

Sei V ein Vektorraum über einem Körper K

Sei \vec{x}, \vec{y} beliebige Elemente von $T(U)$

Sei $a \in K$

$$\exists \vec{u} \in U: \vec{x} = T(\vec{u})$$

$$\exists \vec{v} \in U: \vec{y} = T(\vec{v})$$

Da U ein Untervektorraum, gilt

$$a \cdot \vec{u} \in U$$

$$\vec{u} + \vec{v} \in U$$

$$T(a \cdot \vec{u}) \in T(U)$$

$$T(a \cdot \vec{u}) = a \cdot T(\vec{u}) = a \cdot \vec{x}$$

$$\Rightarrow a \cdot \vec{x} \in T(U)$$

$$T(\vec{u} + \vec{v}) \in T(U)$$

$$T(\vec{u} + \vec{v}) = T(\vec{u}) + T(\vec{v}) = \vec{x} + \vec{y}$$

$$\Rightarrow \vec{x} + \vec{y} \in T(U)$$

$\Rightarrow T(U)$ ist ein Untervektorraum von W .