

Тест 1

1. Def унитарного оператора

$$\langle \hat{U}y | \hat{U}\psi \rangle \equiv \langle y | \psi \rangle, \forall |y\rangle, |\psi\rangle \Rightarrow \hat{U} - \text{унитарный}$$

2. Свойства эрмитовых операторов

Собственные значения эрмитовых операторов действительны

$$\hat{F} |\alpha\rangle = f_\alpha |\alpha\rangle \Rightarrow f_\alpha \in \mathbb{R}$$

3. Два собственных вектора, соответствующие различным собственным значениям, ортогональны

4. Система собственных векторов эрмитова оператора полна

5. Что такое полнота базиса

Любой вектор можно разложить по базисным векторам, причем единственным образом

6. Операторное разложение $\hat{1}$

$$\hat{1} = \sum_{\alpha \in \mathbb{Q}} |\alpha\rangle \langle \alpha|$$

7. Антиэрмитов оператор

$$\hat{F}^\dagger = -\hat{F}$$

8. Def коммутатора

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

9. Полная система коммутирующих операторов

Любому набору собственных значений операторов соответствует один собственный вектор

10. Def эрмитова сопряжения

$$\langle y | \hat{F} \psi \rangle = \langle \hat{F}^\dagger y | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{F}^\dagger y \rangle^*, \quad \forall |y\rangle, |\psi\rangle$$

Тест 2

1. ?

2. $[\hat{A}, \hat{B}]^+ = -[\hat{A}^+, \hat{B}^+]$

3. Оператор импульса в импульсном представлении

$$\hat{p}\hat{T}|p\rangle = p$$

4. Гамильтониан осциллятора через \hat{a} и \hat{a}^+

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}\hat{a}^+ + \frac{1}{2})$$

5. Полная система комм. наблюдаемых

Любому набору собственных значений соответствует только один собственный вектор

6. Оператор координаты в импульсном представлении

$$\hat{q}\hat{T}|p\rangle = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$$

7. Временное уравнение Шредингера как математическая задача

Задача Коши

8. Операторное разложение $\hat{1}$

$$\hat{1} = \int dp |p\rangle \langle p|$$

9. ?

10. ?

Тест 3

1. Эволюция стационарного состояния

$$|n, t\rangle = e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}} |n\rangle$$

2. Связь координатного и импульсного представления состояний

$$\langle q|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{+\infty} dp e^{\frac{ipq}{\hbar}} \langle p|\psi\rangle$$

3. Что гарантирует полноту системы стационарных состояний

\bar{H} явно не зависит от времени

4. Принцип суперпозиции

Если система может находиться в состояниях $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$, то она может находиться и в состоянии $C_1 |\psi_1\rangle + C_2 |\psi_2\rangle$, $C_1, C_2 \in \mathbb{C}$

5. Собственное состояние оператора координаты в импульсном представлении

$$\langle p|q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{ipq}{\hbar}}$$

6. Гамильтониан осциллятора через \hat{p} и \hat{q}

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{Q}^2}{2}$$

7. Стационарное уравнение Шредингера как математическая задача

Задача на нахождение полной системы собственных векторов и собственных значений

8. $[\hat{q}^{n+1}, \hat{p}] = \hat{q}^n i\hbar + [\hat{q}^n, \hat{p}] \hat{q}$

9. Что такое спектр оператора

Совокупность собственных чисел оператора

10. Общий вид решения уравнения Шредингера

$$|\psi, t\rangle = \sum_{n \in \mathbb{Q}} C_n e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}} |n\rangle$$

Тест 4

$$1. (\hat{A} \otimes \hat{B})(\hat{C} \otimes \hat{D})|\alpha\rangle|\beta\rangle = \hat{A}\hat{C}|\alpha\rangle\hat{B}\hat{D}|\beta\rangle$$

$$2. [\hat{p}_\alpha, \hat{q}_\beta] = i\hbar e_{\beta\alpha\gamma} \hat{p}_\gamma$$

3. Какие операторы м.к.д. коммутируют

$$\hat{L}^2; \hat{L}_z$$

4. Def эрмитова сопряжения

$$\exists F^\dagger: \forall |y\rangle, |\psi\rangle \quad \langle y|\hat{F}\psi\rangle = \langle \hat{F}^\dagger y|\psi\rangle$$

$$5. [\hat{L}_\alpha, \hat{L}_\beta] = i\hbar e_{\alpha\beta\gamma} \hat{L}_\gamma$$

6. Def унитарного оператора

$$\langle \hat{U}y|\hat{U}\psi\rangle \equiv \langle y|\psi\rangle, \forall |y\rangle, |\psi\rangle \Rightarrow \hat{U} - \text{унитарный}$$

$$7. \langle \vec{r}|\hat{l}_z|\psi\rangle = -i\frac{\partial}{\partial y} \langle \vec{r}|\psi\rangle$$

8. Коэффициенты разложения $|\psi\rangle$ по базису $|\alpha\rangle$

$$C_\alpha = \langle \alpha|\psi\rangle$$

9. Def стационарного состояния

Состояние, собственное для \hat{H}

10. Def одновременной измеримости

$$\hat{A} a_1$$

$$\hat{B} b_1$$

$$\hat{C} a_2$$

Две величины называются одновременно измеримыми, если $a_1 = a_2$ всегда при многократном повторе

Тест 5

1. $\hat{s}_+ |s, m\rangle = \sqrt{s(s+1) - m(m+1)} |s, m+1\rangle$

2. Def орбитального момента количества движения

$$\hat{L}_\alpha = e_{\alpha\beta\gamma} \hat{r}_\beta \hat{p}_\gamma$$

3. Пример оператора м.к.д. и собственных значений

$$[\hat{s}_\alpha; \hat{s}_\beta] = i\hbar e_{\alpha\beta\gamma} \hat{s}_\gamma, s \notin \mathbb{Z}^+$$

4. Минимальное собственное значение \hat{l}^2 , если $\hat{l}_z \rightarrow -3$

$$\lambda_{min} = 12$$

5. Def когерентного состояния

Состояние, собственное для оператора \hat{a} , оператора уничтожения

6. Спектр гамильтониана $\hat{H} = \frac{a\hat{p}^2 + b\hat{q}^2}{2}$

$$E_n = \hbar\sqrt{ab} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

7. Размерность спинового пространства с $\hat{s}^2 \rightarrow \frac{15}{4}$

$$s(s+1) = \frac{15}{4}; \quad s = \underbrace{\frac{3}{2}}_{\text{целое}}, -\frac{5}{2}; \quad 2s+1 = 2\frac{3}{2} + 1 = 4$$

8. Def оператора проектора

$$|\alpha\rangle \langle\alpha| \equiv P_\alpha$$

9. Когда $|\psi\rangle \langle\psi|$ — не проектор?

$$\langle\psi|\psi\rangle \neq 1$$

10. Какой оператор и какое собственное значение у $|s, -s\rangle$

$$\hat{s}^2 |s, -s\rangle = s(s+1) |s, -s\rangle \quad (1)$$

$$\hat{s}_z |s, -s\rangle = -s |s, -s\rangle \quad (2)$$

Тест 6

1. Собственные значения проекции М.К.Д для $s = \frac{9}{2}$

$$-\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; +\frac{1}{2}; +\frac{3}{2}; +\frac{5}{2}; +\frac{7}{2}; +\frac{9}{2}$$

2. Def оператора инверсии

$$\hat{I}: \langle \bar{r} | \hat{I} | \psi \rangle = \langle -\bar{r} | \psi \rangle$$

3. Собственное значение квадрата М.К.Д. $\frac{9}{2}$

$$\frac{99}{4}$$

4. Def интеграла движения

$$\frac{d\hat{F}}{dt} = 0$$

5. Def центрально-симметричного поля

$$u(\bar{r}) \stackrel{\text{def}}{=} u(r)$$

6. Для каких операторов сферическая функция является собственной

$$\hat{L}_z; \hat{L}^2$$

7. Полная производная по времени оператора

$$\left\langle \psi \left| \frac{d\hat{F}}{dt} \right| \varphi \right\rangle \equiv \frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{F} | \varphi \rangle$$

8. Полный набор коммутирующих наблюдаемых центра симметрии

$$\hat{H}; \hat{L}_z; \hat{L}^2$$

9. Уравнение на интеграл движения

$$\frac{\partial \hat{F}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}; \hat{F}] = 0$$

10. $[\hat{L}_\alpha; \hat{p}_\beta \hat{p}_\beta] = 0$