MAC5711 ANÁLISE DE ALGORITMOS: LISTA 1

Exercício 1.2.

- Usando a definição de notação *no*, prove que

Item a

- $n^7 - 7n^5 + 10^{\pi/e}n^2 + 5000 = \mathrm{O}(n^7)$;

prova. Devemos mostrar que, para n suficientemente grande, existe uma constante c tal que, $n^7 - 7n^5 + 10^{\pi/e}n^2 + 5000 \le cn^7$. De fato, para $n \ge 0$ tem-se que

$$\begin{aligned}
n^7 - 7n^5 + 10^{\pi/e}n^2 + 5000 &\le n^7 + 7n^7 + 10^2n^7 + 5000n^7 \\
&\le n^7 + 7n^7 + 10^2n^7 + 5000n^7 \\
n^7 - 7n^5 + 10^{\pi/e}n^2 + 5000 &\le 5108n^7.
\end{aligned}$$

□

Item b

- $2\left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil = \mathrm{O}(n)$;

prova. Devemos mostrar que, para n suficientemente grande, existe uma constante c tal que, $2\left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil \le cn$. De fato, para $n \ge 0$ tem-se que

$$\begin{aligned}
2\left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil &\le 2\left(\frac{n}{5} + 1\right) \\
&\le \frac{2}{5}n + 2n \\
2\left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil &\le \frac{12}{5}n.
\end{aligned}$$

□

Exercício 1.3.

- Prove ou dê um contraexemplo para cada uma das afirmações abaixo:

Item e

- Se $f(n) = \mathrm{O}(g(n))$ então $2^{f(n)} = \mathrm{O}(2^{g(n)})$

prova. Dado que, para n suficientemente grande, existe uma constante c_0 tal que, $f(n) \leq c_0 g(n)$, devemos mostrar que, para n suficientemente grande, existe uma constante c_1 tal que, $2^{f(n)} \leq c_1 2^{g(n)}$. De fato, para n suficientemente grande, tem-se que

$$f(n) \leq c_0 g(n) \Rightarrow 2^{f(n)} \leq 2^{c_0 g(n)} \Rightarrow 2^{f(n)} \leq 2^{c_0} 2^{g(n)}.$$

$\square$