

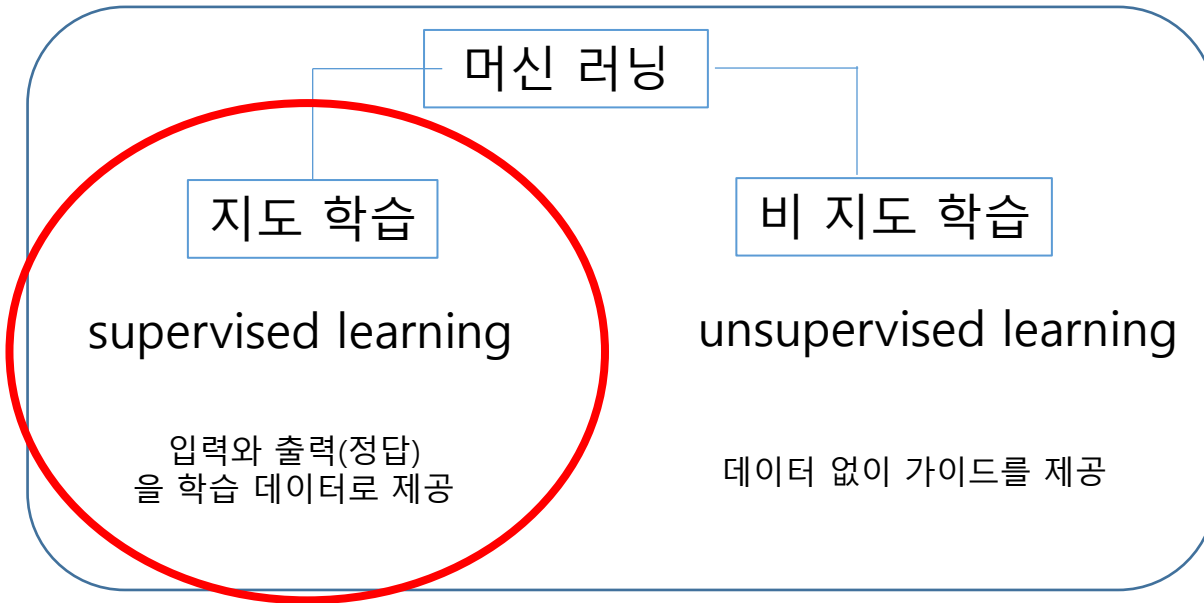
AI 프로그래밍

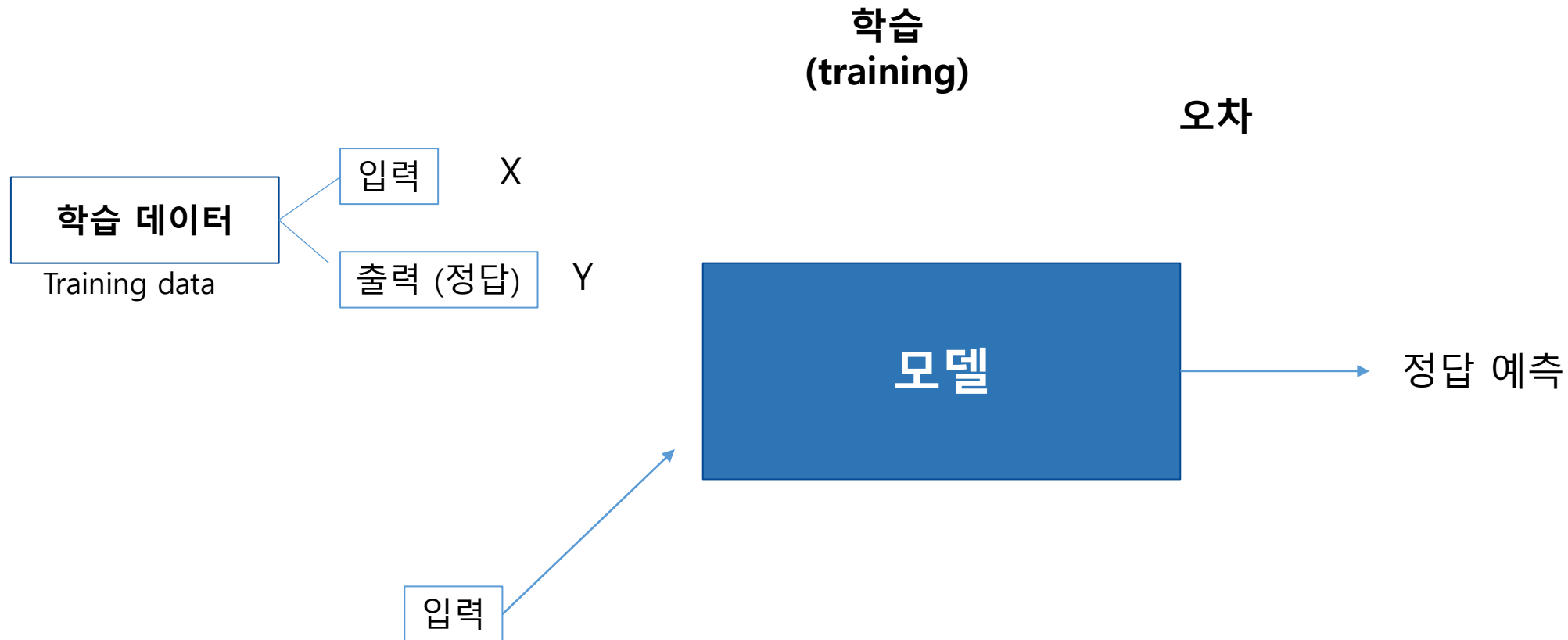
- 3주차

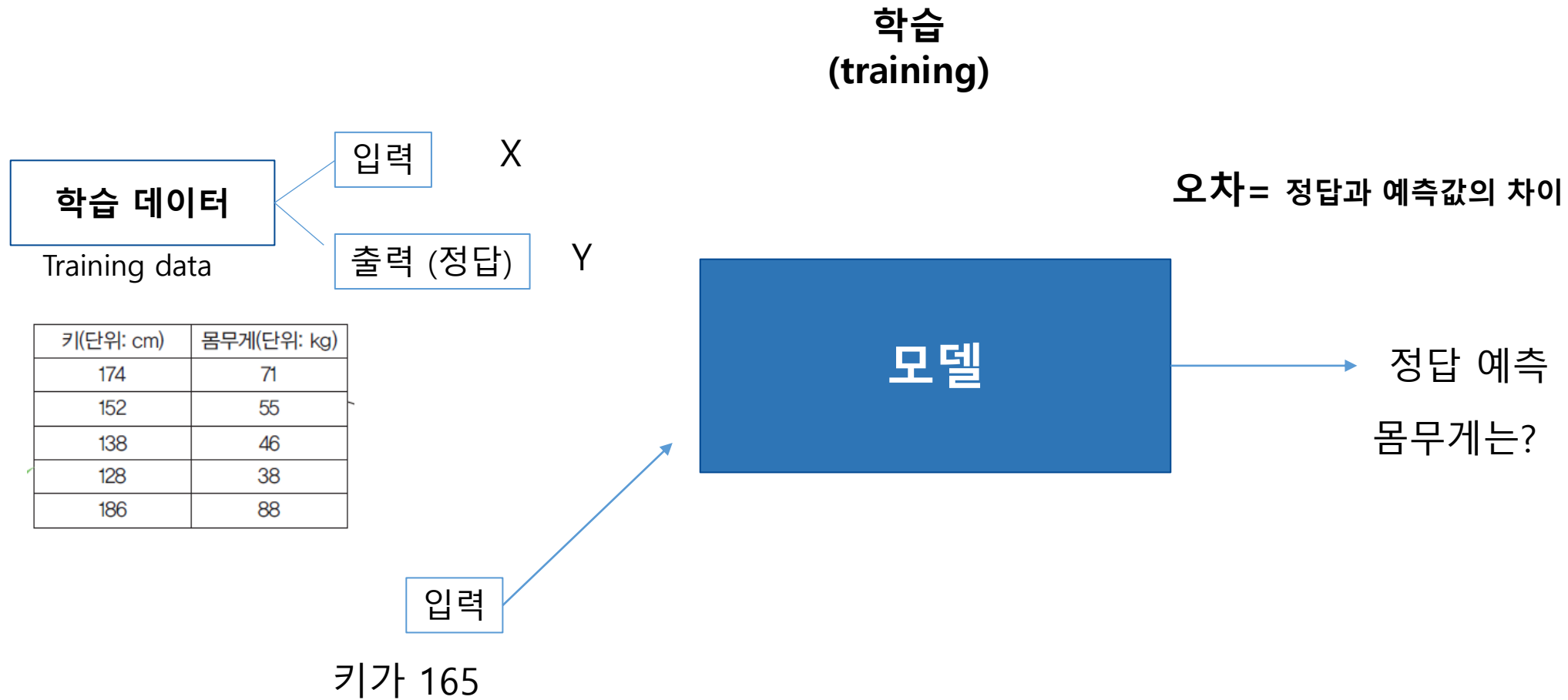


이하 공전 컴퓨터 정보과
민 정혜

- 지난 주 내용 복습
- 선형 회귀 실습 (linear regression)
- 경사하강법







회귀 (regression)

- 데이터를 이용하여 결과를 예측 하는 함수를 도출 $y=f(x)$

- 선형 회귀

- 입력 값 x 가 1차원일때
- 직선의 방정식
- $Y=ax+b$

$\Rightarrow Y=wx+b$, w : weight, b : bias

키(단위: cm)	몸무게(단위: kg)
174	71
152	55
138	46
128	38
186	88

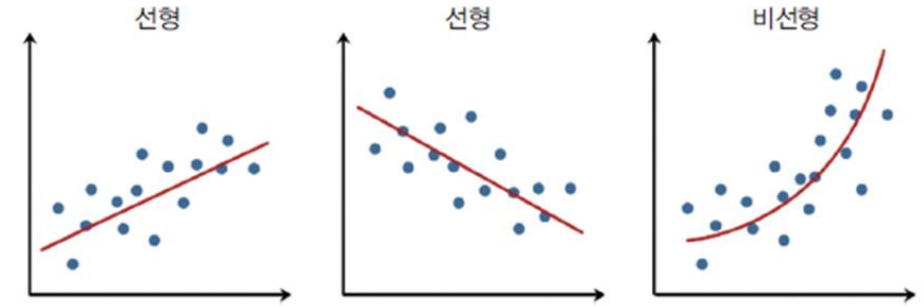


그림 4-2 회귀의 종류

참고자료 : 딥러닝 express

공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4

선형 회귀 예제

- 공부한 시간(x)과 성적 (y)
- $Y=wx+b$ 로 예측
- 오차를 최소화 하는 w와 b 찾기

공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4

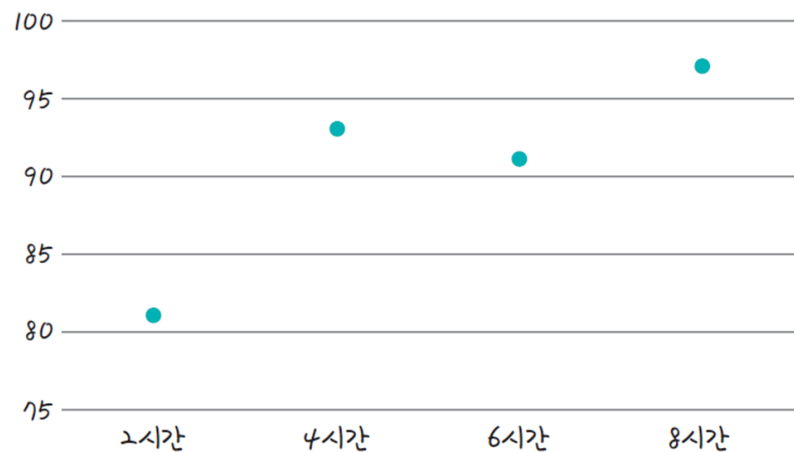


그림 3-4 공부한 시간과 성적의 관계도

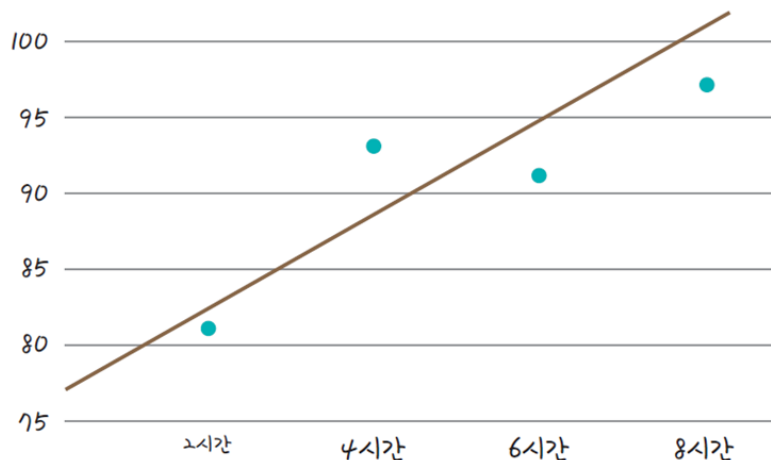


그림 3-5 임의의 직선 그려보기

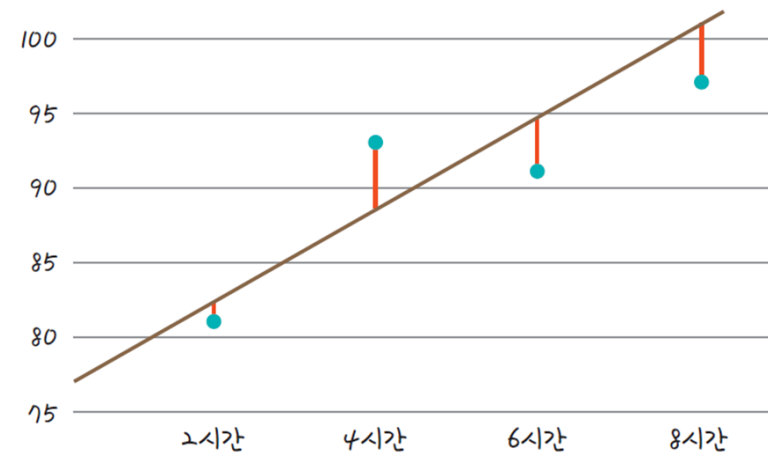


그림 3-6 임의의 직선과 실제 값 사이의 거리

오차

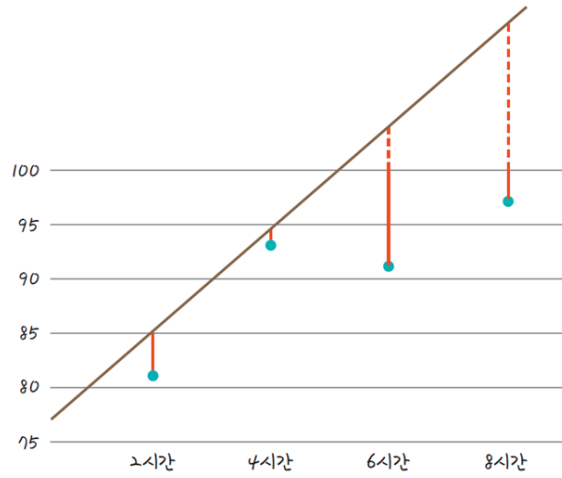


그림 3-7 기울기를 너무 크게 잡았을 때의 오차

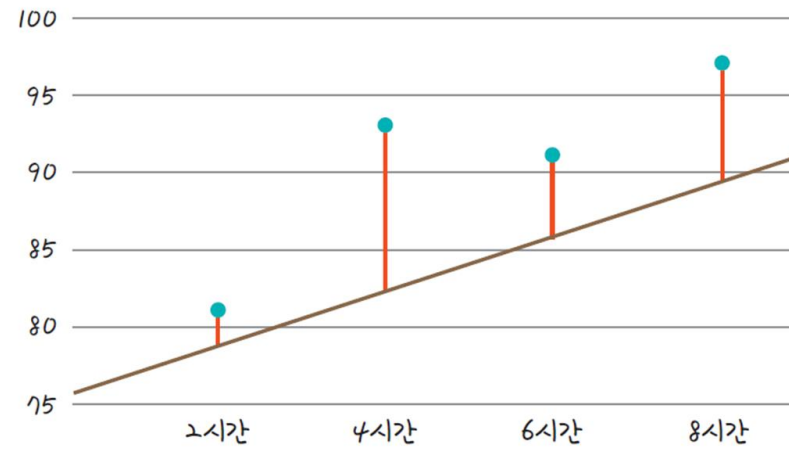


그림 3-8 기울기를 너무 작게 잡았을 때의 오차

X	Y
0	3
1	3.5
2	5.5

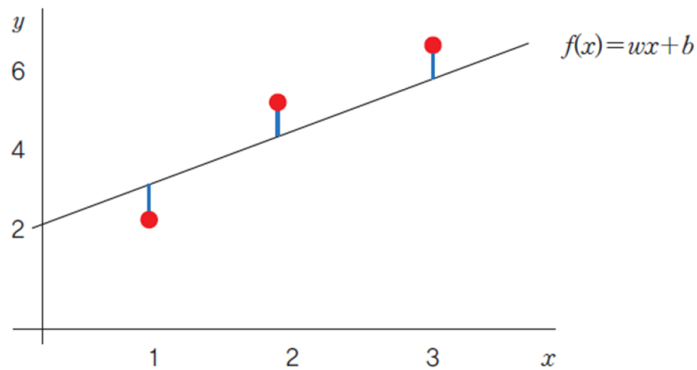


그림 4-5 데이터와 직선 간의 거리

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
X = np.array([0.0, 1.0, 2.0])
y = np.array([3.0, 3.5, 5.5])
```

```
w = 0    # 기울기
b = 0    # 절편
```

```
lr_rate = 0.01 # 학습률
epochs = 1000 # 반복 횟수
```

```
n = float(len(X)) # 입력 데이터의 개수
```

```
# 경사 하강법
```

```
for i in range(epochs):
```

```
    y_pred = w*X + b
    dw = (2/n) * sum(X * (y_pred-y))
    db = (2/n) * sum(y_pred-y)
    w = w - lr_rate * dw
    b = b - lr_rate * db
```

```
# 기울기와 절편을 출력한다.
```

```
print (w, b)
```

```
# 예측값을 만든다.
```

```
y_pred = w*X + b
```

```
# 입력 데이터를 그래프 상에 찍는다.
```

```
plt.scatter(X, y)
```

```
# 예측값은 선그래프로 그린다.
```

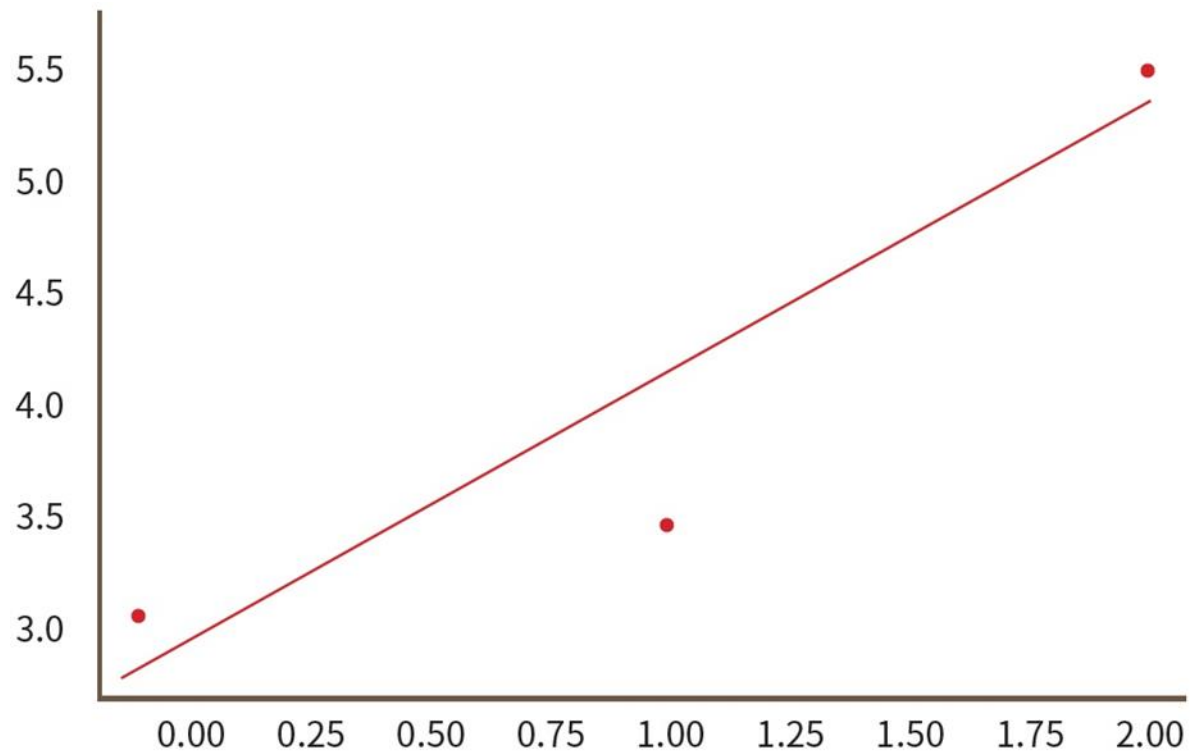
```
plt.plot([min(X), max(X)], [min(y_pred), max(y_pred)], color='red')
plt.show()
```

```
# 선형 회귀 예측값
```

```
# 넘파이 배열간의 산술 계산은 요소별로 적용
# sum()은 모든 요소들의 합을 계산하는 내장 함수
# 기울기 수정
# 절편 수정
```

선형 회귀 예제

x	Y
0	3
1	3.5
2	5.5



$$Y=1.252*x+2.745$$

X=3, 6.5

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
def mse(y,y_hat):
    return ((y-y_hat)**2).mean()
```

```
def mse_val(y,predict_result):
    return mse(np.array(y),np.array(predict_result))
```

```
X = np.array([0.0, 1.0, 2.0])
y = np.array([3.0, 3.5, 5.5])
```

```
w = 0      # 기울기
b = 0      # 절편
```

```
lr = 0.01 # 학습률
epochs = 500 # 반복 횟수
```

```
n = float(len(X)) # 입력 데이터의 개수
```

```
# 경사 하강법
for i in range(epochs):
    y_pred = w*X + b      # 선형 회귀 예측값
    dw = (2/n) * sum(X * (y_pred-y)) # 넘파이 배열간의 산술 계산은 요소별로 적용
    db = (2/n) * sum(y_pred-y)      # sum()은 모든 요소들의 합을 계산하는 내장 함수
    w = w - lr * dw      # 기울기 수정
    b = b - lr * db      # 절편 수정
    if (i%50==0):
        print('iteration %3d: loss  %4.2f w %3.2f b %3.2f'%(i,mse(y,y_pred),w,b))
```

```
# 기울기와 절편을 출력한다.
print ('##### final w,b',w, b)
```

```
# 예측값을 만든다.
y_pred = w*X + b
```

```
# 입력 데이터를 그래프 상에 찍는다.
plt.scatter(X, y)
```

```
# 예측값은 선그래프로 그린다.
plt.plot([min(X), max(X)], [min(y_pred), max(y_pred)], color='red')
plt.show()
```

첫번째 loss 값과 w,b 값을 저에게 채팅으로 보내 주세요.

```

for i in range(epochs):
    y_pred = w*X + b      # 선형 회귀 예측값
    dw = (2/n) * sum(X * (y_pred-y)) # 넘파이 배열간
    의 산술 계산은 요소별로 적용
    db = (2/n) * sum(y_pred-y)  # sum()은 모든 요소
    들의 합을 계산하는 내장 함수
    w = w - lr * dw      # 기울기 수정
    b = b - lr * db      # 절편 수정
    if (i%50==0):
        print('iteration %3d: loss  %4.2f w  %3.2f b  %3.2f
        '%(i,mse(y,y_pred),w,b))

```

```

iteration 0: loss 17.17 w 0.10 b 0.08
iteration 50: loss 0.61 w 1.73 b 1.71
iteration 100: loss 0.33 w 1.73 b 2.05
iteration 150: loss 0.24 w 1.63 b 2.23
iteration 200: loss 0.19 w 1.53 b 2.36
iteration 250: loss 0.16 w 1.47 b 2.45
iteration 300: loss 0.15 w 1.41 b 2.52
iteration 350: loss 0.14 w 1.37 b 2.58
iteration 400: loss 0.13 w 1.34 b 2.62
iteration 450: loss 0.13 w 1.32 b 2.65
##### final w,b 1.3033228991130752
2.6760184293088694

```

1.25 2.74

x	Y
0	3
1	3.5
2	5.5

```
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn import linear_model
```

```
# 선형 회귀 모델을 생성한다.
reg = linear_model.LinearRegression()
```

```
# 데이터는 파이썬의 리스트로 만들어도 되고 아니면 넘파이의 배열로 만들어도 됨
X = [[0], [1], [2]] # 반드시 2차원으로 만들어야 함
y = [3, 3.5, 5.5] # y = x + 3
```

```
# 학습을 시킨다.
reg.fit(X, y)
```

```
print(reg.coef_) # 직선의 기울기
print(reg.intercept_) # 직선의 y-절편
print(reg.score(X, y))
```

```
print(reg.predict([[5]]))
```

```
# 학습 데이터와 y 값을 산포도로 그린다.
plt.scatter(X, y, color='black')
```

```
# 학습 데이터를 입력으로 하여 예측값을 계산한다.
y_pred = reg.predict(X)
```

```
# 학습 데이터와 예측값으로 선그래프로 그린다.
# 계산된 기울기와 y 절편을 가지는 직선이 그려진다.
plt.plot(X, y_pred, color='blue', linewidth=3)
plt.show()
```

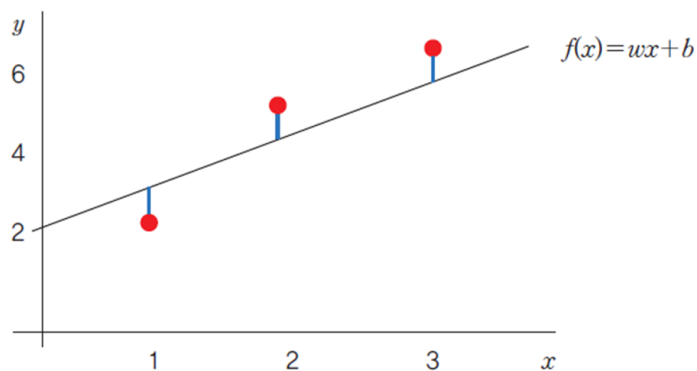
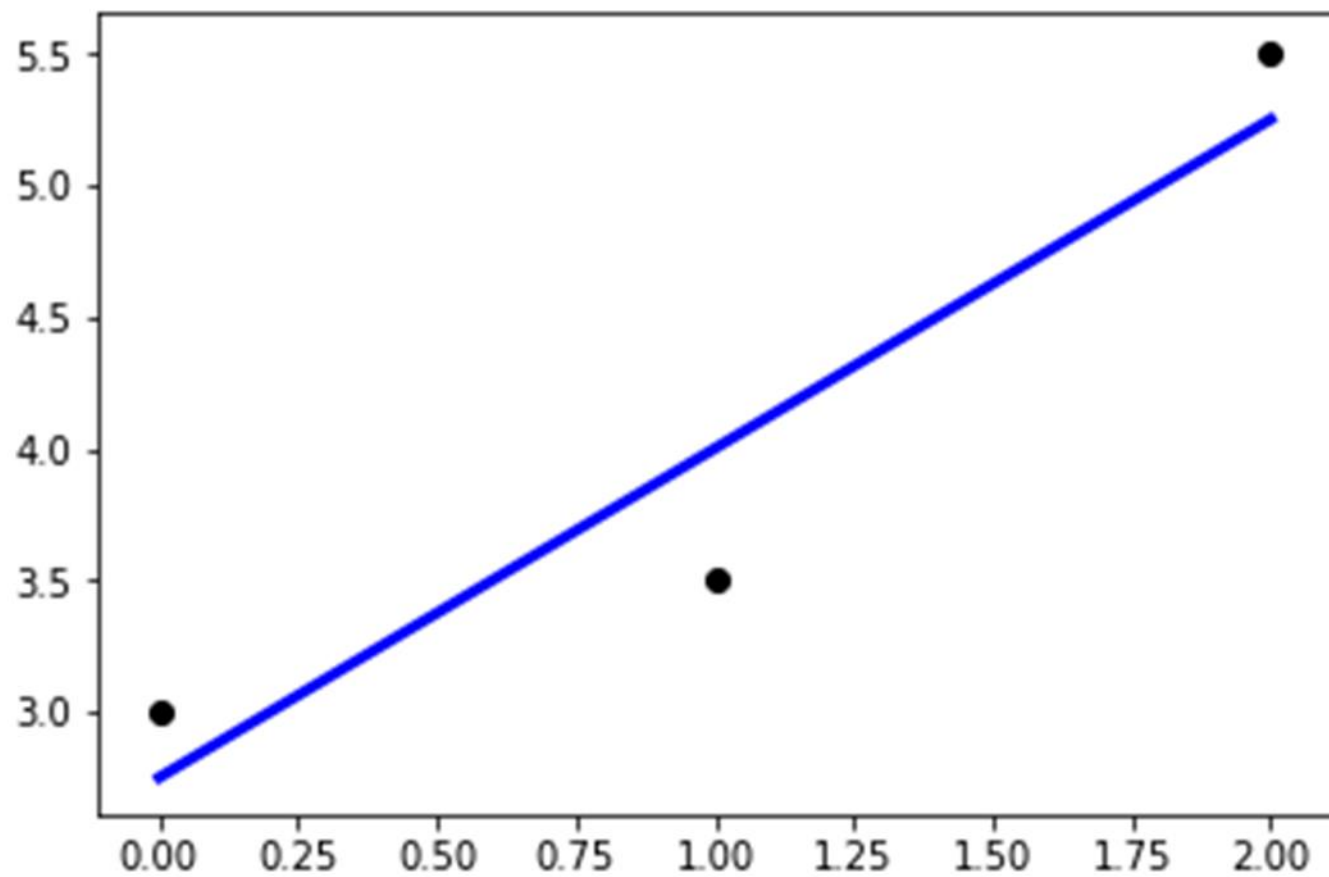


그림 4-5 데이터와 직선 간의 거리



indexing으로 길이가 1인 새로운 축 추가
: arr[:, np.newaxis, :]

```
a = np.array([1., 2., 3., 4.])
```

```
shape : (4,)
```



a[:, np.newaxis]

```
array([[1.],  
       [2.],  
       [3.],  
       [4.]])
```

```
shape : (4, 1)
```

```
import numpy as np
```

```
arr = np.array([1, 2, 3, 4])
```

```
arr1=arr
```

```
arr2=arr[np.newaxis]
```

```
arr3=arr[:, np.newaxis]
```

```
print(arr1,arr1.shape)
```

```
print(arr2,arr2.shape)
```

```
print(arr3,arr3.shape)
```

```
arr1 [1 2 3 4] (4,)
```

```
arr2 [[1 2 3 4]] (1, 4)
```

```
arr3 [[1] [2] [3] [4]] (4, 1)
```

선형 회귀 예제 실습 - 당뇨병 예제

인하공전 컴퓨터 정보과

특징(10개)

age	sex	bmi	bp	s1	s2	s3	s4	s5	s6
...									

데이터 개수 (442)

혈당
...

bmi

Bmi와 혈당간의 관계 예측

```
diabetes_X, diabetes_y = datasets.load_diabetes(return_X_y=True)
```

```
print('diabetes_X',diabetes_X.shape )
```

하나의 특징(BMI)만 추려내서 2차원 배열로 만든다. BMI 특징의 인덱스가 2이다.

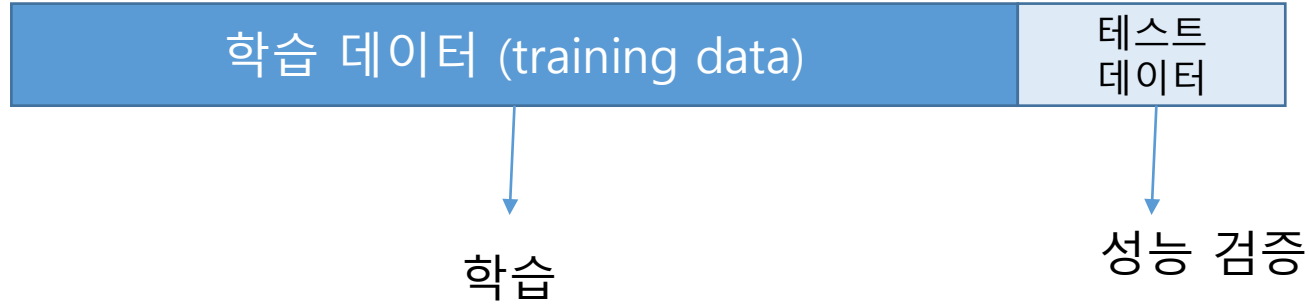
```
diabetes_X_new0 = diabetes_X[:, 2]
```

```
print('diabetes_X_new0',diabetes_X_new0.shape )
```

```
diabetes_X_new = diabetes_X_new0[:, np.newaxis]
```

```
print('diabetes_X_new',diabetes_X_new.shape )
```

```
diabetes_X (442, 10)
diabetes_X_new0 (442,)
diabetes_X_new (442, 1)
```

442개

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(diabetes_X_new, diabetes_y, test_size=0.1, random_state=0)
print('X_train',X_train.shape )
print('X_test',X_test.shape )
print('Y_train',y_train.shape )
print('Y_test',y_test.shape )
```

```
X_train (397, 1)
X_test (45, 1)
Y_train (397,)
Y_test (45,)
```

선형 회귀 예제 실습 - 당뇨병 예제

인하공전 컴퓨터 정보과

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from sklearn.linear_model import LinearRegression
from sklearn import datasets, linear_model
```

```
# 당뇨병 데이터 세트를 적재한다.
```

```
diabetes_X, diabetes_y = datasets.load_diabetes(return_X_y=True)
```

```
print('diabetes_X',diabetes_X.shape )
# 하나의 특징(BMI)만 추려내서 2차원 배열로 만든다. BMI 특징의 인덱스가 2이다.
diabetes_X_new0 = diabetes_X[:, 2]
print('diabetes_X_new0',diabetes_X_new0.shape )
diabetes_X_new = diabetes_X[:, np.newaxis, 2]
print('diabetes_X_new',diabetes_X_new.shape )
```

```
# 학습 데이터와 테스트 데이터를 분리한다.
```

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(diabetes_X_new, diabetes_y, test_size=0.1,
random_state=0)
print('X_train',X_train.shape)
print('X_test',X_test.shape)
print('y_train',y_train.shape)
print('y_test',y_test.shape)
```

```
regr = linear_model.LinearRegression()
regr.fit(X_train, y_train)
```

```
# 테스트 데이터로 예측해보자.
```

```
y_pred = regr.predict(X_test)
print(regr.predict([[0.01]])) # bmi가 0.01일때 혈당 예측값
```

```
# 실제 데이터와 예측 데이터를 비교해보자.
```

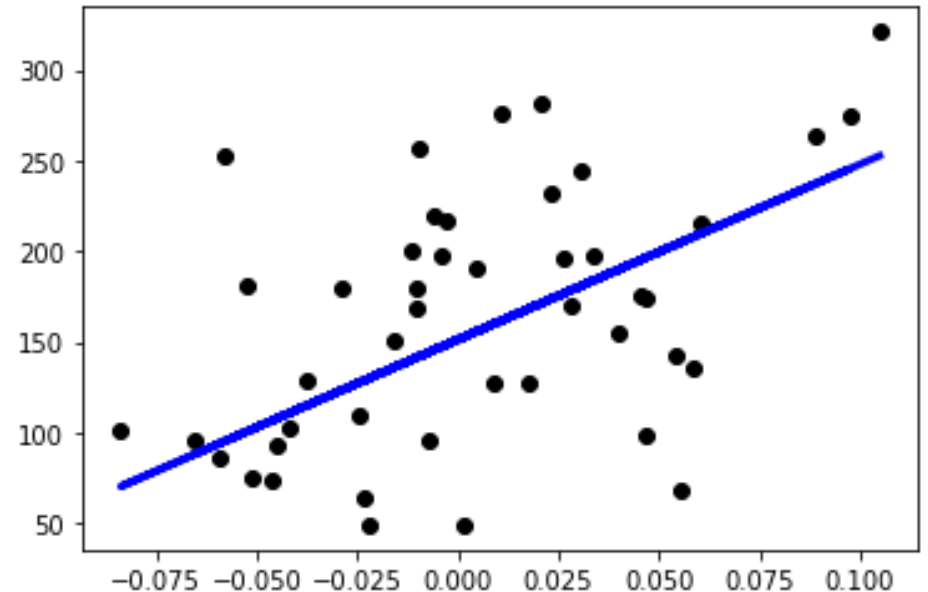
```
# plt.plot(y_test, y_pred, '.')

```

```
plt.scatter(X_test, y_test, color='black')
plt.plot(X_test, y_pred, color='blue', linewidth=3)
plt.show()
```

자료실의 diabetes_exe.ipynb

Bmi가 0.025일때의 혈당의 예측 값을 채팅으로 보내주세요



선형 회귀 예제 실습

다음은 집의 면적 당 가격을 정리한 표이다.

면적	5	7	12	13	19
가격	12	19	28	37	48

자료실의 `regression1.ipnb` 프로그램을 이용하여 (학습률은 0.001로 변경하시오)

- 1) 선형회귀로 분석 하여 직선의 방정식 $y=wx+b$ 를 구하여라
- 2) 면적이 10일때의 가격을 예측해보자.

```
print(w, b)
(w * 10 + b)
```

w, b, 면적이 10일때의 가격의 예측 값을 채팅으로 보내주세요.

선형 회귀 예제 실습

다음은 CPU 속도와 프로그래밍 수행 시간을 정리한 표이다.

CPU	30	50	80	90	120
수행 시간	70	140	145	170	260

자료실의 [regression2.ipnb](#) 프로그램을 이용하여

- 1) 선형회귀로 분석 하여 직선의 방정식 $y=wx+b$ 를 구하여라
- 1) CPU 속도가 100일때의 수행 시간을 예측 하시오.

w, b , CPU 속도가 100일때의 수행시간 예측 값을 예측 값을 채팅으로 보내주세요.

오차 계산하기 (1)

공부한 시간(x)	2	4	6	8
성적(실제 값, y)	81	93	91	97
예측 값	82	88	94	100
오차	1	-5	3	3

- 이렇게 해서 구한 오차를 모두 더하면 $1 + (-5) + 3 + 3 = 2$ 가 됨
- 이 값은 오차가 실제로 얼마나 큰지를 가늠하기에는 적합하지 않음
- 오차에 양수와 음수가 섞여 있어서 오차를 단순히 더해 버리면 합이 0이 될 수도 있기 때문임
- 부호를 없애야 정확한 오차를 구할 수 있음

$$\text{오차의 합} = \sum_i^n (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 이 식으로 오차의 합을 다시 계산하면 $1 + 25 + 9 + 9 = 44$ 임

오차=loss=손실 함수

오차 계산하기 (2)

- 평균 제곱 오차(Mean Squared Error, MSE) :

오차의 합에 이어 각 x 값의 평균 오차를 이용함

위에서 구한 값을 n으로 나누면 오차 합의 평균을 구할 수 있음

$$\text{평균 제곱 오차(MSE)} = \frac{1}{n} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 선형 회귀란 :

임의의 직선을 그어 이에 대한 평균 제곱 오차를 구하고, 이 값을 가장 작게 만들어 주는 a와 b 값을 찾아가는 작업임

오차 수정하기 : 경사 하강법

- $Y=ax$
- 오차가 가장 작은 지점은?

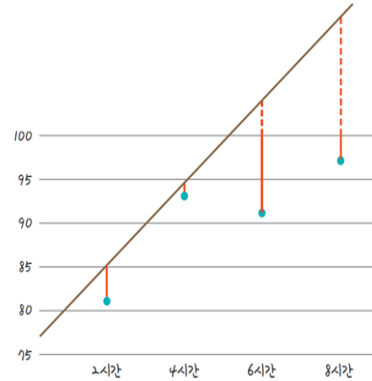


그림 3-7 기울기를 너무 크게 잡았을 때의 오차

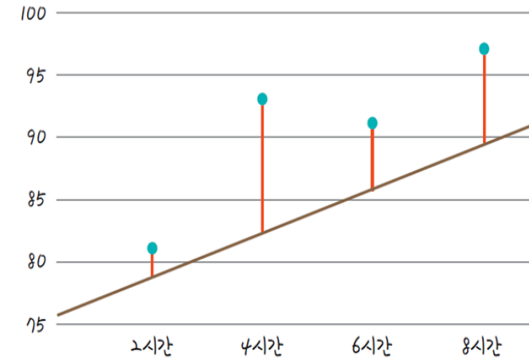
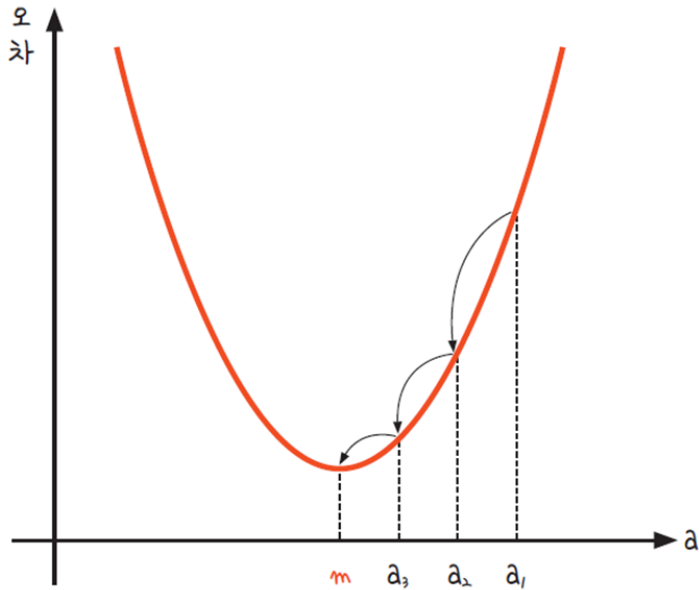


그림 3-8 기울기를 너무 작게 잡았을 때의 오차

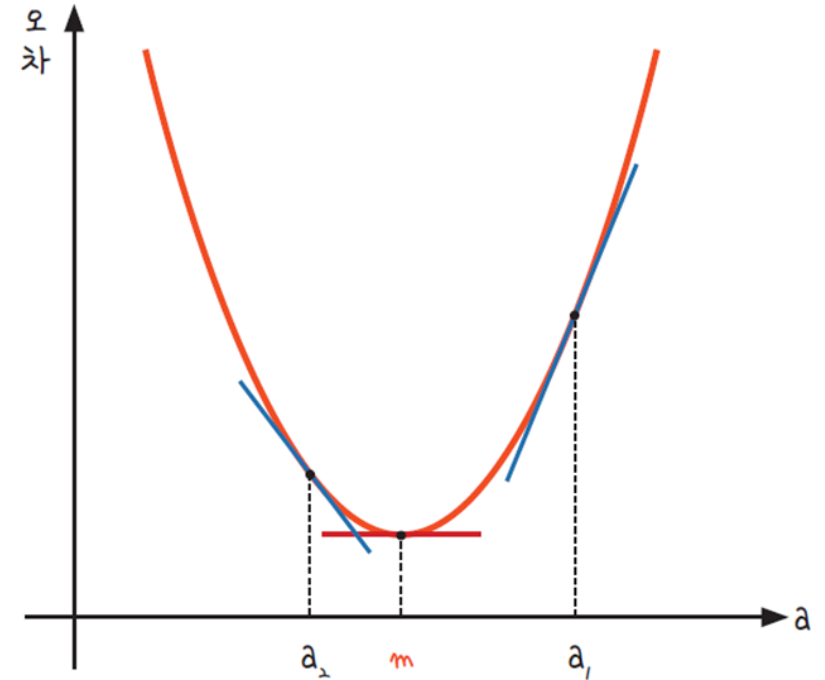


- 컴퓨터를 이용해 m 의 값을 구하려면 임의의 한 점(a_1)을 찍고 이 점을 m 에 가까운 쪽으로 점점 이동($a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3$)시키는 과정이 필요함
- 경사 하강법 (gradient descent):
그래프에서 오차를 비교하여 가장 작은 방향으로 이동시키는 방법이 있는데 바로 미분 기울기를 이용



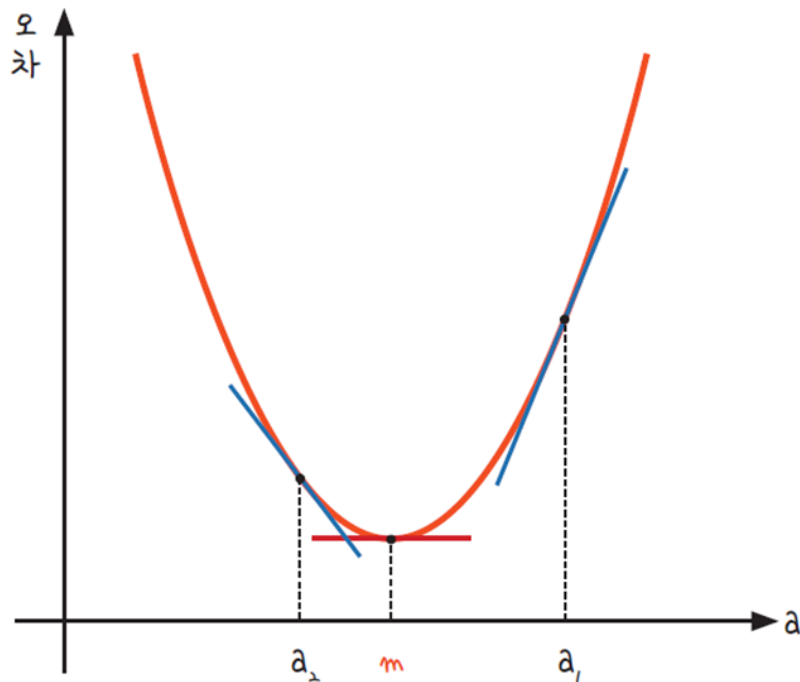
경사 하강법

- $y = x^2$ 그래프에서 x 에 다음과 같이 a_1, a_2 그리고 m 을 대입하여 그 자리에서 미분하면 그림 4-2처럼 각 점에서의 순간 기울기가 그려짐
- 여기서 눈여겨 봐야 할 것은 우리가 찾는 최솟값 m 에서의 순간 기울기임
- 그래프가 이차 함수 포물선이므로 꼭짓점의 기울기는 x 축과 평행한 선이 됨
- 즉, 기울기가 0임
- 우리가 할 일은 '미분 값이 0인 지점'을 찾는 것이 됨



경사 하강법

- 1 | a_1 에서 미분을 구함
- 2 | 구해진 기울기의 반대 방향(기울기가 +면 음의 방향, -면 양의 방향)으로 얼마간 이동시킨 a_2 에서 미분을 구함(그림 4-3 참조).
- 3 | 위에서 구한 미분 값이 0이 아니면 위 과정을 반복함



경사 하강법

- 최솟값을 구하기 위해서는 이차 함수에서 미분을 해야 함
- 그 이차 함수는 평균 제곱 오차를 통해 나온다는 것임
- 평균 제곱 오차의 식을 다시 옮겨 보면 다음과 같음

$$\frac{1}{n} \sum (\hat{y}_i - y_i)^2$$

- 여기서 \hat{y}_i 은 x_i 를 집어 넣었을 때의 값이므로 $y_i = ax_i + b$ 를 대입하면 다음과 같이 바뀜

$$\frac{1}{n} \sum ((ax_i + b) - y_i)^2$$

경사 하강법

TIP

a로 편미분한 결과 유도 과정

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a}MSE(a,b) &= \frac{1}{n} \sum [(ax_i + b - y_i)^2]' \\ &= \frac{2}{n} (ax_i + b - y_i) [(ax_i + b - y_i)]' \\ &= \frac{2}{n} \sum (ax_i + b - y_i) x_i\end{aligned}$$

b로 편미분한 결과 유도 과정

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial a}MSE(a,b) &= \frac{1}{n} \sum [(ax_i + b - y_i)^2]' \\ &= \frac{2}{n} (ax_i + b - y_i) [(ax_i + b - y_i)]' \\ &= \frac{2}{n} \sum (ax_i + b - y_i)\end{aligned}$$

경사 하강법

```
y_pred = a * x_data + b # 오차 함수인  $y = ax + b$ 를 정의한 부분
```

```
error = y_data - y_pred # 실제값 - 예측값, 즉 오차를 구하는 식
```

```
# 평균 제곱 오차를 a로 미분한 결과
```

```
a_diff = -(2 / len(x_data)) * sum(x_data * (error))
```

```
# 평균 제곱 오차를 b로 미분한 결과
```

```
b_diff = -(2 / len(x_data)) * sum(y_data - y_pred)
```

```
a = a - lr * a_diff # 미분 결과에 학습률을 곱한 후 기존의 a값을 업데이트
```

```
b = b - lr * b_diff # 미분 결과에 학습률을 곱한 후 기존의 b값을 업데이트
```

X	Y
0	3
1	3.5
2	5.5

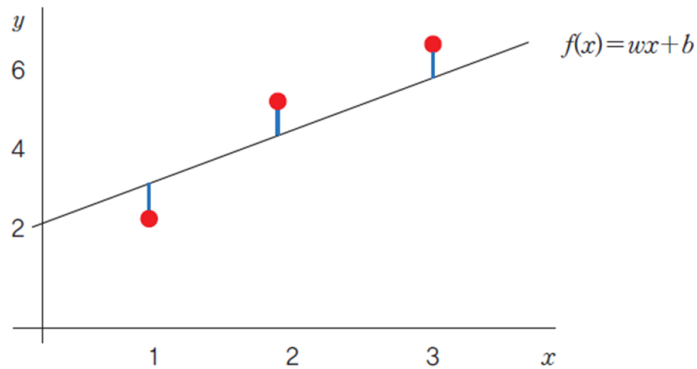


그림 4-5 데이터와 직선 간의 거리

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
X = np.array([0.0, 1.0, 2.0])
y = np.array([3.0, 3.5, 5.5])
```

```
w = 0    # 기울기
b = 0    # 절편
```

```
lr_rate = 0.01 # 학습률
epochs = 1000 # 반복 횟수
```

```
n = float(len(X)) # 입력 데이터의 개수
```

```
# 경사 하강법
```

```
for i in range(epochs):
    y_pred = w*X + b
    dw = (2/n) * sum(X * (y_pred-y))
    db = (2/n) * sum(y_pred-y)
    w = w - lr_rate * dw
    b = b - lr_rate * db
```

```
# 기울기와 절편을 출력한다.
```

```
print (w, b)
```

```
# 예측값을 만든다.
```

```
y_pred = w*X + b
```

```
# 입력 데이터를 그래프 상에 찍는다.
```

```
plt.scatter(X, y)
```

```
# 예측값은 선그래프로 그린다.
```

```
plt.plot([min(X), max(X)], [min(y_pred), max(y_pred)], color='red')
plt.show()
```

```
# 선형 회귀 예측값
```

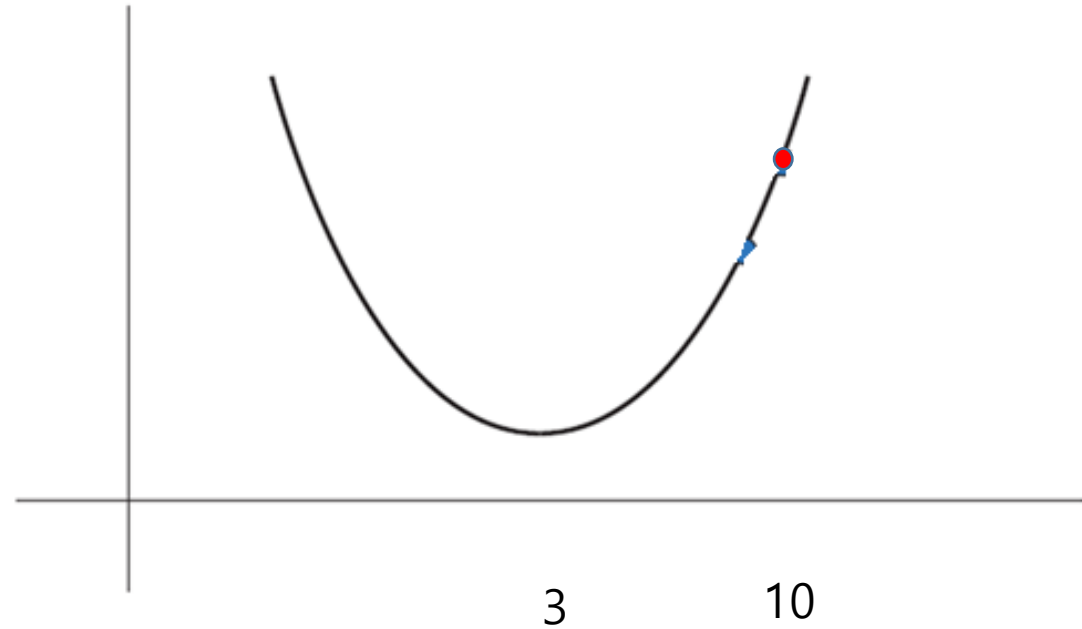
```
# 넘파이 배열간의 산술 계산은 요소별로 적용
# sum()은 모든 요소들의 합을 계산하는 내장 함수
# 기울기 수정
# 절편 수정
```

```
iteration 0: loss 17.17 w 0.10 b 0.08
iteration 50: loss 0.61 w 1.73 b 1.71
iteration 100: loss 0.33 w 1.73 b 2.05
iteration 150: loss 0.24 w 1.63 b 2.23
iteration 200: loss 0.19 w 1.53 b 2.36
iteration 250: loss 0.16 w 1.47 b 2.45
iteration 300: loss 0.15 w 1.41 b 2.52
iteration 350: loss 0.14 w 1.37 b 2.58
iteration 400: loss 0.13 w 1.34 b 2.62
iteration 450: loss 0.13 w 1.32 b 2.65
##### final w,b 1.3033228991130752
2.6760184293088694
```

1.25 2.74

경사 하강법 실습

- 손실 함수 $y = (x - 3)^2 + 10$
- 그래디언트: $y' = 2x - 6$



경사 하강법 실습

- 손실 함수 $y = (x - 3)^2 + 10$

- 그래디언트: $y' = 2x - 6$

- 학습률 : 0.2

- $X=10, y'=14, 0.2*14=2.8,$

Gradient의 반대 방향 => -2.8

$10 - 2.8 = 7.2$

- $X=7.2, Y=8.4, 0.2*8.4=$

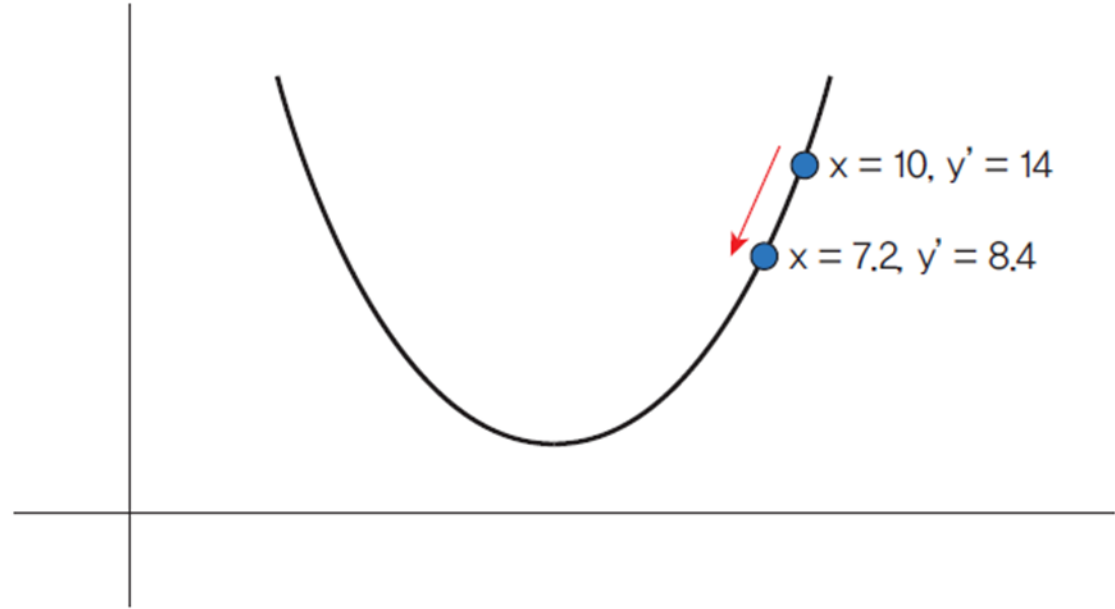


그림 6-12 그래디언트의 계산

경사 하강법 실습

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = 10
learning_rate = 0.2
precision = 0.00001
max_iterations = 100

# 손실함수를 람다식으로 정의한다.
loss_func = lambda x: (x-3)**2 + 10

# 그래디언트를 람다식으로 정의한다. 손실함수의 1차 미분값이다.
gradient = lambda x: 2*x-6

list1 = []
list2 = []

# 그래디언트 강하법
for i in range(max_iterations):
    x = x - learning_rate * gradient(x)
    list1.append(x)
    list2.append(loss_func(x))
    print("X=", x, "loss", loss_func(x))

print("최소값 = ", x)

x1 = np.linspace(0.0, 10.0)
y1 = loss_func(x1)
fig, ax = plt.subplots() # Create a figure containing a single axes.
ax.plot(x1,y1) # Plot some data on the axes.
ax.plot(list1,list2, '*') # Plot some data on the axes.
```

grad2_exe.ipynb

3번째 x값과 loss값을 채팅으로 보내주세요

참고자료 : 딥러닝 express

경사 하강법 실습

$$f(x,y)=x^2 + y^2$$

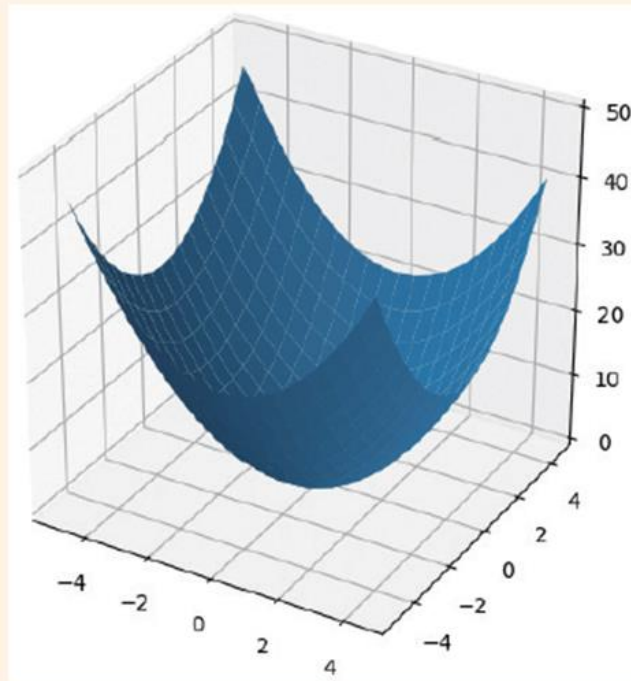
grad3.ipynb 실습

```
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.arange(-5, 5, 0.5)
y = np.arange(-5, 5, 0.5)
X, Y = np.meshgrid(x, y) # 참고 박스
Z = X**2 +Y**2           # 넘파이 연산

fig = plt.figure(figsize=(6,6))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# 3차원 그래프를 그린다.
ax.plot_surface(X, Y, Z)
plt.show()
```

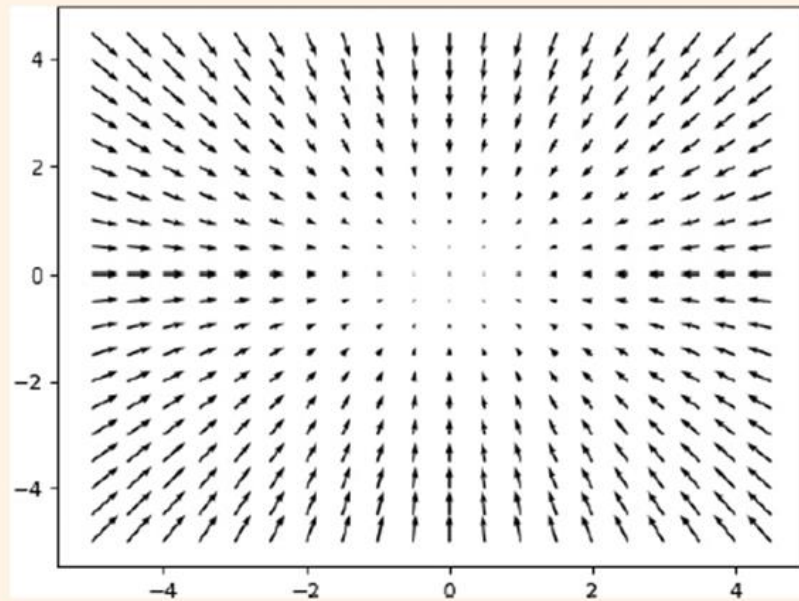


경사 하강법 실습

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.arange(-5,5,0.5)
y = np.arange(-5,5,0.5)
X, Y = np.meshgrid(x,y)
U = -2*X
V = -2*Y

plt.figure()
Q = plt.quiver(X, Y, U, V, units='width')
plt.show()
```



경서 하강법 실습

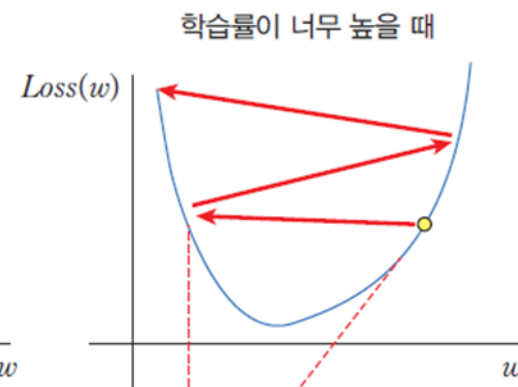
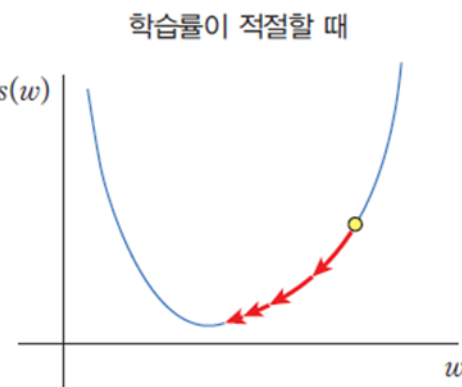
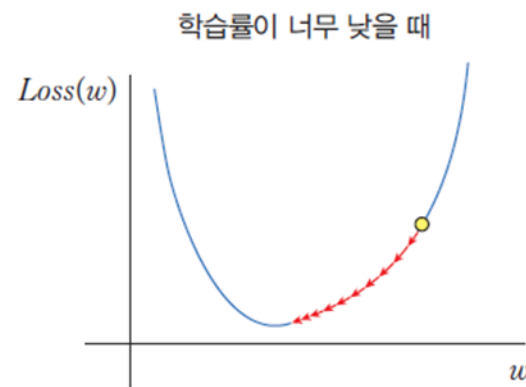
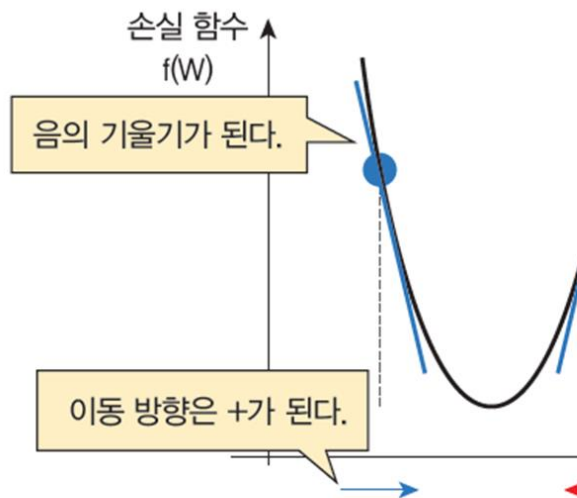


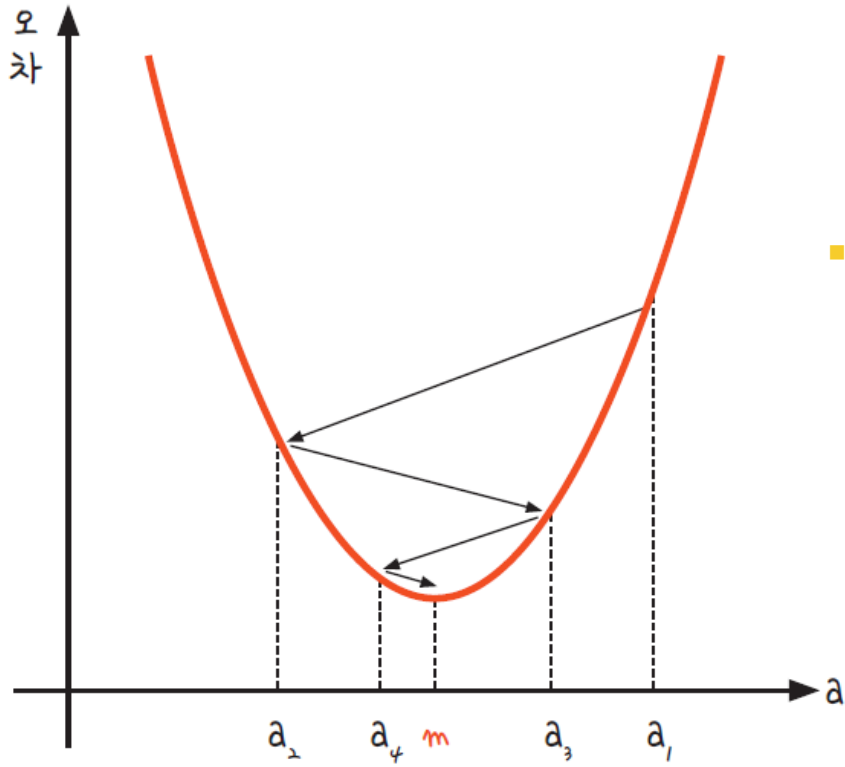
그림 4-9 학습률



이것은 마치 산에서 내려오는 것과 유사합니다. 현재 위치에서 산의 기울기를 계산하여서 기울기의 반대 방향으로 이동하면 산에서 내려오게 됩니다.

경사하강법

- 그림 4-3처럼 기울기가 0인 한 점(m)으로 수렴함



- 경사 하강법 :

이렇게 반복적으로 기울기 a 를 변화시켜서 m 의 값을 찾아내는 방법을 말함

그림 4-3 최솟점 m 을 찾아가는 과정

경사 하강법 실습

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

공부 시간 X와 성적 Y의 리스트를 만들기

```
data = [[2, 81], [4, 93], [6, 91], [8, 97]]
x = [i[0] for i in data]
y = [i[1] for i in data]
```

그래프로 나타내기

```
plt.figure(figsize=(8,5))
plt.scatter(x, y)
plt.show()
```

리스트로 되어 있는 x와 y 값을 넘파이 배열로 바꾸기 (인덱스를 주어 하나씩 불러와 계산이 가능하게 하기 위함)

```
x_data = np.array(x)
y_data = np.array(y)
```

기울기 a와 절편 b의 값 초기화

```
a = 0
b = 0
```

공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4

학습률 정하기

```
lr = 0.05
```

몇 번 반복될지 설정(0부터 세므로 원하는 반복 횟수에 +1)

```
epochs = 2001
```

경사 하강법 시작

```
for i in range(epochs):      # 에포크 수만큼 반복
    y_pred = a * x_data + b  # y를 구하는 식 세우기
    error = y_data - y_pred  # 오차를 구하는 식

    # 오차 함수를 a로 미분한 값
    a_diff = -(1/len(x_data)) * sum(x_data * (error))

    # 오차 함수를 b로 미분한 값
    b_diff = -(1/len(x_data)) * sum(y_data - y_pred)
```

경서 하강법 실습

```
a = a - lr * a_diff # 학습률을 곱해 기존의 a값 업데이트
```

```
b = b - lr * b_diff # 학습률을 곱해 기존의 b값 업데이트
```

```
if i % 100 == 0: # 100번 반복될 때마다 현재의 a값, b값 출력
```

```
    print("epoch=%f, 기울기=%f, 절편=%f" % (i, a, b))
```

```
# 앞서 구한 기울기와 절편을 이용해 그래프를 다시 그리기
```

```
y_pred = a * x_data + b
```

```
plt.scatter(x, y)
```

```
plt.plot([min(x_data), max(x_data)], [min(y_pred), max(y_pred)])
```

```
plt.show()
```

실행
결과



epoch=0, 기울기=23.2000, 절편=4.5250

epoch=100, 기울기=7.9316, 절편=45.3932

epoch=200, 기울기=4.7953, 절편=64.109

epoch=300, 기울기=3.4056, 절편=72.4022

(중략)

epoch=1800, 기울기=2.3000, 절편=79.0000

epoch=1900, 기울기=2.3000, 절편=79.0000

epoch=2000, 기울기=2.3000, 절편=79.0000

경사 하강법 실습

- `colab_03_Linear_Regression.ipynb` 실행
- 학습률 $lr=0.0003$ 일때의 첫번째와 두번째 `loss` => 채팅으로 보내기
- 학습률 $lr=0.0009$ 일때의 첫번째와 두번째 `loss` => 채팅으로 보내기

학습률 실습

- 구글의 텐서 플로우 플레이그라운드는 이주 유용한 사이트 (<https://playground.tensorflow.org>)이다.

The screenshot shows the TensorFlow Playground interface with several red boxes and callouts highlighting key features:

- 데이터 세트를 선택한다.** (Select the dataset.) - Points to the 'DATA' section where a dataset is chosen.
- 학습률을 선택한다.** (Select the learning rate.) - Points to the 'Learning rate' dropdown menu.
- Linear를 선택한다.** (Select Linear.) - Points to the 'Activation' dropdown menu.
- Regression을 선택한다.** (Select Regression.) - Points to the 'Problem type' dropdown menu.
- 2 HIDDEN LAYERS** - The interface shows 2 hidden layers.
- 1 neuron** - The first hidden layer has 1 neuron. A callout says: "This is the output from one neuron. Hover to see it larger."
- 1 neuron** - The second hidden layer has 1 neuron. A callout says: "The outputs are mixed with varying weights, shown by the thickness of the lines."
- OUTPUT** - Shows the test loss (0.128) and training loss (0.130).
- Buttons to remove neurons** - Two callouts point to the minus buttons in the hidden layers: "버튼을 눌러서 뉴런 하나만 남긴다." (Press the button to leave only one neuron).

학습률 실습

The screenshot shows the 'A Neural Network Playground' interface. At the top, a banner reads: "Train a Neural Network Right Here in Your Browser. Don't Worry, You Can't Break It. We Promise." Below this, a control bar includes a "REGENERATE" button (a circular arrow icon) highlighted with a red box, and a "PAUSE" button (a square icon with two vertical bars). To the right of these buttons are sliders for "Epoch" (set to 000,081), "Learning rate" (set to 0.03), "Activation" (set to Linear), "Regularization" (set to None), and "Regularization rate" (set to 0). The main area is divided into three sections: "DATA", "FEATURES", and "OUTPUT". The "DATA" section has a "Which dataset do you want to use?" dropdown and a "Ratio of training to test data: 50%" slider. The "FEATURES" section has a "Which properties do you want to feed in?" dropdown and a list of features: X_1 , X_2 , X_1^2 , X_2^2 , X_1X_2 , and $\sin(X_1)$. The "OUTPUT" section shows a scatter plot of training data points (blue dots) and a decision boundary (a diagonal line). The plot is labeled "The outputs are mixed with varying weights, shown by the thickness of the lines." A red speech bubble points to the "REGENERATE" button with the text "재생 버튼을 누른다." (Press the regenerate button). Another red speech bubble points to the "OUTPUT" section with the text "오차가 줄어드는 것을 볼 수 있다." (You can see the error decreasing).

재생 버튼을 누른다.

오차가 줄어드는 것을 볼 수 있다.

수업 내용 요약

- 손실 함수 (오차=loss)는 경사 하강법으로 감소 시킴
- 경사 하강법
 - 손실 함수(오차)를 미분한 값(기울기)의 반대 방향으로 진행 하여 최소값을 찾아감
 - 학습률에 비례 하여 진행
 - 학습률에 따라 최소값에 도달하는 시간과 정확도가 정해짐

matplotlib → 그래프 그리기

수고 하셨습니다



jhmin@inhatec.ac.kr