

컴퓨터과학기초

6주차

불 대수, 논리식의 간소화

인하공업전문대학 컴퓨터정보과

이수정 교수

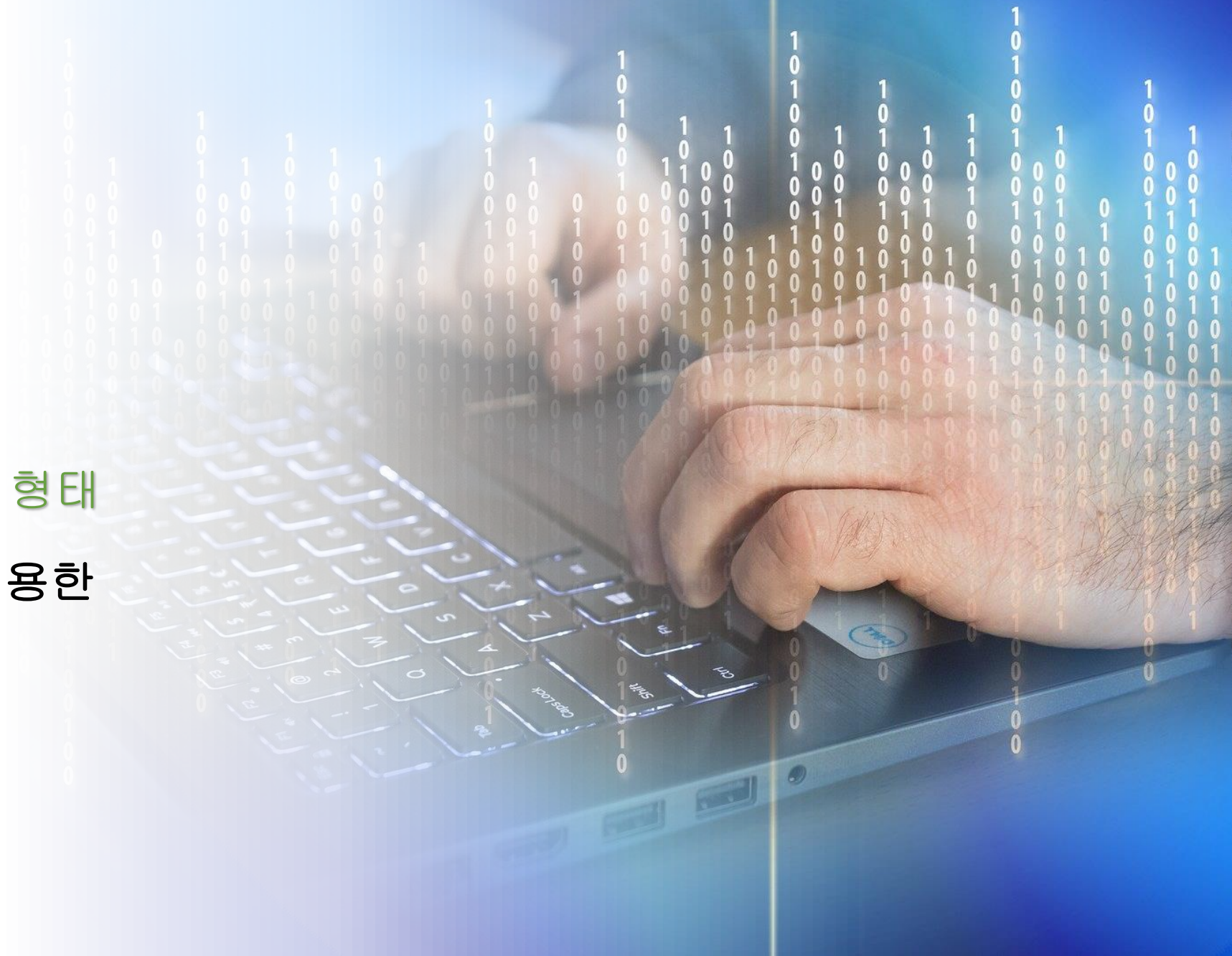


차례

Ch.5 불 대수

5. 불 대수식의 표현 형태

6. 불 대수 법칙을 이용한
논리식의 간소화

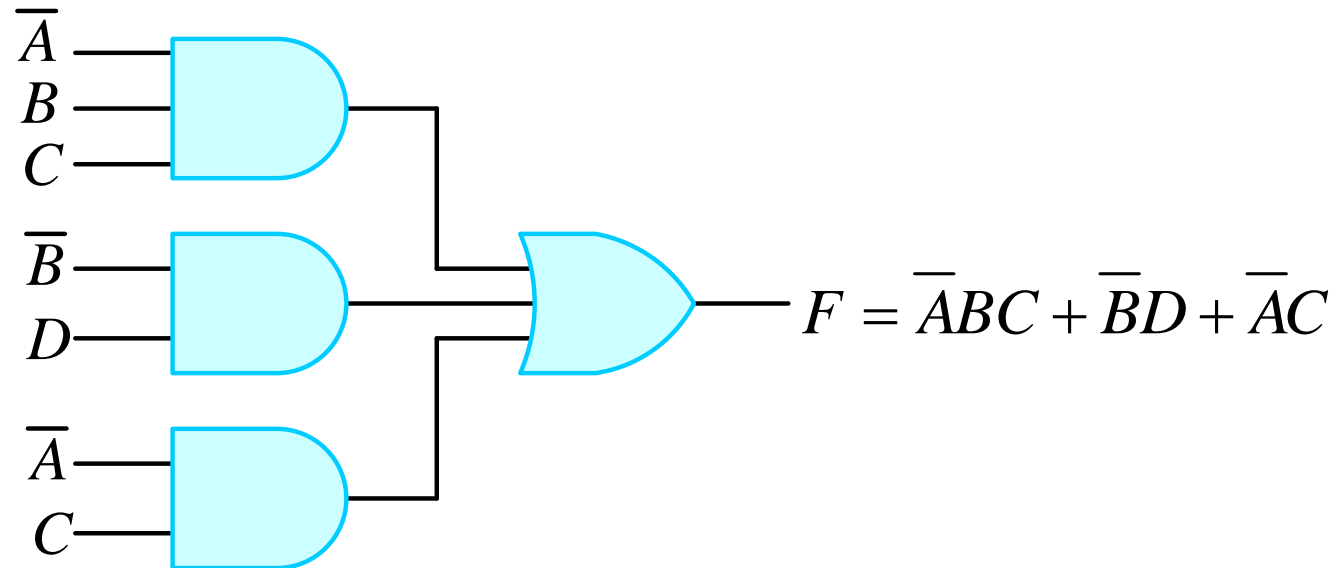


5. 불 대수식의 표현 형태

1) 곱의 합과 최소항

■ 곱의 합(Sum of Product, SOP)

- SOP의 구성은 1 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 구성되고, 2 단계는 OR항(합의 항, sum term)으로 만들어진 논리식



5. 불 대수식의 표현 형태

■ 최소항(Minterm)

- 최소항 : 표준 곱의 항
- 표준 곱의 항이란 함수에 모든 변수를 포함하고 있음
- 예: 4변수 A, B, C, D 일 때:

최소항의 예

$$\bar{A}BC\bar{D}$$
$$ABCD$$

곱의 합(SOP)
의 예

$$F = \bar{A}BC\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + ABCD$$

$$F = B + \bar{A}C + A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$F = \bar{A} + B + C$$

$$F = A\bar{C}$$

minterm

non minterm

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 진리표로부터 최소항식을 표현하는 방법

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

($A=0$ AND $B=1$) OR ($A=1$ AND $B=0$) OR ($A=1$ AND $B=1$) 일 때, $F = 1$ 이다. 또는

($\bar{A} = 1$ AND $B=1$) OR ($A=1$ AND $\bar{B} = 1$) OR ($A=1$ AND $B=1$) 일 때, $F = 1$ 이다. 또는

$\bar{A}B = 1$ OR $A\bar{B} = 1$ OR $AB = 1$ 일 때, $F = 1$ 이다.



$$f = \bar{A}B + A\bar{B} + AB$$

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 2변수 최소항의 표현 방법

A	B	최소항	기호
0	0	$\overline{A}\overline{B}$	m_0
0	1	$\overline{A}B$	m_1
1	0	$A\overline{B}$	m_2
1	1	AB	m_3

입력		출력	
A	B	F	
0	0	0	m_0
0	1	1	m_1
1	0	1	m_2
1	1	1	m_3

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{aligned} F(A, B) &= \overline{A}B + A\overline{B} + AB \\ &= m_1 + m_2 + m_3 \\ &= \sum m(1, 2, 3) \end{aligned}$$

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 3변수 최소항의 표현 방법

A B C	최소항	기호
0 0 0	$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$	m_0
0 0 1	$\overline{A}\overline{B}C$	m_1
0 1 0	$\overline{A}B\overline{C}$	m_2
0 1 1	$\overline{A}BC$	m_3
1 0 0	$A\overline{B}\overline{C}$	m_4
1 0 1	$A\overline{B}C$	m_5
1 1 0	$AB\overline{C}$	m_6
1 1 1	ABC	m_7

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 3변수 최소항의 표현 예

$A B C$	F	최소항	기호
0 0 0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	m_0
0 0 1	1	$\bar{A}\bar{B}C$	m_1
0 1 0	0	$\bar{A}B\bar{C}$	m_2
0 1 1	1	$\bar{A}BC$	m_3
1 0 0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	m_4
1 0 1	1	$A\bar{B}C$	m_5
1 1 0	0	$AB\bar{C}$	m_6
1 1 1	1	ABC	m_7

$$F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7)$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC$$

$$\bar{F}(A, B, C) = \sum m(2, 4, 6)$$

$$= \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

$$F(A, B, C) = \sum m(0, 1, 3, 5, 7) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC$$

$$= \overline{\bar{F}} = \overline{\sum m(2, 4, 6)} = \overline{\bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}}$$

$$\bar{F}(A, B, C) = \sum m(2, 4, 6) = \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C}$$

$$= \overline{\sum m(0, 1, 3, 5, 7)} = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC}$$

5. 불 대수식의 표현 형태

곱의 합과 최소항

예제 5-3

다음 진리표를 이용하여 F 와 \bar{F} 를 최소항식으로 나타내어라.

$A B C$	F	\bar{F}
0 0 0	0	1
0 0 1	1	0
0 1 0	1	0
0 1 1	1	0
1 0 0	1	0
1 0 1	1	0
1 1 0	0	1
1 1 1	0	1

풀이

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\ &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(A, B, C) &= \sum m(0, 6, 7) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC \end{aligned}$$

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 4변수 최소항의 표현 방법

$A B C D$	최소항	기호	$A B C D$	최소항	기호
0 0 0 0	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	m_0	1 0 0 0	$A \overline{B} \overline{C} \overline{D}$	m_8
0 0 0 1	$\overline{A} \overline{B} \overline{C} D$	m_1	1 0 0 1	$A \overline{B} \overline{C} D$	m_9
0 0 1 0	$\overline{A} \overline{B} C \overline{D}$	m_2	1 0 1 0	$A \overline{B} C \overline{D}$	m_{10}
0 0 1 1	$\overline{A} \overline{B} C D$	m_3	1 0 1 1	$A \overline{B} C D$	m_{11}
0 1 0 0	$\overline{A} B \overline{C} \overline{D}$	m_4	1 1 0 0	$A B \overline{C} \overline{D}$	m_{12}
0 1 0 1	$\overline{A} B \overline{C} D$	m_5	1 1 0 1	$A B \overline{C} D$	m_{13}
0 1 1 0	$\overline{A} B C \overline{D}$	m_6	1 1 1 0	$A B C \overline{D}$	m_{14}
0 1 1 1	$\overline{A} B C D$	m_7	1 1 1 1	$A B C D$	m_{15}

[Example]

$$F(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 5, 9, 11, 15)$$

$$F = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} \overline{B} \overline{C} D + \overline{A} B \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} \overline{C} \overline{D} + A \overline{B} C \overline{D} + A B C D$$

5. 불 대수식의 표현 형태

2) 합의 곱과 최대항

- 합의 곱 구성 : 1 단계는 OR항(합의 항, sum term)으로 구성되고, 2 단계는 AND항(곱의 항, product term)으로 만들어진 논리식.
- 모든 변수를 포함하는 OR항을 맥스텀(maxterm) 또는 최대항이라 한다.
- 예: 4변수 A, B, C, D 일 때

최대항의 예

$$\begin{aligned}\bar{A} + B + C + \bar{D} \\ A + B + C + D\end{aligned}$$

합의 곱(POS)
의 예

$$\left. \begin{aligned}(\bar{A} + B + C + \bar{D})(A + B + C + D) \\ (A + B)(A + C) \\ A(A + C) \\ A \\ A + B\end{aligned} \right\}$$

maxterm

non maxterm

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 최대항 표현 방법

$A B$	최대항	기호
0 0	$A + B$	M_0
0 1	$A + \overline{B}$	M_1
1 0	$\overline{A} + B$	M_2
1 1	$\overline{A} + \overline{B}$	M_3

<2변수인 경우>

$A B C$	최대항	기호
0 0 0	$A + B + C$	M_0
0 0 1	$A + B + \overline{C}$	M_1
0 1 0	$A + \overline{B} + C$	M_2
0 1 1	$A + \overline{B} + \overline{C}$	M_3
1 0 0	$\overline{A} + B + C$	M_4
1 0 1	$\overline{A} + B + \overline{C}$	M_5
1 1 0	$\overline{A} + \overline{B} + C$	M_6
1 1 1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$	M_7

<3변수인 경우>

5. 불 대수식의 표현 형태

$A B C D$	최대항	기호	$A B C D$	최대항	기호
0 0 0 0	$A + B + C + D$	M_0	1 0 0 0	$\bar{A} + B + C + D$	M_8
0 0 0 1	$A + B + C + \bar{D}$	M_1	1 0 0 1	$\bar{A} + B + C + \bar{D}$	M_9
0 0 1 0	$A + B + \bar{C} + D$	M_2	1 0 1 0	$\bar{A} + B + \bar{C} + D$	M_{10}
0 0 1 1	$A + B + \bar{C} + \bar{D}$	M_3	1 0 1 1	$\bar{A} + B + \bar{C} + \bar{D}$	M_{11}
0 1 0 0	$A + \bar{B} + C + D$	M_4	1 1 0 0	$\bar{A} + \bar{B} + C + D$	M_{12}
0 1 0 1	$A + \bar{B} + C + \bar{D}$	M_5	1 1 0 1	$\bar{A} + \bar{B} + C + \bar{D}$	M_{13}
0 1 1 0	$A + \bar{B} + \bar{C} + D$	M_6	1 1 1 0	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D$	M_{14}
0 1 1 1	$A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$	M_7	1 1 1 1	$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}$	M_{15}

<4변수인 경우>

5. 불 대수식의 표현 형태

[Example]

$$\begin{aligned} F(A, B) &= (A + B)(A + \bar{B})(\bar{A} + B) \\ &= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \\ &= \prod M(0, 1, 2) \end{aligned}$$

입력		출력
A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

5. 불 대수식의 표현 형태

3) 최소항과 최대항의 관계

- 최소항은 출력이 1인 항을 SOP로 나타낸 것이고, 최대항은 출력이 0인 항을 POS로 나타낸 것이다.
- 최소항과 최대항은 상호 보수의 성질을 가진다.

$A B C$	F	\bar{F}	최소항 기호	최대항 기호	관 계
0 0 0	0	1	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ m_0	$A+B+C$ M_0	$M_0 = \bar{m}_0$
0 0 1	1	0	$\bar{A}\bar{B}C$ m_1	$A+B+\bar{C}$ M_1	$M_1 = \bar{m}_1$
0 1 0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$ m_2	$A+\bar{B}+C$ M_2	$M_2 = \bar{m}_2$
0 1 1	1	0	$\bar{A}BC$ m_3	$A+\bar{B}+\bar{C}$ M_3	$M_3 = \bar{m}_3$
1 0 0	1	0	$A\bar{B}\bar{C}$ m_4	$\bar{A}+B+C$ M_4	$M_4 = \bar{m}_4$
1 0 1	1	0	$A\bar{B}C$ m_5	$\bar{A}+B+\bar{C}$ M_5	$M_5 = \bar{m}_5$
1 1 0	0	1	$AB\bar{C}$ m_6	$\bar{A}+\bar{B}+C$ M_6	$M_6 = \bar{m}_6$
1 1 1	0	1	ABC m_7	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$ M_7	$M_7 = \bar{m}_7$

5. 불 대수식의 표현 형태

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\ &= \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \\ &= \overline{\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C} \\ &= \overline{\bar{A}\bar{B}C} \cdot \overline{\bar{A}B\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A}BC} \cdot \overline{A\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{A\bar{B}C} \\ &= \overline{(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)(A + \bar{B} + \bar{C})(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + B + \bar{C})} \\ &= \prod M(1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \sum m(1, 2, 3, 4, 5) \\ &= \overline{\prod M(1, 2, 3, 4, 5)} \\ &= \prod M(0, 6, 7) \\ &= \overline{\sum m(0, 6, 7)} \end{aligned}$$

최소항을 부정하면
최대항

최대항을 부정하면
최소항

5. 불 대수식의 표현 형태

$$\begin{aligned}\bar{F}(A, B, C) &= \sum m(0, 6, 7) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC \\ &= \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC} \\ &= \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{A\bar{B}\bar{C}} \cdot \overline{ABC} \\ &= \overline{(A + B + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})} \\ &= \overline{\prod M(0, 6, 7)}\end{aligned}$$

⇒ $\bar{F}(A, B, C) = \sum m(0, 6, 7) = \overline{\prod M(0, 6, 7)} = \overline{\prod M(1, 2, 3, 4, 5)} = \overline{\sum m(1, 2, 3, 4, 5)}$

5. 불 대수식의 표현 형태

■ 최소항식과 최대항식의 관계

- 최소항과 최대항을 표기할 때 보수가 된다.
- 최소항을 부정하면 최대항 형식이 되고, 최대항을 부정하면 최소항 형식이 된다.
- 일반적으로 최소항을 선호한다.

		필요한 형태			
		F 의 최소항식	F 의 최대항식	\bar{F} 의 최소항식	\bar{F} 의 최대항식
주어진 형태	$F = \Sigma m(1, 2, 3, 4, 5)$		$\Pi M(0, 6, 7)$	$\Sigma m(0, 6, 7)$	$\Pi M(1, 2, 3, 4, 5)$
	$F = \Pi M(0, 1, 2)$	$\Sigma m(3, 4, 5, 6, 7)$		$\Sigma m(0, 1, 2)$	$\Pi M(3, 4, 5, 6, 7)$
	$\bar{F} = \Sigma m(0, 2, 4, 6)$	$\Sigma m(1, 3, 5, 7)$	$\Pi M(0, 2, 4, 6)$		$\Pi M(1, 3, 5, 7)$
	$\bar{F} = \Pi M(0, 1, 6, 7)$	$\Sigma m(0, 1, 6, 7)$	$\Pi M(2, 3, 4, 5)$	$\Sigma m(2, 3, 4, 5)$	

6. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ (1)식을 간소화하는 과정

$$1) \quad \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

$$2) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + ABC$$

$$3) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + AC$$

$$4) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + BC$$

$$\begin{aligned} \boxed{\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC} + \boxed{A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C} + ABC &= (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC) + (A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C) + ABC \\ &= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + ABC \\ &= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + ABC \\ &= \bar{A}B + A\bar{B} + ABC \end{aligned}$$

6. 불대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ (1)식을 간소화하는 과정

$$\begin{aligned} & \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + ABC + \bar{A}\bar{B}C \\ &= (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC) + (A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) + (ABC + \bar{A}\bar{B}C) \\ &= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + AC(B + \bar{B}) \\ &= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + AC \cdot 1 \\ &= \bar{A}B + A\bar{B} + AC \end{aligned}$$

동일한 항 추가

$X+X=X$ 를 이용

$$\begin{aligned} & \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC + \bar{A}\bar{B}C \\ &= (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) + (A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C) + (ABC + \bar{A}\bar{B}C) \\ &= \bar{A}B(\bar{C} + C) + A\bar{B}(\bar{C} + C) + BC(A + \bar{A}) \\ &= \bar{A}B \cdot 1 + A\bar{B} \cdot 1 + BC \cdot 1 \\ &= \bar{A}B + A\bar{B} + BC \end{aligned}$$

동일한 항 추가

$X+X=X$ 를 이용

6. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ (2)식을 간소화하는 과정

$$1) \quad \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

$$2) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + ABC$$

$$3) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + AC$$

$$4) \quad \bar{A}B + A\bar{B} + BC$$

$$A(\bar{A} + B) = A\bar{A} + AB = 0 + AB = AB$$

$$A + \bar{A}B = (A + \bar{A})(A + B) = 1 \cdot (A + B) = A + B$$

$$\begin{aligned}\bar{A}B + A\bar{B} + ABC &= \bar{A}B + A(\bar{B} + BC) = \bar{A}B + A(\bar{B} + B)(\bar{B} + C) \\ &= \bar{A}B + A \cdot 1 \cdot (\bar{B} + C) = \bar{A}B + A\bar{B} + AC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{A}B + A\bar{B} + ABC &= B(\bar{A} + AC) + A\bar{B} = B(\bar{A} + A)(\bar{A} + C) + A\bar{B} \\ &= B \cdot 1 \cdot (\bar{A} + C) + A\bar{B} = \bar{A}B + A\bar{B} + BC\end{aligned}$$

6. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ 간소화하는 과정 예

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \sum m(0, 1, 3, 5, 7) \\ &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \boxed{\bar{A}\bar{B}C} + \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC \\ &= \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) + \bar{A}C(\bar{B} + B) + AC(\bar{B} + B) \\ &= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C + AC \\ &= \bar{A}\bar{B} + C(\bar{A} + A) \\ &= \bar{A}\bar{B} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{F}(A, B, C) &= \overline{\sum m(0, 1, 3, 5, 7)} = \sum m(2, 4, 6) \\ &= \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \boxed{ABC} \\ &= B\bar{C}(\bar{A} + A) + A\bar{C}(\bar{B} + B) \\ &= B\bar{C} + A\bar{C} = (A + B)\bar{C} \end{aligned}$$

6. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

■ 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우

A	B	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

■ 2변수로 나타낼 수 있는 모든 경우의 논리식

$F_0 = 0$	$F_1 = AB$	$F_2 = \overline{A}\overline{B}$	$F_3 = A$
$F_4 = \overline{A}B$	$F_5 = B$	$F_6 = \overline{A}B + A\overline{B}$	$F_7 = A + B$
$F_8 = \overline{A}\overline{B}$	$F_9 = \overline{A}\overline{B} + AB$	$F_{10} = \overline{B}$	$F_{11} = A + \overline{B}$
$F_{12} = \overline{A}$	$F_{13} = \overline{A} + B$	$F_{14} = \overline{A} + \overline{B}$	$F_{15} = 1$

- n 개의 입력 변수가 있을 때 진리표의 행의 개수는 2^n 개이며, 2^{2^n} 개의 서로 다른 함수가 존재

$$n=2 \quad 2^{2^2} = 16$$

$$n=3 \quad 2^{2^3} = 2^8 = 256$$

$$n=4 \quad 2^{2^4} = 2^{16} = 65536$$

6. 불 대수 법칙을 이용한 논리식의 간소화

$$F_3 = A\bar{B} + AB = A(\bar{B} + B) = A$$

$$F_5 = \bar{A}B + AB = (\bar{A} + A)B = B$$

$$F_7 = \bar{A}B + A\bar{B} + AB = (\bar{A} + A)B + A(\bar{B} + B) = A + B$$

$$F_{10} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} = (\bar{A} + A)\bar{B} = \bar{B}$$

$$F_{11} = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} + AB = (\bar{A} + A)\bar{B} + A(\bar{B} + B) = A + \bar{B}$$

$$F_{12} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B = \bar{A}(\bar{B} + B) = \bar{A}$$

$$F_{13} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + AB = \bar{A}(\bar{B} + B) + (\bar{A} + A)B = \bar{A} + B$$

$$F_{14} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} = \bar{A}(\bar{B} + B) + (\bar{A} + A)\bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$$



차례

Ch.6 논리식의 간소화

1. 2변수 카르노 맵



논리식의 간소화

■ 논리식을 간소화하는 방법

- 부울 대수를 이용한 간소화 : 복잡하고 실수 확률도 있고 검증도 어렵다.
- 체계적으로 논리식을 간소화하기 위해 카르노 맵(1953년 Maurice Karnaugh가 소개)과 퀸-맥클러스키 방법(1956년 Willard Van Orman Quine과 Edward J. McCluskey 개발)이 필요
- 카르노 맵
 - 함수에서 사용할 최소항들을 각 칸 안에 넣어 표로 만든 것
- 퀸-맥클러스키 방법
 - 많은 변수에 대해서도 쉽게 간소화

체계적으로 논리식을 간소화

1. 2변수 카르노 맵

■ 2변수 카르노 맵 표현 방법

$A \backslash B$	\bar{B}	B
	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
A	$A\bar{B}$	AB

$A \backslash B$	\bar{B}	B
	m_0	m_1
\bar{A}	m_0	m_1
A	m_2	m_3

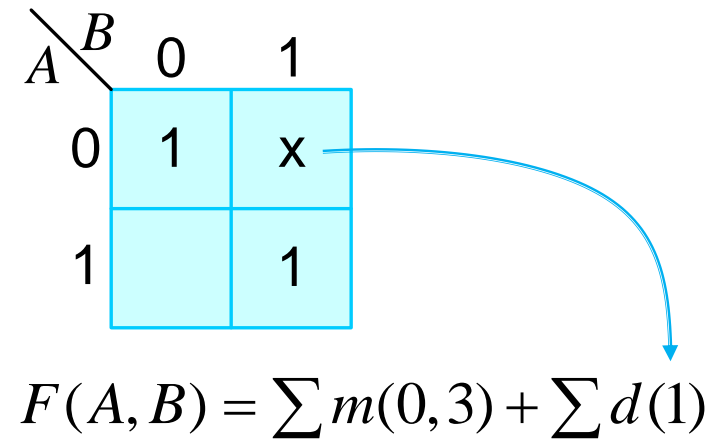
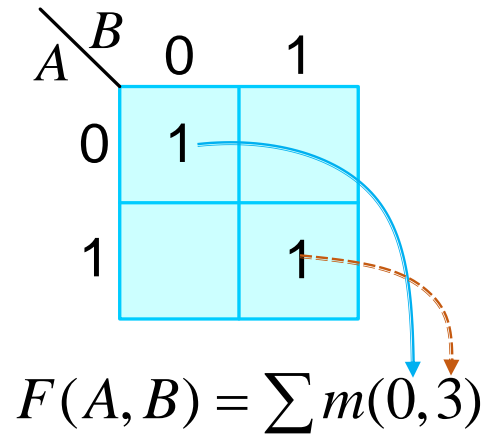
$A \backslash B$	0	1
	0	1
0	0	1
1	2	3

$B \backslash A$	\bar{A}	A
	m_0	m_2
\bar{B}	m_0	m_2
B	m_1	m_3

- 무관항(don't care)
 - 입력이 결과에 영향을 미치지 않는 최소항
 - x 로 표시하거나 d로 표시

1. 2변수 카르노 맵

■ 일반항과 무관항 표현



- 출력이 1이거나 무관항만 표시한다.
- 출력 0을 표시하여도 되지만 일반적으로 생략한다.

1. 2변수 카르노 맵

■ 카르노 맵을 이용한 간소화 방법

- ① 출력이 같은 항을 1, 2, 4, 8, 16개로 그룹을 지어 묶을 수 있고,
- ② 바로 이웃한 항들끼리 묶을 수 있으며,
- ③ 반드시 직사각형이나 정사각형의 형태로 묶어야 하고,
- ④ 최대한 크게 묶는다.
- ⑤ 중복하여 묶어서 간소화된다면 중복하여 묶는다.
- ⑥ 무관항의 경우 간소화될 수 있으면 묶어 주고, 그렇지 않으면 묶지 않는다.

A \ B	0	1
0	1	1
1		

$$F = \bar{A}$$

$A=0$ 이므로 \bar{A}

$B=0$ and 1 이므로 제거

즉, 한 변수에서 서로 다른 값이 묶여지면 제거한다.

부울 대수의 법칙으로 풀면

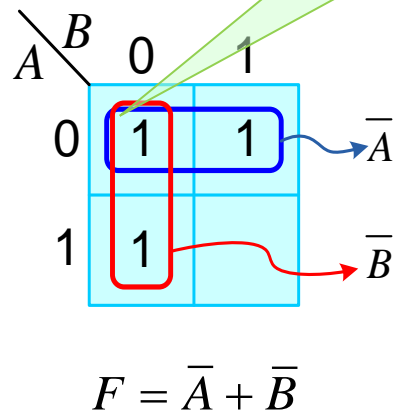
$$F = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B$$

$$= \bar{A}(\bar{B} + B) = \bar{A} \cdot 1 = \bar{A}$$

1. 2변수 카르노 맵

■ 간소화 예

A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



중복하여도 되므로
크게 묶는다.

부울 대수의 법칙으로 풀면

$$\begin{aligned} F &= \sum m(0,1,2) = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B} \\ &= \bar{A}(\bar{B} + B) + \bar{B}(\bar{A} + A) \\ &= \bar{A} \cdot 1 + \bar{B} \cdot 1 \\ &= \bar{A} + \bar{B} \end{aligned}$$

다음 시간

7주차 : 논리식의 간소화

