grupos en situación de pobreza, pero en este caso también rige una dimensión política cuando se realiza como protesta ante una determinada política de control de precios.

La distinción entre unidad de observación y unidad de análisis de los estudios de caso, ejemplifica la especificidad de los objetos de estudio y, por tanto, de las disciplinas. Respecto de una misma entidad social, por caso, un grupo de familias campesinas: se puede analizar su actividad productiva como una unidad económica o bien sus estilos de relación en un sentido sociológico. En este caso, dos investigadores pueden compartir un mismo objeto peculiar (los actores so-

ciales como unidad de observación), pero no el mismo objeto de estudio al definirse la unidad de análisis por procesos sociales distintos. La situación inversa no requiere de mayor explicación si nos referimos, por ejemplo, a la diferencia entre la sociología rural y la sociología urbana como disciplinas definidas ontológicamente. Esta distinción reafirma la idea de que dos disciplinas no pueden tener el mismo objeto de estudio. Proposición nada trivial ante la idea errónea de que dos investigadores desde diferentes disciplinas pueden abordar el mismo objeto de estudio, aunque desde distinta perspectiva. Lo que pueden hacer es, en todo caso, construir un nuevo objeto de estudio en el trabajo colaborativo.

Es a partir de esta definición ontológica de las disciplinas científicas que se puede precisar el concepto de interdisciplina en el contexto de investigación, tanto en su acepción de integración de dominios disciplinarios como de articulación de conocimientos disciplinarios para estudiar problemas prácticos. En el primer caso se pueden distinguir dos formas generales: a) aquellas en las que se modifica la delimitación de los objetos de estudio con el surgimiento de dominios compuestos, y, b) aquéllas en las que se aplican conocimientos de una disciplina para sistematizar, descubrir, analizar, e interpretar los contenidos del campo científico de otra disciplina. En el caso de la primera forma, se le puede referir con mayor precisión como un proceso de hibridación de disciplinas, definido por la combinación de segmentos de disciplinas o de especialidades (Dogan y Pahre 1993).

Para analizar la dimensión onto-epistemológica de un plan de estudios se identifica la conexión que existe entre el cuerpo de conocimientos de sus asignaturas (relativos a procesos, operaciones, procedimientos, técnicas, instrumentos, propiedades, campos de aplicación, problemas, etcétera) con los elementos que configuran los objetos de estudio de las disciplinas científicas, relativos a fenómenos y objetos peculiares (entidades) en escalas específicas que corresponden a determinados niveles de organización conforme un principio de estratificación de la realidad.¹ Al establecer dicha conexión se pueden identificar los ámbitos de estudio que conforman el mapa curricular y señalar la ruta que sigue el proceso de articulación de los conocimientos adquiridos para cumplir el cometido de entender y resolver problemas propios de la práctica profesional.

Articulación coherente de los principios de integración con los procesos de aprendizaje

Un tercer principio de integración de un currículum interdisciplinario es que el mapa curricular se conciba como una malla curricular en la que, además de los

1 Este principio se opone a la idea de que las mismas leyes y formas de organización ríjan en todos los dominios y en todas las escalas de fenómenos (García 2000).

contenidos, también se articulen de manera coherente los aspectos didácticos y los criterios e instrumentos de evaluación. En el contexto escolar, dirigido a formar actores sociales, la perspectiva interdisciplinaria no solo promueve la integración de saberes por el estudiantado sino también procesos de aprendizaje que favorezcan la construcción de este conocimiento. Desde una concepción integral de currículum es muy importante la coherencia de estos elementos, los cuales se pueden corresponder con los niveles curricular, didáctico y pedagógico descritos por Lenoir (2013) en el estudio de diseños integrados.

En este sentido, una propuesta curricular de carácter interdisciplinaria tendría que privilegiar el aprendizaje basado en problemas o en proyectos como técnica didáctica, estimulando el aprendizaje colaborativo para estudiar problemáticas específicas de manera sistémica. Si bien la integración se cumple de manera individual, esta puede ser resultado de un proceso de intercambio de saberes en la consecución de un objetivo común en el trabajo colaborativo.

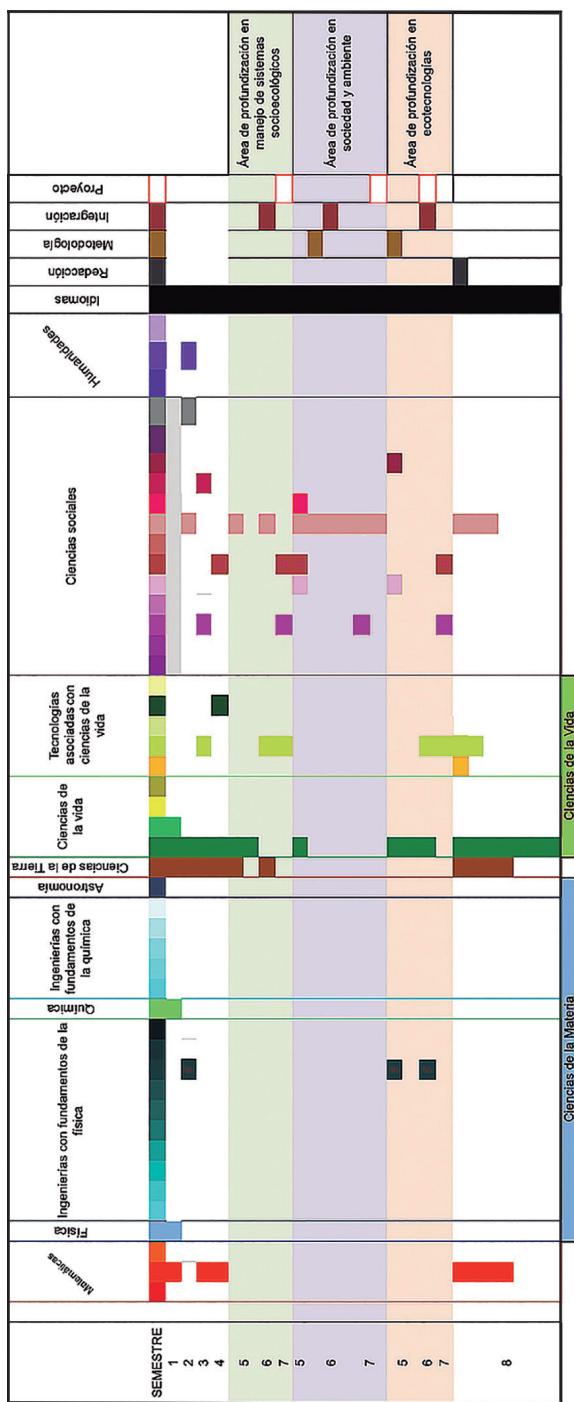
Trayectoria de la articulación de dominios disciplinarios en el mapa curricular de la licenciatura en ciencias ambientales de la ENES Morelia

Con base en la identificación de los principios de integración clave de un currículum interdisciplinario de educación superior, se examinó, a manera de ejemplo, el diseño del mapa curricular de la licenciatura en ciencias ambientales de la Escuela Nacional de Estudios Superiores (ENES) de Morelia de la UNAM.

La licenciatura en Ciencias Ambientales se fundó el 6 de agosto de 2012 en el marco de la creación de la ENES Morelia, la cual fue concebida como un plan integrador de docencia, investigación y vinculación con la sociedad en el ámbito regional, mediante la implementación de licenciaturas con un corte multidisciplinario, enfocadas en cuatro áreas del conocimiento: ciencias naturales, ciencias exactas, ciencias sociales y humanidades. La ENES Morelia permitiría ampliar la cobertura de educación superior en el país con planes de estudio que atendieran necesidades reales de educación a través de programas educativos flexibles con un enfoque interdisciplinario. En particular, la licenciatura en ciencias ambientales, impartida originalmente en el Centro de Investigación en Ecosistemas (CIE), se creó con el objetivo de formar profesionales capaces de proponer soluciones a los problemas ambientales, tales como la conservación de la biodiversidad, la restauración ecológica, el uso adecuado de los recursos naturales y el ordenamiento territorial ecológico. Al mismo tiempo, el perfil de egreso también está orientado hacia la investigación en la posibilidad de que los alumnos ingresen al posgrado (ENES Morelia 2014).

A partir de la descripción sintética de cada asignatura de esta licenciatura, se identificaron sus respectivos ámbitos de conocimientos disciplinarios. Estos dominios se codificaron con base en una adaptación de la nomenclatura inter-

Figura 1. Distribución de las asignaturas de la licenciatura en ciencias ambientales de la ENES Morelia por áreas de conocimiento y dominios disciplinarios.



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 1. Relación de licenciaturas de la UNAM que explícitamente refieren una orientación multi o interdisciplinaria.

Área	Carrera	Sede	Año de plan de estudios	Enfoque
Ciencias físico-matemáticas y de las ingenierías	1. Ciencia de materiales sustentables	ENES-M	2013	Interdisciplinaria
	2. Ciencias de la Tierra	Fac. C	2010	Interdisciplinaria
	3. Ciencias de la Tierra	UMDI-J	2010	Interdisciplinaria
	4. Física biomédica	Fac. C	2013	Interdisciplinaria
	5. Matemáticas	Fac. C	2005	Interdisciplinaria
	6. Matemáticas aplicadas	Fac. C	2005	Interdisciplinaria
	7. Matemáticas aplicadas y computación	FES-A	2013	Multi-interdisciplinario
	8. Tecnología	CFATA	2007	Multidisciplinario
	9. Tecnología	FES-C	2007	Multidisciplinario
	10. Geociencias	ENES-M	2012	Interdisciplinaria
	11. Ingeniería en energías renovables	IER	2011	Multidisciplinario
Ciencias biológicas, químicas y de la salud	1. Biología	FES-I	2015	Inter-transdisciplinario
	2. Biología	FES-Z	2006	Multi-interdisciplinario
	3. Ciencias ambientales	ENES-M	2012	Interdisciplinaria
	4. Ciencias genómicas	CCG	2008	Interdisciplinaria
	5. Cirujano dentista	FES-Z	1997	Multi-interdisciplinario
	6. Ecología	ENES-M	2015	Interdisciplinaria
	7. Neurociencias	Fac. M	2016	Multidisciplinario
	8. Nutriología	FES-Z	2018	Interdisciplinaria
	9. Órtesis y prótesis	ENES-J	2019	Multidisciplinario
	10. Química e ingeniería en materiales	Fac. Q-C.U.	2019	Multidisciplinario
	11. Ciencias agroforestales	ENES-M	2019	Interdisciplinaria
Ciencias sociales	1. Antropología	FCP y S	2015	Interdisciplinaria
	2. Derecho	Fac. D	2010	Multi-interdisciplinario
	3. Desarrollo comunitario para el envejecimiento	FES-Z	2014	Interdisciplinaria
	4. Desarrollo territorial	ENES-L	2015	Interdisciplinaria
	5. Economía industrial	ENES-L	2012	Interdisciplinaria
	6. Estudios sociales y gestión local	ENES-M	2013	Interdisciplinaria
	7. Planificación para el desarrollo agropecuario	FES-Ara	2002	Interdisciplinaria
	8. Relaciones internacionales	FES-A	2004	Multidisciplinario
	9. Relaciones internacionales	FES-Ara	2007	Multidisciplinario
	10. Sociología	FCP y S	2015	Interdisciplinaria
	11. Sociología	FES-A	2004	Interdisciplinaria
	12. Sociología	FES-Ara	2008	Multi-interdisciplinario
	13. Negocios internacionales	FCyA. C.U.	2017	Interdisciplinaria
	14. Geografía aplicada	ENES- Mér	2018	Interdisciplinaria

Tabla 1 (continuación). Relación de licenciaturas de la UNAM que explícitamente refieren una orientación multi o interdisciplinaria.

Área	Carrera	Sede	Año de plan de estudios	Enfoque
Humanidades y artes	1. Artes visuales	FAyD-X	2013	Interdisciplinaria
	2. Artes visuales	FAyD-T	2013	Interdisciplinaria
	3. Diseño gráfico	FES-A	2008	Multidisciplinaria
	4. Pedagogía	FFyL	2008	Multi-interdisciplinario
	5. Literatura intercultural	ENES-M	2012	Interdisciplinaria
	6. Lingüística aplicada	ENL	2017	Multidisciplinario
	7. Traducción	ENL	2017	Multidisciplinario

Abreviaturas de la Tabla 1.

ENES-M. Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Morelia, Michoacán. **ENES-J.** Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Juriquilla, Querétaro. **ENES-L.** Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad León, Guanajuato. **ENES-Mér.** Escuela Nacional de Estudios Superiores, Unidad Mérida, Yucatán. **ENL C.U.** Escuela Nacional de Lenguas, Ciudad Universitaria. **UMDI-J.** Unidad Multidisciplinaria de Docencia e Investigación de la Facultad de Ciencias, Juriquilla, Querétaro. **Fac. C. C.U.** Facultad de Ciencias, Ciudad Universitaria. **FCyA.** Facultad de Contaduría y Administración, Ciudad Universitaria. **Fac. M. C.U.** Facultad de Medicina, Ciudad Universitaria. **Fac. Q. C.U.** Facultad de Química, Ciudad Universitaria. **FCPyS. C.U.** Facultad de Ciencias Políticas y Sociales, Ciudad Universitaria. **Fac. D. C.U.** Facultad de Derecho, Ciudad Universitaria. **FAyD-X.** Facultad de Artes y Diseño, Xochimilco. **FAyD-T.** Facultad de Artes y Diseño, Taxco, Guerrero. **FFyL, C.U.** Facultad de Filosofía y Letras, Ciudad Universitaria. **FES-A.** Facultad de Estudios Superiores, Acatlán. **FES-C.** Facultad de Estudios Superiores, Cuautitlán. **FES-Ara.** Facultad de Estudios Superiores, Aragón. **FES-I.** Facultad de Estudios Superiores, Iztacala. **FES-Z.** Facultad de Estudios Superiores, Zaragoza. **CCG.** Centro de Ciencias Genómicas, Cuernavaca, Morelos. **CFATA.** Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada. **IER.** Instituto de Energías Renovables, Temixco, Morelos.

Fuente: Elaboración propia con información de la página de oferta académica de la UNAM (UNAM 2011a.)

nacional de la UNESCO para los campos de ciencia y tecnología. La alineación de las disciplinas que permite este sistema de clasificación se representó en un gráfico en el que distinguen grandes áreas de conocimiento en la demarcación de las matemáticas, las ciencias de la materia y las ingenierías relacionadas con estas, las ciencias de la vida, las ciencias de la Tierra, las ciencias sociales y las humanidades. La figura 1 muestra el posicionamiento de las disciplinas comprendidas en las asignaturas del plan de estudios conforme al código asignado en dicha nomenclatura. Este ordenamiento sirvió de guía para conocer la gama de conocimientos disciplinarios e híbridos que se imparten en el plan de estudios, así como la secuencia que tienen en el mapa curricular.

La tabla 2 muestra las asignaturas del plan de estudios de la licenciatura en ciencias ambientales de la ENES Morelia (UNAM 2011b). Se identificaron los dominios disciplinarios de estas asignaturas a partir de la descripción sintética de cada una (UNAM 2014).

Estudio de la relación ciencia–sociedad

Se observó, en el primer semestre, la impartición de asignaturas con un carácter introductorio a las ciencias ambientales y a las ciencias sociales enfatizando los

Tabla 2. Mapa curricular de la licenciatura en ciencias ambientales.

CIENCIAS AMBIENTALES ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS SUPERIORES, UNIDAD MORELIA	
PRIMER SEMESTRE	SEGUNDO SEMESTRE
o6 Introducción a las ciencias ambientales o6 Introducción a la estadística o6 Fundamentos de ecología o8 Pensamiento geográfico ambiental o8 Introducción a las ciencias sociales 12 Física y química ambiental o6 Inglés	o6 Ecología de poblaciones y comunidades o8 Geografía física o8 Ética ambiental o6 Métodos de investigación social para las ciencias ambientales o8 Procesos sociales y políticos en el territorio o9 Energía ambiente y sociedad o6 Inglés
TERCER SEMESTRE	CUARTO SEMESTRE
o6 Hidrología y energía del ecosistema o8 Geografía humana o6 Modelación matemática o6 Fundamentos de investigación en ciencias ambientales I o8 Naturaleza, cultura y sociedad 10 Tecnología y desarrollo sustentable o6 Inglés	o8 Cubiertas y uso del territorio o6 Economía y ambiente o6 Modelación estadística o6 Agricultura ecológica o8 Biogeoquímica del ecosistema o8 Fundamentos de investigación en ciencias ambientales II o6 Inglés
QUINTO SEMESTRE	SEXTO SEMESTRE
o6 a o8 Obligatoria por área de profundización o8 Obligatoria por área de profundización o8 Obligatoria por área de profundización o8 Educación y comunicación ambiental o6 a o8 Obligatoria por área de profundización o4 a o8 Optativa o6 Inglés	o6 a o8 Obligatoria por área de profundización o6 Obligatoria por área de profundización o6 a o8 Obligatoria por área de profundización o7 Ejercicio de integración o4 a o8 Optativa o6 Inglés
SÉPTIMO SEMESTRE	OCTAVO SEMESTRE
o6 Obligatoria por área de profundización o6 a o8 Obligatoria por área de profundización o4 a o6 Obligatoria por área de profundización o4 Desarrollo de proyectos II o4 a o8 Optativa o4 a o8 Optativa o6 Inglés	o4 a o8 cada una cinco asignaturas optativas o6 Inglés
Área de profundización en manejo de sistemas socioecológicos	
QUINTO SEMESTRE	SEXTO SEMESTRE
o6 Impacto ambiental o8 Ecología política o8 Biología de la conservación o6 Herramientas de análisis espacial	o8 Políticas públicas y legislación ambiental o6 Ecología de la restauración o6 Análisis y modelado espacial
SÉPTIMO SEMESTRE	
o6 Etnoecología y patrimonio biocultural o8 Seminario de movimientos y conflictos ambientales o4 Gestión ambiental del desarrollo II	
Área de profundización en sociedad y ambiente	
QUINTO SEMESTRE	SEXTO SEMESTRE
o8 Historia e historiografía ambiental o8 Ecología política o8 Economía o8 Ecología desarrollo y sustentabilidad	o8 Políticas públicas y legislación ambiental o6 Fundamentos de gestión de sistemas socioecológicos o8 Gestión ambiental del desarrollo I
SÉPTIMO SEMESTRE	
o6 Etnoecología y patrimonio biocultural o8 Seminario de movimientos y conflictos ambientales o4 Gestión ambiental del desarrollo II	

Tabla 2 (continuación). Mapa curricular de la licenciatura en ciencias ambientales.

Área de profundización en ecotecnologías	
QUINTO SEMESTRE	SEXTO SEMESTRE
o6 Impacto ambiental o8 Estrategias de mitigación y adaptación al cambio o8 Climático energías renovables o6 Evaluación de la sustentabilidad de sistemas de manejo de Recursos naturales y tecnologías	o6 Análisis de ciclo de vida o6 Bioenergía o6 Diseño y desarrollo de proyectos ecotecnológicos
SÉPTIMO SEMESTRE	
o6 Etnoecología y patrimonio biocultural o8 Economía ecología o4 Ecotecnología	
Asignaturas optativas	
o6 Introducción a métodos multivariados o6 Métodos no paramétricos o6 Tratamiento de agua o6 Laboratorio de sistemas de información geográfica o6 Ecología del paisaje o6 Planificación ambiental o4 Introducción a la escritura de textos científicos o8 Ecología evolutiva o6 Técnicas selectas en ecología vegetal cuantitativa o6 Medios audiovisuales y comunicación ambiental o6 Periodismo ambiental	o6 Invasiones bióticas o6 Diversidad de los árboles tropicales de México o6 Introducción al lenguaje “R” o6 Regeneración y restauración en ambientes tropicales o6 Taller de bases de datos o8 Calidad del agua o8 Ecología del suelo y biogeoquímica o8 Ecología urbana o6 Ecofisiología de plantas o6 Ecología y conservación del bosque tropical caducifolio o6 Biotecnología

Fuente: (UNAM 2011b).

enfoques teóricos sobre la relación sociedad-naturaleza, así como el conocimiento de los problemas ambientales contemporáneos. De este modo, se traza, desde un inicio, la concepción de lo ambiental como un fenómeno socio-ambiental y, por tanto, la ubicación del campo de conocimiento en la vinculación de las ciencias sociales y las ciencias naturales; así como la identificación de problemas sociales concretos como eje articulador.

Bases teóricas de corte disciplinario para el estudio de problemas ambientales

En los primeros semestres se configura el ámbito de las ciencias ambientales desde: 1) estudios disciplinarios de las ciencias sociales y las humanidades (geografía humana, economía y ética), y, 2) estudios disciplinarios de las ciencias naturales (geografía física, ecología de poblaciones o ecología demográfica e hidrología).

Bases teóricas para el estudio del sistema socio-ambiental desde dominios híbridos

En el tercer y cuarto semestre se auspicia de manera significativa el enfoque interdisciplinario desde el estudio de dos dominios híbridos: a) la energética, dedicada al estudio de la transformación de la energía en diferentes escalas, abarca el

dominio de la fisicoquímica, la bioquímica y la ecología; y, b) la biogeoquímica, que abarca estos tres niveles de organización en relación con el estudio del ecosistema. Asimismo, las asignaturas de estos semestres aportan bases teóricas para profundizar en el estudio de la relación naturaleza y sociedad. De este modo, se acomete el estudio de la relación entre procesos de diferentes niveles de organización del sistema socio–ambiental (físicos, políticos, sociales, culturales, entre otros) respecto al sistema en su conjunto o a entidades específicas —que en este estudio se han denominado objetos peculiares, tales como el territorio.

Herramientas metodológicas para el estudio de sistemas socio-ecológicos

Desde la etapa de formación básica se imparten cursos sobre métodos de investigación específicos a las ciencias ambientales abarcando los relativos a las ciencias sociales que enfatizan las de carácter cualitativo, así como la impartición de cursos de estadística y de modelación matemática y estadística.

Integración de conocimientos para estrategias de intervención a partir de áreas de profundización

A partir del quinto semestre las asignaturas se imparten conforme a la elección de una de las tres áreas de profundización que siguen a la etapa de formación básica: a) manejo de sistemas socioecológicos; b) sociedad y ambiente, y, c) eco-tecnologías.

Cada una de estas áreas de profundización constituyen campos de especialización en los que se imparten bases teóricas adicionales para el estudio de problemas ambientales en su complejidad y de las estrategias para enfrentarlos de manera integral a partir de dominios híbridos que articulan procesos sociales y naturales tales como la historia ambiental, la ecología política, la etnoecología y la economía ecológica. El abordaje de dichos problemas en términos, por ejemplo, de impacto ambiental, conflictos ambientales o cambio climático, se realiza “mediante la integración de los conocimientos adquiridos en la carrera” (UNAM 2014, 12).

Las estrategias de intervención en cada área de profundización se estudian en asignaturas que integran conocimientos disciplinarios de los campos de las ciencias naturales, las ciencias sociales y las humanidades. En el caso del área de manejo de sistemas socioecológicos estos conocimientos corresponden a la biología de la conservación, la ecología de la restauración, así como el aprovechamiento de recursos naturales y servicios ecosistémicos. Cabe destacar que en esta área se aportan herramientas de análisis y modelado espacial por la importancia del análisis territorial en dicha área. En el área de sociedad y ambiente dichos conocimientos se inscriben en la gestión de sistemas socioecológicos y la gestión ambiental del desarrollo.

En ambas áreas se ofrecen también herramientas necesarias para la planeación de políticas públicas sobre zonas naturales protegidas, planes de desarrollo urbano, ordenamientos territoriales, mitigación de cambio climático, y manejo de cuencas hídricas.

En el área de ecotecnologías los conocimientos están integrados en las estrategias de mitigación y adaptación al cambio climático y en la evaluación de la sustentabilidad de sistemas de manejo de recursos naturales y tecnologías. En estas asignaturas, especialmente las que parten de una perspectiva ecosistémica en las que los sistemas socio-ecológicos se definen como sistemas adaptativos complejos, pueden cobrar relevancia las herramientas metodológicas de modelación matemática de los cursos de formación básica.

Asignaturas optativas con un viso de especialización

Por otro lado, las materias optativas impartidas desde el quinto semestre y principalmente en el octavo semestre abarcan todas las áreas del plan de estudios, pero con un viso de especialización de lo revisado en las áreas de profundización respecto de procesos u objetos peculiares específicos, tales como la diversidad de los árboles tropicales de México, la regeneración y restauración en ambientes tropicales y la ecología y conservación del bosque tropical caducifolio. Asimismo, en lo concerniente a los aspectos metodológicos se refuerza el conocimiento de técnicas de modelación matemática.

Proyectos sobre problemáticas específicas desde una perspectiva integradora

En los semestres sexto y séptimo, el alumnado cursa las materias Desarrollos de proyectos I y II, en las que desarrolla “proyectos de investigación acordes con una problemática particular planteada desde una perspectiva integradora del conocimiento” (UNAM 2014, 11). En el sexto semestre también cursa la asignatura Ejercicio de integración, en la que se integran “los conocimientos adquiridos durante la formación básica para estructurar proyectos de investigación que den respuesta a situaciones, problemas o proyecto común, en un espacio de participación interdisciplinaria” (UNAM 2014, 11).

Conclusiones

El carácter heterogéneo y multidimensional de los fenómenos naturales y sociales que constituyen las problemáticas socio-ambientales —en el sentido de entrañar procesos de diferentes escalas de procesos, espaciales y temporales susceptibles de estudiarse desde diversas disciplinas— justifica que se diseñe un currículum interdisciplinario en la licenciatura en ciencias ambientales. Resulta

pertinente, entonces, examinar su diseño curricular a la luz de los principios de integración de un currículum interdisciplinario identificados en este trabajo.

Se observó que el mapa curricular corresponde a una malla curricular en el sentido de que los conocimientos disciplinarios en ecología, geografía y ciencias sociales convergen en disciplinas híbridas que, a su vez, conforman dominios fundamentales de las ciencias ambientales. Estos conocimientos predominantemente de carácter teórico y metodológico tienen un espacio específico de articulación en las áreas de profundización y en las asignaturas Desarrollos de proyectos I y II, y Ejercicio de integración.

Las áreas de profundización, concebidas como campos de especialización orientados a desarrollar estrategias de intervención, en términos de conservación, mitigación y gestión ambiental, permiten a esta carrera superar problemas de integración de las áreas de conocimiento como los que enfrentó el Plan A-36, pues los ejes de articulación están constituidos por procesos heterogéneos que no están delimitados por recortes disciplinarios sino por configurar ámbitos de aplicación específicos. Dichas problemáticas delimitarían los campos de ocupación de la carrera y no un determinado compromiso disciplinario.

Las asignaturas Desarrollos de proyectos I y II y Ejercicio de integración podrían ser muy importantes para el diseño de un currículum interdisciplinario en la medida de que la explicación multinivel, que articula procesos de diversos dominios disciplinarios, permita estudiar en su complejidad determinados problemas socio-ambientales. Sin embargo, la descripción sintética de estas asignaturas no indica cómo se acomete la integración de estos procesos al estructurar los proyectos. Estas asignaturas se imparten en los últimos semestres de la carrera buscando integrar los conocimientos adquiridos en los semestres previos de carácter disciplinario o concerniente a dominios híbridos. En este sentido, esta propuesta curricular no privilegia el aprendizaje basado en proyectos desde el inicio de la carrera.

Otro principio de integración clave es concebir los objetos de estudio que se construyen en este proceso de articulación como una estructura que funciona como una totalidad organizada. Lo anterior implica que los problemas de conocimiento se conceptualicen como sistemas complejos y que se impartan pautas metodológicas para estudiarlos. Esta posibilidad tampoco está referida en la descripción sintética de estas asignaturas por lo cual sería importante incluirla.

Al respecto, se podría considerar la teoría de sistemas complejos desarrollada por Rolando García, quien también parte de un principio de estratificación de la realidad que tiene similitud con la concepción multinivel de Bunge, y aporta, desde un enfoque constructivista, pautas metodológicas para estudiar dichos sistemas y explicar su funcionamiento (García 2006).

Este autor asume una postura crítica ante las posiciones que en torno a la noción de complejidad tienden a relegar todo aquello que no sea matematizable

(García 2000). Al respecto, en esta carrera se observó que desde la etapa de formación básica se imparten cursos sobre métodos de investigación específicos a las ciencias ambientales (abarcando los relativos a las ciencias sociales que enfatizan las de carácter cualitativo). No obstante, el predominio de los enfoques matemáticos en el estudio de sistemas complejos señalado por Bammer (2005) se refleja en este plan de estudios, pues prevalecen los cursos de estadística y modelación matemática. Ante esta situación, resulta apropiado dotar al alumna do de herramientas metodológicas que permitan estudiar los problemas ambientales en su complejidad, la cual se concibe en términos de las conexiones e interdependencias de los procesos que constituyen dichos problemas.

Respecto al tercer principio de integración identificado en este estudio, es importante señalar que la construcción de la malla curricular como un diseño integrado requiere que, además de los contenidos, también se articulen de manera coherente los aspectos didácticos y los criterios e instrumentos de evaluación. Lo anterior implica que el trabajo en equipo para desarrollar proyectos en torno a problemas específicos no solo esté indicado en las guías didácticas sino también en asignaturas transversales con actividades para desarrollar habilidades del trabajo colaborativo que incluye la escucha activa y procesos de descentramiento, entre otros aspectos. Es muy importante la adquisición de dichas habilidades en este proceso formativo por la alta reflexividad que exige el estudio de la interrelación de procesos de diferentes dominios disciplinarios (Villa Soto, Romero y Blazquez 2015).

Respecto a la evaluación se podría impulsar la realización de tesis colectivas con enfoques interdisciplinarios, que posteriormente podrían presentarse de manera individual para efectos de titulación. En este caso, la labor colegiada del cuerpo docente puede contribuir al proceso de integración de conocimientos heterogéneos desde las asignaturas Desarrollos de proyectos I y II y Ejercicio de integración.

Por último, a partir de este trabajo en el que se examina de manera puntual los dominios disciplinarios que quedan comprendidos en el plan de estudio, se observa que 40% de las asignaturas se corresponden con dominios de las ciencias sociales y las humanidades (figura 1), las cuales predominan en el área de profundización sociedad y ambiente. Este hecho justifica que se corrija la ubicación de las carreras multi e interdisciplinarias en una sola área de conocimiento y, por tanto, en la esfera de competencia de un solo Consejo Académico de Área (en materia de planeación y evaluación de sus programas de estudio), pues esta licenciatura está inscrita en el área de ciencias biológicas, químicas y de la salud, no obstante, la importancia relativa que también tiene el conocimiento de los procesos sociales en su mapa curricular. ■

Referencias

- Arbesú, I. y Berruecos, L. 1996. *El sistema modular en la Universidad Autónoma Metropolitana*. México: UAM-X.
- Bagú, Sergio. 1970. *Tiempo, realidad social y conocimiento*. México: Ed. Siglo XXI.
- Bammer, G. 2005. «Integration and implementation sciences: building a new specialization.» *Ecology and Society*, 10(2):6.
- Burns, R. C. y Sattes, B. D. 1995. *Dissolving the boundaries: Planning for curriculum integration in middle and secondary schools*. Charleston, W. Va: Appalachia Educational Laboratory. https://archive.org/stream/ERIC_ED384455/ERIC_ED384455_djvu.txt
- Cardoso, M. A. 1999. «Interdisciplina o multidisciplina en el área de la salud.» *Salud Problema*, 1 (año 4): 31-37.
- De Alba, A. 1998. *Curriculum: crisis, mito y perspectivas*. Buenos Aires: Miño y Dávila Editores.
- Díaz Barriga, A., y García, J. M. 2014. «La conformación del campo del currículum en México.» En Díaz Barriga, A. y García, J. M. (coords.). *Desarrollo del currículum en América Latina. Experiencia de diez países*. Buenos Aires: Miño y Dávila Editores, 239-267.
- Dogan, M., y R. Pahre. 1993. «Hibridación: la recombinación de fragmentos de ciencias.» En *Las nuevas ciencias sociales. La marginalidad creadora*. México: Grijalbo.
- Follari, R. 1982. *Interdisciplinariedad: los avatares de la ideología*. México: UAM-Azcapotzalco.
- García, C., y Morales, S. 1993. «Experiencia innovadora en el campo de la formación del médico: el Plan A-36.» *Perfiles Educativos*, 59. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13205906>
- García, R. 2000. *El conocimiento en construcción. De las formulaciones de Jean Piaget a la teoría de los sistemas complejos*. Barcelona: Gedisa Editorial.
- García, R. 2006. *Sistemas complejos, conceptos, método y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria*. Barcelona: Gedisa.
- ENES Morelia. 2014. ENES Morelia. México: UNAM. <http://www.enesmorelia.unam.mx/index.php/institucional/enes-morelia>
- Klein, Julie Thompson. 1990. «The evolution of interdisciplinarity.» En *Interdisciplinarity: history, theory, and practice*. Detroit: Wayne State University.
- Lake, K. 1994. *Integrated Curriculum. Northwest Regional Educational Laboratory*. <http://www.nwrel.org/scpd/sirs/8/c016.html>
- Lenoir, Yves. 2013. «Interdisciplinariedad en educación: una síntesis de sus especificidades y actualización.» *INTERdisciplina*, 1(1): 51-86.
- López, E. 2004. «Principios epistemológicos y metodológicos de la interdisciplina.» En Valdés-Lakowsky, V. *Tiempo, historia y enseñanza: Acercamiento a la*

- metodología del historiador y al estudio del Este de Asia. Homenaje a Lothar Knauth.* México: FFyL-UNAM.
- Marín, D. E. 1993. «Los profesionales universitarios. Perspectivas y tendencias de su formación en el contexto educativo modernizante.» *Perfiles Educativos*, 59. <http://www.redalyc.org/pdf/132/13205902.pdf>
- Müller, I. 1996. «La formación docente en Alemania: una ojeada histórica.» *Revista Educación y Pedagogía*, 7 (14 y 15): 170-177.
- Padilla, Alberto. 2012. «El sistema modular de enseñanza: una alternativa curricular de educación superior universitaria en México.» *REDU. Revista de docencia universitaria*, 10 (3): 71-98.
- Ramírez, L. V. 2002. «Políticas educativas ante la crisis universitaria, 1968-1976.» En Piñeda Ramírez, D. (coord.), *La educación superior en el proceso histórico de México: Tomo III: Cuestiones esenciales. Prospectivas del siglo XXI*. Baja California, Secretaría de Educación Pública, Universidad Autónoma de Baja California, Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior.
- UNAM. 2011a. *Oferta académica. Licenciatura*. México: UNAM.: <http://oferta.unam.mx/>
- UNAM. 2011b. *Plan de estudios (sistema escolarizado). Ciencias ambientales*. México: UNAM. <http://www.oferta.unam.mx/carrera/archivos/planes/ciencias-ambientales-morelia13.pdf>
- UNAM. 2014. *Descripción sintética del plan de estudios. Licenciatura en ciencias ambientales*. México: UNAM. https://escolar1.unam.mx/planes/f_ciencias/ciencias_ambientales.pdf
- Villa-Soto, J. C., Romero, T. y Blazquez, N. 2015. «Aprendizaje colaborativo orientado a la formación de investigadores con capacidades para emprender proyectos interdisciplinarios.» *Tercer Congreso Internacional de Investigación Educativa: Educación y globalización: Memoria*. INIE-Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica. <http://inie.ucr.ac.cr/tercer-congreso/memoria/documentos/1/aprendizajecolaborativoorientado.pdf>
- Villarreal, R. 1974. *Anteproyecto para establecer la unidad del sur de la Universidad Autónoma Metropolitana*. México: UAM-X.

RESEÑA

Albert-László Barabási
The formula. The universal laws of success

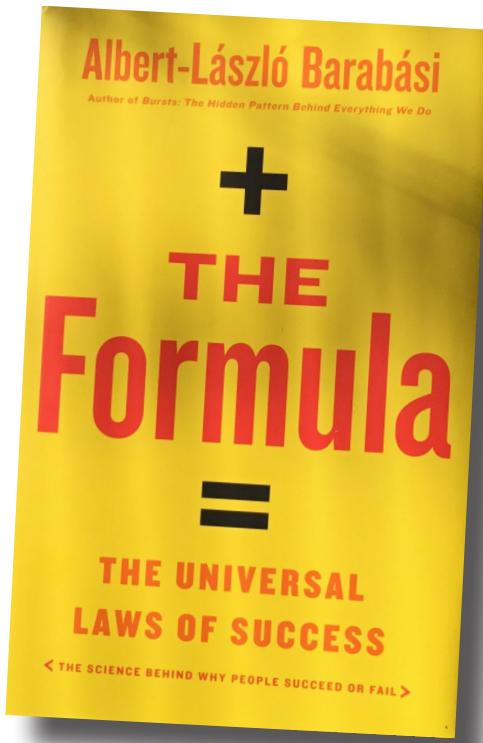
Nueva York: Little Brown and Company, 2018, 208 pp.
ISBN 978-0-316-50549-9

Ricardo Mansilla Corona*

Como es conocido, los estudios sobre redes tienen una larga historia. El primero de ellos que ha sido perfectamente documentado está relacionado con el problema de los siete puentes de Königsberg, el cual fue resuelto por Leonard Euler en 1741. En la actualidad, con el desarrollo de Internet, la teoría de redes ha alcanzado una profunda renovación.

Las redes sociales digitales, esos altares al narcisismo que dominan la actuación de los miembros de buena parte de nuestra civilización, han elevado el éxito personal a la categoría de una obsesión ubicua que decide los enfoques acerca de nuestras carreras profesionales, actividades de vida y metas a largo plazo.

Con frecuencia, los logros no van aparejados al reconocimiento ni al éxito. Es posible que hagamos bien nuestro trabajo, pero no recibimos la promoción esperada, más aún trabajamos duro y no recibimos reconocimiento. En este libro, basado en muchos años de investigación académica del autor, nos descubre las sutiles y elusivas relaciones entre la actuación y el éxito.



191

Las herramientas básicas utilizadas por el escritor de la obra son resultados de la teoría de redes complejas, algunos de los cuales son de su propia autoría o en co-

* Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades–UNAM.
Correo electrónico: mansy@unam.mx

Mansilla Corona, Ricardo. «Reseña del libro: *The formula. The universal laws of success*. Nueva York: Little Brown and Company, 2018, 308 pp.» *Interdisciplina* 8, nº 20 (enero-abril 2020): 189-190.

laboración con colegas. En las páginas de este libro encontraremos el punto de vista del autor acerca de los principios matemáticos que apuntalan el éxito en nuestras sociedades.

Independientemente de que algunas de las afirmaciones hechas en sus páginas tienen un carácter discutible, este libro transformará de manera permanente la forma en que pensamos acerca del éxito personal. ■

RESEÑA

Simson L. Garfinkel, Rachel H. Grunspan
The computer book
*From the abacus to artificial intelligence,
250 milestones in the history of computer science*

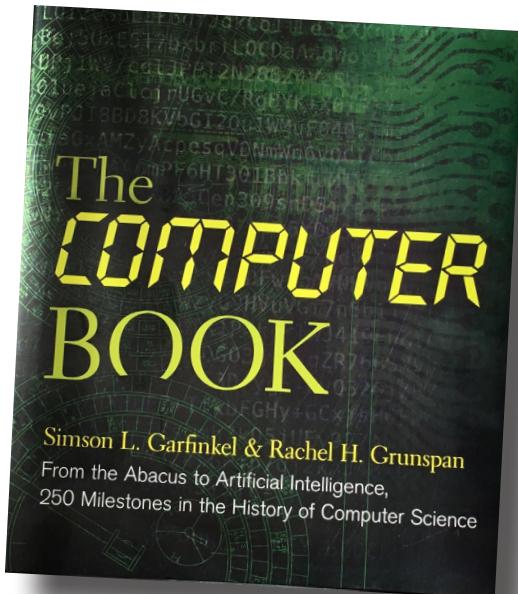
Nueva York: Sterling, 2018, 528 pp.

ISBN 978-1-4549-2621-4

Ricardo Mansilla Corona*

CON FRECUENCIA los objetos que acompañan nuestra vida tienen historias interesantes, a veces efímeras y en ocasiones de larga data cuyos detalles suelen cautivarnos. Tal es el caso de las computadoras cuya evolución arranca con la necesidad de nuestros más lejanos ancestros por contar objetos y culmina en las actuales sociedades potentemente conectadas donde tenemos acceso a buena parte de la sabiduría de toda nuestra civilización con objetos que portamos en los bolsillos de nuestras vestimentas.

En la obra *The computer book: from the abacus to artificial intelligence. 250 milestones in the history of computer science*, los autores nos trazan una minuciosa ruta que arranca 2,500 años antes de Cristo con la creación del ábaco sumerio hasta nuestros días, donde algunos de los hitos narrados de esta epopeya trascienden la mera descripción de las construcciones teóricas o los aparatos construidos por el ser humano para discutir la influencia de estos sobre nuestras vidas.



193

Cada capítulo ostenta un título que inicia con un año y describe brevemente el hito de esta historia que se discutirá. Por ejemplo:

1613 El primer uso conocido de la palabra computadora.

1942 Las tres leyes de la robótica de Isaac Asimov.

* Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades–UNAM.

Correo electrónico: mansy@unam.mx

1957 FORTRAN.

1988 CD-ROM.

1999 Napster.

El libro, publicado por primera vez en 2018, lanza un par de predicciones al futuro con capítulos titulados:

2050 Inteligencia artificial general.

9999 ¿Los límites de la computación?

En una época donde los dispositivos digitales juegan un papel esencial en nuestras vidas, esta obra de lectura fácil, aunque rigurosa en sus contenidos, es un texto obligado para todos aquellos interesados en la informática y la computación en sentido amplio. ■

Colaboran en este número

Ricardo Mansilla Corona

Doctor en matemáticas por la Universidad de La Habana, Cuba, y maestro en ciencias económicas por la Universidad de Carleton, Canadá. Ha sido profesor de la Universidad de La Habana, la Universidad de París XI (Orsay) y la Universidad de Moscú Lomonosov. Actualmente, es investigador y editor de la revista **INTER DISCIPLINA**, del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades de la UNAM.

mansy@unam.mx

195

Alberto Darszon

Investigador Titular C del Instituto de Biotecnología de la UNAM y parte del consorcio de fisiología del espermatozoide en el Departamento de Genética del Desarrollo y Fisiología Molecular. El consorcio combina estrategias de la bioquímica, la fisiología celular y la electrofisiología para entender la regulación de la permeabilidad iónica del espermatozoide.

Gustavo Martínez Mekler

Físico por la facultad de Ciencias de la UNAM, maestro en ciencias, MSc (matemáticas) por la Universidad de Warwick, y doctor en ciencias, PhD (física) por la Universidad de Manchester, Inglaterra. Investigador Titular C del Instituto de Ciencias Físicas, UNAM, asociado con el Centro de Ciencias de la Complejidad, UNAM. Miembro del SNI nivel III, Pride D. Profesor de la Facultad de Ciencias, Posgrado de Ciencias Físicas, Licenciatura de Ciencias Geométricas, todas ellas de la UNAM y del Instituto de Ciencias Básicas y Aplicadas de la UAEMor.

Ha realizado estancias sabáticas en la Universidad de Florencia, Instituto Nacional de Física Nuclear de Italia, Universidad de Urbana-Champaign, Illinois, Universidad Autónoma del Estado de Morelos y Escuela Normal Superior de París. Ha sido Investigador visitante en múltiples universidades y centros de investigación en Latinoamérica, Canadá, Estados Unidos, Europa

y Asía; becario Fullbright, de la Comunidad Europea, del Consejo Británico y de la UNAM.

Fundador y primer jefe del Departamento de Sistemas Complejos, Instituto de Física, UNAM (1990-1992), miembro fundador del Centro de Ciencias de la Complejidad (2008) y de su Consejo Coordinador (2008-2016). Director del Centro Internacional de Ciencias, A. C. (2012-2016).

A partir de una formación en física estadística y sistemas dinámicos, además de trabajar sobre una variedad de problemas físicos, químicos y matemáticos, ha promovido y realizado investigación transdisciplinaria con un enfoque de sistemas complejos en: formación de patrones, sismos, vulcanología, biología de sistemas (inmunología, origen de la vida, evolución ecológica, biología del desarrollo, fecundación, evolución de secuencias del VIH), ciencia y arte, en particular música.

Daniel Alejandro Priego Espinosa

Obtuvo su licenciatura (2007-2011) en el Programa interdisciplinario de Ciencias Genómicas de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). A partir de entonces, se interesó en la biología del desarrollo y la biología de sistemas. Después, en la misma universidad obtuvo el grado de doctor en ciencias biomédicas (2012-2018), desarrollando su tesis doctoral sobre modelación matemática de la red señalización que regula el movimiento dirigido de espermatozoides de erizo de mar. Actualmente, se encuentra adscrito al Instituto de Ciencias Físicas, UNAM, como investigador posdoctoral, estudiando propiedades dinámicas de los sistemas complejos biológicos, en particular aquellos relevantes para la fisiología de espermatozoides de mamíferos.

Jesús Espinal Enríquez

Biólogo por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Doctor en ciencias biomédicas por la Universidad Nacional Autónoma de México. Desde el inicio de su carrera académica se ha dedicado al entendimiento de sistemas biológicos y sociales utilizando herramientas provenientes de disciplinas como la física, la matemática y las ciencias de la computación. Una de las herramientas que más ha utilizado para comprender fenómenos complejos como la fecundación externa, el narcotráfico en México, o la regulación de la transcripción es la teoría de redes. Sobre este tema, el Dr. Espinal cuenta con más de 30 artículos internacionales. Ha sido expositor invitado tanto en congresos nacionales como internacionales. Actualmente, se desempeña como investigador en el Departamento de Genómica Computacional en el

Instituto Nacional de Medicina Genómica (INMEGEN) haciendo investigación sobre cáncer de mama y pulmón. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores (SNI), así como de la Comisión Coordinadora de los Institutos Nacionales de Salud y Hospitalares de Alta Especialidad (CCINSNAE). También es investigador asociado al Centro de Ciencias de la Complejidad (C3) de la UNAM, así como al Observatorio de Corrupción e Impunidad (OCI) del Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM.

Alejandro Aguado

Obtuvo su licenciatura en física en la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM) con la tesis titulada *Estudio de gráficas de recurrencias en la dinámica cardiovascular*, la maestría en ciencias con área terminal física en el Instituto Nacional de Cardiología Ignacio Chávez con la tesis: *Una estrategia para la estimación de parámetros de la gráfica de recurrencia aplicada en series de tiempo de la frecuencia cardíaca y la presión arterial sistólica*, bajo la tutela de la Dra. Claudia Lerma; se encuentra actualmente terminando el doctorado bajo la dirección del Dr. Gustavo Martínez, en el instituto de Ciencias Físicas de la UNAM, su tesis está relacionada con el estudio y modelación de la capacitación en ratón mediante formalismos discretos. Ha hecho una estancia corta en la Escuela Normal Superior de París.

Ruben Fossion

Dr. Ruben Fossion realized his undergraduate studies in physics at the University of Ghent in Belgium (1995-2000). He obtained his PhD in science: physics, also at the University of Ghent (2000-2004), specializing in theoretical nuclear physics. He realized postdoctoral studies in nuclear physics at the Aristotelic University of Thessalonica in Greece (2004-2005) and at the University of Padova in Italy (2005-2007); he realized postdoctoral studies in quantum chaos, time series and complex dynamical systems at the Nuclear Science Institute (2007-2009) and the Complexity Science Centre (C3) (2009-2011) of the National Autonomous University of Mexico (UNAM). He was 4 years researcher in medical science at the National Institute of Geriatrics (INGER) (2011-2015) where he was the responsible for the Laboratory of Medical Physics and where he applied mathematical methods based in chaos, fractals and complexity in the study of human ageing. Starting from August 2015, he is assistant professor at the Nuclear Science Institute of the UNAM with as main topic of research the assessment of regulation of complex dynamical systems by means of time-series analysis, in particular in

human physiology. He was vice-president (2014-2016) and then president (2016-2018) of the Medical Physics Division of the Mexican Physics Society (DFM-SMF). Starting from March 2018, he is the Academic Coordinator of the C3. He is member of the Mexican National System of Researchers, level 2, (Associate Professor level). He won the prize Jorge Lomnitz Adler 2016 of the Mexican Academy of Science and the Institute of Physics of the UNAM for his “notable contributions in the areas of non-lineal dynamics and complex systems”. His article “A physicist’s view of homeostasis” was selected between the showcase articles of 2018 of the journal *Physiological Measurement*. He is the principal investigator of various research projects with international, national and local funding. He is (co-) author of 27 research articles published in peer-reviewed international journals, 7 book chapters and 27 conference proceedings. He has graduated 5 master students and 3 undergraduate students in physics, medical physics and medical science and has 5 Ph.D theses and 3 undergraduate theses in preparation. He has a passion for languages and speaks Dutch, English, Spanish, French, Greek, Italian and German.

198

COLABORAN EN ESTE NÚMERO

Ariél Sáenz-Burrola

Ariél Sáenz-Burrola studied 4 years of medical school. During those 4 years of medical training he was in a MD/PhD program called Plan de Estudios Combinados en Medicina (PECEM) at the National Autonomous University of Mexico (UNAM) in Mexico City, where he was able to cultivate his scientific interests. Recently, he decided to pursue those scientific interests from a different point of view by changing to the career of mathematics. During his studies in the Faculty of Medicine his research interests mainly focused on the study of the properties of multiple physiological systems related to the concept of homeostasis and the relation to pathology. Some of the systems that he studied were the cardiovascular, insulin-glucagon, thermoregulatory and nervous systems. At first, he approached these scientific interests in physiology in a neuroscience laboratory working with biological models. After that, he started to work with physicists working with techniques for analyzing time series. This is where he came to understand the meaning of mathematical tools and modeling and the important insights that can be derived from it. Also, it was during those years that he started to appreciate the mathematical structure needed to study those systems which he became very curious about. He also came to understand that to really grasp the behavior and the way information flows and organizes in a biological system a more thorough understanding was needed of the mathematical

tools that were being used. In particular, being able to identify the difference between the practical mathematical tools and the theory from which the tool was generated, and also understanding the conditions and limitations that the data must have to arrive to possible interpretations of the data and the system from which the data is derived. It is these research interests plus his serendipitous discovery of his love for mathematical and logical structures which has led Ariél Sáenz-Burrola to pursue formal studies of mathematics.

Leonardo Zapata-Fonseca

He studied medicine as part of the MD/Ph.D. program of the Faculty of Medicine at the National Autonomous University of Mexico (UNAM) in Mexico City. He graduated from Medical School in 2017, and since 2016 he is working on his Ph.D. project under the co-supervision of both Dr. Tom Froese and Dr. Rubén Fossion at the same university.

He is a member of the 4E cognition group and of the Centre for Complexity Sciences (C3), both at UNAM in Mexico City. His research interests are interdisciplinary: time-series analysis and complexity sciences; phenomenological accounts of psychopathology; schizophrenia, autism spectrum disorders, and experimental studies of social interaction in real-time settings.

In May 2018, he received funding from both the university and Mexico's federal government to carry out a research stay in the section Phenomenological Psychopathology and Psychotherapy at the Psychiatric Clinic of the University of Heidelberg. In March 2019, he was awarded the Bi-nationally Supervised Doctoral Degree research grant, by the German Academic Exchange Service (DAAD). Currently, he is part of the project "Schizophrenia and the Moving Body", an empirical study to quantitatively assess (dis)embodiment in patients with schizophrenia, in which he analyses the ability to detect social contingencies, as well as the sensorimotor patterns during dyadic interactions.

Antonio Hernández Fernández

Físico, lingüista y doctor en ciencia cognitiva y lenguaje por la Universidad de Barcelona. Desde 1996, ha sido docente en secundaria obligatoria, bachillerato y formación profesional en áreas de ciencias y tecnología, principalmente. Actualmente, es profesor de FP en la Escuela de Arte y Diseño de Terrassa y en la Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona). Forma parte de los grupos de investigación Complexity and Quantitative Linguistics Lab (LARCA) y

BCN-SEER, donde investiga sobre la aplicación de modelos matemáticos y físicos al estudio de los sistemas de comunicación y el aprendizaje.

José Luis Gutiérrez Sánchez

Matemático por la Facultad de Ciencias de la UNAM y maestro en ciencias de la computación, ha dedicado la mayor parte de su vida profesional a la enseñanza de la matemática a estudiantes de muy distintos campos disciplinarios. En coautoría con Faustino Sánchez Garduño publicó *Matemáticas para las ciencias naturales* (México: Sociedad Matemática Mexicana, 1998) y *Matemática del crecimiento orgánico* (México: Facultad de Ciencias de la UNAM, 2017), y, solo o con Germinal Cocho y Pedro Miramontes, escribió y publicó artículos de divulgación sobre sistemas complejos y biología matemática. Luego de haber colaborado con las universidades de Baja California y Sinaloa, fue profesor-investigador de la Universidad Autónoma Chapingo durante dieciocho años. Profesor de asignatura de la Facultad de Ciencias de la UNAM; desde 2002, trabaja en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) en donde es miembro del Grupo de Dinámica no Lineal y Sistemas Complejos del Programa de Maestría en Ciencias de la Complejidad. Sus líneas de investigación se inscriben en los campos de la biología teórica y en la interfaz de la sociocomplejidad y la salud.

Faustino Sánchez Garduño

Estudió las carreras de física y matemáticas en la Facultad de Ciencias de la UNAM, donde también hizo estudios de maestría en ciencias (matemáticas). Se graduó de doctor en matemáticas (D. Phil.) en la Universidad de Oxford. Su producción académica incluye: varias decenas de artículos de investigación publicados en revistas especializadas, artículos de apoyo a la docencia y de divulgación, capítulos en libros y libros de texto. Ha impartido gran cantidad de cursos a nivel licenciatura y posgrado en la Facultad de Ciencias de la UNAM y en otras instituciones. Miembro fundador de la maestría en dinámica no lineal y sistemas complejos de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. Es profesor titular de tiempo completo del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias donde es miembro del Grupo de Biología Matemática. Ha sido profesor visitante de varias universidades e institutos del extranjero (Oxford, Cambridge, Leipzig, Barcelona, ICTP en Trieste, La Habana, Oberwolfach, Estocolmo, Minnesota, Campinas, etc.) y de México. Desde 1994 es miembro del Sistema Nacional de Investigadores.

J. Rafael Martínez E.

Obtuvo la licenciatura en física en la Facultad de Ciencias, UNAM, y el Master in Philosophy en The Open University, Inglaterra.

Es profesor de tiempo completo de la Facultad de Ciencias, UNAM, y ha realizado estancias de investigación en Italia, Francia y España. Sus áreas de interés son la historia de las matemáticas, la filosofía natural, en particular la óptica, y las relaciones entre las ciencias y las artes, desde la antigüedad hasta el Renacimiento.

José Marco V.

Tiene una licenciatura en biología por la Facultad de Ciencias; maestría en inmunología y doctorado en biofísica molecular por el Instituto de Investigaciones Biomédicas. Hizo su post-doctorado en la Universidad de Princeton, sobre epidemiología matemática. Fue director de Epidemiología y uno de los fundadores del Centro de Investigaciones sobre Enfermedades Infecciosas del Instituto Nacional de Salud Pública. Asimismo, fue director del Centro Internacional de Ciencias y uno de los fundadores de la Academia de Ciencias de Morelos. Actualmente, es Investigador Titular C de TC y jefe del Laboratorio de Biología Teórica en el Instituto de Investigaciones Biomédicas. Ha sido nivel II del Sistema Nacional de Investigadores y miembro de varias sociedades científicas como la American Mathematical Society y la International Society for the Study of the Origins of Life. Tiene más de 80 publicaciones en revistas indizadas en el *Journal of Citation Reports*, 26 capítulos de libros y 32 publicaciones de divulgación. Sus contribuciones a la ciencia son de biología teórica, y abarcan varios temas, entre los cuales destacan la biofísica molecular de la unión de ligandos a receptores, la epidemiología matemática de enfermedades infecciosas (sarampión, rotavirus, SIDA, helmintiasis, influenza), la variabilidad de la frecuencia cardiaca, la genómica evolutiva, el origen y evolución del código genético y del código del RNA de transferencia (tRNA), origen y evolución de virus, evolución de primates, el nucleosoma, y, recientemente, ha publicado sobre el uso de la entropía multivariada para encontrar alertas tempranas en 4 tipos de cáncer. Ha sido galardonado con la Medalla Gabino Barreda 2 veces, Premio Nacional de Ciencias de Física y Matemáticas (2006) otorgado por la Academia de Ciencias de Cuba, Premio Rosenkranz de Syntex (2003). Ha graduado a 14 alumnos de licenciatura y 7 de doctorado. Ha impartido 170 conferencias en congresos internacionales, muchas de ellas como invitado. Ha refereeado cerca de 100 artículos y ha sido varias veces reconocido como *outstanding reviewer* por revistas de Springer y Elsevier.

Iván González Torre

Estudiante predoctoral en física de sistemas complejos por la Universidad Politécnica de Madrid. Recientemente, ha sido becado Fulbright-Schuman en la Universidad de California Merced, para la realización de estudios en lingüística cuantitativa y anteriormente también fue becado por el gobierno alemán con una beca DAAD.

Oriol Artíme

Físico de formación. Actualmente se encuentra finalizando su doctorado por la Universitat de les Illes Balears, en el grupo de sociofísica del Instituto de Física Interdisciplinar y Sistemas Complejos (IFISC). De forma paralela, es investigador en la Bruno Kessler Foundation, Italia, trabajando en proyectos que tienen las redes complejas como elemento común. Sus intereses académicos son interdisciplinares y se centran en la aplicación de conceptos y métodos de la física estadística en problemas provenientes de áreas científicas diferentes a la física tradicional.

Laura Loeza Reyes

Investigadora Titular A de tiempo completo, definitiva, CEIICH, UNAM. Doctora en ciencia política por la Universidad de París 1, Panthéon Sorbonne. Maestra en sociología política por el Instituto de Investigaciones Dr. José Ma. Luis Mora. Licenciada en sociología por la Facultad de Ciencias Políticas y Sociales de la UNAM. Temas de investigación: redes de actores sociales; organizaciones de la sociedad civil; derechos humanos; identidades políticas; procesos de cambio político en México, todos ellos relacionados. Sobre estos temas ha publicado diversos artículos y capítulos de libro; coordinado proyectos de investigación y libros colectivos.

Olga Flores-Cano

Realizó estudios de licenciatura en psicología en la Universidad Nacional Autónoma de México. Estudia el doctorado en el área de psicología social y ambiental. Ha colaborado en proyectos de docencia e investigación como: Dimensiones ambientales en el bienestar subjetivo y en la calidad de vida (PAPIIT IN305413-3); Cambio climático y comportamiento humano: percepción social de las causas, consecuencias y opciones de adaptación (PAPIIT IN307009-3); Estudio de cultura del agua (2013) CONAGUA, IIingen, Facultad de Psicología. Ha escrito como coautora: *Vínculos percibidos entre consumo*

doméstico de energía y cambio climático (2013); *Cambio climático y comportamiento humano: percepción social de las causas, consecuencias, vulnerabilidad y opciones de adaptación* (2013); *Wellbeing, quality of life and environmental quality: their meaning using natural semantic networks* (2014); *The meaning of wellbeing through semantic networks* (2014), y, *Climate change and human behavior, social perception of causes, consequences, vulnerability and adaptation options*, memoria in extenso del 2do Congreso Interamericano de Cambio Climático (2016).

Isabel Reyes–Lagunes

Profesora emérita de la Facultad de Psicología, UNAM, SNI III, miembro del Comité Académico de los Posgrados de Ciencias Médicas, Odontológicas y de la Salud, y el de Maestría y Doctorado en Psicología. Recibió diversas distinciones por su labor como investigadora y aportaciones a la psicología, así como por su amplia contribución a la psicología social en el área de cultura, personalidad y etnopsicometría. Ha participado en diferentes proyectos de investigación. De los más recientes: Identificación de los conceptos culturalmente relevantes que niños mexicanos asocian con maltrato infantil: Pre propuesta para una herramienta de tamizaje; Evaluación del impacto de las estrategias estudiantiles en el extranjero (DGECI–Facultad de Psicología, UNAM); *Investigador principal*. Cuenta con numerosas colaboraciones y publicaciones tanto nacionales como internacionales; entre las más relevantes se encuentran: *El desarrollo de la personalidad en dos culturas: México y Estados Unidos*; *Impacto de la televisión educativa en el desarrollo infantil*; *Evaluación de Plaza Sésamo en México*; *La personalidad del mexicano*; *El otro yo del mexicano y la medición de la personalidad en México*; *Identificación de adolescentes mexicanos víctimas y agresores en bullying*, y, *Conceptuación y desarrollo de la etnopsicometría en México*.

Sofia Rivera–Aragón

Profesora de carrera y PRIDE “D” de la Facultad de Psicología, UNAM, en el Posgrado del Área de Psicología Social, SNI nivel I. Es docente y formadora de estudiantes de licenciatura y del posgrado, investigadora independiente y difusora y promotora de la investigación en la Facultad de Psicología, de Medicina en el área de Epidemiología Clínica en la UNAM, en programas de verano de la Academia de Investigación Científica, Programa Delfín, programa Jaguar y el Minority Health International Research Training Program, University of Southern California. Obtuvo la licenciatura, maestría y docto-

rado en la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional Autónoma de México. Ha sido responsable y corresponsable de 11 proyectos de investigación financiados por la Organización Panamericana de la Salud, Conacyt y DGAPA-PAPPIT. Ha publicado 103 artículos en revistas con arbitraje y circulación nacional e internacional y 234 capítulos en libros especializados, tiene 7 libros publicados y 2 en prensa, 152 resúmenes en extenso y 12 reportes técnicos

Juan Carlos Villa Soto

Doctor en Estudios Latinoamericanos con estudios profesionales de psicología y de posgrado en economía en la especialidad del cambio tecnológico. Ha sido editor de publicaciones de difusión de la ciencia de la Academia Mexicana de Ciencias y de la Academia Nacional de Medicina de México. Ha sido profesor de las Divisiones de Investigación y de Estudios de Posgrado de la Escuela Nacional de Estudios Profesionales Iztacala y de la Facultad de Medicina de la UNAM. En la actualidad es Técnico Académico Titular C, adscrito al Programa de Investigación Ciencia y Tecnología del Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades de la UNAM. Sus temas de interés comprenden la teoría y la práctica de la investigación interdisciplinaria y la política científica y tecnológica en México. Ha sido coordinador del Diplomado de Actualización Profesional en Investigación Interdisciplinaria (DAPII) y del Diplomado de Actualización Profesional Perspectivas de la Investigación Interdisciplinaria, modalidad a distancia (DIPIID), impartidos por el CEIICH, así como del Diplomado de Actualización Profesional en Investigación Interdisciplinaria en Educación Ambiental para la Sustentabilidad (DIIEAS) impartido por el CEIICH / IISUE. Fue editor fundador de la revista **INTERdisciplina**.

Rosa María Mendoza Rosas

Licenciada en sociología por la UNAM, candidata a maestra en geografía, con orientación en sociedad y territorio. Técnica Académica Titular A de Tiempo Completo en el CEIICH. Profesora de Asignatura en la Facultad de Ciencias Políticas y Sociales de la UNAM. Coordinadora del Diplomado Ciencia Médica y Ciencia de la Complejidad, impartido en el Instituto de Investigaciones Biomédicas de la UNAM. Coordinadora del Seminario Economía y Complejidad.

Guía para autores

INTER DISCIPLINA es una revista de acceso abierto, publica artículos que son resultado de investigación interdisciplinaria y reflexión crítica mediante la interacción entre las ciencias y las humanidades, sobre los grandes problemas nacionales y mundiales generando propuestas para su solución. Reflexiones argumentadas sobre las implicaciones del trabajo interdisciplinario desde una perspectiva teórica, epistemológica, metodológica y/o práctica. Análisis de las ideas de transformación de las formas de pensamiento y organización del conocimiento y los saberes en el siglo XXI. Análisis críticos sobre el proceso de integración del conocimiento.

Aplicación de criterios éticos

Esta publicación se adhiere a la declaración y normas del Committee on Publication Ethics (COPE).

Revisión de pares

Los artículos son sometidos a revisión por especialistas en el tema, en la modalidad de doble ciego.

Los artículos se deben enviar en formato Word a través de la dirección electrónica: rev.interd@unam.mx

Características y estructura

Los artículos deben ser inéditos y no estar en proceso de evaluación de otra publicación.

- *Extensión:* no exceder 60,000 caracteres (25 cuartillas: página tamaño carta, fuente Times New Roman, 12 puntos, interlineado de 1.5 líneas, márgenes 2.5 x 2.5 x 2.5 cm).
- *Resumen:* los artículos escritos en español o un idioma distinto deberán presentar el resumen tanto en el idioma original como en inglés. La extensión máxima será de 200 palabras.
- *Palabras clave:* se presentarán las palabras clave, igualmente, tanto en el idioma original como en inglés. Estas deben tener un carácter temático.
- *Datos del autor(es):* deben incluir nombre y apellidos, correo electrónico, adscripción institucional, así como la formación académica.

Referencias

— *Citas:* presentarlas acorde con el *Manual de Estilo Chicago* 15a edición. Estas deben estar incorporadas en el texto, señalando, entre paréntesis y en el siguiente orden: apellido de las y los autores y el año de publicación. En el caso de citas textuales, se indicará la página de la referencia.

Ejemplos:

(Hobsbawm 1995, 140)

(Dagnino, Olvera y Panfichi 2010, 220)

— *Notas a pie de página:* fuente Times New Roman, 10 puntos e interlineado sencillo.

— *Referencias bibliográficas:* presentarlas al final del artículo, en orden alfabético acorde con el primer apellido de las y los autores.

Ejemplos:

i. *Libro de un autor:* Hobsbawm, Eric. 1995. *Historia del siglo XX*. Barcelona: Crítica.

ii. *Libro de dos o más autores:* Dagnino, Evelina, Alberto Olvera y Aldo Panfichi. 2010. *La disputa por la construcción democrática en América Latina*. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

iii. *Sección de libro:* Álvarez, Sonia E. 2001. «Los feminismos latinoamericanos se globalizan: tendencias de los 90 y retos para el nuevo milenio.» En Arturo Escobar, Sonia E. Álvarez y Evelina Dagnino (eds.), *Política cultural y cultura política. Una nueva mirada sobre los movimientos sociales latinoamericanos*. Bogotá: Taurus, ICANH, 345-380.

iv. *Artículo de revista:* Levitsky, Steven y Lucan Way. 2004. «Elecciones sin democracia. El surgimiento del autoritarismo competitivo.» *Estudios Políticos*, (5)24: 159-176.

v. *Artículo de periódico:* Reuter. 2013. «Renuncia Benedicto XVI “por falta de fuerzas”.» *La Jornada*, febrero 11, 1-2.

Figuras e ilustraciones

Deben entregarse en un archivo anexo indicando las páginas en las que deben insertarse. Las imágenes deben señalar el autor(a) y la fuente. Las tablas y gráficas deben entregarse en archivo Excel o Word indicando las páginas en las que deben insertarse.

Guidance for authors

INTER DISCIPLINA is an open access journal that publishes articles which are the result of interdisciplinary research and critical reflection involving the interaction between science and the humanities, concerning major national and global issues, and generating propositions for their solution. Also, reasoned reflections on the implications of interdisciplinary work from theoretical, epistemological, methodological and practical points of view, and analyses of conceptions of the transformation of thought forms and organization of knowledge and learning in the twenty first century. Critical analyses of processes involved in the integration of knowledge are also welcome.

Application of ethical criteria

This publication adheres to the declaration and standards of the Committee on Publication Ethics (COPE).

206

Peer review

The articles are subject to review by specialists in the subject, double-blind mode.

Papers should be submitted in Word format to rev.interd@unam.mx

Characteristics and structure

Papers should be unpublished and not in any evaluation process by other journals.

- *Length:* no longer than 60,000 characters (25 A4 pages, in 12 point Times New Roman font, with 1.5 line spacing and 2.5 × 2.5 × 2.5 cm margins).
- *Summary:* papers written in Spanish or any other language should enclose a summary in the original language and in English. Maximum length should be 200 words.
- *Keywords:* papers written in any language other than Spanish should present keywords in the original language and in English. These should be thematic.
- *Authors information:* should include author's full name and surnames, email, institutional affiliation, as well as academic degrees.

References

- *Quotes:* should be presented according to the *Chicago Style Manual*, 15th Ed. Quotes

should be included in text, followed in brackets by, in the following order: surname(s) of the author(s) and year of publication. In the case of verbatim quotes, page of reference should be indicated.

Examples:

(Hobsbawm 1995, 140)

(Dagnino, Olvera and Panfichi 2010, 220)

- *Footnotes:* numbered or not, as necessity dictates, should be entered at the bottom of each page. Font: 10 point Times New Roman, with single spacing.
- *Bibliographic references:* should be enlisted at the end of the paper, in alphabetical order, according to the first surname of the author(s).

Examples:

i. *Book by one author:* Hobsbawm, Eric. 1995. *Historia del siglo XX*. Barcelona: Crítica.

ii. *Book by two or more authors:* Dagnino, Evelina, Alberto Olvera and Aldo Panfichi. 2010. *La disputa por la construcción democrática en América Latina*. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.

iii. *Section of a book:* Álvarez, Sonia E. 2001. «Los feminismos latinoamericanos se globalizan: tendencias de los 90 y retos para el nuevo milenio». In Arturo Escobar, Sonia E. Álvarez y Evelina Dagnino (eds.), *Política cultural y cultura política. Una nueva mirada sobre los movimientos sociales latinoamericanos*. Bogotá: Taurus, ICANH, 345-380.

iv. *Article in a journal:* Levitski, Steven and Lucan Way. 2004. «Elecciones sin democracia. El surgimiento del autoritarismo competitivo». *Estudios Políticos*, (5)24: 159-176.

v. *Article in a newspaper:* Reuter. 2013. «Renuncia Benedicto XVI "por falta de fuerzas"». *La Jornada*, February 11, 1-2.

Figures and illustrations

Should be presented in a separate file, indicating the pages in which they must be inserted. All images must mention the author and the source. Tables and graphs should be presented in an Excel or Word file, indicating the pages in which they must be inserted.

INTER DISCIPLINA

VOLUMEN 8 / NÚMERO 20 / ENERO–ABRIL 2020



CONTENIDO

PRESENTACIÓN

Ricardo Mansilla

EDITORIAL

Pedro Miramontes

DOSIER

La alometría, una ley de potencias ubicua en la estructura de los seres vivos

Faustino Sánchez Garduño, José Luis Gutiérrez Sánchez

Leyes de escalamiento y criticalidad en modelos de votantes y dinámica neuronal

Maximino Aldana

On the stability and adaptability of human physiology: Gaussians meet heavy-tailed distributions

Ruben Fossion, Ariel Sáenz–Burrola, Leonardo Zapata–Fonseca

Multifractal scaling in epidemics

José Marco V., Juan R. Bobadilla, Erick López-Sánchez

Rasgos de criticalidad y complejidad en la fecundación

Daniel Alejandro Priego Espinosa, Andrés Alejandro Aguado, Jesús Espinal Enríquez, Alberto Darszon, Gustavo Martínez Mekler

¿Es el habla una señal crítica auto-organizada?

Iván G. Torre, Oriol Artíme, Antoni Hernández–Fernández, Bartolo Luque

OBITUARIO

Germinal Cocho

Ricardo Mansilla Corona

COMUNICACIONES INDEPENDIENTES

Visibilizando a las víctimas: entre el paradigma seguritista y el paradigma de los derechos humanos

Laura Loeza Reyes

Bienestar subjetivo y su estudio con redes semánticas en análisis lineal y no lineal

Olga Flores–Cano, Isabel Reyes–Lagunes, Sofía Rivera–Aragón, Ricardo Mansilla–Corona

Criterios para definir el carácter interdisciplinario de diseños curriculares universitarios

Juan Carlos Villa Soto, Rosa María Mendoza Rosas

RESEÑAS

The formula. The universal laws of success

Ricardo Mansilla Corona

The computer book. From the abacus to artificial intelligence, 250 milestones in the history of computer science

Ricardo Mansilla Corona

COLABORAN EN ESTE NÚMERO