Aaron Tsamaltoupis, Matr.Nr.: 3762396

November 19, 2025

## Nr 3.2

Die Summe $\sum_{n=1}^{\infty}$ konvergiert

## Nr 3.3

Zu zeigen ist, dass

$$\sum_n n(a_n - a_{n+1}) = \sum_n a_n - n \cdot a_{n+1}$$

**Induktionsanfang**

$$\sum_{n=1}^{1} = 1(a_1 - a_2) = a_1 - 1 \cdot a_2$$

**Induktionsschritt**
Sei

$$\sum_{n=1}^{m} m(a_m - a_{m+1}) = \sum_{n=1}^{m} a_m - m \cdot a_{m+1}$$

Aufgrund der notwendigen Bedinung der Konvergenz von Reihen muss $a_n$ gegen 0 konvergieren.
Da $a_n$ monoton ist und gegen 0 konvergiert, besteht die Folge entweder nur aus positiven, oder nur aus negativen Werten. Demnach gilt:

$$|\sum_n a_n - n \cdot a_{n+1}| < |\sum_n a_n|$$

$\sum_n a_n$ konvergiert außerdem absolut, demnach konvergiert auch $|\sum_n a_n|$. Nach der Monotonie der Grenzwerte konvergiert $|\sum_n n(a_n - a_{n+1})|$ zu einem Wert kleiner als der Grenzwert von $|\sum_n a_n|$.
Somit konvergiert auch die Folge

$$\sum_n n(a_{n+1} - a_n)$$

.