

Part 1:

Sample	Value	Answer: 5.5 & 2.5
(x_1, y_1)	$(2, 4)$	
(x_2, y_2)	$(3, 2)$	
(x_3, y_3)	$(5, 3)$	
(x_4, y_4)	$(6, 2)$	

$$\hat{y} = X \hat{\beta}$$

\nearrow predict \nwarrow fit

Subset 1:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Subset 2:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = (X^T \cdot X)^{-1} \cdot (X^T \cdot Y)$$

$$\hat{\beta} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hat{\beta} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix} \} \text{ Subset 1}$$

$$\hat{y} = X_{s2} \hat{\beta}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$MAE_1 = \frac{|(-2-3) + (-4-2)|}{2} = 5.5$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hat{\beta} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y} = X_{s2} \hat{\beta}$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{y} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$MAE_2 = \frac{|(4 - 6) + (2 - 5)|}{2} = 2.5$$

$$\text{Avg. MAE} = \frac{5.5 + 2.5}{2}$$

$$\boxed{= 4}$$