

Homework. 3

- (1) С помощью элементарных преобразований решите системы. Избегайте работу с дробями!

(a)

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 = 7 \\ -2x_1 - 7x_2 = -5 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 6 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4 \\ 3x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -8 \\ 4x_1 + 6x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

(d)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_3 = 2 \\ x_2 - 3x_4 = 3 \\ -2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 3x_1 - 12x_4 = -5 \end{cases}$$

- (2) Следующие матрицы есть расширенные матрицы линейных систем. При каких h эти системы имеют решения? (Решать саму систему не нужно).

(a)

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & h & 4 \\ 3 & 6 & 8 \end{array} \right)$$

(b)

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -3 & h \\ -6 & 9 & 5 \end{array} \right)$$

(c)

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & h & -3 \\ 2 & 4 & 6 \end{array} \right)$$

- (3) Предположим что, линейная система

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = f \\ cx_1 + dx_2 = g \end{cases}$$

имеет решение при любых числах $f, g \in \mathbb{R}$. Что тогда можно сказать про числа c, d ?

- (4) Найдите элементарные преобразования которые из левой матрицы делает правую.

(a)

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 5 \\ 1 & 4 & -7 \\ 3 & -1 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 & -7 \\ 0 & -2 & 5 \\ 3 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & 9 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 8 \\ 4 & -1 & 3 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 & 8 \\ 0 & 7 & -1 & -6 \end{pmatrix}$$

(d)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -3 & 9 & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- (5) Рассмотрим металлическую пластину где на граничных точках подведены источники тепла. Найдите значение температуры в точках 1,2,3,4 если известно, что значение температуры в точке это среднее значение температур в ближайших точках которые соединены отрезками. Например $T_1 = \frac{10+20+T_2+T_4}{4}$.

