

基于横向剪切干涉的光束质量分析

汪兆强¹, 万阳阳², 练成龙³

¹ 光学与电子信息学院, 华中科技大学, 武汉, 中国

² 光学与电子信息学院, 华中科技大学, 武汉, 中国

³ 光学与电子信息学院, 华中科技大学, 武汉, 中国

邮箱

zhaoqiangwang@hust.edu.cn (汪兆强), 576355724@qq.com (万阳阳), 420981256@qq.com (练成龙)

中文摘要: 横向剪切干涉是一种自参考干涉计量技术, 其原理是被检测波前与其自身被剪开的波前之间在重叠范围内相干涉, 由干涉图得到光束波面的信息, 以及光束的质量参数。本文提出了一种双次剪切干涉光路, 结合嵌入式微机与图像处理算法, 对激光光束准直性, M^2 , 瑞利长度, 波面参数进行快速测量, 为便携式的光束质量分析仪提供了一种可行的方案。

关键词: 剪切干涉, 光束质量, 数字图像处理

Beam Profile Assessment Based on Lateral Shearing Interference

Zhaoqiang Wang¹, Yangyang Wan², Chenglong Lian³

¹ School of Optics and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China

² School of Optics and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China

³ School of Optics and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China

Email address

zhaoqiangwang@hust.edu.cn (Zhaoqiang Wang), 576355724@qq.com (Yangyang Wan), 420981256@qq.com (Chenglong Lian)

Abstract: Lateral Shearing Interference is a reference-free technique. The wavefront under test interferes with a laterally sheared copy of itself in the superposed range. The information of the wavefront, as well as the beam profile, can be inferred by the interference pattern. This paper indicates an optic design for Dual-Shearing Interference. Combined with embedded micro computer and digital image processing, it can undertake fast measurement of beam's collimaion, M^2 , Rayleigh distance, wavefront, providing a possible solution for portable beam profiler.

Keywords: Shearing interference, Beam profile, Digital image processing

1. 引言

横向剪切干涉不需要引入参考波面,不需要装配高精度的参考标准镜,具有结构简单、抗干扰力强、条纹稳定等特点,成为检测激光光束质量参数的新方法之一^[1]。单次干涉可以得到光束剪切位置处的波面信息,本文在此基础上结合两路反射光路,在激光传输路径下两个不同位置处识别干涉图样,获得两处波前数据,结合激光传输模型求解出激光光束各参数。同时利用Zernike多项式对一次干涉图样拟合,重建出波面,获得系统像差。

以树莓派等微型计算机与3D打印结构为基础,我们搭建出光学系统,并利用开源图像处理库OpenCV开发干涉条纹识别算法。我们验证了系统的可行性,便携性,以及横向剪切干涉在光束质量测量中的价值。

2. 测量原理

2.1. 单次横向剪切干涉

剪切干涉的原理是将原始激光光束分割成两个强度近似相同的波面,并相互横向错开。空间上光束重叠的部分将发生干涉,干涉条纹反应两个波面之间的相对相位^[2]。

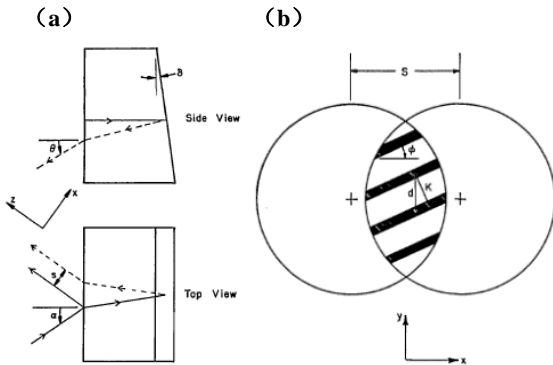


图1. (a) 横向剪切干涉示意图. (b) 干涉条纹示意图

用一块楔形平板对光束进行剪切,图1(a)展示了平板光路的测试和俯视,其中楔板楔角 δ 被放大以便作图,记光束入射角为 α ,楔板厚度为 t ,楔板带来的剪切距离为 s 。其中 s 可以表示为:

$$s = t \frac{\sin 2\alpha}{(n^2 - \sin^2 \alpha)^{1/2}} \quad (1)$$

其中 n 为楔板玻璃折射率。

对干涉系统建立左手坐标系(x, y, z), z 轴沿着光束主光线传播方向, x 轴沿着光束剪切方向。相位差可以表示为^[3,4]:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{k}{2R_1} (2s \cdot x + s^2) \quad (2)$$

$$\Delta\varphi_2 = 2nk\delta\cos\alpha(\cos\gamma \cdot x + \sin\gamma \cdot y) \quad (3)$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 \quad (4)$$

其中, $\Delta\varphi_1$ 代表激光光束的近似球面波模型在楔板平面产生的相位差, $\Delta\varphi_2$ 代表楔形平板带来的相位差。 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 是激光光束的波数, γ 是剪切方向和楔板角度之间的夹角,在图1

(a)中 $\gamma = \pi/2$ 。

当 $\Delta\varphi = 2m\pi$ 时(m 取整数),出现亮条纹,由此可知干

涉条纹方程为:

$$\left(\frac{s}{R} + 2n\delta\cos\alpha\cos\gamma\right) \cdot x + 2n\delta\cos\alpha\sin\gamma \cdot y + \frac{s^2}{2R} = m\lambda \quad (5)$$

取 $\gamma = \pi/2$,可得条纹的方程为:

$$\frac{s}{R} \cdot x + 2n\delta\cos\alpha \cdot y + \frac{s^2}{2R} = m\lambda \quad (6)$$

$$\Delta x = \frac{\lambda R}{s} \quad (7)$$

$$\tan\theta = \frac{s}{2n\delta R\cos\alpha} \quad (8)$$

其中, Δx 代表条纹沿 x 轴方向的间距, θ 代表单条条纹在坐标系中与 x 轴的夹角。由此我们可以得到波前曲率半径 R 。

2.2 . 反射式双次剪切干涉

为了对光束参数的快速测量,我们利用反射光路在同一光束传播路径上的不同位置进行2次横向剪切干涉,这样可以得到2个波前曲率半径,从而拟合基模高斯光束的传播模型,得到光束的其他参数。

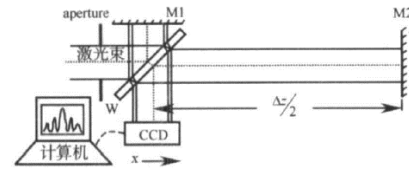


图2 双次剪切干涉系统框图

两面反射镜对光束的不同区域进行反射,在CCD单帧图像上即可得到两处干涉条纹,代表相距 Δz 的两个波面的曲率半径 R_1 与 R_2 。

设待测光束束腰半径为 ω_0 ,楔形平板与束腰距离为 z_1 。根据高斯基模光束的传输模型,有^[4]:

$$R_1 = z_1 \left[1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda \cdot z_1} \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$R_2 = (z_1 + \Delta z) \left[1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda \cdot (z_1 + \Delta z)} \right)^2 \right] \quad (10)$$

联立解得:

$$z_1 = \frac{R_2\Delta z - \Delta z^2}{R_1 - R_2 + 2\Delta z} \quad (11)$$

$$\omega = \left(\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{(R_1 + \Delta z)(R_2 - \Delta z)(R_1 - R_2 + \Delta z)\Delta z}{(R_1 - R_2 + 2\Delta z)}} \right)^{1/2} \quad (12)$$

$$\theta_d = \left(\frac{4\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{(R_1 - R_2 + 2\Delta z)}{(R_1 + \Delta z)(R_2 - \Delta z)(R_1 - R_2 + \Delta z)\Delta z}} \right)^{1/2} \quad (13)$$

从而实现了单次测量对光束参数的获得,相比狭缝扫描,CCD扫描,Talbot自成像法等,这种方法理论上不需要精密昂贵的光学元件,时间效率也拥有极大优势。

2.3 . 波面重建

在光学系统中光学元件的面形和波面都是连续、平滑的,能够使用一组完备的基底函数的组合来描述面形或者波面。在

光学系统中被测面形或者是波面一般都是绕光轴旋转对称的，在处理光学波面的拟合时一般都是选择旋转对称性的Zernike多项式作为基底函数，拟合精度最高。Zernike多项式能够与Seidel 像差系数建立联系，与光学系统中的初级像差有关系^[1]，因此，在光学系统像差的分析研究中一般选择 Zernike 多项式。

Zernike多项式通用的极坐标表达式为：

$$Z_n^l(\rho, \theta) = R_n^l(\rho)\vartheta_n^l(\theta)$$
(14)

其中，n为多项式的阶数，取值为0, 1, 2, 3..., l为与阶数n相关的序号, l与n同奇偶性，且绝对值小于或等于阶数n，令l=n-2m, m=1, 2, 3...n。

设原始波面为W，沿x方向剪切得到的新波面与原始波面的波面差为ΔW_x(x,y)，ΔW_x(x,y)可以从干涉条纹中得到的相位差分布Δφ(x,y)导出，用Zernike多项式表示为：

$$W(x,y) = a_1Z_1 + a_2Z_2 + a_3Z_3 + \cdots a_nZ_n$$
(15)

$$\Delta W_x(x,y) = W(x+s,y) - W(x,y)$$

$$= b_1Z_1 + b_2Z_2 + b_3Z_3 + \cdots b_nZ_n$$
(16)

记**a**=[a₁, a₂, a₃ ... a_n]，**b**=[b₁, b₂, b₃ ... b_n]，可以将两个矢量的转化记为：

$$\mathbf{b} = \mathbf{T}_x \mathbf{a}$$
(17)

其中**T_x**的部分因子见图3。

根据**T_x**的不同列向量的关系可以简化求解难度，合并相

关项得到新的关系式：

$$\mathbf{b} = \mathbf{T}'_x \mathbf{a}'$$
(18)

其中，**a'**=[a₃, a₄, 2a₅ + a₆, a₇ + a₈]

$$\mathbf{T}'_x = \left[\begin{array}{cccccccc} s & 0 & s^2 & 0 & 3s^3 + s & s^3 & s^3 & 0 \\ & 2s & 0 & 3s^2 & 0 & 0 & 0 & 4s^3 \\ & & 2s & 0 & 9s^2 & 3s^2 & 3s^2 & 0 \\ & & & 3s & 0 & 0 & 0 & 6s^2 \\ & & & & 3s & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 3s & 3s & 0 \\ & & & & & & 4s & 4s \\ & & & & & & & \dots \end{array} \right] \dots$$
(19)

此方程无法求解所有**a'**，需要借助沿y轴方向剪切的干涉条纹数据。

同理，有

$$\Delta W_y(x,y) = W(x,y+S) - W(x,y)$$

$$= c_1Z_1 + c_2Z_2 + c_3Z_3 + \cdots c_nZ_n$$
(19)

令**c**=[c₁, c₂, c₃ ... c_n]，重复以上步骤，

$$\mathbf{c} = \mathbf{T}'_y \mathbf{a}''$$
(20)

其中：**a''**=[a₂, -2a₅ + a₆, a₄, a₉ - a₁₀]

将求解出的求出的**a'**与**a''**用最小二乘法^[5, 6]可以求出波面差的表达式，读取各个波像差与上面的对应系数就可以求得相应的波像差。表1列举了部分相差。

$$T_x = \left| \begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & 0 & s & 0 & 2s^2 & s^2 & 0 & 0 & 3s^3 + s & s^3 & 0 & 0 & 6s^4 + 6s^2 & 4s^4 + 3s^2 & s^4 \\ & 2s & 0 & 0 & 3s^2 & 3s^2 & 0 & 0 & 4s^3 & 8s^3 + 2s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 4s & 2s & 0 & 0 & 9s^2 & 3s^2 & 0 & 12s^2 & 24s^3 + 4s & 16s^3 + 2s & 4s^3 & & \\ & & & & 3s & 3s & 0 & 0 & 6s^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & & & & 3s & 0 & 0 & 0 & 12s^2 & 6s^2 & 0 & & \\ & & & & & & & 3s & 3s & 0 & 0 & 12s^2 & 12s^2 & 6s^2 & \\ & & & & & & & & 4s & 4s & 0 & 0 & 0 & & \\ & & & & & & & & & 4s & 0 & 0 & 0 & & \\ & & & & & & & & & & 0 & 8s & 4s & 0 & \\ & & & & & & & & & & & & 4s & 4s & \end{array} \right|$$

图3 Zernike多项式系数的转化矩阵T_x

笛卡尔坐标表达式	像差含义
$Z_1 = 1$	平移
$Z_2 = x$	X方向倾斜
$Z_3 = y$	y方向倾斜
$Z_4 = 2xy$	45°像散
$Z_5 = 2x^2 + 2y^2 - 1$	离焦
$Z_6 = y^2 - x^2$	0°或90°像散
$Z_8 = 3x^2y + 3y^3 - 2y$	y轴三阶慧差
$Z_9 = 3y^2x + 3x^3 - 2x$	x轴三阶慧差
$Z_{13} = 6x^4 + 12x^2y^2 + 6y^4 - 6x^2 - 6y^2 + 1$	球差

表1 笛卡尔坐标系下像差与Zernike多项式系数的对应关系

3. 算法与系统设计

3.1 . 实验系统结构

通过3D打印构建出基本的笼室结构，如图4，其中光学固定座由PLA材料构成，笼杆由铜柱组成，摄像头选用OV5647，分辨率为1920x1080，摄像头对焦在前方收集干涉图像的接收屏上，激光器采用650nm的半导体激光器，选择 $\frac{\pi}{4}$ 的入射角入射。而核心部件楔板则为Thorlab SI100P, 楔角为40arcsec，厚度为2.6mm。此外，图像处理平台为树莓派3B+，可以由移动电池5V供电，从而实现测量仪器的便携在线实时测量。

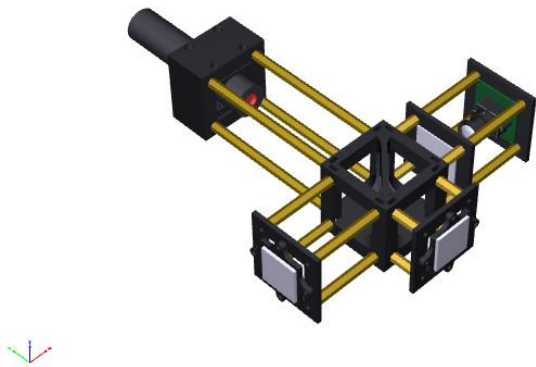


图4 实验系统的三维建模

3.2 . 条纹的识别分析算法

为了得到光束的基本参数，首先对二次剪切干涉的干涉条纹进行识别和分析，得到条纹的周期以及倾斜角度。

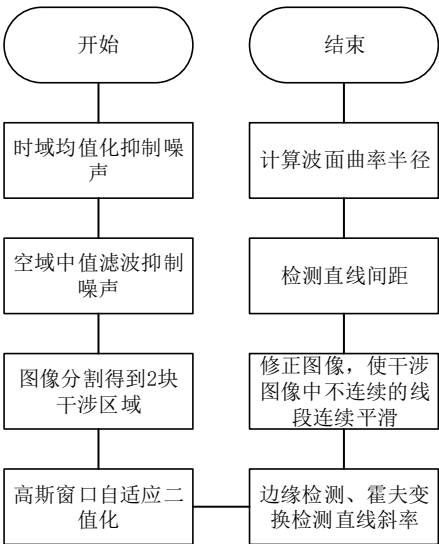


图5 条纹识别的程序流程图

假设图像采集过程中叠加的噪声为加性噪声，且符合期望为0的正态分布。因为噪声的随机场近似认为平稳过程，故每一个像素的噪声值具有各态历经性，即在各个时间点的噪声取值也符合期望为0的正态分布。时域上的平均将抑制随机噪声的干扰。由于相机CMOS感光单元质量不均匀，图片中可能会出现高

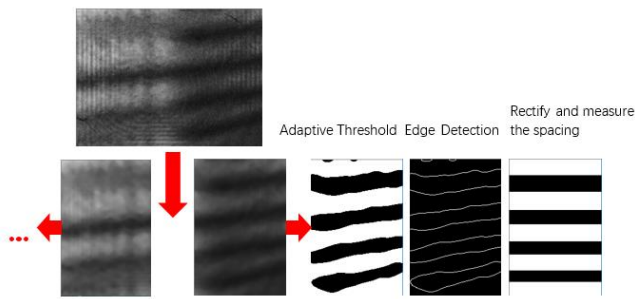


图6 实测图片的处理流程示意图

频的颗粒噪声，适当调整中值滤波的窗大小将得到很好的去噪效果。考虑到实验条件下光照的不均匀，楔板本身的光学瑕疵以及激光光束的亮度，采用高斯窗的自适应二值化，使图像处理具有较好的鲁棒性。

OpenCV提供了丰富的库函数，直接运用成熟的边缘检测Canny算子以及直线检测Houghline函数，即可得到条纹的倾斜角度。结合剩余步骤，可以获得条纹的间距。

3.3 . 波面重建算法

波面重建的具体实施过程分为3部分：

1. 从沿x轴和y轴两个方向剪切的单次干涉条纹中提取相位差分布；
2. 计算波面差 $\Delta W_x(x,y)$ 与 $\Delta W_y(x,y)$ 的Zernike系数
3. 由两组系数联立求解得到原始波面 $W(x,y)$ 的Zernike系数

其中，相位提取是直接利用空间傅里叶变换提取正一级频谱^[7]，即条纹的基频，并通过傅里叶逆变换得到相位差。需要注意的是由于相位求解过程中值被限制在 $[-\pi, \pi]$ 之间，所以相位存在相位跳变现象，为了恢复连续的相位分布，还存在一个相位解包^[8]过程。相位解包的算法见附录1。

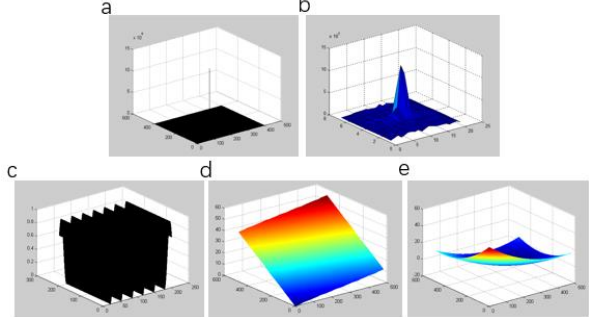


图7 波面重建过程(a)原始图像的频谱(b)提取正一级频谱(c)相位差分布(d)相位解包后的相位差分布(e)重建出来的原始波面

通过最小二乘法^[9]可以计算波面在Zernike的正交基底下的系数，而波面差的系数与原始波面的系数之间的联系则由预先求出的x向和y向的变换矩阵解方程表示， 单向的（沿x轴或沿y轴）剪切干涉图像不足以得到方程解，故实验中需要对激光器进行 $\pi/2$ 的旋转，以得到两个方向的干涉条纹。此时只采用了系统的一条臂，另一条臂的反射镜被遮挡。即在单个位置测量，而不是之前测量光束基本参数时的双次剪切干涉测量。

3.4 . 实验结果

实验过程中的的参考真值由CCD扫描法得到。即用CCD在光束传播的路径上扫描光斑大小（光斑半径由强度下降到最大值的 $\frac{1}{e^2}$ 的位置来决定），通过不同位置（实验中测量了10组）处反映的光斑半径变化，拟合出光束的发散角和束腰位置。

对于每一个激光器n，测量了其x，y两个方向的发散特性，在表2中以nx，ny的形式区分。

组号*	测量值 mrad	真值 mrad	绝对误差	相对误差
1x	0.22	0.213	0.033	3.29
1y	0.37	0.479	-0.228	-22.76
2x	-0.73	-0.496	0.472	47.18
2y	-0.89	-1.028	-0.134	-13.42
3x	-2.31	-2.057	0.123	12.30
3y	-2.53	-2.411	0.049	4.94
4x	-1.17	-1.028	0.138	13.81
4y	-0.93	-0.85	0.094	9.41

表2 激光光束发散角测量

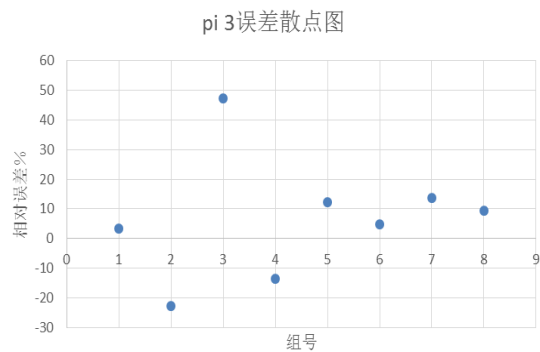


图8 激光光束发散角测量相对误差

同样，实验也通过光屏寻找光斑最小的位置确定为束腰位置真值，与双次剪切干涉确定的束腰位置测量值相比较，操作方式是用一个透镜在不同的位置对一个激光光束整型变换，然后测量，表3中所有数值均是光具座上的绝对位置。

表3 激光光束束腰位置测量

透镜位置 cm	真值 cm	测量值 cm
97.2	385.88	429.0011
100	294.86	423.0174
103.1	254.66	329.3078
106	233.5	318.7747
109	221.46	308.1739

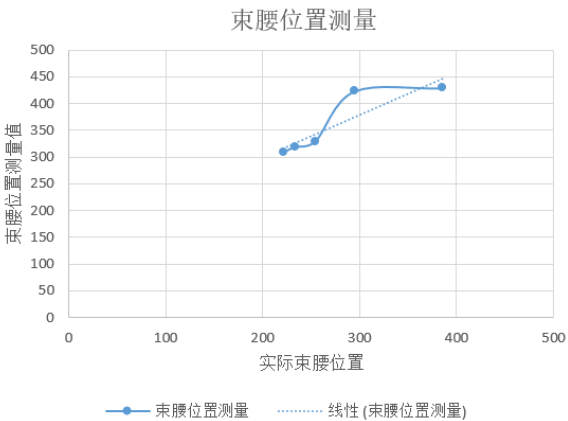


图9 激光光束束腰位置测量值与真实值

4. 总结

实验结果表现出较大的波动，但是无论从发散角还是束腰位置的测量，测量值都与真实值具有相同的变化趋势，在一定误差范围内可以接受测量值的偏差。

这些误差可能来源于环境光照和抖动的影响，摄像头的响应误差等，并且3D打印的结构在精度上不及专业光学器具，可能会带来系统误差。但是在验证双次剪切干涉的可行性上，实验结果仍然具有其意义：我们通过嵌入式的微机系统以及精巧的光学设计，对半导体激光器的光束参数进行了在线的快速测量。

本次科研训练论文的内容来自大学生创新创业项目：简易的光束参数分析系统。项目还在进行当中，目前正着手处理的问题有：

- 1. 算法对噪声及环境干扰的容忍度以及测量值对真实值的拟合定标；
- 2. 波面重建后对像差的分析与表征
- 3. 舍弃对光束的基模近似，尝试用此系统分析高斯光束的高阶模属性

以上内容还在进行中，故没有在实验结果中阐述。对于项目的未来展望，我们希望这样一个基于双次剪切干涉的测量系统，可以完成以下两个功能：

- 1. 对光束参数在可容忍的偏差下进行快速测量；
- 2. 通过对波面的重建，对插入系统的被测量光学元件的像差进行测量。

希望在这方面的实践能带来相应的意义。

致谢

本次大创项目由大学生公共项目实验室资助，由王英老师指导。感谢老师的指导以及帮助，并为我们提供了实验室器具以及加工设施，也十分感谢团队成员的共同努力。

参考文献

[1] 刘健. 横向剪切干涉的特性研究和波面重建[D]. 大连理工大学, 2009.

[2] Riley M E, Gusinow M A. Laser beam divergence

- utilizing a lateral shearing interferometer[J]. Appl Opt, 1977, 16(10):2753-6.
- [3] 杨志文. 双向剪切干涉法检测光束准直性[J]. 仪器仪表学报, 1997(4):445-448.
- [4] 刘秉琦, 孙东平, 华文深,等. 基于楔板剪切干涉的高斯光束远场发散角测量[J]. 半导体光电, 2009, 30(1):2327-2331.
- [5] 许静. 剪切干涉测量光学元件的波前重建方法及其仿真研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2010.
- [6] 冯胜. 波前检测技术的研究[D]. 电子科技大学, 2009.
- [7] 张磊, 刘斯宁, 林殿阳,等. 基于空间载波条纹图的相位提取方法研究进展[J]. 激光技术, 2005, 29(1):90-93..
- [8] 万文博, 苏俊宏, 杨利红,等. 干涉条纹图像处理的相位解包新方法[J]. 应用光学, 2011, 32(1):70-74.
- [9] 陈良泽. 用矩阵运算实现曲线拟合中的最小二乘法[J]. 传感器与微系统, 2001, 20(2):30-31.
- [10] 徐德衍, 沃敏政. 激光束准直检测仪:原理,功能与精度[J]. 光学学报, 1993, 13(2):156-160.

附录1 基于相位跳变区域划分的相位解包程序的设计及其过程

由横向剪切干涉仪获得的剪切干涉图通过相位提取技术获得相位值一般由反正切函数求得的,它的值被限制在 $[-\pi, \pi]$ 之间,即相位图上有明显的相位跳变现象,我们需要恢复模糊的相位周期而获得绝对相位值。

实际干涉图中包含多条干涉条纹,即干涉图所包含的相位变化大于一个周期 2π 时,反正切函数通过把波面中大于 π 的相位值减去 2π 的倍数,小于 $-\pi$ 的加上 2π 的倍数,由此计算得到的相位值分布在 $-\pi$ 到 π 之间。而在 $-\pi$ 到 π 或 π 到 $-\pi$ 存在着相位跳变,找出这些跳变点,并把它复原成不包含跳变点的平滑波面的过程就称为相位解包。

我们选用的相位解包算法为基于相位跳变区划分的相位展开算法。

基于相位跳变区域划分的相位解包方法提取相位的过程为:

①划分出相位跳变区以及由相位跳变区隔离开的非相位跳变区根据包裹相位分布的特点将相位图分为五类有代表性的区域包括相位值接近 $-\pi$ 的区域、相位值接近 π 的区域、相位跳变线、相位值接近的区域、远离相位跳变线的其他区域,通过下式将相位图分成相位跳变区域和非相位跳变区域

$$T = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sum_{i=x-l}^{i=x+l} \sum_{j=y-l}^{j=y+l} |\phi(i,j)| \exp\left(\frac{|\phi(i,j)|}{m}\right)}{\left| \sum_{i=x-l}^{i=x+l} \sum_{j=y-l}^{j=y+l} |\phi(i,j)| \exp\left(\frac{|\phi(i,j)|}{n}\right) \right|}$$

其窗口的边长为 $2l+1$, $\phi(i,j)$ 是以 (x,y) 为中心的窗口中的点 (i,j) 的主值相位值 $\exp\left(\frac{|\phi(i,j)|}{m}\right)$ 和 $\exp\left(\frac{|\phi(i,j)|}{n}\right)$ 是为了扩大 $|\phi(i,j)|$ 和 $\phi(i,j)$ 影响力而引入的权重, m , n 为调节权重的因子。

②对非相位跳变区整体加减 2π 的整数倍来实现相位解包; 对划分好的非相位跳变区域进行标记,对于已标记的区域根据一定的规则对标记的区域整体加减 2π 的整数倍实现非相位跳变区域的相位解包;

③对相位跳变区进行细化和相位补偿在相位空间中对扫描窗口中的真实相位采用平面近似的方法对相位跳变区域进行补偿。

④对整幅相位图进行定位和相关处理根据干涉图中的信息,对相位图进行定位,确定相位的实际大小,对得到的真实相位必,力进行如下计算,即可得到干涉图的三维坐标

$$W(x, y) = \frac{\lambda \Phi(x, y)}{2\pi}$$