Der limsup existiert
auf jeden Fall, aufgrund
der Supremums-Eigenschaft

$$= \limsup_{n} a_n$$

die Folge der c_p konvergiert gegen lim c_p

$$\Rightarrow |c_{N_3} - a| < \frac{\varepsilon}{3} \Rightarrow c_{N_3} < \frac{\varepsilon}{3} + a$$

$$\Rightarrow c_{N_3} - \frac{\varepsilon}{3} < a$$

$$c_{N_3} \geq a$$

$\lim_{n\to\infty} b_n = \limsup a_n = b$

$\Rightarrow$ Differenz von a_n und b_n geht mehr oder weniger gegen 0

jede Teilfolge von b_n konvergiert gegen b

$\Rightarrow$ Sandwichsatz

Ungleichung steht aufgrund Definition von b_n

(Konstruktion von $k(n)$ durch Induktion)

$$b_{k(n-1)+1} \geq a_{k(n)} \geq b_{k(n-1)+1} - \frac{1}{n}$$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

da $k(n)+1 \leq k(n+1)$

das Maximum der Ergebnisse
von $\tau(1) \dots \tau(N)$

$\Rightarrow$ Sei $\sum a_n$ nicht abs. konv. z.z.: Es gibt Umordnung τ sodass $\sum a_{\tau(n)}$ nicht konvergent

$\Rightarrow$ Widerspruch zu Annahme
dass $\sum_n a_n$ nicht abs.
konv.

Es gibt Umordnung τ, die aus einer Folge die andere macht. Da abs. konvergent wird, ist es die selbe Reihe konjugiertes Produkt konjugierter Faktoren

Demnach: Summe dieser beiden Mengen ist gleich

$\varphi: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$\varphi(k) = (k_1, k_2)$

Indexshift

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k - \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} x^k = \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k+n+1}}{(n+1+k)!}$$

$\neq l$

$$= \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k (n+1)!}{(n+1+k)!} = \dots \frac{x^k}{\underbrace{\left(\frac{(n+1+k)!}{(n+1)!}\right)}_{C_{n,k}}}$$

Vorlesung: l statt k

$$\Longrightarrow \quad a = x + yi$$

$$\bar{a} = x - yi$$

$$\bar{\bar{a}} = x - (-yi) = x + yi = a$$

$\sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2 + \dots + |v_n|^2}$

mit Beträgen von $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$ kann genauso gerechnet werden, wie mit Beträgen von $p \in \mathbb{R}$

wei $(a_n)_n$ Cauchy

$|a(n)| = \sqrt{|a_1(n)|^2 + \dots}$

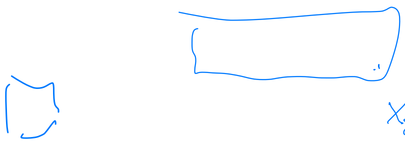
2. Schritt: Beweis von 5.8

$\Rightarrow$ Nach 5.7 :)

keine Menge

$: A \to \mathbb{C}$

Definitionsbereich



X_δ x_δ

$D \subset \mathbb{R}^m$
$D \subset \mathbb{C}^m$

$L|x-y| <$

$$|x-y|<\delta, \xrightarrow{x,y\in D} |f(x)-f(y)| \le L|x-y| < L\cdot\frac{\varepsilon}{L} \le \varepsilon$$

$\Rightarrow$ Implikation der Stetigkeit gilt

$\Rightarrow (x_n)_n \subseteq D$

sei f stetig in x_0, sei $\lim x_n = x_0$

z.z.: $\lim\limits_{n \to \infty} f(x_n) = f(x_0)$

$\Rightarrow$ Da f stetig

weil x_n konvergiert

$\Rightarrow \neg(i) \Rightarrow \neg(ii)$

$\exists \varepsilon > 0 : \exists n : \frac{1}{n} :$

x_0 Unstetigkeitsstelle

aber

$\Rightarrow \delta = \frac{1}{n}$, da δ beliebig

$\Rightarrow$ z.z.: Es gibt Folge, die im Def.bereich konv. aber nicht im Wertebereich

$\Rightarrow x_n$ konv. gegen x_0 $f(x_n)$ konv. nicht gegen $f(x_0)$

$f : D \to \mathbb{R}(\mathbb{C})$, $g : D \to \mathbb{R}$

$\frac{1}{f} \cdot g$ " falls $f(x_0) \neq 0$ (und $\neq$

z.z.

$\Rightarrow x_n \to x_0 \Rightarrow f+g(x_n) \to f+g(x_0) = f(x_0) + g(x_0)$

2

Bemerkung: Da $f(x) = c$ mit $c \in \mathbb{R}/\mathbb{C}$ stetig

$\Rightarrow$ der Raum aller Funktionen von D nach $\mathbb{R}^n$ bildet Vektorraum

$\in A$

$g \circ f : A \to C$

$y = f(x_0)$

$/ \in [a,b]$

B.

7ξ

$\Rightarrow \quad f[0,a] \longrightarrow [0, a^{m}]$ stetig invertierbar

$$\Rightarrow \quad g(x) = x^{q} = \underbrace{\left(x^{\frac{1}{m}} \circ x^{k} \right)}_{\text{Verknüpfung zweier stetiger Funktionen}}$$

$\int$ stetig

$\Rightarrow$ nicht komplexe Zahlen, da $\mathbb{C}$ nicht geordnet

konstruiere eine

$\Rightarrow$ equivalent

$I_n = [a_n, b_n] \supset I_{n+1} = [a_{n+1}, b_{n+1}]$

$\Rightarrow f(a_n) \leq c \leq f(b_n) \; \forall n$

$|I_n| = b_n - a_n \to 0 \; (n \to \infty)$

durch

$UA: \bigcap_{n=0}^{\infty} I_n = \{x_0\} \Rightarrow \exists!\, x_0 \in \mathbb{R}$, s.d. $x_0 \in I_n \; \forall n \in \mathbb{N}$

$= \dfrac{b - a}{2^k} \to 0$

stetig ✓

⇒ Identitätsfunktion

⇒ Graphen der Identitätsfunktion

⇒ $x(a)$ auch stetig ⇒ da $f(a) \geq a$, $f(a) \in [a,b]$

⇒ $f(b) \in [a,b]$, $f(b) \leq b$

$x_n \in [a,b]$

⇒ x_m kann durch Finden ist x_M von $f(x)$

⇒ wenn $s_n = s$, dann $s = f(s)$ und $s_n < s$

⇒ beschränkte Folge

$< \infty$

$\Rightarrow S < \infty \rightarrow f(x_{n_k}) \leq S$

$\Downarrow$ $f(x_{n_k})$ kann keine Majorante einer divergenten Folge sein, da $f(x_{n_k})$ konvergent

$\infty \leq$ $= S_{n_k} + \frac{1}{n_k} - f(x_\infty) \leq f(x_{n_k}) - f(x_\infty) + \frac{1}{n_k}$

$= 0$

$\Downarrow$

$\Leftarrow S - f(x_\infty) = 0$

vergleiche (a,b): nicht kompakt

folgt aus Bolzano-Weierstraß

$$\boxed{x_n \subseteq [a,b] \Rightarrow \exists (n_k)_{k\in\mathbb{N}} : x_0 \in [a,b],\ \lim_{k\to\infty} x_{n_k} = x_0}$$

Verallgemeinerung auf $\mathbb{R}^n$

alle Teilfolgen, die konvergieren, konvergieren in dem Bereich

Alle Teilfolgen

$\Rightarrow$ gibt Teilfolge der Folge, deren Grenzwert in E liegt

b_1, a_1, a_2

kompakt durch Bolzano-Weierstraß