

**2019IAMAC年度课题**

**中期报告**

**（论文题目）**

**提交时间：**

中国保险资产管理业协会

论文题目

**摘 要**

## 摘要：摘要正文。

## 关键词：Black litterman，资产配置、组合优化

XXXXX（引言，如适用）

## 一、Black Litterman资产配置模型综述

Black Litterman（简称BL）资产配置模型始于1990年高盛公司的Fischer Black和Robert Litterman合作的一篇论文，是90年代以来在学术界和投资机构中相对成熟的，能兼容先验和后验资产收益预测的资产配置框架。BL模型在Markowitz均值方差理论和Sharpe的CAPM理论基础上，加入定量的投资者主观观点使得资产权重的配置可以体现投资者观点的偏好。BL模型要求任何一个投资观点至少需要标准化为“观点对各资产的配置比例、预测的观点平均收益、预测的观点波动率和观点间相关性、对观点的信心程度”四个输入指标，使得多个观点之间的比较分析具备可操作性。

## （一）模型发展的背景和研究的意义

Brinson，Hood和Beehower（2005）的研究发现：82家大型养老基金在1977至1987年底期间业绩在资产配置策略、积极资产管理和证券选择三个因素归因中，资产配置对业绩的解释相关程度为91.5%。四年后该解释百分比进一步上升至93.6%。因此，投资组合管理的核心是资产配置策略的研究。

市场顶层设计层面，“沪深港通机制”和“科创板”等金融市场创新使得中国二级市场证券的定价有效性快速向香港、美国等成熟市场靠近。中国本土市场中机构资金占比的提升和机构投资者投资研究能力的提高也促使了投资研究方法和金融数据逐渐完善。虽然近几年行业内各个机构大都完成了定量投研数据的标准化和量化因子数据的构建，但主流的投资方式还是基于投资经理主观决策。基于行业和上市公司财务、经营数据的研究模式和量化模型研究正互相融合，类似无风险资产的货币基金和不同类型资产指数也为定量资产配置研究提供了基准化的工具。

当前业界纯粹基于量化策略的基金产品总体来看还未能满足投资者的需要，难点之一是资产配置难以充分利用主动观点和定量分析指标之间相互独立的那部分信息价值。Black Litterman（以下简称BL）资产配置模型在经典均值-方差基础上，将主动观点的预期收益率纳入权重最优化计算过程，是90年代末以来实践领域相对成熟的资产配置框架。

虽然本土学术界2008年以来已经对BL模型的结构和参数进行了充分地描述，但中国市场大型机构对本土资产配置的认识刚起步。截至2019年中，100多家保险公司使用资产配置模型指导投资的不到10家，原因之一在于海外经典的资产配置模型在移植至国内市场时需要一段较长时间进行本土化改造。1932年至2013年，固定比例配置策略——“60%股票+40%债券”的年化收益率比“100%股票”以外的大部分风险平价策略高了超过2个百分点，同时累积最大亏损方面远小于“100%股票”策略。Gupta(2017)发现1982年之后“60%股票+40%债券”配置策略年均收益率、波动率和其他收益率趋同。这是因为在货币政策长期扭曲的背景下，发达国家市场股票和债券两大类资产的收益率均值和波动率趋同。从这个角度看，资产配置模型需要在细分的股票或债券资产中寻找差异化的投资策略。

本文希望通过对BL模型的进行改造，探索成熟度更高的中国市场权益资产配置模型。从市场结构的角度，可以借助于成熟的细分资产指数和行业研究指标去设计多层次的配置模型。从投资者体验的角度，我们希望寻找出能像“60%股票+40%债券”那样既易于投资者理解又具备稳健收益的资产配置策略。从投资研究的角度，通过统一投资策略的预测指标输入，在资产配置模型中实现多种研究方法的汇总。以股票研究为例，基于公司个性化特质的行业研究和基于量化多因子往往难以在策略层面进行对话，投资决策人只能在不同的组合中进行比例选择。

## （二）国外相关研究梳理

Black和Litterman（1990）首创Black-Litterman模型时便提出经典BL模型需满足以下2个评价条件：收益率的预测服从某种概率分布而不仅仅基于某个时间节点的预测，包括衡量观点可信程度的参数τ。国外的相关研究可以据此分为三类：同时满足两个条件的经典BL模型、收益率预测仅为时点预测值的替代BL模型、同时放弃收益概率分布和可信程度参数τ的超脱BL模型。

Black和Litterman在1991、1992年将高盛公司内部固定收益投资研究会议上的笔记依次发表于Journal of Fixed Income和Financial Analysts Journal。论文首次将投资者观点和信息水平通过贝叶斯分析方法融入组合资产收益率的概率分布。但两篇论文均没有给出模型的所有公式，而基于高盛公司内部数据系统测算的全球资产配置案例存在外部人难以重复实现的问题。两位作者于1999年最后一次发表BL主题的论文，在理论模型方面对输入观点的配置权重、预测收益和观点信心程度进行了规范性定义，并对案例进行了简化以方便读者重复实现。

同为高盛公司的Bevan和Winkelman (1998)基于自身管理的组合，描述了BL模型在更细致的全球资产配置流程的应用，主要的参数值贡献是建议τ数值给定范围0.025~0.05。

Satchell和Scowcroft(2000)从易于理解的角度简化了BL模型，取消了基于贝叶斯分析的表达式。用资产收益率的时点预测值反映先验的历史收益率和后验的观点收益率，观点信心程度τ和观点间协方差Ω仅用于控制观点相对于先验值得收缩程度。由于模型退化为随机协方差矩阵的均值-方差模型，在2005年后被Meucci的模型全面替代。

Idzorek (2002)对BL模型的每个计算流程进行了分析，并使用三种计算方式估计资产先验收益。文章实证结果建议历史数据统计方式可以得到相对大的收益率波动区间，而CAPM和市值组合两种方式得到的权重差异较大。2007年Idzorek (2007)进一步讨论了观点可信度问题，设计观点误差矩阵的变量，使得观点的信心程度可以通过迭代计算进行提高。

Fusai和Meucci (2003)提出了超脱BL模型，该模型取消了BL模型中收益率属于正太分布的假设和参数τ的设置。随后Meucci (2006)引入Copula理论对观点进行混合，构建了非正太分布假设下的BL模型。

Beach和Orlov (2006)引入资产价格波动率预测模型Garch生成观点。纯粹基于资产价格波动的Garch模型可以适用于经典BL模型，但文中实证部分对20个国家的股票类资产使用替代BL模型，测试了不同参数τ值下的组合权重差异。

Braga和Natale (2007)将跟踪误差波动率指标（Tracking Error Volatility，TEV）用于测度观点的不确定性，并对后验观点的预测进行敏感性分析。TEV指标常用于主动组合管理的业绩评估，用于BL模型相当于将具体观点看做一个主动组合。使用类似风险评估指标如VaR、CVaR测度观点不确定性的还有 (Martellini, 2007)、 (Giacometti, 2007)等。使用了风险指标的文章中通常使用的是替代性BL模型，但也都可以转换为经典BL模型。

Cheung (2013)于2010年首次将量化多因子模型引入BL模型并将其命名为Augmented Black Litterman （ABL）模型。ABL可以对证券部分观点和因子部分观点做联合预测。文章中使用了替代BL模型，但公式的角度可以转换为经典的BL模型。

由于海外资产配置学术研究的主要假设是有效的证券市场不存在超额收益机会。BL模型中引入外部观点相当于假设市场存在套利机会，这可能是BL资产配置模型近几年没有被进一步研究的原因之一。另外，海外资产配置实践中，投资数据标准化程度和数据分析平台较为成熟。这使得定量研究和定性研究已经深度融合，因此对于将先验预测和后验预测分两部分测算的需求不那么大。

## （三）国内相关研究

2008至2019年，国内陆续有学者对BL理论模型进行了模型细节梳理、在实证案例研究中进行了参数调优和和将目标资产延伸至Fama-French的因子变量。特别是2018和2019年，BL相关的中文论文明显增加。

马家驹(2005)最早将市场流动性风险的测度作为观点输入BL模型，通过控制可接受流动性风险的上限获得由于均值-方差模型的优化配置解。张士强 ( 2008)从国内投资者面向全球市场配置资产的角度，使用历史波动率、VaR、CVaR等风险指标测度风险，并使用BL模型对全球资产配置的进行优化求解。

温琪 (2011)首次采用诸如工业价格指数（PPI）、宏观经济景气指数、货币供应增速指标（M1、M2）等宏观经济指标作为多个沪深300[[1]](#footnote-1)行业指数的内生变量，结合GJR-Garch模型获取行业指数残差收益率的波动特征对行业指数收益率进行预测。将预测作为输入观点构建BL模型，发现在84个月的样本空间内可以获得优于全市场市值加权组合和均值-方差模型的收益。

贾慧 (2011) 、王楠溪 (2012)使用了相近的ARMA-Garch模型，从波动率角度预测股票行业指数的收益率并将其作为BL模型的外生观点。实证组合结果中，BL组合的衡量风险调整收益的夏普比率指标均优于传统均值-方差组合。刘超(2013)同样使用沪深300行业指数考察BL模型在不同做空限制条件、观点信心水平下投资组合表现，发现做空限制会使得组合收益和夏普比例下降。刘超 (2015)基于Idzorek（2007）提出的观点误差矩阵，推导出BL模型最优权重和观点信心的计算公式。在实证部分将“光大乌龙指”事件作为内幕信息观点，测算基于内幕信息的BL模型最优权重，并对不同观点信心水平下的权重特征进行比较。

孟繁易(2017)对Cheung的Augmented Black Litterman模型进行较为细致地公式描述，并引入宏观经济指标如消费者物价指标（CPI）、银行间7天回购利率（R007）、十年国债到期收益率三个指标作为资产变量的内生因子变量。在Garch模型中构建因子的收益预测数据，对原有的资产收益预测进行扩增。实证案例结果中发现相同观点信心水平下，ABL模型相比传统BL模型具有更高的收益率和更大的夏普比例，但也存在业绩稳定性弱于BL模型的特点。

李知常(2017)认为先验市场均衡组合配置应基于对不同行业收益而不应仅考虑风险中性、对于多个连续回测周期应评价组合权重变化的稳定性、基于资产历史夏普比例(EGP资产选择模型的主要分析指标)替代资产市值占比进行初始权重分配获得的初始权重变动更稳定且风险调整后的收益更高。

资产配置实践领域，李心愉和付丽莎（2013）将中国保险业监督管理委员会对保险资金运用中对不同资产投资比例限制的条件加入保险资金BL模型的约束条件。韩焯林(2018)使用BL模型对沪深港市场股票基金进行探索并发现BL配置组合可以获得优于大部分沪深港市场股票基金的夏普比例，但收益和波动率并无绝对优势。文中认为主要原因在于A股市场沪港深基金经理研究经验存在局限性，难以兼顾两个市场证券的研究。由于不同基金经理投资风格不同，在不讨论风险偏好的情况下难以假定基金经理投研能力的局限性，但对于中国市场基金公司未普及系统性资产配置框架的观点本文表示认同。

机器学习领域，蔡德安 (2019)使用动态时间规则算法(Dynamic Time Warping，DTW) 匹配资产收益率时间序列数据里相似的片段，并使用K-临近算法（KNN）对资产收益率波动的预测作为观点输入BL模型。

## （四）使用BL模型进行资产配置流程和问题

相比于仅使用证券历史收益率数据的经典均值—方差最优资产配置模型，BL模型可以通过输入定量的观点预测数据使得资产组合收益更稳定和更优。本节尝试简要描述BL模型应用于实践中资产配置流程涉及的步骤。

首先，投资者需要确定资产空间（包括可投资的证券对象和数量）、并且确定资产空间内每只证券的总市值、可投资市值和其他因子（例如证券纳入因子）。对于样本空间内的所有证券，需要选择合适的时间窗口获得历史价格变动的收益率数据并计算资产波动的协方差矩阵。Litterman、Bevan和Winkelmann在2003年前梳理的高盛公司实践中一般使用60个月的历史超额收益数据 (Walters, 2014)。像中国、美国这样较大的国家通常各自有几千至几万只股票或债券，专业投资者主要使用一种或几种指数体系对大类资产进行跟踪，例如对全球股票市场进行分类的MSCI指数系列、代表中国市场股票可交易市值前300名的中证沪深300指数和其他中证规模类指数、代表中国市场不同风险的中债债券指数系列等。在股票、债券、银行保本理财这些可交易性较好的资产之外，房地产、信托产品、私募基金、实物资产等难以频繁交易的资产即便对于专业投资者也较难获得充分的市场价格收益率信息。结合BL模型本身的特点，本文设计的模型将仅限于可交易性较好且价格信息可以充分获得的资产或资产指数。对于股票和债券资产，应分别通过反向最优化算法计算基于资本资产定价模型（简称CAPM）的市场均衡组合收益。

其次，在输入BL资产配置模型前，投资者需要自行对形式各异的内外部的观点进行定量处理。只有包括观点预测收益率均值、波动率、观点可信度三者的观点才可以被BL模型解析。经过20多年的发展，A股市场公开发布的研究报告仍普遍存在分析过程过多但有效预测观点较少的特点。不少研究报告为了避免预测失败，很愿意使用含糊不清的文字描述替代数字化的定量观点。在证券收益率的预测观点中，仍存在格式标准不统一、无效信息较多、预测观点频繁更新、预测有效期长短不一[[2]](#footnote-2)、预测值偏重于证券财务指标等问题。BL模型在计算所有输入的观点时，通过矩阵计算的方式可以将不同观点之间缺失或矛盾的部分给予简化。

然后，基于资产历史数据和观点预测的收益，BL模型可以计算出新的资产预测收益和波动率，并获得改进后的资产组合有效前沿和最优组合。对于股票类资产，国内外均有增强型BL（Augmented BL）模型增加了多因子变量作为资产变量的一部分。

最后，大部分文献 (Walters, 2014)倾向使用封闭形式的公式作为不施加限制的均值-方差最优化结果。从处于结论简洁的角度，使用非极端的观点有助于获得稳定的优化结果。2000年以来金融市场历次危机使得监管机构普遍加强对证券卖空（即负数的证券权重）或过度杠杆倍数的限制。从投资组合风险和资产变现的角度，单只证券或同类型证券持有集中度的比例限制通常会写入基金或投资组合的合同内。从机构投资者组合管理的角度，充分地对资产组合设置限制条件会获得更好地效果。这是因为无限制条件下的最优化结果，在投资实践中必然被机构内部风险控制系统拦截，需要人工根据风险控制条件修改投资计划后才可以进入交易执行环节。临时的人工决策将对组合绩效产品难以预料的风险。

但由于BL模型的构建过程不够直观、模型内主观观点因人而异，该资产配置模型在理论和实践研究中更多地作为一个定性分析参考而不是决策模型。本文的研究计划是在模型层面对其进行改进设计，使之更适应于中国市场证券在不同变革时期的市场风格和特征。

## （五）改进BL模型的主要内容与创新点

从理论模型的角度，我们希望在以下几个角度进行创新：

1.建立资产变量的预筛选机制，剔除信息价值低、变量间相关性较高的变量，使得之后的矩阵计算不容易出现矩阵不可倒、无解的情况；

2，经典BL模型仅考虑指数、个股变量，2012年后出现的Augmented BL模型增加了多因子（主要是行业和Fama-French模型中的5种因子）变量。因子变量和指数、个股变量容易存在较强的相关性，因此应对两类变量分别寻求最优解，之后将不同的最优解做为新的变量构建第二层的优化模型，有助于决策人评估和跟踪不同层次优化模型的表现；

3，BL模型的计算仅基于某一时点，尚未考虑在包括多个时点的一段时期内如何实现组合目标最优。同时将多时点和相邻两个时点间的组合权重调整比例进行限制，使得实证案例的仿真计算过程更具有可操作性(例如月度权重调整上限30%或12个月累计调整上限300%等)；

4，资产收益率数据在回顾时间窗口的选取方面，常见的思路是包括尽可能长的时期以包括尽可能多的牛市、熊市、震荡市场状态后取平均值和标准差，短期思路是使用尽可能短的时期以跟踪最新的市场波动。我们认为重点在于对未来资产收益率进行更好地预测，计划对四个不同的市场状态进行划分并赋予时点的市场状态概率权重。假设预测能力存在的情况下，对资产预测所处市场状态能获得比全历史样本计算出一个状态有更好的预测价值；

5，针对尚未发生过的市场异常波动场景，引入极端值理论（EVT）对历史上未发生过的尾部风险进行仿真，使得资产配置方案预测值能应对金融危机场景下的尾部风险；

6，对样本内多时期的预测值和实际值的偏离建立记忆变量滚动打分，用于调整变量中的观点可信度、历史市场状态的调整项、投资者效用函数中风险厌恶系数等。

从实证案例的角度，我们希望在以下几个角度进行分析：

1，近年文章中后验的主观观点通常会使用宏观经济指标作为资产的内生变量并结合回归方程的残差波动率进行收益率预测。但实践中通常没有持续有效的分析指标。对此，我们计划参考和改进“美林投资时钟” (Merrill Lynch, 2004)等市场状态的划分方式，对历史宏观指标组合数值与大类资产收益率(如股票、债券、商品)进行一一匹配，形成宏观视角对资产收益率的主观预测；

2，由于中国证券市场过去10年经历了快速改革和发展，期间发生的例如“股权分置改革”、“2015股灾”对市场资产收益率的概率分布都产生了根本性的改变。通过对重大变革期进行分段独立仿真，可能有助于获取更贴近实际的资产配置方案。

## 二、BL模型研究

Black Litterman在Markowitz“均值-方差”（Mean-Variance，下简称MV）最优配置策略的基础上，基于贝叶斯分析方法引入观点计算最优配置权重。“均值-方差”最优配置策略的主要输入变量为投资者风险偏好、对资产历史收益率的平均值和波动率，并假设收益率的分布服从正态分布。完全基于历史收益率价格使得配置策略无法反映市场最新的定量或定性信息。假定市场仅有两种资产且收益率历史波动率相近，则收益率均值较高的资产会获得较高的正权重而收益率均值低的资产会得到负权重，这在有做空限制的投资实践中价值有限。若投资实践中有效信息传递存在低效率、投资者对信息反应速度快慢不同，那么可以利用对资产收益率数据以外的信息获取超额收益。

## （一）Black Litterman资产配置模型

### 1. 经典和其他Black Litterman模型

本节介绍经典Black Litterman模型的假设、变量和主要计算过程。经典BL模型中假设n个资产收益率向量的值属于正态分布

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 1) |

其中是正态分布下收益率的理论期望值向量、是收益率的理论协方差矩阵，两者都是未知变量。替代BL和超脱BL模型通常取消了是正态分布的假设，仅适用某一时点的预测值。

虽然未知变量无法取值，但可以假设其自身的正态分布为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 2) |

其中是对收益率期望的预测、是对资产收益率协方差的预测。预测对应的残差来自于和的差异，且属于正态分布

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 3) |

根据定义，相互独立，因此若定义为资产收益率的方差矩阵，则预测的协方差矩阵为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 4) |

由公式(1. 4)可知，对资产收益率协方差的预测越大，则误差越大。

#### （1）市场组合的均衡收益和投资者效用函数

经典BL模型使用市场中性（均衡状态）组合作为对先验收益率的组合配置预测，最优化的目标方程可以是任意一种效用函数。投资实践中应用最广的是是基于最大化均值和最小化方差设计的二次效用函数

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 5) |

其中是资产权重的向量，（等于）是代表每个资产超额收益的向量，风险厌恶参数用来描述不同风险偏好投资者的效用。

该效用函数的优点是先验组合可以被简化为资本资产定价模型（简称CAPM），相比于效用函数使用收益率下行风险（条件在险价值，CVaR）可以保持效用函数的对称性。因此，BL模型的资产收益率先验分布就是CAPM模型市场组合相对于无风险资产的预测平均超额收益。CAPM模型假设资产收益率服从正太分布，且和所有资产组成的市场中性组合具备线性关系

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 6) |

其中代表某种资产或某个投资组合的收益、代表无风险收益、代表市场中性组合的超额收益、代表线性回归系数，计算公式为、是线性方程中的残差项或称为资产特质化(idiosyncratic)超额收益。

CAPM模型中资产收益的选择会对组合最优解产生显著的影响。无风险资产的收益率取决于投资者。对于欧美市场投资者，无风险收益通常可以采用当地货币对应的本国中央政府发行债券；对于中国市场绝大部分投资者，无风险收益可以采用银行1年及以内的活期存款利率代替；对于中国市场的专业投资者，银行理财或货币基金可以获得比银行存款更优的无风险收益。理论模型角度，风险资产应该包括房地产、珠宝古玩、数字货币、股权基金等流动性或安全性不佳的所有资产类别，但由专业投资者管理的投资组合仅可以依据合同约定投资于流动性好的股票、债券、衍生品、基金、现金工具几类证券。这几类资产实际上构成了资产配置模型的可投资空间。

通过预先检验和调整资产协方差矩阵使其满足正定（positive definite）条件后，可以对效用函数求解。由于（1.5）二次效用函数为凸（convex），因此对资产权重变量取一阶导可以得到唯一的全局最优解，其对应的资产超额收益的向量为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  | (1. 7) |
|  |  | (1. 8) |

根据定义，可以推导出风险厌恶参数为夏普比率和资产波动率的比值

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 9) |

其中，若将投资组合基准（通常为某个指数组合）设置为市场均衡组合m，则可以通过组合历史收益率和方差计算，也可以通过组合的夏普比率、波动率求解得到风险厌恶系数。基于（1.7）求解的收益率结合了投资者的风险偏好和组合资产的历史波动率信息。

以上最优权重、市场中性组合隐含收益的计算均基于经典的均值-方差模型，也就是BL模型的先验收益部分。BL模型为了简化对资产收益率方差的预测，将误差项用乘以一个固定比例参数替代。则真是的预测资产收益率所属分布为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 10) |

均值-方差最优配置模型框架下，若投资者没有个人观点且无投资约束，则会100%投资于市场中性组合。在存在对资产收益率预测不确定性（即）的情况下，会投资于市场中性组合而会投资于BL最优组合。BL最优配置框架下权重为

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 10) |

贝叶斯方法调整后的有效前沿 (Walters, 2014)相当于根据预测不确定性参数将原始有效前沿右移。新的有效前沿意味着相同资产收益率波动下组合预期收益有所下降。



图1 贝叶斯方法进行风险调整后的有效前沿

#### （2）投资者的定量观点

### 2. Black Litterman模型相关指标

### 3. Black Litterman模型常用参数

#### （1） 基金产品的常见约束

A股基金合同通常约定单券持仓比例不超过10%，即

#### （2）保险资金的常见约束

保险资金运用过程主要可以投资于8类资产：银行存款、股票、国债、企业债、金融债、股票型基金、债券型基金、混合型基金（分别用数字1~8指代）。则在BL模型原有的限制条件之上，根据银保监会对保险资金投资以上8类资产上限的规定[[3]](#footnote-3)，有如下限制条件：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1. 11) |
|  |  | (1. 12) |
|  |  | (1. 13) |
|  |  | (1. 14) |
|  |  | (1. 15) |

例如：根据中国银保监会数据，2018年保险资金运用余额16.4万亿、总资产18.3万亿，则保险业可运用资金比例g的值为89.62%（16.4/18.3）。

## （二）中证、中债和MSCI指数体系研究

## 三 实证案例分析

### 1. 宏观经济指标对收益率的相关性分析

### 2. BL模型改进方案

### 3. 实证多资产配置组合

## 四 结论及展望

## 参考文献

[1]Beachand Orlov, AlexeiSteven. (2006). An Application of the Black-Litterman Model with EGARCH-M-Derived views for International Portfolio Management.

[2]BragaDebora and NataleMaria. (2007). TEV Sensitivity to Views in Black-Litterman Model.

[3]CheungWing. (2013). The Augmented Black-Litterman Model: A Ranking-Free Approach to Factor-Based Portfolio Construction and Beyond. Quantitative Finance, 页 301-316.

[4]Fusai and MeucciAttilio. (2003). Assessing Views. Risk Magazine, 页 16,3，S18-S21.

[5]GaryP.Brinson, L. RandolphHood, & GilbertL.Beebower. (2005年47(3)月). Determinants of Portfolio Performance II:An Update. Financial Analysts Journal, 页 40-48.

[6]GiacomettiBertocchi, Marida, Rachev, Svetlozar T. and Fabozzi, Frank J.Rosella,. (2007). Stable distributions in the Black-Litterman approach to asset allocation. Quantitative Finance, 页 7:4,423-433.

[7]GuptaPranay. (2017). 多资产配置：投资实践进阶. 北京: 机械工业出版社.

[8]IdzorekT. (2007). A step-by-step guide to the Black-Litterman model : Incorporating user-specified confidence levels. Forecasting Expected Returns in the Financial Markets, 页 17-38.

[9]Martelliniand Ziemann, VolkerLionel. (2007). Extending Black-Litterman Analysis Beyond the Mean-Variance Framework. Journal of Portfolio Management, 页 Vol 33,4,33-44.

[10]Merrill Lynch. (2004). The Investment Clock：Special Report #1: Making Money from Macro.

[11]MeucciAttilio. (2006). Beyond Black-Litterman in Practice: A Five-Step Recipe to Input Views on non-Normal Markets. SSRN.

Satchelland Scowcroft, AlanStephen. (2000). Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction. Journal of Asset Management, 页 Vol1,2,138-150.

[12]T.Idzorek. (2002). A step-by-step guide to the Black-Litterman Model.

[13]WaltersJay. (2014). The Black-Litterman Model In Detail. Boston University.

[14]WinkelmannandBevan. (1998). Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience”. Goldman Sachs Fixed Income Research paper.

[15]蔡德安. (2019). 基于机器学习预测的Black-Litterman模型资产配置研究. 北京大学.

[16]韩焯林乔元波,邵晓燕. (2018年4月). 基于Black-Litterman模型的沪深港基金动态资产配置研究. 投资研究, 页 125-139.

[17]贾慧. (2011). Black-Litterman模型在中国股票市场资产配置中的应用研究. 西北大学.

[18]李心愉，付丽莎. (2013年3月). 基于Black-Litterman模型的保险资金动态资产配置模型研究. 保险研究, 页 24-38.

[19]李知常. (2017). 基于Black-Litterman模型的资产配置策略研究. 山东大学.

## BL模型脚本（基于python）

##############################################

变量：

Blended ecpected return miu

miu = [P'Omega^(-1)P+C^(-1) ]^(-1)[P'Omega^(-1)q+C^(-1)pie]

Uncertainty of estimation cov(miu)

cov(miu) = [P'Omega^(-1)P+C^(-1) ]

w\_market:

市场组合下的各个资产权重

delta/δ

delta = sharp\_ratio /( w\_mkt\*sigma\*w\_mkt )

PI,pie,∏ : vector of equilibrium asset returns

C uncertainty in prior brief

P views on asset

q =P∗μ + ε,   ε~N(0, Ω), Ω=diag(ω1,ω2,...ωv),v is total number of views

v views and k assets, P is a v-by-k matrix, q is a v-by-1 vector, and

omega/Ω is a v-by-v diagonal matrix (representing the independent uncertainty in the views).

Q,q :观点的(长期)收益率

例子：P =[[CSI300,601398,600030,000002,cash] [0.95,0,0,0.0.05],[0, 0.35,0.35,0.3,0],[0,0, 0.45,0.45,0.1] ]

对5种资产有3个views，每个views对应了所有的资产的配置比例，默认是0

Omega = [0, 0.001, 0.002] v个views，每个对应一个uncertainty level

q =【0.04，0.053,0.068 】

sigma/Σ is the covariance of the historical asset returns.

sigma = cov( historical return matrix )

C ：makes the assumption that the structure of C is proportional to the covariance Σ.

Therefore, C=τΣ, where τ is a small constant. A smaller

tau/τ indicates a higher confidence in the prior belief of μ.

The work of He and Litterman uses a value of 0.025. Other authors suggest using 1/n where n is the number of data points

例子：tau = 0.025 or 1/n n是资产数量乘时间数量

C = tau\*sigma

##############################################

Steps：

1，导入证券/指数/资产的股价数据（日频率），定义benchmark，risk-free rate=0或逆回购/货币基金收益，

1.1,价格转为收益率百分比，计算协方差 sigma = cov( return )

1.3，Find delta/δ

Multiply both sides of π=δΣω\_mtk with ω\_mtk,to output δ=SharpeRatio/sigma\_mkt

sharp\_ratio = miu(r\_benchmark)/std(r\_benchmark)

delta = sharp\_ratio /( w\_mkt\*sigma\*w\_mkt )

1.4,pie = delta\*Sigma\*w\_mkt ;

2, 定义观点P，omega,q,sigma,tau,C：Views of market、 inhouse opinions、 portfolio related strategy

show table 【view matrix， view\_return， view\_uncertainty】

3, 计计算市场组合权重W/weight\_ij，要么选给定权重，要么用线性求解方程求解权重 Aeq\*W=Beq，

Aeq: n-by-m,指数成分股或可投证券空间的资产权重矩阵，值都为1

Beq: n-by-1,线性方程组右侧均为1，带表组合权重之和

LB/lower bound: 变量的取值下沿

4，求解BL模型的最优组合预期收益和方差

Use the P, q , Ω , π , and C inputs to compute the blended asset return and variance using the Black-Litterman model.

mu\_bl = (P'\*(Omega/P) + inv(C)) / ( C/pie + P'\*(Omega/q));

cov\_mu = inv(P'\*(Omega/P) + inv(C));

例子： assetNames', pie\*252, mu\_bl\*252,

Asset\_Name Prior\_Belief\_of\_Expected\_Return Black\_Litterman\_Blended\_Expected\_Return

"AA" 0.19143 0.19012

"AIG" 0.14432 0.13303

5,Optimization, 以风险水平或收益率目标、sharp ratio之一为最大化目标方程

标准的优化求解设置：Least Squares with Linear Constraints and Bounds

find the efficient portfolio for a given risk or return level, and you can also maximize the Sharpe ratio.

5.1，计算传统mean-variance 的配置结果

5.2，计算 mean-var-BL 的配置结果

5.3，constraints， all w\_ij >=0 and sum of w\_ij =1 | 没有空头头寸的情况

source Appendix F{steps to implement the BL model} , The Black-Litterman Model in detail.pdf

source https://ww2.mathworks.cn/help/finance/examples/black-litterman-portfolio-optimization.html

todo，用 scipy.optimize 进行优化求解

===============================================

from scipy import optimize

obj\_fun = lambda x: -1\* (np.cumprod( np.matmul( ret\_asset\_np,x).sum()+1 )[-1]-1)

cons = ({'type': 'ineq', 'fun': lambda x: -1\*np.sum(x) +1 },

{'type': 'ineq', 'fun': lambda x: -1\*np.matmul( x,np.matmul(cov\_asset\_df,x) )+ var\_bench } )

len\_assets = len( ret\_asset\_df.columns )

w\_max = 0.25

# example bnds: ((0,1),(0,1),(0,1),(0,1),(0,1))

bnds = [(0, w\_max )] \* len\_assets

# w\_init = [1, 0,0,0,0]

w\_init = [0] \* len\_assets

w\_init[0] = 1

res = optimize.minimize( obj\_fun , w\_init, method='SLSQP', bounds=bnds,constraints=cons)

print("result")

print(res.success,res.message)

w\_mkt = res.x

print("weights of market")

print( np.round(w\_mkt,4 ) )

# input1 = input("Type something here.....")

print("portfolio return ", np.round( np.matmul( ret\_asset\_np,w\_mkt).mean() ,4 ))

print("portfolio variance ", np.round(np.matmul( w\_mkt,np.matmul(cov\_asset\_df,w\_mkt) ),8 ), np.round(var\_bench ,8 ) )

print("Benchmark return ", np.round( np.array(ret\_benchmark\_df).mean() ,4 ))

for i in range( len\_assets ) :

w\_temp = [0] \* len\_assets

w\_temp[i] = 1

print("portfolio return for the "+str(i)+" asset",ret\_asset\_df.columns[i] , np.round( np.matmul( ret\_asset\_np,w\_temp ).mean() ,4 ))

date\_freq = 52

miu\_mkt = np.mean( np.matmul( ret\_asset\_np,w\_mkt) ) \* date\_freq

std\_mkt = np.std( np.matmul( ret\_asset\_np,w\_mkt) ) \*math.sqrt(date\_freq )

sharp\_ratio = miu\_mkt/std\_mkt

### notice：delta/δ的计算

###例： sharp= 0.2 , std=0.013, 如果std日波动率不乘100转化成百分比的单位，delta算出来的值15.35

# sharp\_ratio 0.2005808082542644

# value of delta is 0.1535597734348625

delta = sharp\_ratio/ (std\_mkt )

print("miu\_mkt ", miu\_mkt )

print("std\_mkt ", std\_mkt )

print("sharp\_ratio ", sharp\_ratio )

print("value of delta is ", delta )

sigma = cov\_asset\_df

###################################################

pie = delta \* np.matmul(sigma , w\_mkt)

# value of PI is [3.49090662e-03 4.62168365e-03 5.58691073e-03 4.09842457e-03 3.49421596e-08]

print("value of PI is \n", pie )

print("value of annual PI is \n", np.round(pie\*date\_freq ,4) )

p\_views = [view\_1,view\_2,view\_3,view\_4,view\_5,view\_6 ]

ret\_asset\_accu = []

### ret\_asset\_df: each column for one asset

for temp\_col in ret\_asset\_df.columns :

temp\_r = 1

for temp\_i in ret\_asset\_df.index :

temp\_r = temp\_r \*(1+ ret\_asset\_df.loc[temp\_i,temp\_col ] )

ret\_asset\_accu = ret\_asset\_accu +[ temp\_r-1 ]

ret\_q = np.matmul( p\_views, mu\_asset\_df.values )

tau = 0.5

tau\_str = input("Type in value for tau...")

tau = float( tau\_str )

omega\_pre = np.matmul( np.matmul(p\_views,sigma), np.array(p\_views ).T)

### 矩阵分解 np.linalg.svd | 注意1，numpy's SVD computes X = PDQ, so the Q is already transposed.

(P\_nouse, omega, Q\_nouse) = np.linalg.svd(omega\_pre, full\_matrices=False)

omega = tau\*np.diag(omega)

print( "Omega " )

print( omega )

C = tau\*sigma

### step 1: tau\*sigma\*P

temp\_p1 = tau\* np.matmul( sigma, np.transpose(p\_views) )

### notice that np.array() 矩阵可以直接乘常数，但是python-list格式变量乘常数会变成复制list

# print( "temp\_part1 \n", temp\_p1 )

### step 2: tau\*P\*sigma\*P +omega

temp\_p2 = np.matmul( p\_views, temp\_p1 ) + omega

# print( "temp\_part2 \n", temp\_p2 )

### step 3: [tau\*P\*sigma\*P +omega]^(-1)

temp\_p2 = np.linalg.inv( temp\_p2 )

# print( "temp\_part2 \n", temp\_p2 )

### df to np.array ,mu\_asset\_df column for assets

# mu\_asset\_np = np.array(mu\_asset\_df.T )

### step 4: (tau\*sigma\*P)\*[tau\*P\*sigma\*P +omega]^(-1)\*[Q-P\*PI]

temp\_p3 = ret\_q - np.matmul( p\_views , pie )

# print( "temp\_part3 \n", temp\_p3 )

mu\_bl\_2 = np.matmul( temp\_p1,temp\_p2)

### posterior estimate returns

mu\_bl\_2 = np.matmul( mu\_bl\_2,temp\_p3)

### step 5: PI+ (tau\*sigma\*P)\*[tau\*P\*sigma\*P +omega]^(-1)\*[Q-P\*PI]

mu\_bl = pie +mu\_bl\_2

### Calculate covariance， method 2:reference:eq.(30)

temp\_c1 = tau\*sigma

temp\_c2 = np.matmul( tau\*sigma , np.transpose(p\_views) )

temp\_c3 = tau\* np.matmul( np.matmul( p\_views,sigma ) , np.transpose(p\_views) ) + omega

temp\_c3 = np.linalg.inv( temp\_c3 )

# source: Bl in detail, eq.(26)

temp\_c4 = tau\* np.matmul( p\_views,sigma )

M\_post\_m2 = temp\_c1 - np.matmul( np.matmul( temp\_c2,temp\_c3), temp\_c4 )

M\_post = M\_post\_m2

cov\_bl2 = sigma + M\_post

print("M\_post \n", M\_post )

print( "cov\_bl2 \n" , cov\_bl2 )

################################################################

### Get portfolio weights

if np.linalg.matrix\_rank( cov\_bl2 ) ==len(mu\_asset\_df) :

### method 1 ， unconstraint conditions

w\_bl = np.matmul(mu\_bl , np.linalg.inv( cov\_bl2 ) ) /delta

obj\_fun2 = lambda x: -1\* ( math.pow( (np.matmul( mu\_bl,x)+1),len\_date) -1)

cons2 = ({'type': 'ineq', 'fun': lambda x: -1\*np.sum(x) +1 },

{'type': 'ineq', 'fun': lambda x: -1\*np.matmul( x,np.matmul(cov\_bl2 ,x) )+ var\_bench } )

len\_assets = len( ret\_asset\_df.columns )

# example bnds: ((0,1),(0,1),(0,1),(0,1),(0,1))

bnds2 = [(0, w\_max)] \* len\_assets

# w\_init = [1, 0,0,0,0]

w\_init2 = [0] \* len\_assets

w\_init2[0] = 1

res2 = optimize.minimize( obj\_fun2 , w\_init2, method='SLSQP', bounds=bnds2,constraints=cons2)

print("result2")

print(res.success,res.message)

w\_bl = res2.x

print("Method: Optimization")

print("weights of optimal portfolio by BL")

print( np.round(w\_bl,4 ) )

# len=294, almost 6 years ; print("length \n", len(ret\_asset\_np ) )

# 50 weeks per year with trading

miu\_bl = np.matmul( ret\_asset\_df.mean() ,w\_bl )\*52

miu\_bl2 = np.matmul( mu\_asset\_df ,w\_bl )\*52

miu\_mkt = np.matmul( ret\_asset\_df.mean() ,w\_mkt )\*52

miu\_mkt2 = np.matmul( mu\_asset\_df ,w\_mkt )\*52

print("portfolio return ,weekly :ALL hist. vs rolling\_window\n")

print( np.round(miu\_bl ,4 ), np.round( miu\_bl2 ,4 ))

# 0.0042 ; 0.0088

print("weights of market")

print( np.round(w\_mkt,4 ) )

print("portfolio return ,weekly :ALL hist. vs rolling\_window\n")

print( np.round(miu\_mkt ,4 ), np.round( miu\_mkt2 ,4 ))

print("Variance ")

print( np.matmul( w\_mkt,np.matmul(cov\_bl2 ,w\_mkt) ), var\_bench )

print( np.matmul( w\_bl,np.matmul(cov\_bl2 ,w\_bl) ), var\_bench )

1. 沪深300指数由中证指数公司编制，代表上海和深圳证券市场中市值大、流动性好的300只股票组成，综合反映中国A股市场上市股票价格的整体表现。沪深300指数也是最主要的A股股票基金投资基准。沪深300行业指数由300只股票中分别属于11个一级行业的股票组成。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 业界常用的“一致预期”计算方法通常将给定时点过去180天内所有预测数据进行取平均值或中位数，超过180天的预测值将予以剔除。但观点伴随研究报告发布时自身个性化的适用期间通常被忽视。 [↑](#footnote-ref-2)
3. 《关于加强和改进保险资金运用比例监管的通知》 [↑](#footnote-ref-3)