Simulación de π mediante variables aleatorias uniformes

Andrés Miniguano Trujillo

5 de abril de 2017

Mediante la ley de los grandes números se puede estimar el valor de π por medio de un algoritmo semejante a la regla de Laplace:

1. Fijar un número natural n suficientemente grande e inicializar $N = 0$.
2. Generar $U_i \sim \mathcal{U}(0,1)$, vectores de dos componentes para cada $i \in [\![1,n]\!]$.
3. Si $U_{i,1}^2 + U_{i,2}^2 \leq 1$, entonces $N \leftarrow N + 1$.
4. Calcular $\tilde{\pi}_1 = 4^N/n$. Este valor es una aproximación de π.

La idea es bastante sencilla: En el cuadrado de lado 1 y centrado en $(1/2, 1/2)$ generamos dos variables aleatorias uniformes (coordenadas de puntos). Luego contamos los puntos que caen dentro del círculo de radio 1 y centrado en $(0,0)$. Finalmente, una aproximación de π está dada por 4 veces la razón entre los puntos dentro del círculo y el número total de puntos simulados.
Pondré a prueba esta forma de simular π:

```
> n <- 5000;
> U <- runif(2*n, 0, 1);
> V <- (U[1:n]^2 + U[(n+1):(2*n)]^2)
> a <- V <= 1
> pi1 <- 4*sum(a)/n
```

Obtengo la siguiente aproximación con su respectivo error:

π_1	error	error relativo
3.1592	0.01761	0.0056

Ahora realizaré esta prueba varias veces:

```
> m <- 2000;      pi1 <- rep(0,m);
> for(k in 1:m){
+     U <- runif(2*n, 0, 1);
+     V <- (U[1:n]^2 + U[(n+1):(2*n)]^2)
+     a <- V <= 1;    pi1[k] <- 4*sum(a)/n
+ }
```

Presento a continuación el histograma de frecuencia relativa de los errores relativos:

```
> hist(abs(pi1-pi)/pi, density=100, border="beige", main="Histograma de error relativo",
+      xlab="", ylab="Frecuencia relativa", freq=FALSE)
```