

Referencias e índices

Milton Torres

7 de abril de 2017

Índice

1. Topología	1
2. Continuidad y otros	2

1. Topología

Definición 1.1 (Espacio topológico). Una familia \mathcal{T} de partes de un conjunto X define una topología sobre X si las tres condiciones son verificadas:

1. El conjunto vacío \emptyset y el conjunto X pertenecen a \mathcal{T} ;
2. la intersección finita de elementos de \mathcal{T} pertenece a \mathcal{T} ; y
3. la reunión cualquiera de elementos de \mathcal{T} pertenece a \mathcal{T} .

Los elementos de \mathcal{T} son llamados *conjuntos abiertos*, sus complementarios, *cerrados*; y el espacio (X, \mathcal{T}) , *espacio topológico*.

Esto se lo pude encontrar en [Komornik, 1997], o más precisamente en [Komornik, 1997, p. 3].

Definición 1.2 (Espacio métrico). Un espacio métrico (E, d_E) está dado por un conjunto E dotado de una aplicación $d_E : E \times E \rightarrow [0, +\infty[$, llamada *distancia* o *métrica*, que verifica las siguientes propiedades:

D.1 **Simetría**: para todo $x, y \in E$, $d_E(x, y) = d_E(y, x)$.

D.2 **Separabilidad**: $d_E(x, y) = 0$ si y solo si $x = y$.

D.3 **Desigualdad triangular**: para todo $x, y, z \in E$,

$$d_E(x, y) \leq d_E(x, z) + d_E(z, y).$$

A los elementos de un espacio métrico se los denomina *puntos*.

2. Continuidad y otros

Proposición 2.1. *Una aplicación f de (E, d_E) en (F, d_F) es continua si y solo si para toda sucesión convergente $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de los elementos de E se tiene*

$$f\left(\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$$

La verificación de este se lo apreciar en [Kreyszing., 1989].

Teorema 2.2 (Teorema fundamental del cálculo). *Si $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ es continua y si $A(x) = \int_a^x f(t) dt$, entonces $A' = f$. Es decir,*

$$A'_+(a) = f(a), \quad A'_-(b) = f(b)$$

y para todo $x \in]a, b[$

$$A'(x) = f(x)$$

Demostración. Esta demostración se la pude encontrar en [Rojas, 2010, pp. 42–43]. ■

Referencias

- [Apostol, 2008] Apostol, T. (2008). *Calculus*. Editorial Reverté S.A., Quito.
- [Greenwade, 1993] Greenwade, G. D. (1993). The Comprehensive Tex Archive Network (CTAN). *TUGBoat*, 14(3):342–351.
- [Komornik, 1997] Komornik, V. (1997). *Précis d'analyse réelle*. ellipses, Strasbourg.
- [Kreyszing., 1989] Kreyszing., E. (1989). *Introductory functional analysis with application*. University of Windsor.
- [Rojas, 2010] Rojas, G. (2010). *Cálculo en una variable (Cálculo integral)*. Escuela Politécnica Nacional, Quito.