

$$A(U) \subseteq A(X) = \text{im}(A)$$

$A(U)$ ist ein Untervektorraum von \mathcal{Y} nach Übung 8.2, da U ein Untervektorraum von X ist.

Da $X \subseteq X$ ist auch $A(X)$ ein Untervektorraum von \mathcal{Y} .

Da $A(U) \subseteq A(X)$ ist $A(U)$ auch ein Untervektorraum von $A(X) = \text{im}(A)$

Wie in der Vorlesung gezeigt, gilt dann:

$$\dim A(U) \leq \dim A(X) = \dim \text{im}(A) = \text{rang}(A)$$

$$\dim A(U) \leq \text{rang } A$$

□