

ALLOCATION D'ACTIFS ET ARBITRAGE MULTI-ASSET - RAPPORT DU PROJET

The Cointegration Alpha: Enhanced Index Tracking and Long-Short Equity Market Neutral Strategies

23 mars 2025

Aaron Clotaire Metchinjin, Ethan Weitzman



TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	3
1.1	Rendement par rapport au marché et stratégie de long-short equity	3
1.2	Cointégration et corrélation	3
1.3	Description de la stratégie de long-short basée sur la cointégration	4
2	Tracking d'indice	5
2.1	Stratégie de réplication d'indice basée sur la cointégration	5
2.2	Évaluation de la stratégie avec back-testing	5
2.2.1	Test de cointégration Engle-Granger	5
2.2.2	Rendement de la stratégie de suivi d'indice	5
2.2.3	Coûts de transaction	6
2.2.4	Mesure de la performance	6
2.3	Commentaires sur les résultats des tests du back-test	6
2.4	Méthodes alternatives de sélection d'actions	7
3	Stratégie long-short basée sur la cointégration	8
3.1	Résultats du back-test	8
4	Stratégies alternatives combinant tracking et long-short market neutre	10
4.1	Approche "fund of funds" pour les stratégies long-short neutres au marché	10
4.1.1	Combinaison du tracker et de la stratégie long-short market neutral	11
4.1.2	Transport d'alpha vers l'indice de marché	11
5	Application de l'approche présentée au marché français : Cas du CAC40	12
5.1	Présentation des données	12
5.2	Index tracking du CAC40	12
5.2.1	Tests de cointégration	13
5.2.2	Évaluation des caractéristiques des trackers	13
5.2.3	Évaluation des caractéristiques de l'excess return (tracking error)	15
5.2.4	Conclusions sur l'index tracking du CAC40	16
5.3	stratégie Long-Short neutre au marché CAC40	17
5.3.1	Construction et test de cointégration des indices plus/minus	17
5.3.2	Évaluation de performance de la stratégie long short sur les indices Plus/Minus	17
6	Conclusion	20
6.1	Points clés de l'article à retenir	20
6.2	Comparaison des applications au DJIA et CAC40	20

1

INTRODUCTION

Nous fournissons une description brève des stratégies de long-short equity et du principe de cointégration utilisée dans ce papier.

1.1 RENDEMENT PAR RAPPORT AU MARCHÉ ET STRATÉGIE DE LONG-SHORT EQUITY

Les stratégies de long-short equity et la neutralité de marché sont des concepts essentiels dans la gestion alternative, notamment dans le cadre des hedge funds. L'alpha est un terme couramment utilisé pour désigner le rendement excédentaire généré par une gestion active, ajusté en fonction du risque. Cet alpha peut provenir de la sélection des titres ou du market timing. Les stratégies de long-short equity sont souvent considérées comme neutres par rapport au marché, mais cela n'est vrai que si elles sont conçues avec un bêta nul. En pratique, des corrélations significatives avec les indices de marché, comme le S&P 500 ou le NASDAQ, ont été observées, ce qui remet en question leur réelle neutralité.

Les stratégies de long-short cherchent à exploiter les inefficacités du marché en achetant des actifs sous-évalués et en vendant des actifs surévalués. Toutefois, ces stratégies ne garantissent pas la neutralité de marché, car il n'existe souvent aucune relation stable entre les deux groupes d'actifs. À l'inverse, les stratégies véritablement neutres reposent sur des interdépendances prouvées entre les actifs, comme dans les arbitrages sur les titres convertibles, les indices, les taux d'intérêt ou les fusions-acquisitions.

L'un des avantages majeurs des stratégies long-short neutres est leur indépendance par rapport à la direction du marché, ce qui permet une meilleure utilisation de l'information et la possibilité de générer un "double alpha". En outre, l'alpha ainsi généré peut être transféré à d'autres marchés via des produits dérivés, permettant ainsi une portabilité efficace. Cependant, ces stratégies restent exposées à certains risques, tels que les erreurs de couverture croisée ou le manque de liquidité en période de crise. De plus, malgré leur efficacité en période normale, leur faible volatilité et leur faible corrélation avec le marché peuvent disparaître lors d'événements extrêmes.

Enfin, certaines stratégies de convergence, comme le pairs trading ou le suivi d'indices, reposent sur des hypothèses de corrélation qui peuvent s'avérer instables, limitant ainsi leur robustesse en pratique.

1.2 COINTÉGRATION ET CORRÉLATION

La cointégration et la corrélation sont deux concepts statistiques largement utilisés dans les stratégies long-short, bien que leurs applications et leurs implications diffèrent. La corrélation est couramment utilisée pour mesurer la dépendance entre les rendements d'actifs, mais elle est pertinente uniquement pour des variables stationnaires, ce qui implique souvent de dé-trendre les prix, entraînant une perte d'information précieuse. En revanche, la cointégration permet d'identifier des tendances stochastiques communes dans des séries temporelles non stationnaires, comme les prix d'actions, en conservant l'ensemble des informations sur les niveaux des variables.

La cointégration est particulièrement utile pour détecter des relations à long terme entre des actifs, contrairement à la corrélation qui est une mesure plus volatile et souvent limitée aux horizons de court terme. Par exemple, dans les stratégies de long-short basées sur la cointégration, l'objectif est d'exploiter la convergence de prix entre des actifs intégrés d'ordre un ou plus. Cela permet de tirer parti de la réversion à la moyenne des écarts de prix, sans pour autant prédire les prix individuels.

L'avantage majeur des stratégies utilisant la cointégration réside dans leur capacité à réduire la fréquence des rééquilibrages, diminuant ainsi les coûts de transaction. Elles offrent également une stabilité accrue par

rapport aux stratégies basées uniquement sur la corrélation, souvent sujette à des changements brusques et imprévisibles. La stabilité des relations de cointégration permet également d'améliorer la gestion des risques et l'optimisation des portefeuilles sur le long terme.

Cependant, la cointégration ne remplace pas complètement l'analyse de corrélation, car cette dernière reste utile pour identifier des relations à court terme. Une stratégie efficace peut donc combiner les deux approches : utiliser la corrélation pour la sélection de titres à court terme, tout en s'appuyant sur la cointégration pour la gestion stratégique à long terme. Enfin, des études empiriques ont démontré que les relations de cointégration permettent une meilleure prévisibilité à court terme grâce aux comportements de correction d'erreur, ce qui en fait un outil précieux pour les décisions d'allocation d'actifs dans un contexte de volatilité accrue.

1.3 DESCRIPTION DE LA STRATÉGIE DE LONG-SHORT BASÉE SUR LA COINTEGRATION

Les stratégies de long-short equity basées sur la cointégration présentent plusieurs avantages par rapport aux approches traditionnelles, notamment grâce à leur capacité à exploiter les relations de long terme entre les prix d'actions et les indices. Ces stratégies peuvent être décomposées en trois catégories principales : la réplcation d'indices, la stratégie de marché neutre long-short equity, et la combinaison des deux pour maximiser les performances tout en minimisant la volatilité.

Réplication d'indices

La première stratégie vise à suivre un indice de référence en termes de rendements et de volatilité. Grâce à l'utilisation de la cointégration, le portefeuille construit est capable de répliquer fidèlement les performances de l'indice tout en conservant une forte corrélation avec celui-ci. L'objectif est de minimiser l'erreur de réplication, qui doit idéalement se comporter comme un bruit blanc, c'est-à-dire avoir une moyenne nulle et une faible variance. Une faible corrélation entre l'erreur de réplication et les rendements du marché est également recherchée pour garantir la neutralité du marché.

Stratégie long-short equity neutre au marché

La deuxième stratégie repose sur la mise en place de portefeuilles long et short visant à capturer un double alpha tout en maintenant une faible volatilité et une faible corrélation avec le marché. Pour cela, des portefeuilles "plus" et "moins" sont créés, chacun répliquant un indice spécifique. La stratégie consiste ensuite à prendre une position longue sur le portefeuille "plus" et courte sur le portefeuille "moins", créant ainsi une stratégie autofinancée. L'alpha généré provient de l'écart de performance entre les deux benchmarks, et la volatilité de la stratégie dépend de la corrélation entre les portefeuilles long et short ainsi que de la volatilité de chacun d'entre eux. Idéalement, cette approche permet de réduire la volatilité tout en maintenant un rendement excédentaire constant.

Combinaison des stratégies pour une optimisation globale

Enfin, la troisième approche combine les stratégies de réplication d'indices et les stratégies long-short equity pour adapter le profil de risque et maximiser la performance. Trois options sont envisagées :

1. Une approche *fund of funds* permettant de diversifier les stratégies long-short pour réduire la volatilité globale.
2. Une combinaison des rendements excédentaires de la réplication d'indices avec des stratégies long-short, afin d'améliorer la performance en période de repli du marché.
3. Une stratégie de portabilité de l'alpha, qui utilise un portefeuille de réplication pour transférer l'alpha généré dans un cadre neutre au marché vers l'indice de marché.

L'optimisation du portefeuille basée sur la cointégration, plutôt que sur la simple corrélation, permet de tirer parti des tendances de long terme et d'améliorer la stabilité des rendements. Ces stratégies offrent ainsi des opportunités de rendement excédentaire tout en atténuant les risques associés aux mouvements de marché.

2

TRACKING D'INDICE

2.1 STRATÉGIE DE RÉPLICATION D'INDICE BASÉE SUR LA COINTÉGRATION

La stratégie de réplication d'indice par cointégration repose sur l'utilisation d'une relation de cointégration entre l'indice et les actions composant le portefeuille, plutôt que sur une simple corrélation. Cela présente plusieurs avantages : - L'erreur de suivi est, par construction, réversible (*mean-reverting*). - La stabilité des pondérations réduit le besoin de rééquilibrage fréquent. - Une meilleure exploitation des informations contenues dans les prix des actions.

La stratégie de réplication d'indice se déroule en deux étapes :

1. **Sélection des actions** : Basée sur des modèles propriétaires, des analyses techniques ou les compétences du gestionnaire. La qualité de la sélection détermine la performance de la cointégration.
2. **Détermination des pondérations** : Les pondérations des actions sont calculées à l'aide des coefficients des moindres carrés ordinaires (OLS) obtenus par la régression du logarithme de l'indice sur les logarithmes des prix des actions :

$$\log(\text{index}_t) = c_1 + \sum_{k=1}^n c_k \cdot \log(P_{k,t}) + \epsilon_t$$

2.2 ÉVALUATION DE LA STRATÉGIE AVEC BACK-TESTING

Les expériences ont été menées pour des tailles de portefeuilles différentes (premiers 10, 15, 20, 25, 30 stocks dans l'index), des calibrations s'étendant sur 1 à 5 ans avant la constitution du portefeuille.

2.2.1 • TEST DE COINTÉGRATION ENGLE-GRANGER

Pour garantir la validité de la cointégration, un test de stationnarité des résidus est effectué en utilisant la méthode Engle-Granger avec l'équation suivante :

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \gamma \hat{\epsilon}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta \hat{\epsilon}_{t-i} + u_t$$

L'hypothèse nulle du test est la non-cointégration i.e. $\gamma = 0$.

2.2.2 • RENDEMENT DE LA STRATÉGIE DE SUIVI D'INDICE

Après avoir construit les portefeuilles sur une relation de cointégration, on estime les prix quotidiens en maintenant constant le nombre d'actions entre deux périodes de rééquilibrage des poids.

L'idéal serait de maintenir constants les poids des actions plutôt que leur nombre, mais cela nécessiterait un rééquilibrage quotidien, générant des coûts de transaction élevés. Pour plus de pragmatisme, on opte pour un rééquilibrage tous les 10 jours.

Par exemple, le prix du portefeuille au temps $T + x$ (avec $x \leq 10$) est calculé comme suit :

$$\pi_{T+x} = \pi_{T-1} \times \sum_{k=1}^n w_{k,T} \frac{P_{k,T+x}}{P_{k,T}}$$

Les rendements sont ensuite estimés par la première différence des logarithmes des prix du portefeuille.

2.2.3 • COÛTS DE TRANSACTION

Les coûts de transaction sont pris en compte avec un taux fixe de 20 points de base par transaction, en ligne avec les coûts estimés sur le NYSE. Les coûts de rééquilibrage, effectués tous les 10 jours de bourse, sont calculés comme suit, en étant étalés uniformément sur les 10 jours :

$$TC_T = 0.002 \sum_{k=1}^n |w_{k,T+10} - w_{k,T}| \cdot P_{k,T}$$

2.2.4 • MESURE DE LA PERFORMANCE

Pour évaluer la stratégie, plusieurs indicateurs sont calculés :

- **Volatilité annuelle** des rendements excédentaires.
- **Corrélation** entre les rendements du portefeuille et ceux du marché, ainsi que la corrélation des erreurs de suivi.
- **Asymétrie et kurtosis** pour caractériser la distribution de l'erreur de suivi.
- **Ratios de Sharpe et d'information** pour comparer la performance avec celle du benchmark, en utilisant le taux sans risque des bons du Trésor à 3 mois (5,26 % p.a.).

Cette stratégie permet de capturer l'excès de rendement en minimisant la volatilité, tout en assurant une corrélation élevée avec l'indice.

Remarque sur les ratios de Sharpe de cet article : les ratios de Sharpe des stratégies présentent dans l'article sont assez bas, et proches les uns des autres. Ils sont l'une des mesures principales de la performance d'une stratégie. Néanmoins, gardons à l'esprit que l'objectif est bel est bien de proposer des stratégies qui sont market neutral, un avantage non négligeable en cas de crise du marché, et donc il y a un tradeoff par rapport à d'autres stratégies aux Sharpes plus élevées mais plus fortement corrélées au marché.

2.3 COMMENTAIRES SUR LES RÉSULTATS DES TESTS DU BACK-TEST

Nous fournissons quelques commentaires sur les résultats des expériences qui ont été menées sur des données financières des moyennes de prix journalières du Dow Jones Industrial Average s'arrêtant au 31 Dec 2001.

Test de cointégration

Pour tester la cointégration dans les séries, on utilise un test ADF (Augmented Dickey-Fuller) et on remarque le comportement suivant : le degré de cointégration augmente en le nombre d'actifs dans le portefeuille and en la longueur de la période de calibration. Cela est en accord avec notre intuition : plus le portefeuille contient des actifs de l'indice, plus il est cointégré avec celui-ci, et pour desceller la cointégration qui caractérise les temps longs, des périodes de calibration plus longues sont plus efficaces.

Rendements des trackers

Les résultats des rendements cumulés des trackers montrent que tous les portefeuilles affichent des performances proches de l'indice de marché avant prise en compte des coûts de transaction. Les portefeuilles de 20 actions sous-performent légèrement l'indice (d'environ 2 % par an), ceux de 25 actions ont des rendements proches de l'indice et les portefeuilles de 30 actions surperforment légèrement l'indice (d'environ 1 % par an).

L'impact de la période de calibration sur les rendements est limité : une fois la période minimale de 3 ans atteinte, l'augmentation de la période n'améliore pas significativement la cointégration.

Les erreurs de tracking ne sont pas uniformément accumulées dans le temps. Quelques années spécifiques sont responsables de la majorité des erreurs, notamment 1999 pour les portefeuilles de 20 actions, et 2000-2001 pour les portefeuilles de 25 et 30 actions.

Coûts de transaction

L'analyse des coûts de transaction des stratégies de tracking révèle leur forte dépendance au nombre d'actions

dans le portefeuille et à la période de calibration. Plus la cointégration est forte, plus les poids des actions sont stables et donc plus les coûts de rééquilibrage sont faibles, puisqu'ils sont moins fréquents. Concernant le nombre d'actions dans les portefeuilles, les gros portefeuilles de 30 actions sont particulièrement stables, tandis que les portefeuilles plus petits montrent une plus grande instabilité, même avec des coûts de transaction relativement bas pour les portefeuilles de 25 actions. Cette instabilité peut être due à la méthode de sélection des actions, nécessitant une analyse complémentaire pour affiner les résultats.

Volatilité des rendements des trackers

La volatilité des trackers est similaire à celle de l'indice de marché. Les portefeuilles contenant moins d'actions sont légèrement plus volatils, comme on pourrait s'y attendre. Cependant, la différence reste faible, par ailleurs, la période de calibration ainsi que les coûts de transaction n'impacte pas cette volatilité. Notons que les pics de volatilité dus aux périodes de crise comme les crises russes et asiatiques ou celle du 11 septembre 2001, qui se manifestent sur l'indice de marché sont aussi présents sur les portefeuilles.

Corrélation des trackers avec les rendements du marché

Les corrélations inconditionnelles entre les portefeuilles et les rendements du marché sont proches de 1 pour tous les nombres d'actifs et périodes de calibration. Les portefeuilles de 20 et 25 actions présentent une corrélation légèrement plus faible que ceux de 30 actions, mais restent néanmoins élevées.

Les périodes de crises correspondent à des périodes où les trackers dévient du comportement de marché, et ces crises sont les principales responsables des corrélations basses avec les rendements de marché.

Enfin, il est important de noter que l'erreur de suivi ("tracking error") n'est pas corrélée aux rendements du benchmark, ce qui est crucial pour la réussite des stratégies de cointégration en contexte de long-short market neutral.

Skewness et kurtosis ; Sharpe ratios

On s'intéresse à ces statistiques sur l'erreur de tracking de nos stratégies. Leur skewness et kurtosis sont positives et proches de 0. La skewness est maximale pour le portfolio de 30 actifs ce qui traduit que ce portefeuille performe mieux que l'indice de marché.

Le Sharpe ratio pour le benchmark est 0.54, pour le portefeuille de 20 et 30 actifs, il est respectivement de 0.33 et 0.57. Le portefeuille de 20 actifs a le pire Sharpe ce qui n'est pas étonnant étant donné que ses rendements sont parmi les plus bas et sa volatilité est élevée.

2.4 MÉTHODES ALTERNATIVES DE SÉLECTION D' ACTIONS

Pour analyser la stabilité des poids dans les portefeuilles, on utilise des méthodes de sélection d'actions alternatives basées sur des critères de classement par prix. Pour réduire l'instabilité due aux changements fréquents de classement, on conserve chaque groupe d'actions constant pendant 6 mois ou 1 an. La stratégie de classement quotidien est notée RD, tandis que les stratégies de reclassement semi-annuel et annuel sont notées RSA et RA respectivement.

Une autre approche consiste à utiliser une fonction indicatrice comptant le nombre de fois où une action a figuré dans le groupe des n premières au cours des 1, 3 ou 5 dernières années. Ces stratégies sont notées F1, F3 et F5.

Comme on s'y attend, les résultats montrent que les coûts de transaction diminuent significativement en passant du reclassement quotidien au reclassement semi-annuel, annuel ou basé sur la fréquence. Les stratégies avec le reclassement annuel et la fréquence sur 3 ans présentent les coûts les plus faibles, reflétant une meilleure stabilité de la cointégration.

Les portefeuilles de 20 actions sont particulièrement sensibles au choix de la méthode de sélection, avec des coûts de transaction élevés et des ratios de Sharpe plus faibles, tandis que les portefeuilles de 30 actions affichent une meilleure performance et des coûts réduits.

En conclusion, les méthodes alternatives basées sur un reclassement moins fréquent ou sur la fréquence d'apparition des actions permettent de réduire les coûts de transaction et d'améliorer la stabilité des poids des

actions dans le portefeuille.

Remarque importante sur la cointégration et les performances court terme vs. long terme :

Comme nous l'avons dit, l'erreur de tracking de la cointégration possède un comportement de retour à la moyenne *par constructio*. Ainsi, on s'attend à ce que les performances des trackers reproduisent les performances de marché sur le long-terme. Néanmoins, sur le court terme rien ne garantit un comportement similaire entre les portfolio, et c'est ce qu'on témoigne en pratique avec des corrélations basses lors des crises ; c'est précisément ces périodes qui sont les sources potentielles d'alpha de rendements au dessus du marché.

3

STRATÉGIE LONG-SHORT BASÉE SUR LA COINTÉGRATION

Une extension naturelle de la stratégie de suivi simple est la mise en place de stratégies long-short autofinancées en utilisant des portefeuilles suivant des indices de référence "plus" et "moins". Ces stratégies visent à générer des rendements correspondant à l'écart entre les benchmarks "plus" et "moins", avec une faible volatilité. La corrélation entre la stratégie long-short et le marché reste faible, car les portefeuilles "plus" et "moins" sont fortement corrélés à l'indice de référence initial.

Les benchmarks "plus" et "moins" sont construits en ajoutant ou en soustrayant un rendement excédentaire annuel de $x\%$ aux rendements de l'indice de référence. Cependant, à mesure que x augmente, il devient plus difficile de maintenir une relation de cointégration stable, entraînant une instabilité des poids des actions et une volatilité accrue.

Les nouvelles régressions de cointégration s'écrivent :

$$\log(\text{index}_t^{\text{plus}}) = a_1 + \sum_{k=1}^n a_{k+1} \cdot \log(P_{k,t}) + u_t$$

$$\log(\text{index}_t^{\text{moins}}) = b_1 + \sum_{k=1}^n b_{k+1} \cdot \log(P_{k,t}) + u_t$$

Les poids des actions dans les portefeuilles "plus" et "moins" ne sont pas nécessairement positifs, impliquant potentiellement des positions shorts. La stratégie long-short consiste en une position longue sur le portefeuille "plus" et une position courte sur le portefeuille "moins".

Les coûts de transaction de la stratégie long-short sont réduits en raison de la compensation des poids entre les portefeuilles "plus" et "moins". Les coûts sont calculés comme suit :

$$TC_T = 0.002 \times \sum_{k=1}^n |(w_{k,T}^{\text{plus}} - w_{k,T}^{\text{moins}}) - (w_{k,T-10}^{\text{plus}} - w_{k,T-10}^{\text{moins}})| \times P_{k,T}$$

Pour assurer la neutralité de marché, il est nécessaire que la différence entre les bêtas des portefeuilles "plus" et "moins" soit nulle, ce qui est garanti si les portefeuilles suivent fidèlement leurs benchmarks respectifs, avec des coefficients de corrélation proches de 1 et des volatilités relatives égales à l'unité.

3.1 RÉSULTATS DU BACK-TEST

Pour tester la stratégie long-short neutre au marché, on utilise les mêmes principes que pour les trackers simples. On crée 6 benchmarks "plus" et "moins" en ajoutant/soustrayant des rendements annuels de 5%, 10% et 15% aux rendements reconstruits du DJIA.

Les portefeuilles sont composés de 20, 25 ou 30 actions, avec des périodes de calibration de 3, 4 et 5 ans. Comme pour la stratégie de suivi simple, il n'y a pas de méthode unique de sélection d'actions qui soit optimale. On utilise donc les trois méthodes les plus représentatives : RD (Re-ranking Daily), RA (Re-ranking Annual), F3 (Frequency-based re-ranking).

Test de cointégration

Le test ADF pour le portefeuille le plus à risque de casser la relation de cointégration (+/- 15% montre que les portefeuilles restent assez bien cointégrés avec les benchmarks même si ces derniers diffèrent significativement de l'indice de marché.

Rendements des stratégies

Les résultats montrent que les stratégies long-short basées sur la méthode de sélection d'actions par re-classement quotidien (RD) génèrent des résultats négatifs après prise en compte des coûts de transaction, sauf pour les portefeuilles "plus" composés de 30 actions. Ces échecs sont principalement dus à l'instabilité des poids des actions et aux coûts de transaction élevés, particulièrement pour les stratégies avec de grands écarts "plus"/"moins" (+/-15%). Les coûts de transaction peuvent atteindre 35% pour les stratégies avec un portefeuille "plus" de 30 actions et "moins" de 20 actions.

Les stratégies utilisant des méthodes de sélection annuelle (RA) ou basées sur la fréquence (F3) produisent généralement des résultats positifs, en particulier lorsque le nombre d'actions dans le portefeuille "moins" est inférieur à 30. Par exemple, un portefeuille "plus" de 30 actions avec un portefeuille "moins" de 20 actions peut générer un rendement cumulé supérieur à 49% sur la période de test (1995-2001).

Volatilité des stratégies

La volatilité annuelle des stratégies long-short dépend fortement de l'écart entre les benchmarks "plus" et "moins". Plus cet écart est grand, plus la volatilité augmente. Les stratégies suivant des écarts faibles ($\pm 5\%$) présentent une volatilité inférieure à 5% par an, tandis que les stratégies avec des écarts importants ($\pm 15\%$) peuvent atteindre une volatilité de 30%. Les stratégies les plus conservatrices, proches de l'indice DJIA, montrent les volatilités les plus faibles.

Les portefeuilles "moins" génèrent généralement plus de volatilité que les portefeuilles "plus", en raison de la difficulté à construire des portefeuilles "moins" cohérents. L'augmentation de la période de calibration ou la réduction du nombre d'actions n'ont pas d'impact significatif et constant sur la volatilité. Les stratégies de re-classement annuel (RA) montrent une volatilité légèrement plus faible que celles basées sur un re-classement quotidien (RD), et les stratégies basées sur la fréquence (F3) pénalisent moins la volatilité des portefeuilles avec des écarts importants.

Les volatilités à court terme, estimées par une moyenne mobile exponentielle (EWMA) montrent que les stratégies long-short n'ont pas subi les pics de volatilité observés sur l'indice DJIA, notamment lors des crises asiatiques et russes ou de 2001. Seule l'année 2000 a connu un comportement de volatilité similaire à celui de l'indice.

Corrélation avec les rendements de marché

Pour garantir la neutralité de marché, les portefeuilles "plus" et "moins" doivent répliquer fidèlement leurs benchmarks respectifs. Sinon, des différences de volatilité entre les deux portefeuilles peuvent compromettre cette neutralité.

Les coefficients de corrélation inconditionnelle sont faibles, souvent positifs pour des calibrations de 3 ans et négatifs pour 4 ou 5 ans. Une augmentation du nombre d'actions réduit légèrement la corrélation, soulignant l'importance d'un large éventail d'actifs pour améliorer la neutralité.

Les corrélations avec les benchmarks impactent sérieusement la performance des stratégies long-short. Une corrélation négative avec le marché dans des périodes de troubles e.g. rendements négatifs et volatilité élevée permet aux stratégies long-short de se prémunir contre des pertes importantes. C'est cela qui leur permet d'avoir des plutôt bonnes performances pendant les crises asiatiques, russes et de la bulle internet. À l'opposé, l'année 1995 avec une corrélation positive au marché a été catastrophique pour ce genre de stratégies.

Skewness et kurtosis ; Sharpe ratios

La skewness a tendance à diminuer à mesure que l'écart entre les benchmarks "plus" et "moins" augmente. La stratégie à 30 actions avec une période de calibration de 3 ans présente la plus faible skewness (-0,38), bien que ce chiffre ne soit pas statistiquement significatif. À l'inverse, des asymétries positives apparaissent pour les stratégies combinant 30 actions en "plus" et moins de 30 en "moins" avec une période de calibration de 5 ans. Quant à la kurtosis, elle varie généralement entre 1 et 2, ce qui reste faible en comparaison avec l'indice de marché (4,5). Les stratégies utilisant un reclassement annuel ou basé sur la fréquence (notamment F3) présentent une kurtosis plus faible que les stratégies à reclassement quotidien. Ces résultats montrent que les rendements des stratégies long-short s'apparentent davantage à une distribution normale par rapport aux stratégies de hedge funds, où la non-normalité est plus marquée. Pour les ratios de Sharpe, on remarque une évolution similaire en fonction du nombre d'actif et de la stratégie de sélection : les ratios de Sharpe augmentent avec le nombre d'actions dans le portefeuille, les meilleures combinaisons étant "plus" 30 / "moins" 20 et "plus" 30 / "moins" 25. Cependant, l'augmentation de l'écart entre les benchmarks tend à réduire ces ratios, montrant que la réduction de la volatilité est déterminante pour améliorer la performance ajustée du risque. Le reclassement quotidien mène à un ratio de Sharpe plus bas que le reclassement annuel ou basé sur la fréquence.

Remarque importante sur le retour à la moyenne des stratégies long-short : La stratégie long-short basée sur la cointégration a démontré une grande efficacité lors de l'éclatement de la bulle technologique en 2000. Les actions technologiques, telles qu'IBM et Hewlett-Packard (HWP), qui ont enregistré des baisses de plus de 20 %, étaient en position courte dans les portefeuilles long-short, permettant ainsi de profiter de la chute des prix.

La réussite de cette stratégie repose sur la stabilité de la relation de cointégration et sur la réversion à la moyenne des prix des actions. Les poids des actions dans le portefeuille long-short sont définis comme la différence entre les poids dans les portefeuilles longs et courts. Une action surperformant l'indice de référence pendant la période de calibration et présentant une cointégration avec le benchmark "plus" se retrouve en position longue. À l'inverse, une action sous-performant l'indice et cointégrée avec le benchmark "moins" se retrouve en position courte. La performance de ces stratégies passe donc par l'exploitation de la baisse d'actifs surévalués par un mécanisme de retour à la moyenne.

4

STRATÉGIES ALTERNATIVES COMBINANT TRACKING ET LONG-SHORT MARKET NEUTRE

La combinaison des deux approches que nous avons présentées peut viser soit l'amélioration de certaines propriétés des stratégies long-short market neutral, soit le transfert de l'alpha acquis dans la stratégie long-short market neutral vers l'indice de marché.

4.1 APPROCHE "FUND OF FUNDS" POUR LES STRATÉGIES LONG-SHORT NEUTRES AU MARCHÉ

L'approche "fund of funds" consiste à investir dans plusieurs stratégies long-short similaires afin de réduire la volatilité globale des rendements, à l'image d'un indice qui regroupe des fonds. Cette approche permet également de comparer directement les performances obtenues avec les indices de hedge funds tels que le Hennesse Market Neutral index et le Zurich Long-Short Market Neutral Median index.

En pratique, les rendements cumulés du "fund of funds" basé sur la cointégration sont plus volatils que ceux des indices de hedge funds, principalement en raison de la diversification moindre et de l'absence d'effet de levier

dans notre approche. Cependant, en appliquant un levier de 3 ou 4 aux rendements cumulés de notre stratégie, les performances deviennent comparables aux indices de hedge funds, bien que la volatilité demeure plus élevée.

Cette volatilité accrue est logique, car la stratégie de cointégration reste une stratégie individuelle et n'atteint pas la stabilité d'un indice diversifié. Par ailleurs, en termes de neutralité de marché, notre stratégie montre une corrélation nettement inférieure à celle des indices de hedge funds, ce qui est un point fort pour la gestion du risque.

En conclusion, l'ajout de levier permet d'obtenir des rendements similaires aux indices de hedge funds, tout en conservant une neutralité de marché plus marquée, ce qui en fait une stratégie attrayante pour les investisseurs cherchant à limiter l'exposition aux fluctuations du marché.

4.1.1 • COMBINAISON DU TRACKER ET DE LA STRATÉGIE LONG-SHORT MARKET NEUTRAL

Pour améliorer les performances de la stratégie long-short lors des baisses de marché significatives, il est pertinent de combiner la stratégie long-short neutre au marché avec les rendements excédentaires générés par le suivi d'indice. En période de chute de l'indice, être short sur l'indice plutôt que sur le benchmark "moins" permet de mieux capter l'écart de performance, en tirant profit d'une volatilité plus faible et de la market neutralité.

La stratégie combinée améliore les ratios de Sharpe grâce à une baisse significative de la volatilité, bien que les rendements absolus diminuent légèrement en raison de la faible amplitude des rendements excédentaires du portefeuille de suivi. Cependant, suivre des écarts plus larges (5% à 10%) augmente la volatilité, ce qui pénalise les ratios de Sharpe. La stratégie reste néanmoins neutre au marché, avec une non-normalité modérée mais inférieure à celle des hedge funds.

4.1.2 • TRANSPORT D'ALPHA VERS L'INDICE DE MARCHÉ

Lorsque la neutralité de marché n'est pas nécessaire et qu'une exposition à l'indice est souhaitée, il est possible de transporter l'alpha généré par la stratégie long-short vers l'indice via des dérivés (par exemple, des contrats à terme) ou en utilisant une procédure améliorée de suivi d'indice basée sur la cointégration.

La stratégie combinée permet de capter l'alpha à la fois via le suivi d'indice et la stratégie long-short, tout en conservant une corrélation appropriée avec l'indice. Bien que la volatilité soit légèrement supérieure à celle de l'indice de marché, les ratios de Sharpe sont nettement améliorés (environ 0,65 contre 0,54). Toutefois, l'élargissement des écarts de suivi dans les stratégies long-short n'améliore pas la performance globale.

5

APPLICATION DE L'APPROCHE PRÉSENTÉE AU MARCHÉ FRANÇAIS : CAS DU CAC40

Dans cette partie, nous présentons l'application de l'approche d'index tracking et de mise en place de stratégies long-short neutres au marché, telle que proposée dans l'article de référence, au cas du marché français représenté par le CAC40. Nous évoquerons les similitudes et les différences dans les résultats obtenus par rapport au marché américain DJIA.

5.1 PRÉSENTATION DES DONNÉES

L'univers d'actifs considéré est constitué des actions composant l'indice CAC40. La base de données utilisée couvre la période allant de Janv 2001 à Mars 2010, ce qui inclut la crise financière mondiale de 2008-2009. Cette période permettra donc d'évaluer le comportement de la stratégie en temps normal ainsi qu'en conditions extrêmes de marché pour tester sa neutralité au marché.

Il est à noter que certaines valeurs ne sont apparues que tardivement au sein de l'indice. Il s'agit du Credit Agricole SA (Dec 2001), Electricite de France (Nov 2005), Gaz de France SA (Jul 2005) et Suez SA (Jul 2008). Ceci crée des déséquilibres dans la longueur des séries temporelles disponibles. Pour assurer une cohérence dans les analyses, seules les actions (au nombre de 36) disposant d'un historique de données suffisamment long ont été retenues dans l'échantillon utilisé pour les calibrations successives.

D'après les résultats du test ADF (figure 1), toutes les séries, y compris l'indice de marché, s'avèrent intégrées d'ordre 1.

	CAC 40	Accor SA	Air Liquide	Alcatel-Lucent	Alstom	Arcelor Mittal	AXA SA	BNP Paribas	Bouygues	Cap Gemini SA	Carrefour SA
adf stat level	-1,88317847	-2,1712402	-1,03761129	-2,28131569	-2,028314	-1,103079438	-2,211078	-2,2022587	-1,70396	-3,099360646	-2,32455211
adf stat diff	-9,37524356	-35,887541	-18,096865	-8,922190032	-33,08299	-24,15874033	-12,37243	-8,2981599	-10,5516	-23,94798941	-22,3803203

Groupe Danone	Dexia SA	EADS	Essilor International	France Telecom	L'Oreal SA	Lafarge SA	Lagardere SCA	LVMH Moet	Vuitton	Michelin	Pernod-Ricard	Peugeot SA	PPR
-1,430604904	-1,012808	-1,88783	-0,923816307	-3,607253332	-2,150056	-1,64524	-1,670349716	-1,770347405	-1,62866	-1,655992262	-0,8856001	-2,838871	
-17,57318535	-8,418757	-16,1924	-38,15701513	-23,04935515	-16,50852	-8,85874	-13,79031705	-11,99416585	-11,6533	-18,63276363	-9,6723087	-12,29083	

Renault SA	Saint-Gobain	Sanofi-Aventis	Schneider Electric	Societe Generale	STMicroelectronics	Total SA	Unibail-Rodamco	Vallourec	Veolia	Vinci SA	Vivendi	Tecnip
-1,609653	-1,732609555	-2,025660039	-1,677064246	-1,322203224	-1,668103493	-1,38673	-1,067383591	-0,6863617	-1,27873107	-0,95336	-2,70743	-1,29954
-9,687209	-11,63773223	-19,39201389	-9,285583987	-22,60700769	-12,00986242	-11,5806	-30,37490948	-33,6911746	-11,0917745	-22,9607	-11,0145	-18,7904

FIGURE 1 – ADF Test of CAC40 et and different stocks

5.2 INDEX TRACKING DU CAC40

Pour sélectionner un sous-ensemble pertinent de n stocks en vue d'estimer une relation de cointégration avec l'indice, contrairement à l'article qui effectue un ranking par les prix, nous classons les actions du CAC40 selon leur contribution effective à l'indice, mesurée par le produit de leur prix et de leur poids dans l'indice ($P_i \cdot w_i$). Ce critère privilégie les titres les plus influents dans la dynamique de l'indice, assurant une meilleure représentativité du sous-ensemble. Pour nos résultats, nous désignerons par :

- RD : re-ranking effectué tous les jours du rebalancement du portefeuille sur la base de la contribution effective des actifs à l'indice.

- F3 : re-ranking annuel sur la base de la fréquence d'apparition des actifs dans le top n durant les 3 années précédentes toujours sur la base de la contribution effective à l'indice.

L'horizon de calibration de la relation de cointégration est prise dans 1, 2, 3, 4, 5 ans. Vu les limites temporelles de nos données financières, le premier portefeuille tracker est construit en Janv 2006 et le dernier en Mars 2010. Par ailleurs, nous conservons la fréquence (10 jours) à laquelle le rebalancement du portefeuille tracker de l'indice est effectué.

Finalement, le 'Sharpe' apparaissant dans les résultats qui suivent est en fait le **ratio d'information**.

5.2.1 • TESTS DE COINTÉGRATION

La figure 2 montre les résultats des tests de cointégration en utilisant la méthode de sélection "RD" pour la période de janvier 2006 à janvier 2009. Comme dans l'article, on observe qu'en général, à mesure que le nombre de stocks choisis augmente, la performance du test de cointégration s'améliore. Pour $n = 10$ et $n = 20$, il y a des moments où la relation de cointégration échoue à valider le test d'Engle-Granger. Rien de clair ne peut être cependant dit sur l'influence de l'horizon de calibration sur le succès du test de cointégration mais des valeurs numériques ont montré qu'il est en moyenne légèrement meilleur pour 3 ans. Des résultats similaires ont été observées pour les méthodes de sélection. Par la suite, nous nous concentrerons sur des valeurs de n égales à 25, 30 et 36. En ce qui concerne l'horizon de calibration, nous retiendrons les valeurs 3, 4 et 5.

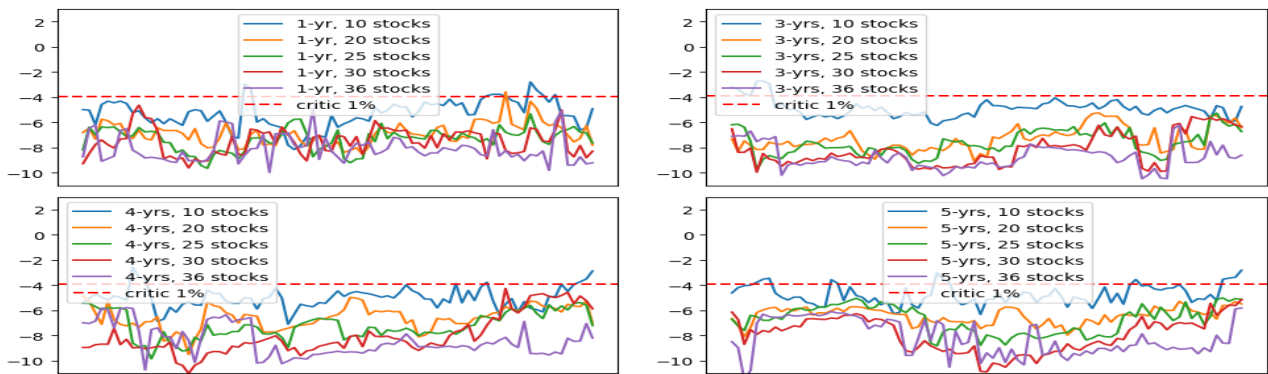


FIGURE 2 – Cointegration tests for selection method "RD" (Janv 2006 - Janv 2009)

5.2.2 • EVALUATION DES CARACTÉRISTIQUES DES TRACKERS

Les figures 3 et 4 présentent respectivement les caractéristiques agrégées, sur notre période temporelle, de l'indice tracké et des trackers obtenus selon différentes méthodes de sélection. On observe que :

- Le score de cointégration s'améliore avec le nombre d'actifs considérés, quelle que soit la méthode de sélection.
- Lorsque n diminue, le rendement est légèrement meilleur comparé à celui de l'indice. Ce constat contraste avec le cas du DJIA, pour lequel le tracker le plus performant correspondait au plus grand n . Cette observation sera déterminante pour le choix des portefeuilles dans la stratégie long-short. Ces performances sont toutefois réduites en présence de frais de transaction.
- Tout comme dans l'article, la volatilité des trackers avec peu d'actifs est très légèrement élevée par rapport à ceux avec plus d'actifs.
- Les trackers affichent une skewness et une kurtosis légèrement plus élevées, indiquant des rendements plus asymétriques et exposés à des événements extrêmes, ce qui traduit une sensibilité accrue aux mouvements de marché.
- La corrélation avec l'indice reste élevée (~ 0.96), confirmant la capacité des répliqueurs à suivre la tendance de l'indice.

- La méthode de sélection a un impact sur le coût de transaction mais cet impact est moins marqué dans nos résultats que pour le DJIA. En analysant la diminution des rendements entraînée par les coûts de transaction, sur chaque méthode de sélection, on observe qu'à $n = 30$, la méthode RD affiche une baisse de 20,73%, contre 21,63% pour F3. À $n = 36$, l'impact est similaire pour les deux méthodes. ainsi, au-delà de 30 actifs, la méthode RD devient plus adaptée. Cependant, F3 permet de réduire les coûts avec un faible nombre d'actifs.

Annulized return(%)	-2.830332
Annulized exc vol(%)	25.670803
Annualized harpe	-0.110255
Return skew	0.080678
Return kurtosis	7.539571

FIGURE 3 – Index features

n	adf	Annulized return(%)	Annualized vol(%)	Annualized harpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
25	-7,40892	-1,11398	25,9358	-0,04295	0,956597	0,245848	9,57495
30	-7,66362	-2,1712	25,5908	-0,08484	0,957645	0,171302	9,293955
36	-8,59912	-2,99245	25,29687	-0,11829	0,95828	0,165365	9,514079

(a) RD without TC

n	adf	Annulized return(%)	Annualized vol(%)	Annualized harpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
25	-7,40892	-1,66046	25,93519	-0,06402	0,95658	0,246517	9,575105
30	-7,66362	-2,62986	25,58948	-0,10277	0,957639	0,171056	9,294249
36	-8,59912	-3,39844	25,29646	-0,13434	0,958271	0,165187	9,514656

(b) RD with TC

n	adf	Annulized return(%)	Annualized vol(%)	Annualized harpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
25	-7,3532	-1,15497	26,25597	-0,04399	0,9513	0,275087	9,475753
30	-7,68664	-2,08817	25,60533	-0,08155	0,957239	0,177413	9,286864
36	-8,59912	-2,99245	25,29687	-0,11829	0,95828	0,165365	9,514079

(c) F3 without TC

n	adf	Annulized return(%)	Annualized vol(%)	Annualized harpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
25	-7,3532	-1,55878	26,25503	-0,05937	0,951291	0,275438	9,476774
30	-7,68664	-2,53519	25,6042	-0,09901	0,95723	0,177553	9,287473
36	-8,59912	-3,39844	25,29646	-0,13434	0,958271	0,165187	9,514656

(d) F3 with TC

FIGURE 4 – Tracking portfolio features. Calibration : 3 yrs

La figure 5 illustre les coûts de transaction cumulés. Comme attendu, les coûts de transaction diminuent lorsqu'on passe d'un rebalancement quotidien à un rebalancement annuel basé sur une fréquence plus faible (3 ans).

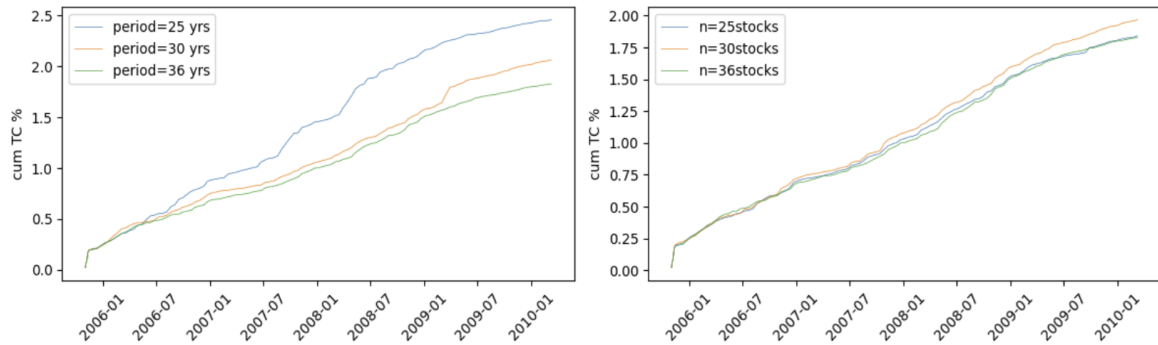


FIGURE 5 – Cumulative transaction costs. calibration : 3yrs. Left (RD). Right (F3)

La figure 6 présente la volatilité basée sur une moyenne mobile exponentiellement pondérée(EWMA dans l'article). La similarité dans de comportement de la volatilité entre l'indice de marché et les portefeuilles de suivi est également présente lorsque nous passons de la volatilité inconditionnelle à une moyenne mobile exponentielle. Chaque pic significatif de volatilité de l'indice, par exemple lors de la crise de 2008-2009 est également ressenti

par les portefeuilles de suivi, à des niveaux comparables même durant la crise 2008-2009. Mais la baisse brusque de la corrélation (de 0,98 à 0,80) s'explique par des divergences accrues dans les rendements à court terme. En effet, en période de forte volatilité pendant la crise, la mission du tracker est quasi-impossible : il ne peut suivre précisément l'indice car celui-ci évolue sporadiquement. Ceci conduit à une réduction de la corrélation, notamment en raison d'ajustements moins réactifs aux chocs de marché.

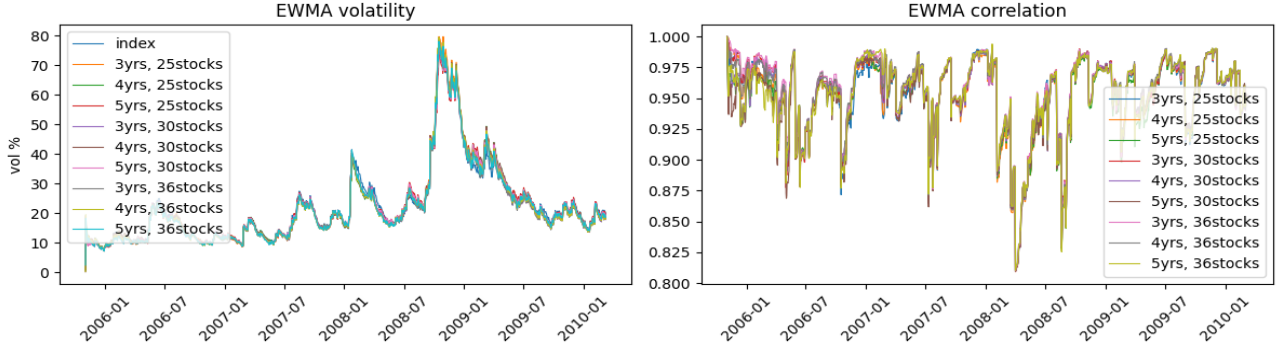


FIGURE 6 – Volatility and correlation of trackers in RD selction method (EWMA $\lambda = 0.94$)

La figure 7, qui illustre les rendements cumulés des trackers, met en évidence ce phénomène par un décalage plus marqué entre les trackers et l'indice, notamment entre 2008 et 2009, et ce, quel que soit la méthode de sélection des actifs ou l'horizon de calibration utilisé.

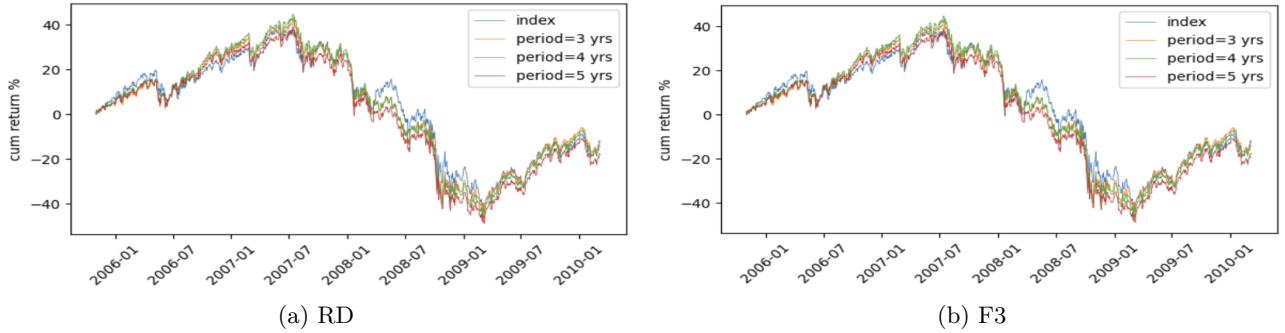


FIGURE 7 – Cumulative returns of tracking portfolios for $n = 36$

5.2.3 • EVALUATION DES CARACTÉRISTIQUES DE L'EXCESS RETURN (TRACKING ERROR)

Nous avons défini l'excess return (tracking error) comme suit :

$$r_{exc} = r_{tracker} - r_{index}$$

La figure 8 présente les caractéristiques agrégées (sur notre période temporelle) du tracking error.

- Comme mentionné précédemment, les rendements des trackers diminuent lorsque n est élevé. Il n'est donc pas surprenant d'observer que l'excess return décroît avec n .
- La corrélation de l'excess return avec l'indice est d'environ -0.15 . Bien que cette valeur ne soit pas aussi faible que dans le cas du DJIA (~ 0.01), elle est tout de même faible, nous permettant de considérer la stratégie comme market neutral.
- la skewness et la kurtosis sont particulièrement élevées. Ces observations se vérifient quel que soit l'horizon de calibration, la fréquence de rebalancement (5, 10 ou 15 jours), ou la méthode de sélection (RD, F3).

Cela suggère que, même si le tracker colle globalement bien à l'indice, il est exposé à des sauts ou à des déviations ponctuelles importantes, probablement dues à :

- des mouvements brutaux sur certains actifs composant le portefeuille,
- une faible robustesse du modèle de cointégration dans des régimes volatils,
- ou un ajustement tardif de la stratégie en réponse à des chocs de marché.

n	Annualized exc return(%)	Annualized exc vol(%)	Annualized exc return sharpe	Exc return corr with market	Exc return skew	Exc return kurtosis
25	1,716356	7,606901	0,225631	-0,11315	0,95502	26,05578
30	0,659131	7,460244	0,088352	-0,15601	1,001857	28,26222
36	-0,16212	7,370537	-0,022	-0,19392	1,064122	29,78225

(a) RD without TC

n	Annualized exc return(%)	Annualized exc vol(%)	Annualized exc return sharpe	Exc return corr with market	Exc return skew	Exc return kurtosis
25	1,169869	7,608274	0,153763	-0,11326	0,955208	26,06356
30	0,200473	7,460626	0,026871	-0,1562	1,002408	28,25702
36	-0,5681	7,371335	-0,07707	-0,19399	1,064666	29,77513

(b) RD with TC

n	Annualized exc return(%)	Annualized exc vol(%)	Annualized exc return sharpe	Exc return corr with market	Exc return skew	Exc return kurtosis
25	1,675358	8,123529	0,206235	-0,08537	1,249038	27,12832
30	0,742158	7,497908	0,098982	-0,15476	0,990843	27,65463
36	-0,16212	7,370537	-0,022	-0,19392	1,064122	29,78225

(c) F3 without TC

n	Annualized exc return(%)	Annualized exc vol(%)	Annualized exc return sharpe	Exc return corr with market	Exc return skew	Exc return kurtosis
25	1,271549	8,124066	0,156516	-0,0855	1,250502	27,12732
30	0,295142	7,498508	0,03936	-0,15492	0,991438	27,64578
36	-0,5681	7,371335	-0,07707	-0,19399	1,064666	29,77513

(d) F3 with TC

FIGURE 8 – Excess return features. Calibration : 3 yrs

L'analyse du tracking error cumulé (figure 9) met en évidence une dynamique particulièrement instable entre 2008 et 2009. On observe une chute marquée en début 2008, suivie d'une remontée lente, puis d'une rechute brutale avant une reprise en février 2009. Ce comportement irrégulier se traduit statistiquement par une skewness positive (environ 1) et une kurtosis très élevée (environ 28), indiquant une distribution très asymétrique et très leptokurtique. Cela reflète la présence de déviations extrêmes ponctuelles entre le tracker et l'indice, dues à une réaction lente du modèle face aux chocs de marché et à la forte volatilité observée durant cette période de crise. Cette période a généré la plus grosse baisse d'excess return du portefeuille tracker.

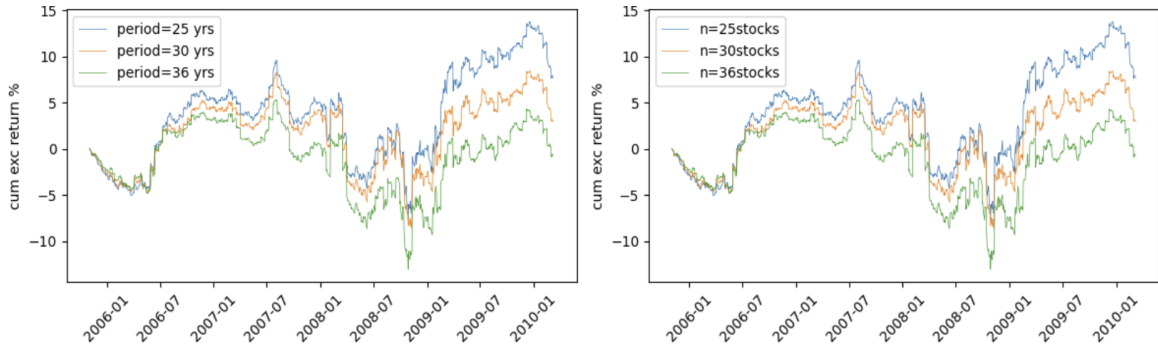


FIGURE 9 – Cumulative excess return. calibration : 3yrs. Left (RD). Right (F3)

5.2.4 • CONCLUSIONS SUR L'INDEX TRACKING DU CAC40

L'implémentation de la méthodologie de tracking d'indice proposée par l'article a conduit à plusieurs similarités et quelques différences :

- Tout comme dans le marché américain DJIA, assurer une relation de cointégration requiert un nombre minimal d'actions dans le portefeuille (au moins 25 titres dans notre cas, soit environ 62.5% du panier du CAC40) ainsi qu'une période de calibration suffisamment longue (3 ans dans notre étude).
- Les portefeuilles construits pour répliquer l'indice affichent des performances proches de ce dernier, tant en termes de rendement que de volatilité (variant légèrement en fonction du nombre de titres), avec une forte corrélation (baissant en période de stress).

- L'excès return est faiblement corrélés au marché mais pas aussi faible que pour le DJIA. Il présentent une volatilité modérée, une très forte asymétrie positive et une distribution marquée par des queues très épaisses.
- Contrairement au DJIA où les périodes de crise étaient à l'origine de l'accroissement de l'excès return, ici, les épisodes de forte baisse du marché et de forte volatilité tels que la crise de 2008 sont à l'origine de la baisse des rendements excédentaires générés par les portefeuilles.
- La performance de la stratégie de réplcation dépend fortement du choix de la méthode de sélection des titres, du nombre d'actions retenues et de la durée de calibration. Il est essentiel de prendre en compte les coûts de transaction liés aux réallocations fréquentes, qui peuvent peser significativement sur les rendements nets. Ici encore, contrairement au DJIA, dans le cas du CAC40, l'excès return annualisé devient plus faible lorsque le nombre d'actifs dans le portefeuille augmente.

5.3 STRATÉGIE LONG-SHORT NEUTRE AU MARCHÉ CAC40

Afin de mettre en œuvre la stratégie long-short décrite dans l'article, nous construisons deux portefeuilles dits *Plus* et *Minus* autour de l'indice CAC40. En nous appuyant sur les résultats des tests de cointégration et les performances observées lors de la réplcation de l'indice, les choix suivants s'imposent naturellement :

- 30 actions pour le portefeuille *Plus*, correspondant aux configurations offrant les meilleurs résultats en termes de tracking ;
- 36 actions pour le portefeuille *Minus*, issues des configurations présentant une sous-performance relative.

L'horizon de calibration retenu est de 3 ans, conformément aux observations précédentes sur la stabilité des relations de cointégration.

5.3.1 • CONSTRUCTION ET TEST DE COINTÉGRATION DES INDICES PLUS/MINUS

Nous avons procédé comme suit pour construire les indices Plus/Minus $x\%$ à partir du cours I_t du CAC40.

$$r_t = \log(I_t) - \log(I_{t-1})$$

$$c_{\text{daily}} = \frac{x}{252}$$

$$r_t^\pm = r_t \pm c_{\text{daily}}$$

$$r_0^\pm = 0$$

$$I_t^\pm = I_0 \exp \left(\sum_{i=0}^t r_i^\pm \right)$$

Il est crucial de vérifier si les indices Plus et Minus réussissent au test de cointégration ce qui est bien le cas d'après la figure 10.

5.3.2 • EVALUATION DE PERFORMANCE DE LA STRATÉGIE LONG SHORT SUR LES INDICES PLUS/MINUS

La figure 11 présente des résultats globaux du backtest des stratégies long - short sur notre période temporelle. On observe un return et une volatilité annualisés qui croissent avec le spread. Le sharpe (ratio d'information) quant à lui décroît globalement avec le spread et a une valeur maximale de 0.53 pour la stratégie la moins risquée. Comme attendu, les returns des stratégies restent faiblement corrélés avec le marché.

L'observation des résultats ne montre pas une relation directe entre le skew, la kurtosis et le spread. Bien que ces valeurs montrent un niveau considérable de non normalité, on remarque que la kurtosis de la stratégie long-short est réduite (~ 10 contre ~ 25 pour le tracking direct), ce qui atténue les rendements extrêmes.

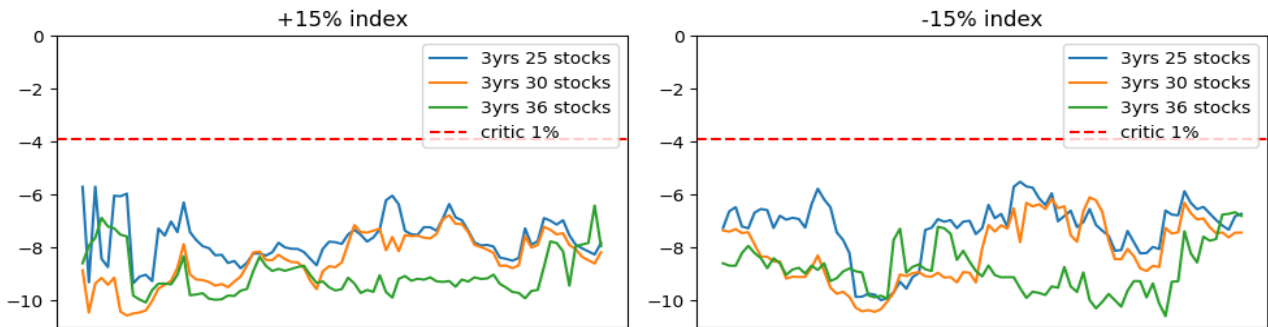


FIGURE 10 – Cointegration test for +15/-15 index

Cela peut créer une asymétrie (skewness) dans la distribution des rendements, car bien que les mouvements extrêmes soient modérés, des déviations marquées peuvent encore apparaître lors de certaines périodes. En particulier, des événements de sur-performance ou sous-performance d'un indice peuvent engendrer cette asymétrie.

Bien que les statistiques globales sont plutôt révélatrices, il est important de regarder les return mensuels et l'évolution de la volatilité et de la corrélation.

+(%)	- (%)	Annualized return (%)	Annualized vol(%)	Annualized sharpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
0	0	1,154641	2,058569	0,560895	0,135615	-0,75305	8,532049
0	5	1,292757	3,831583	0,337395	0,067901	-0,57772	8,560607
0	10	1,498406	6,540067	0,229112	0,034129	-0,76767	9,750582
5	0	2,122645	3,800157	0,558568	-0,10676	1,930715	11,33105
5	5	2,260762	6,122933	0,369229	-0,06936	1,626958	9,26768
5	10	2,46641	8,840805	0,27898	-0,05222	0,008458	10,8981
10	0	2,798237	7,446883	0,37576	-0,13194	1,492083	10,91774
10	5	2,936354	9,477464	0,309825	-0,10567	1,338726	9,507736
10	10	3,142002	11,90568	0,263908	-0,08723	1,855514	9,457882

(a) RD

+(%)	- (%)	Annualized return (%)	Annualized vol(%)	Annualized sharpe	Return corr with market	Return skew	Return kurtosis
0	0	0,311549	2,060447	0,151204	0,134617	-0,75958	8,495264
0	5	0,237119	3,83365	0,061852	0,067315	-0,58051	8,548652
0	10	0,069926	6,542557	0,010688	0,033716	-0,76864	9,735457
5	0	1,158291	3,802044	0,30465	-0,10716	8,920581	11,11728
5	5	1,083861	6,125537	0,176941	-0,06967	1,625303	9,240096
5	10	0,916668	8,844097	0,103647	-0,05249	0,008557	10,88611
10	0	1,491304	7,448582	0,200213	-0,13216	1,49018	10,92146
10	5	1,416874	9,480156	0,149457	-0,10587	1,337059	9,492458
10	10	1,24968	11,90926	0,104934	-0,08742	1,85493	9,452833

(b) F3

FIGURE 11 – Long short strategy performance. Selection method : F3

La figure 12 présente les return mensuel en % des différentes stratégies long-short. Une observation suggérée par ce graphique est que les performances des stratégies long-short sont cohérentes avec les écarts *plus/minus* pour lesquels elles ont été conçues. Les gains et pertes les plus importants sont systématiquement générés par la stratégie long-short à $\pm 10\%$, tandis que les rendements les plus faibles, positifs comme négatifs, proviennent de la stratégie à ± 0 , qui correspond en réalité à la différence entre les portefeuilles de 30 et 36 actions répliquant l'indice. Ce résultat est totalement en accord avec l'article. Les gains les plus importants sont réalisés en Sept 2007 et les plus faible en fin 2008.

Comme le montre la figure 13 (et comme suggéré par les chiffres de volatilité à long terme ci dessus), les volatilités des stratégies considérées sont largement inférieures à celles de l'indice de marché. De plus, l'effet de l'élargissement de l'écart entre les benchmarks suivis est très clair : de manière constante, la volatilité de la stratégie augmente avec le spread entre les indices Plus et Minus.

Une autre caractéristique importante des volatilités des stratégies long-short est qu'elles n'ont pas présenté un nombre important de pics, contrairement à la volatilité de l'indice de marché. Les grands pics de volatilité du marché, notamment en Avril 2006 et Janvier 2008 ne se sont pas reflétés dans la volatilité des stratégies long-short. La seule exception est l'année Sept 2008, où la volatilité des stratégies long-short a suivi un comportement très similaire à celui de l'indice de marché.

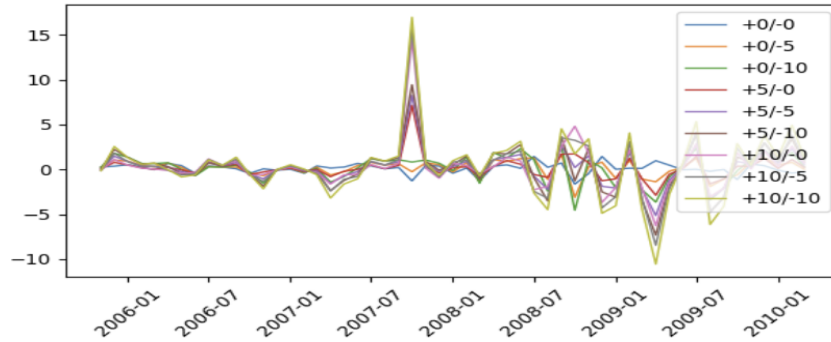


FIGURE 12 – Monthly return of long short strategie with F3 selection. Calibration : 3 yrs

En considérant les résultats des stratégies long-short en termes de volatilité court terme (figure 13), une conclusion raisonnable serait que certaines des stratégies les plus agressives, qui suivent des benchmarks assez éloignés de l'indice de marché, affichent une volatilité élevée. Cependant, celle-ci n'est presque jamais supérieure à la volatilité du marché, et les stratégies plus conservatrices présentent une volatilité bien inférieure à celle du marché.

De ce qui est de la corrélation court terme avec l'indice du marché, l'influence exercée par le spread entre les deux benchmarks n'est pas directe.

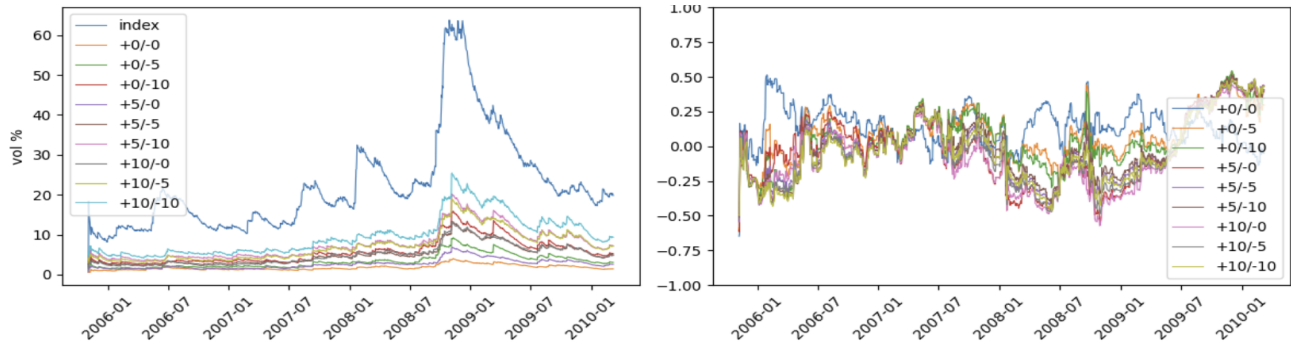


FIGURE 13 – Volatility and correlation of long short strategies with RD selection method (EWMA $\lambda = 0.97$)

6 CONCLUSION

6.1 POINTS CLÉS DE L'ARTICLE À RETENIR

Les auteurs ont démontré l'intérêt de la cointégration pour contruire plusieurs stratégies : l'index tracking, les stratégies long-short equity market neutral et des combinaisons de ces deux dernières.

Les stratégies de suivi d'indice basées sur la cointégration permettent de reproduire fidèlement l'indice de marché ainsi que des benchmarks artificiels, à condition d'inclure un nombre suffisant d'actions et d'utiliser une période de calibration appropriée. Lors des fortes baisses de marché, comme la crise russe et l'éclatement de la bulle technologique, ces stratégies ont nettement surperformé l'indice.

Les stratégies long-short neutres au marché permettent de suivre différents écarts de rendement, avec une volatilité généralement bien inférieure à celle du marché, une absence de corrélation et parfois des ratios de Sharpe supérieurs. Il faut prendre garde aux spread avec les benchmarks et aux coûts de transaction qui peuvent faire baisser les ratios de Sharpe de ces stratégies.

L'association des stratégies de suivi d'indice et des stratégies long-short neutres au marché, via des techniques comme le "fund of funds" ou le transport d'alpha, permet d'améliorer significativement les performances, en combinant les caractéristiques de neutralité de marché et de suivi amélioré. Cependant, ces résultats reposent sur des règles de sélection d'actions et de rééquilibrage rudimentaires, ainsi que sur des hypothèses prudentes concernant les coûts de transaction et de repo.

6.2 COMPARAISON DES APPLICATIONS AU DJIA ET CAC40

Notre implémentation confirme la plupart des comportements qui ont été observés sur la bourse américaine : la cointégration devient meilleure quand le portfolio contient plus d'actifs, le tracking est très corrélé au marché tandis que la tracking error est faiblement corrélée au benchmark.

Néanmoins, il est à noter quelques différences : la kurtosis est très élevée sur le CAC (probablement car la kurtosis de l'indice lui-même est élevée) et on remarque un comportement opposé en terme d'excess return sur le CAC qui décroît en le nombres d'actifs dans le portfolio.

Ces remarques poussent à prendre garde à l'applicaton directe de ces stratégies sur un nouveau marché. Il faut s'assurer de prendre en compte les spécificités du marché : surtout au niveau de ses propriétés intrinsèques (régulation, culture de la bourse, dynamisme, économie des entreprises présentes) et comment il répond aux crises historiquement.