

3.5

$$g: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N} \quad (\text{injektiv})$$

$$h: \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$$

$$h(x_1, x_2, x_3) := g(g(x_1, x_2), x_3)$$

$$\text{F: } h(x_1, x_2, x_3) = h(y_1, y_2, y_3)$$

$$g(g(x_1, x_2), x_3) = g(g(y_1, y_2), y_3)$$

$$\text{da } g \text{ injektiv: } (g(x_1, x_2), x_3) = (g(y_1, y_2), y_3)$$

$$\Rightarrow x_3 = y_3$$

$$g(x_1, x_2) = g(y_1, y_2)$$

Da g injektiv:

$$(x_1, x_2) = (y_1, y_2)$$

$$\Rightarrow x_1 = y_1$$

$$x_2 = y_2$$

$$\text{folgt: } (x_1, x_2, x_3) = (y_1, y_2, y_3)$$

Da $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{N}^3$ $y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{N}^3$ beliebig waren. d.h.:

$$h(x_1, x_2, x_3) = h(y_1, y_2, y_3) \rightarrow (x_1, x_2, x_3) = (y_1, y_2, y_3)$$

Somit ist h injektiv.