Do, 11.12.25

Übung Lina

$\boxed{7.5}$

$$T_1\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1\\x_4\\x_3\\x_2\\x_5\end{pmatrix}$$

⇒ Beispiel einer Elementaroperation des Gaußschen Algorithmus

5x5-Matrix

$$\Rightarrow \begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}=A_1 \qquad \Rightarrow A_1=A_1^{-1}$$

⇒ vertauschte Version der Einheitsmatrix

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow T_1 \circ T_1 = id_{\mathbb{R}^5}$$

$$A_1\begin{pmatrix}x_1&y_1\\x_2&y_2\\x_3&y_3\\x_4&y_4\\x_5&y_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1&y_1\\x_4&y_4\\x_3&y_3\\x_2&y_2\\x_5&y_5\end{pmatrix}$$

⇒ Ergebnis von ~~Matr~~ Matrixmultiplikation wird spaltenweise berechnet

Elementaroperation 2. Typ:

$$T_2\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2+ax_4\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}$$

$$A_2 \in M_{5\times5} = \begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&a&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix}$$

⇒ Umkehrfunktion

$$T_2^{-1}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2-ax_4\\x_3\\x_4\\x_5\end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow T_2 \circ T_2^{-1} = id_{\mathbb{R}^5}$$

Gauß-Algorithmus:

wiederholtes multiplizieren mit invertierbarer Matrix

$\boxed{7.6}$

U, V, W Vektorraum

~~SL~~

$\boxed{7.9}$

$\Rightarrow$ Kann kein Erzeugendensystem sein, das weniger Vektoren als Basis

$\Rightarrow$ In dem Erzeugendensystem könnte keine Basis enthalten sein

$\boxed{7.12}$

1.) $\dim(Mat_{m \times n}(\mathbb{K})) = m \cdot n$

2.)

4.) $W = \{f : S \to \mathbb{K}\}$ $\quad |S| = n \quad S_0 \subseteq S$

$U = \{f \in W \mid f(x) = 0, \forall x \in S_0\} \Rightarrow U \subseteq W$ (Untervektorraum)

$$\begin{array}{c|c} x \in S & f(x) \\ \hline x_1 & a_1 \\ \vdots & \vdots \\ & a_l \\ & 0 \\ & 0 \\ x_k & 0 \end{array}$$

$S_0 \{ \ldots x_k$

~~$f + g = \{(a_1, 1), (a_2, 2), (a_3, 0), \ldots\}$~~

~~$(f \cdot g)^2 \quad (f + 2g)$~~

$\Rightarrow$ definiere Funktionen: $I_y : S \to \mathbb{K}$

$$x \mapsto \begin{cases} 1 & x = y \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Nur definiert für endliche Summen, daher muss S endlich sein.

Erzeugendensystem: $f \in U$ es gilt: $f = \sum_{y \in S / S_0} f(y) \cdot I_y$

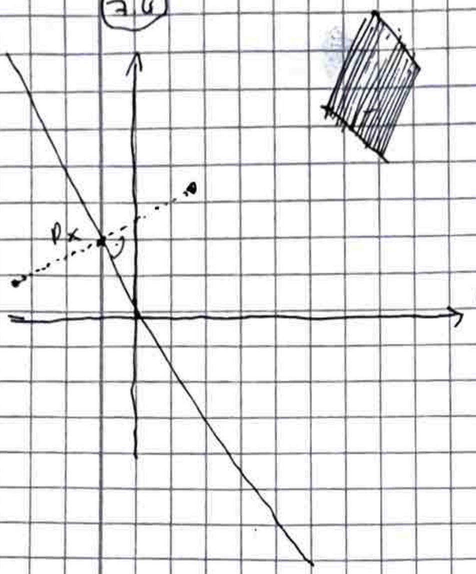
$\Rightarrow$ Sei $x \in S_0$ $f(x) = 0$ $\sum_{y \in S/S_0} f(y) I_y(x) = 0$

$x \notin S_0$ $f(x)$

Lin. unabh.

$(a_y)_{y \in S \setminus S_0}$ s.d. $\sum_{y \in S \setminus S_0} a_y \cdot I_y$

$\boxed{7.4}$



Bedingung: $\underbrace{\langle P_x | x - P_x \rangle}_{\text{Skalarprodukt}} = 0$