

Nr 7

$$g_n = \frac{n+1}{n^{n+\frac{1}{n}}} = \frac{n+1}{n^n \cdot n^{\frac{1}{n}}} < \frac{n+1}{n^n} < \frac{2n}{n^n} = \frac{2}{n^{n-1}} \leq \frac{2}{n} \quad (1)$$

Außerdem gilt $g_n > 0$. Da $\frac{2}{n}$ ebenfalls gegen 0 konvergiert, folgt aus dem Sandwichsatz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g_n = 0$$

Nr 3

$$c_n < \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} < \frac{n}{\sqrt{n^2}} \leq 1 \quad (2)$$

$$c_n > \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}} > \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n + 1}} > \frac{n}{\sqrt{(n+1)^2}} \geq \frac{n}{n+1} \quad (3)$$

Nach dem Sandwichsatz folgt $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 1$.