$(\rho \cdot \sin(\theta' - \theta_B) = l_B \cdot \sin\alpha_B)$

$\rho \cdot \sin\beta_B = \rho' \cdot \sin\alpha_B$ ...①

$\alpha_B + \boxed{\theta' - \theta_B} + \beta_B = \pi$ ...②

$(2\pi - (\theta_B - \theta'))$ $\cancel{\pi}$

$(\rho_A \cdot \sin(\theta_A - \theta') = l_A \cdot \sin\alpha_A)$

$\rho_A \cdot \sin\beta_A = \rho' \cdot \sin\alpha_A$ ...③

$\alpha_A + \beta_A + \boxed{\theta_A - \theta'} = \pi$ ...④

$\times \left\{ \begin{array}{l} \beta_B \in [0, \pi] \\ \theta' \in [-\pi, \pi) \\ \theta_B \in [-\pi, \pi] \\ \theta_A \in [-\pi, \pi] \end{array} \right\} \times$

求 β ρ', θ'

用 $\theta', \theta_A, \theta_B \in [0, 2\pi]$

方程 I . ① I

$\theta_B = \frac{i_B - 1}{6} \cdot \pi$ $\quad I_B = i_B - 1$ 我们的 $\quad \theta_B = \frac{I_B}{6} \cdot \pi$ ...⑦ 给定.

$\theta_A = \frac{i_A - 1}{6} \cdot \pi$ $\quad I_A = i_A - 1$ $\quad \theta_A = I_A \cdot \frac{\pi}{6}$ ...⑧

看 $\theta_A/\theta_B - \theta' < \pi \Rightarrow$ V

NO: $\Rightarrow = 2\pi - (\theta_A/\theta_B - \theta')$

由 ①③ ① / ③ $(\beta_A \neq 0/\pi$ & $\alpha_A \neq 0/\pi)$

$$\frac{\sin\beta_B}{\sin\beta_A} = \frac{\sin\alpha_B}{\sin\alpha_A} \Rightarrow \sin\beta_B = \frac{\sin\alpha_B}{\sin\alpha_A} \cdot \sin\beta_A \quad \text{...⑤}$$

$$\beta_B = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_B}{\sin\alpha_A} \cdot \sin\beta_A\right) \quad \text{...⑤}$$

由 ②④ ② + ④.

$$\alpha_A + \alpha_B + \beta_A + \beta_B + \theta_A - \theta_B = 2\pi.$$

$$\beta_B = 2\pi - (\beta_A + \alpha_A + \alpha_B + \theta_A - \theta_B) \quad \text{...⑥}$$

由 ⑤⑥ $\Rightarrow \beta_B$.

由 ②④ ② − ④

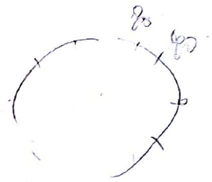
$$\alpha_B - \alpha_A + 2\theta' - \theta_B + \beta_B - \theta_A - \beta_A = 0.$$

$\times$

$$2\theta' = \alpha_A - \alpha_B + (\theta_A + \theta_B) + \beta_A - \beta_B \Rightarrow \theta' = \frac{1}{2}[\alpha_A - \alpha_B + (\theta_A + \theta_B) + \beta_A - \beta_B] \quad \text{...⑥}$$

$$\rho' = \rho \cdot \frac{\sin\beta_B}{\sin\alpha_B} = \rho \cdot \frac{\sin\beta_A}{\sin\alpha_A}$$

Question I.



由图1所示，此处以未知点M'处在第一象限，两架已知编号的无人机位于以OM'为轴的两侧为例。其余情况与该情况类似因此不再赘述。以FY00为原点，FY00至FY01为极轴正向，建立极坐标。

设$M'(\rho',\theta')$，$A(\rho_A,\theta_A)$，$B(\rho_B,\theta_B)$

对$\triangle BO'M'$，由正弦定理得

$$\cancel{\frac{\rho_A}{\sin\alpha_B}=\frac{\rho'}{\sin\beta_B}} \qquad \rho_A\cdot\sin\beta_B=\rho'\cdot\sin\alpha_B \quad \cdots①$$

由内角和关系

$$\alpha_B+\cancel{\theta'-\theta_B}+\beta_B=\pi \quad \cdots②$$

$$\min\{[2\pi-(\theta_B-\theta')],\ \theta_B-\theta'\}=$$

对$\triangle AO'M'$ 由正弦定理得

$$\cancel{\frac{\rho_B}{\sin\alpha_A}=\frac{\rho'}{\sin\beta_A}} \qquad \rho_B\cdot\sin\beta_A=\rho'\cdot\sin\alpha_A \quad \cdots③$$

由内角和关系

$$\alpha_A+\beta_A+\min\{\theta_A-\theta',\ [2\pi-(\theta_A-\theta')]\}=\pi \quad \cdots④$$

$$\rho_A=\rho_B=\rho \quad \cdots⑤$$

~~由①②③④⑤解得~~ 以下分情况讨论

$\boxed{I}$ 当 $\theta_B-\theta'\le\pi$时，

②式为 $\alpha_B+\theta_B-\theta'+\beta_B=\pi$；

$\boxed{II}$ 当 $\theta_B-\theta'>\pi$时

②式为 $\alpha_B+2\pi-(\theta_B-\theta')+\beta_B=\pi$，

$\boxed{III}$ 当 $\theta_A-\theta'\le\pi$时

④式为 $\alpha_A+\beta_A+\theta_A-\theta'=\pi$

$\boxed{IV}$ 当 $\theta_A-\theta'>\pi$时，

④式为 $\alpha_A+\beta_A+2\pi-(\theta_A-\theta')=\pi$。

共有4种情况。

~~I III~~、I,III、I,IV、II,III、II,IV。

a. 当I,III时，

由②④得

$$\beta_B=\{$$

$$\beta_A=\alpha_B+\theta_B+\beta_B-\alpha_A-\theta_A \quad \cdots⑥$$

b. 当I,IV时，

由②④得，

$$\beta_A=\theta_A-(\alpha_B+\theta_B+\alpha_A+\beta_B) \quad \cdots⑥$$

c. 当II,III时，

由②④得

$$\beta_A=\theta_B-(\alpha_B+\beta_B+\alpha_A+\theta_A) \quad \cdots⑥$$

d. 当II,IV时，

由②④得，

$$\beta_A=\theta_A-\theta_B+\beta_B+\alpha_B-\alpha_A \quad \cdots⑥$$

由①③⑤

$$\sin\beta_A = \frac{\sin\alpha_A}{\sin\alpha_B}\cdot\sin\beta_B \quad \cdots ~~⑤~~$$

$$\Rightarrow 即\ \beta_A = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha_A}{\sin\alpha_B}\cdot\sin\beta_B\right) \quad \cdots ⑦$$

当a时.

易知 $\beta_A \in (0,\pi)$，$\beta_B \in (0,\pi)$

由⑦ 和~~⑤~~⑥ 可求得 β_B.

但是没有解析解. 但可通过曲线相交求其数值解.

得到 β_B 后

由①和② ~~推~~求得

$$\rho' = \frac{\rho\cdot\sin\beta_B}{\sin\alpha_B}$$

$$\theta' = \begin{cases} \pi - \alpha_B - \beta_B + \theta_B, & 0 < \theta' - \theta_B \le \pi \\ \theta_B - \alpha_B - \beta_B - \pi, & \pi < \theta' - \theta_B \le 2\pi \end{cases}$$