

Sei V ein Vektorraum über einem Körper K

Sei \vec{x}, \vec{y} beliebige Elemente von $T(U)$

Sei $a \in K$

$$\begin{aligned} \exists \vec{v} \in U: \vec{x} &= T(\vec{v}) \\ \exists \vec{v} \in U: \vec{y} &= T(\vec{v}) \end{aligned}$$

Da U ein Untervektorraum ist

$$\begin{aligned} a \cdot \vec{v} &\in U \\ \vec{v} + \vec{v} &\in U \end{aligned}$$

$$T(a \cdot \vec{v}) \in T(U)$$

$$\begin{aligned} T(a \cdot \vec{v}) &= a \cdot T(\vec{v}) = a \cdot \vec{x} \\ \Rightarrow a \cdot \vec{x} &\in T(U) \end{aligned}$$

$$T(\vec{v} + \vec{v}) \in T(U)$$

$$T(\vec{v} + \vec{v}) = T(\vec{v}) + T(\vec{v}) = \vec{x} + \vec{y}$$

$$\Rightarrow \vec{x} + \vec{y} \in T(U)$$

$\Rightarrow T(U)$ ist ein Untervektorraum von W .