Отчёт по лабораторной работе 6

Дисциплина: Математическое моделирование

Выполнила: Тазаева Анастасия Анатольевна

Содержание

1 Цель работы

1.0.1 Цель работы:

Изучить модель эпидемии и построить график.

2 Задание

2.0.1 Вариант 5

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $N = 11000$ в момент начала эпидемии $t = 0$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 111$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 11$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. $I(0) \leq I^*$ 2. $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Код наOpenModelica

4.1.1 Случай 1. при $I(0) \leq I^*$

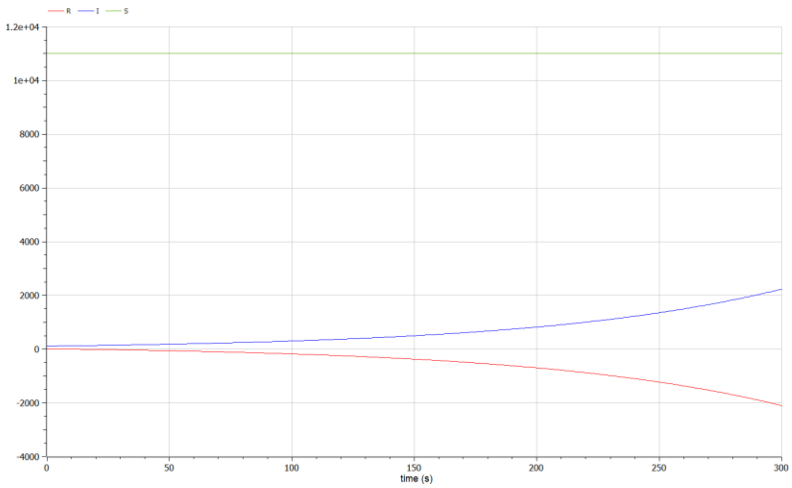
```
model lab6_1

parameter Real a = 0.02;
parameter Real b = 0.01;

Real S(start = 11000);
Real I(start = 111);
Real R(start = 11);

equation
  der(S) = 0;
  der(I) = b*I;
  der(R) =-b*I;

end lab6_1;
```

4.1.2 Случай 2. при $I(0) > I^*$

```
model lab6_2

parameter Real a = 0.02;
parameter Real b = 0.01;

Real S(start = 11000);
Real I(start = 111);
Real R(start = 11);

equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S-b*I;
  der(R) =b*I;

end lab6_2;
```

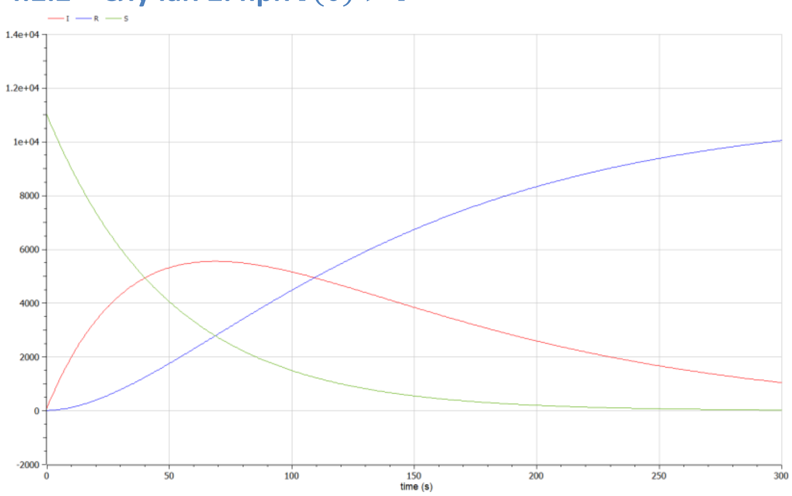
4.2 График, полученный с помощью OpenModelica

4.2.1 Случай 1. при $I(0) \leq I^*$



Графики численности в случае $I(0) \leq I^*$

4.2.2 Случай 2. при $I(0) > I^*$



Графики численности в случае $I(0) > I^*$

5 Выводы

Мною была изучена модель эпидемии и построены графики.

Список литературы

1. Конструирование эпидемиологических моделей
2. Простая модель эпидемии простыми инструментами Python