

# Homework. 3B

(1) Пусть  $\mathbb{R}^2 \supseteq \mathbf{W} := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \geq 0 \right\}$ . Это векторное подпространство в  $\mathbb{R}^2$ ? Ответ обоснуйте.

(2) Рассмотрим в  $\mathbb{R}^2$  следующее подмножество

$$\mathbf{U} := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : xy \geq 0 \right\},$$

будет ли оно векторным подпространством в  $\mathbb{R}^2$ ? Ответ обоснуйте.

(3) Рассмотрим в  $\mathbb{R}^2$  следующее подмножество

$$\mathbf{D} := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Найдите два таких вектора  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$ , что  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{D}$ , но  $\mathbf{a} + \mathbf{b} \notin \mathbf{D}$ . Найдите такой вектор  $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$  и такое число  $\lambda \in \mathbb{R}$ , чтобы  $\mathbf{c} \in \mathbf{D}$ , но  $\lambda \mathbf{c} \notin \mathbf{D}$ .

(4) Рассмотрим пространство полиномов  $\mathbb{R}[x]$  от одной переменной. Выясните какие из следующих подмножеств будут подпространствами.

(a) Множество всех полиномов вида  $\lambda x^2$ , где  $\lambda \in \mathbb{R}$  – какое-то фиксированное число.

(b) Множество всех полиномов вида  $\lambda + x^2$ , где  $\lambda \in \mathbb{R}$  – какое-то фиксированное число.

(c) Множество всех полиномов степени  $\geq 3$  с целыми коэффициентами.

(d) Множество всех полиномов  $p(x)$  для которых верно  $p(0) = 0$ .

(5) Рассмотрим в  $\mathbb{R}^3$  следующие множества

$$\mathbf{H} := \left\{ \begin{pmatrix} t \\ 3t \\ 2t \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}, \quad \mathbf{K} := \left\{ \begin{pmatrix} 2a \\ 0 \\ -a \end{pmatrix} : \mathbf{a} \in \mathbb{R} \right\},$$

найдите такие векторы  $\mathbf{v}, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ , чтобы  $\mathbf{H} = \text{Span}_{\mathbb{R}}(\mathbf{u})$ ,  $\mathbf{K} = \text{Span}_{\mathbb{R}}(\mathbf{v})$ .

(6) Пусть

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Выясните, лежат ли векторы  $\mathbf{w}, \mathbf{u}$  в  $\text{Span}_{\mathbb{R}}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$ .