



**Universidad
de Valparaíso**
CHILE

Transductores capacitivos y piezoeléctricos

Mediciones Biomédicas 2024

Ingeniería Civil Biomédica

Alejandro Veloz

alejandro.veloz@uv.cl

Tipos de transductores

Resistivos

Capacitivos

Piezoeléctricos

Inductivos/magnéticos

Térmicos

Radiación/ópticos

Electroquímicos (Cap. 4)

Sensores capacitivos

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{x}$$

ϵ_0 : constante dieléctrica del vacío.

ϵ_r : constante dieléctrica relativa del aislante.

x : separación de las placas.

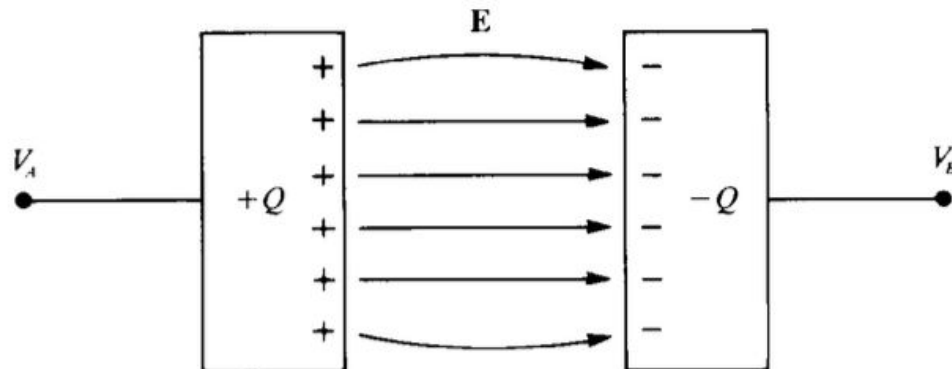
A : área de las placas.

Se pueden realizar cambios en C modificando alguno de estos parámetros:

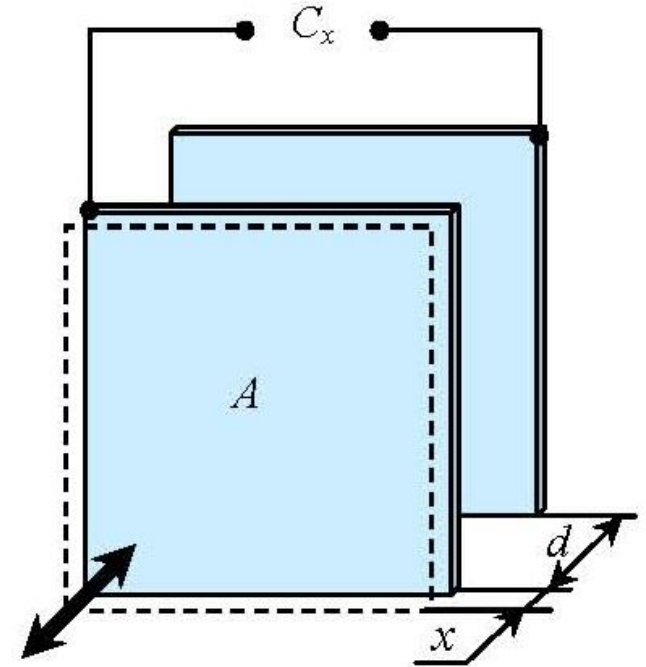
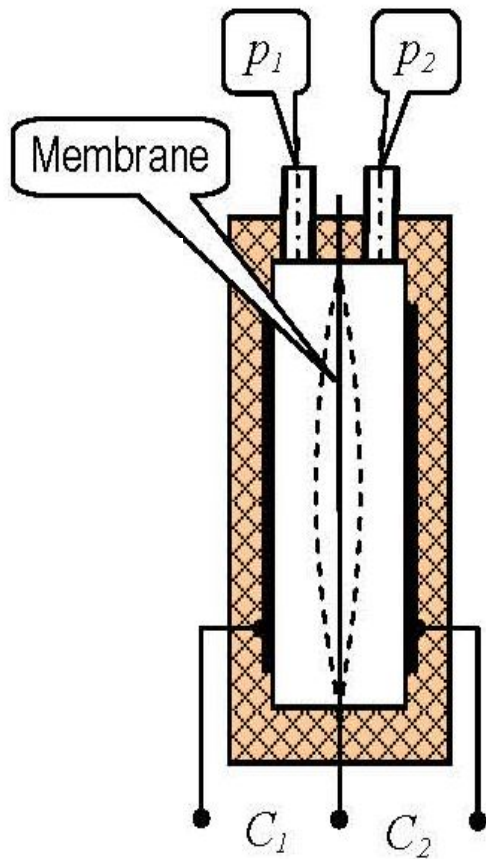
- ϵ_r , por ejemplo, a través de sustancias fluyendo a través de las placas.

- A , deslizando las placas una en relación a la otra.

- x , ejerciendo alguna fuerza.

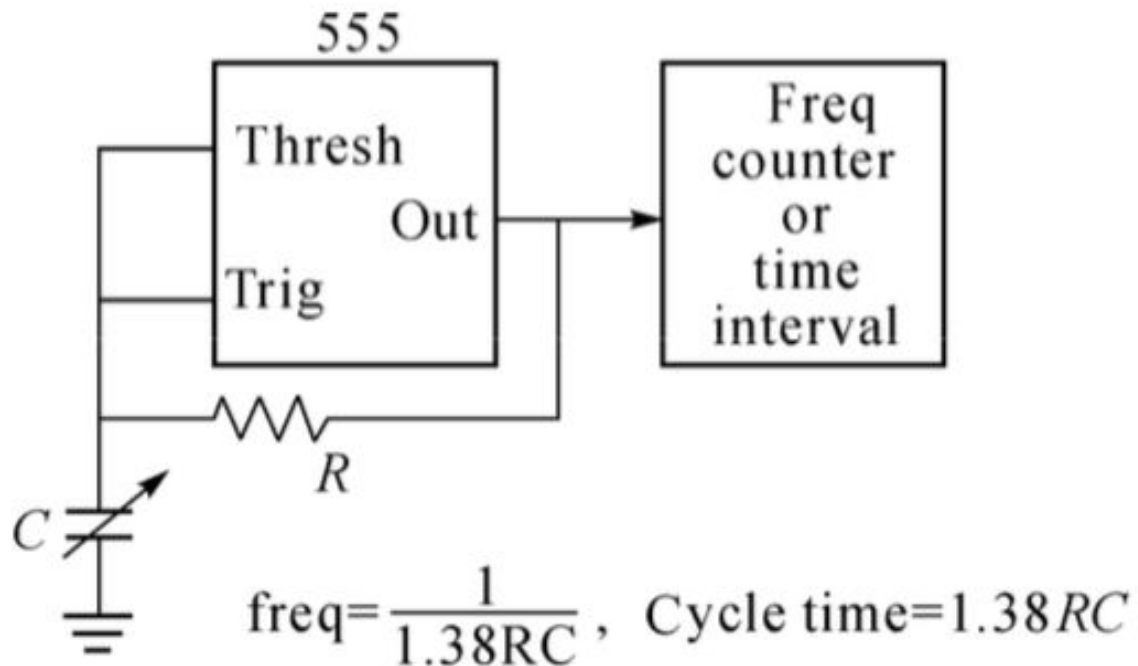


Sensores capacitivos



$$C_x = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d+x}$$

Sensores capacitivos



Sensores capacitivos

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{x}$$

Sensibilidad

$$K = \frac{dC}{dx} = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{x^2}$$

Cuando el condensador está en estado estacionario (separación x_0), $v_1 = E$.

Cuando la separación entre placas es $\Delta x = x_1 - x_0$, produce un voltaje de salida $v_o = v_1 - E$.

$$\frac{V_o}{X_1} = \frac{(E/x_0)s\tau}{s\tau + 1}$$

donde $\tau = RC = R\varepsilon_0 \varepsilon_r A/x_0$

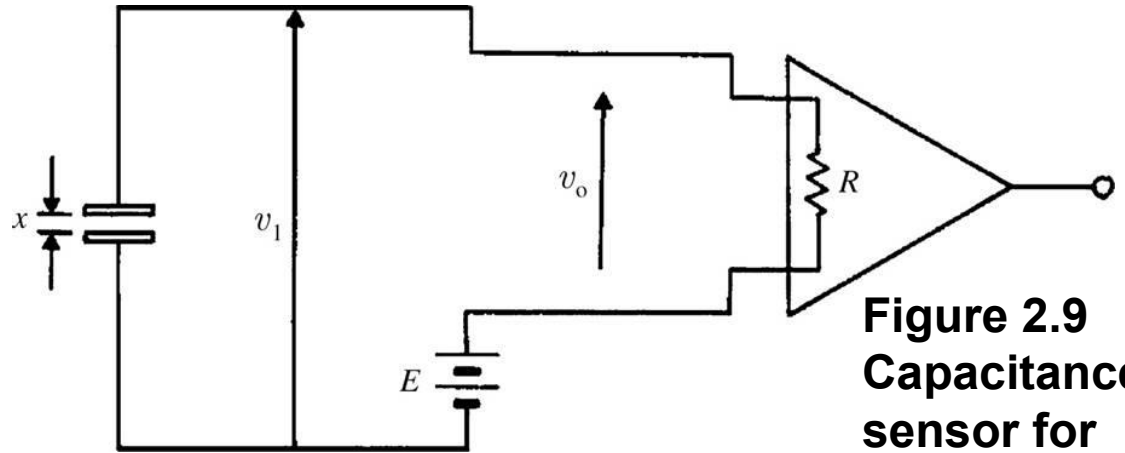


Figure 2.9
Capacitance
sensor for
measuring
dynamic
displacement
changes.

Características de los sensores capacitivos:

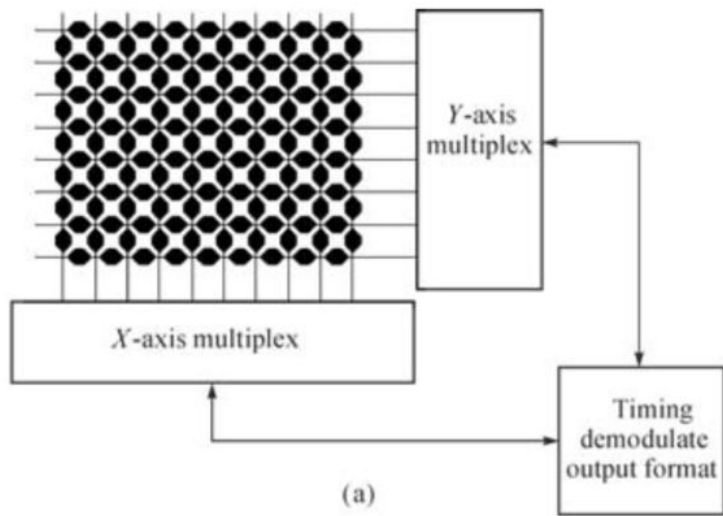
- Alta resolución (<0.1 nm).
- Rangos dinámicos hasta 300 μm (exactitud reducida ante desplazamientos mayores).
- Alta estabilidad a largo plazo (<0.1 nm / 3 horas).
- Ancho de banda: 20 - 3 KHz.

Sensores capacitivos

Ejemplo.

Para un sensor capacitivo compuesto por placas de 1 cm^2 , calcular la separación entre placas necesaria para medir desplazamientos de frecuencia superiores a 20 Hz.

$$R = 100 \text{ M}\Omega$$



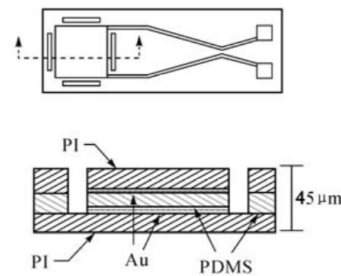
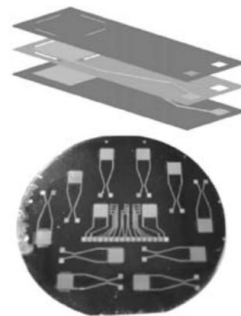
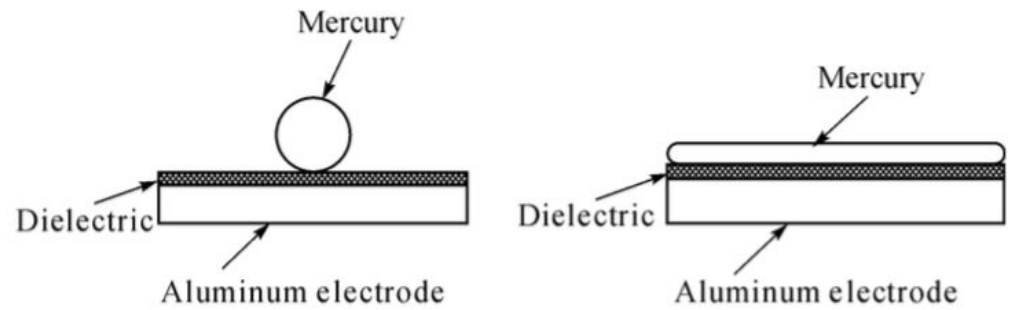
(a)



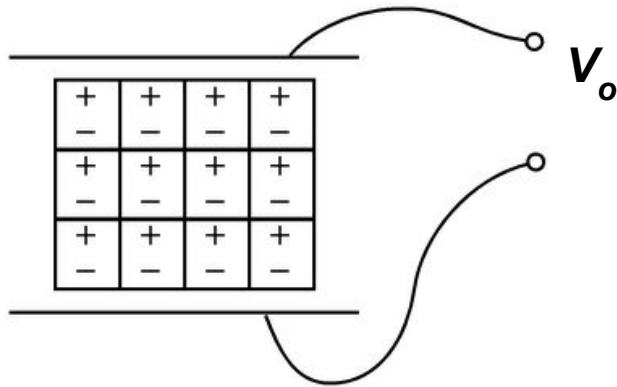
(b)



Fig. 3.20. Non-invasive blood pressure measurement



Sensores piezoeléctricos



Certain materials generate a voltage when subjected to a mechanical strain, or undergo a change in physical dimensions under an applied voltage.

Uses of Piezoelectric

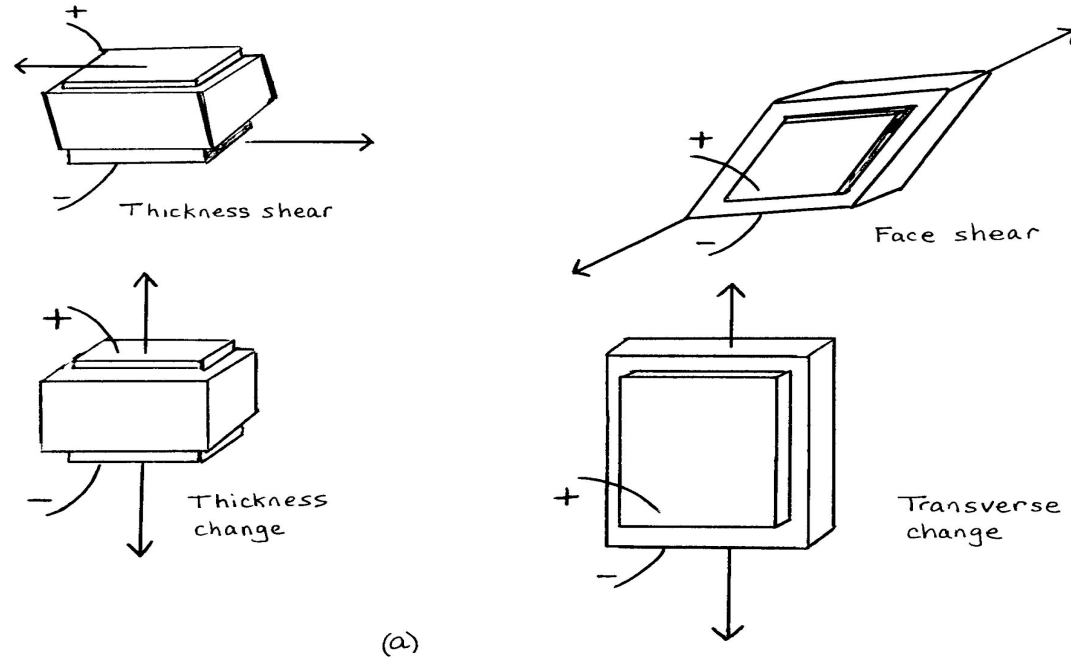
External (body surface) and internal (intracardiac) phonocardiography

Detection of Korotkoff sounds in blood-pressure measurements

Measurements of physiological accelerations

Provide an estimate of energy expenditure by measuring acceleration due to human movement.

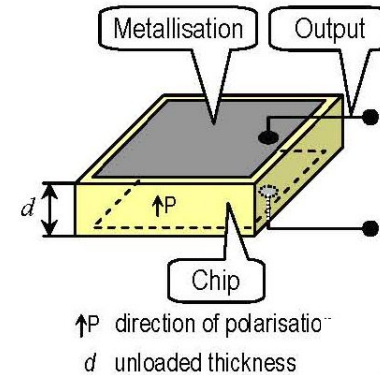
Models of Piezoelectric Sensors



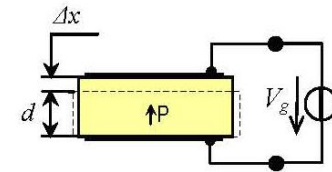
Piezoelectric polymeric films, such as polyvinylidene fluoride (PVDF). Used for uneven surface and for microphone and loudspeakers.

Sensores piezoeléctricos

- Se usan típicamente para medir desplazamientos fisiológicos y para registrar sonidos cardíacos.
- La piezoelectricidad es la propiedad de ciertos materiales (cristales, cerámicos, hueso, algunas proteínas) de acumular carga en respuesta a un stress mecánico o viceversa.
- Pueden funcionar en tres modos de operación: transverso, longitudinal y tangencial.
- Las superficies opuestas del material están fijadas a un conductor para contacto eléctrico.
- Pueden ser usados como transductor:
 - Eléctrico-mecánico (fig. b): Al aplicar voltaje entre los terminales, éste cambia su espesor.
 - Mecánico-eléctrico (fig. c): Al aplicar una fuerza se genera una carga eléctrica que induce un voltaje V a lo largo de la capacitancia C_p del sensor.



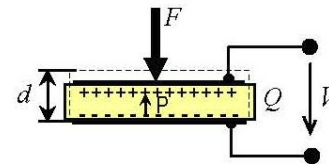
a)



$$\Delta x = k_M \cdot V_g$$

$$k_M = 200-600 \text{ pm/V}$$

b)



$$Q = k_v \cdot F$$

$$V = \frac{Q}{C_p} = \frac{k_v}{C_p} \cdot F$$

$$k_v = 200-600 \text{ pC/N}$$

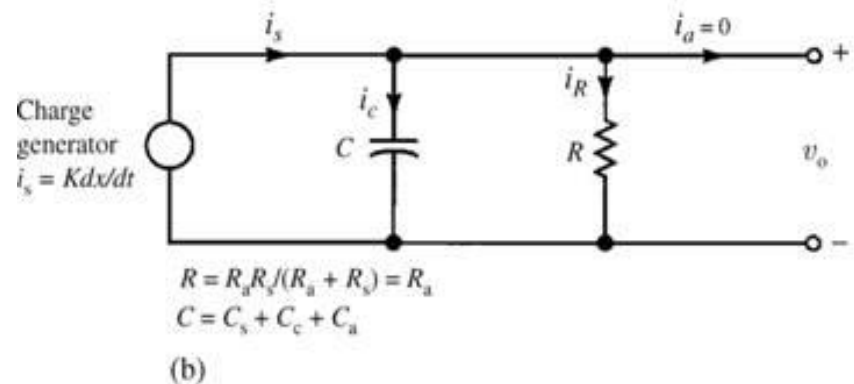
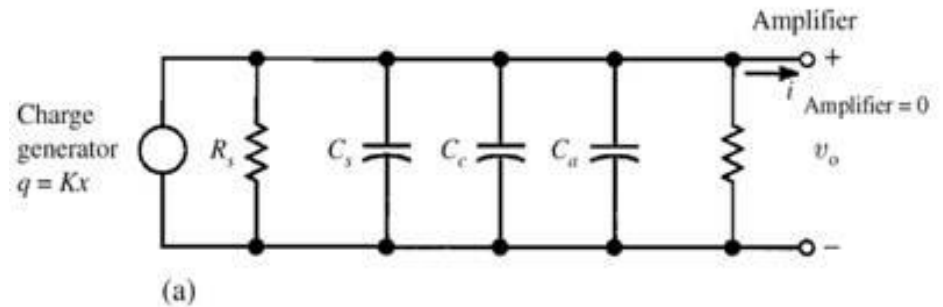
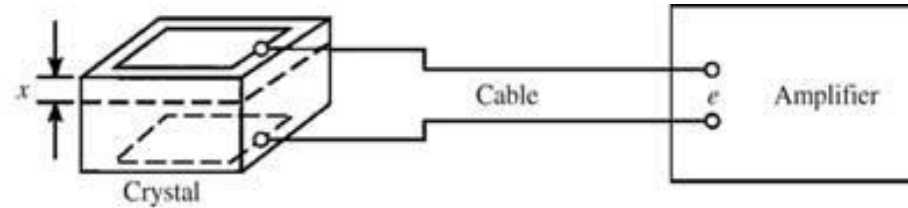
c)

Sensores piezoeléctricos

(a) Circuito equivalente de un sensor piezoeléctrico,

R_s : resistencia de fuga del sensor,
 C_s : capacitancia del sensor,
 C_c : capacitancia del cable,
 C_a : capacitancia de entrada del amplificador,
 R_a : resistencia de entrada del amplificador,
 q : generador de carga.

(b) Circuito equivalente modificado con generador de corriente en vez de generador de carga.



Sensores piezoeléctricos

- Asumiendo R_s infinita, la carga total inducida q es directamente proporcional a la fuerza f aplicada:

$$q = kf$$

donde k es la constante piezoeléctrica (en C/N).

- Suponiendo que el sistema actúa como un condensador de placas paralelas, el voltaje puede expresarse como:

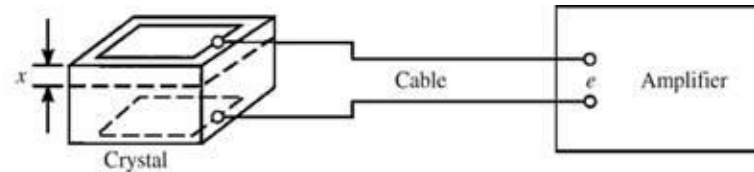
$$v = \frac{q}{C} = \frac{kf}{C} = \frac{kfx}{\epsilon_0 \epsilon_r A}$$

donde x es la separación entre las placas, ϵ_0 y ϵ_r son las constantes dieléctricas del vacío y relativa del material, respectivamente. A es el área de las placas.

- Valores típicos de k son 2.3 pC/N para cristales de cuarzo y 140 pC/N para BaTiO₃.
- Así, para un sensor de 1 cm² y grosor de 1 mm, con una fuerza aplicada 10g N, el voltaje entre los terminales del sensor es:
 - 0.23 mV para un cristal de cuarzo.
 - 14mV para un cerámico BaTiO₃.

Sensores piezoeléctricos

- Los materiales piezoeléctricos tienen una resistencia muy alta pero finita (del orden de 100 GΩ).
- Esto implica que cuando se aplica una deflexión x en el material, parte de la carga inducida “se fuga” por esta resistencia (leakage resistor o resistencia de fuga).
- En consecuencia, es importante que la resistencia de entrada del circuito de medición sea un orden superior que la resistencia de fuga.



(a) Circuito equivalente de un sensor piezoeléctrico,

R_s : resistencia de fuga del sensor,

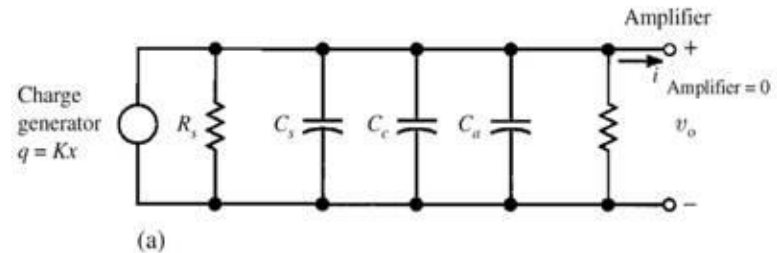
C_s : capacitancia del sensor,

C_c : capacitancia del cable,

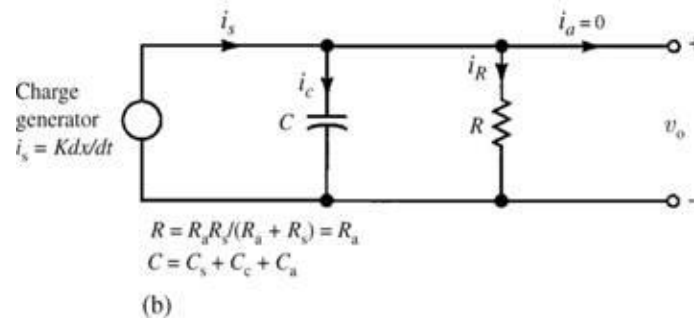
C_a : capacitancia de entrada del amplificador,

R_a : resistencia de entrada del amplificador,

q : generador de carga



(b) Circuito equivalente modificado con generador de corriente en vez de generador de carga.



Sensores piezoeléctricos

(a) Circuito equivalente de un sensor piezoeléctrico,

R_s : resistencia de fuga del sensor,

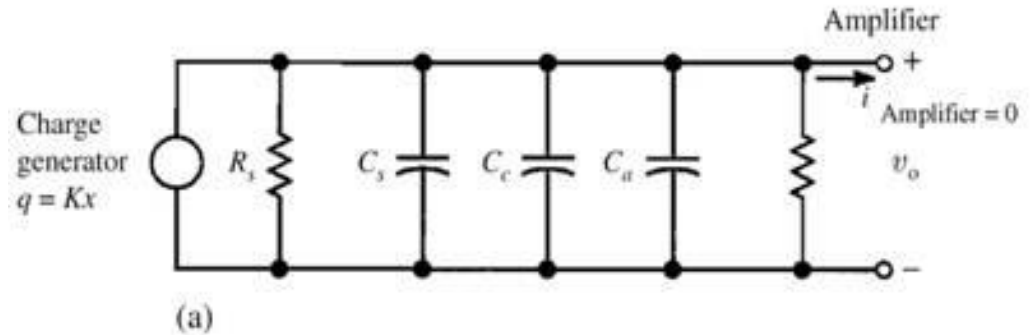
C_s : capacitancia del sensor,

C_c : capacitancia del cable,

C_a : capacitancia de entrada del amplificador,

R_a : resistencia de entrada del amplificador,

q : generador de carga



En ecuaciones, la carga asociada a la deflexión x está dada por:

$$q = Kx$$

donde K es una constante de proporcionalidad en C/m.

Con el objeto de analizar el comportamiento dinámico del sensor piezoeléctrico, resulta conveniente modificar el circuito anterior, reemplazando el generador de carga por una fuente de corriente i_s y combinando resistencias y condensadores.

Para esto sabemos que:

$$i_s = \frac{dq}{dt} = K \frac{dx}{dt}$$

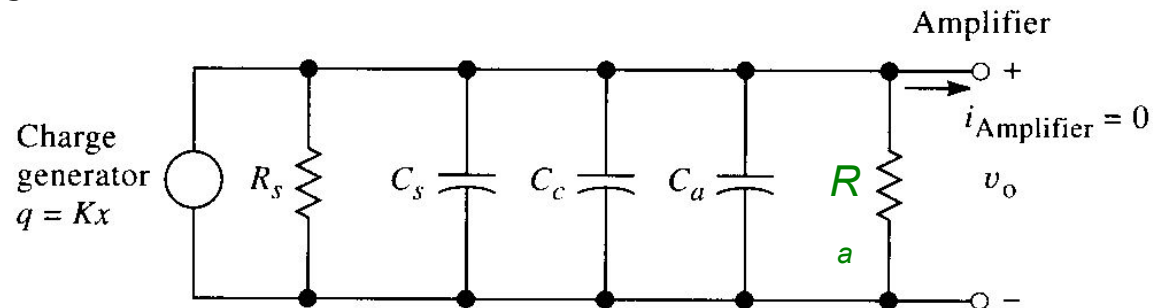
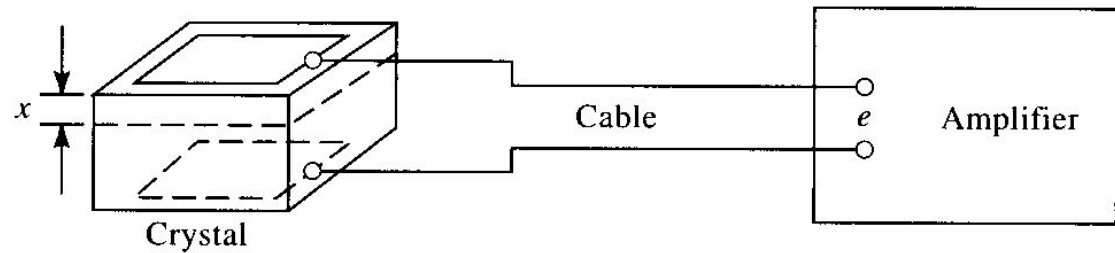
View piezoelectric crystal as a charge generator:

$$q = Kx$$

K = proportionality constant

x = deflection

R_s : sensor leakage resistance
 C_s : sensor capacitance
 C_c : cable capacitance
 C_a : amplifier input capacitance
 R_a : amplifier input resistance



Convert charge generator to current generator:

$$q = Kx \quad i_s = \frac{dq}{dt} = K \frac{dx}{dt}$$

$$i_s = i_c + i_R$$

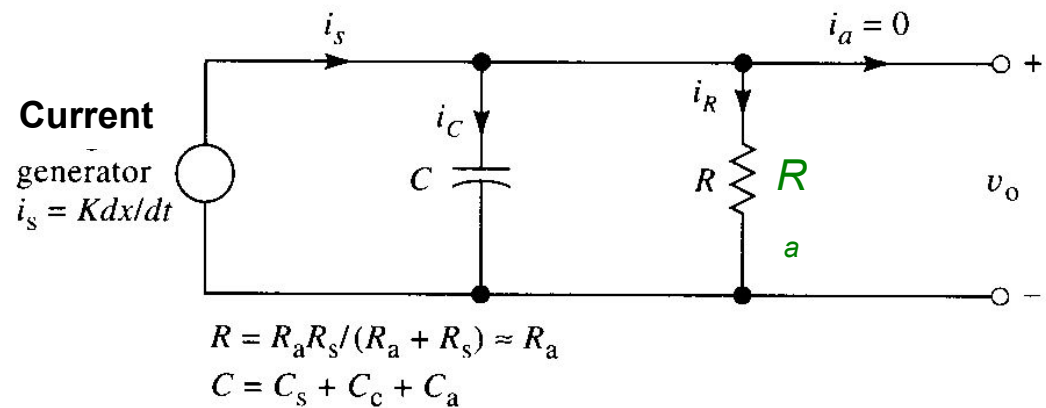
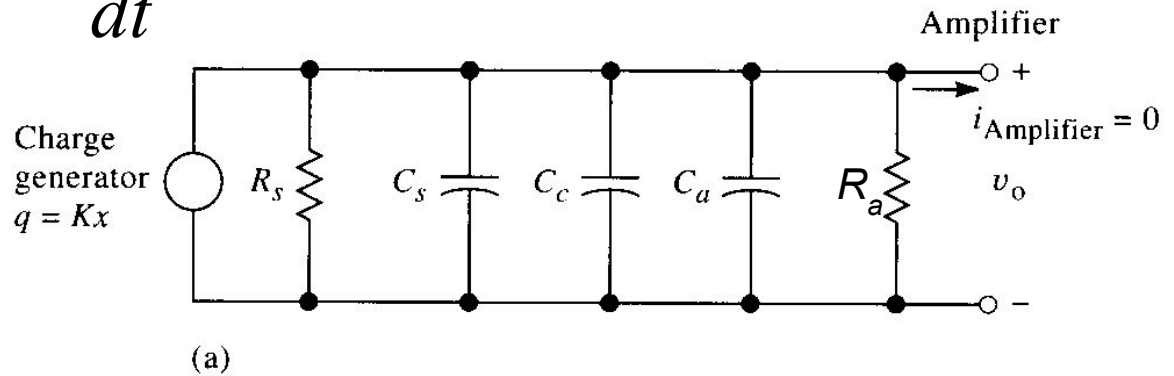
$$i_c = i_s - i_R$$

$$C \left(\frac{dV_o}{dt} \right) = K \frac{dx}{dt} - \frac{V_o}{R}$$

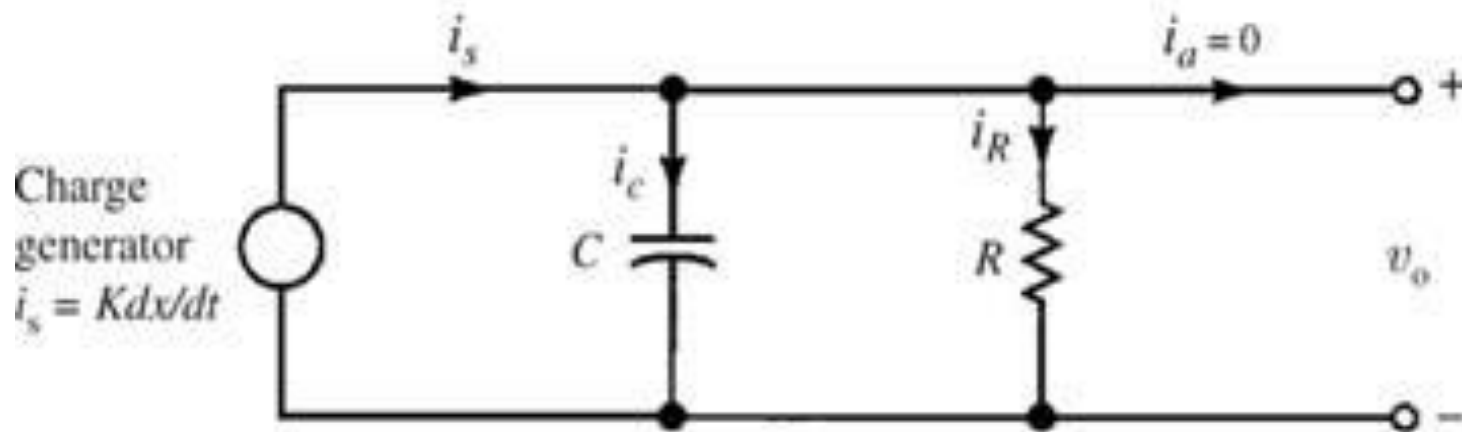
$$\frac{V_o(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{K_s j\omega\tau}{j\omega\tau + 1}$$

$$K_s = K/C, \text{ sensitivity, V/m}$$

$$\tau = RC, \text{ time constant}$$



Sensores piezoeléctricos



$$R = R_a R_s / (R_a + R_s)$$

$$C = C_s + C_a + C_c$$

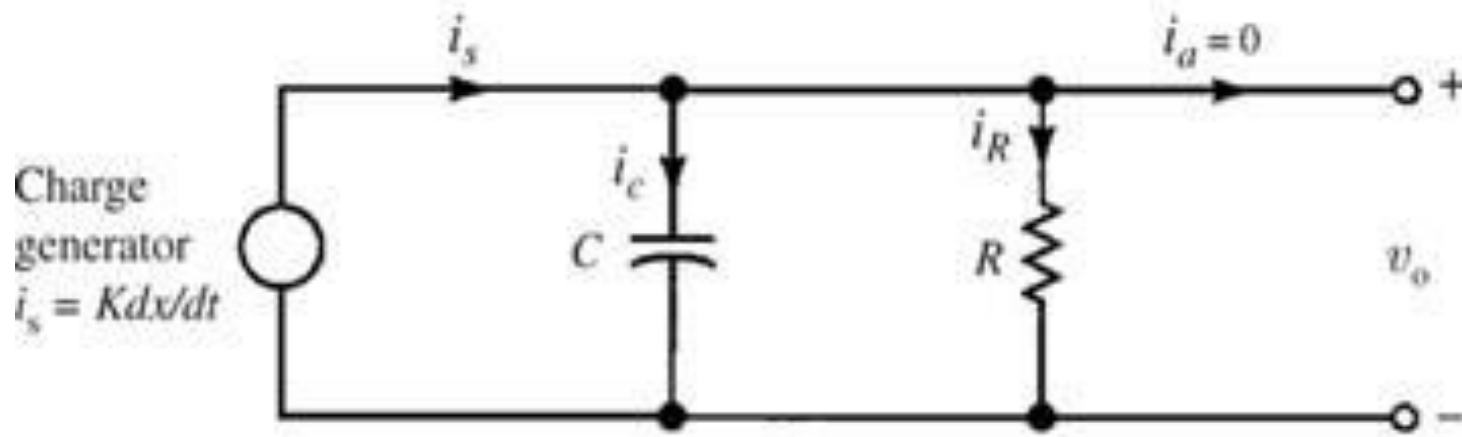
Función de transferencia del sensor piezoeléctrico de la figura.

$$\frac{V_o}{X} = \frac{K R s}{R C s + 1}$$

$$\frac{V_o}{X} = \frac{K}{C} \frac{R C s}{R C s + 1} = K_s \frac{\tau s}{\tau s + 1}$$

con $\tau = RC$ (constante de tiempo)
 $K_s = K/C$ (sensibilidad en V/m).

Sensores piezoeléctricos



$$R = R_a R_s / (R_a + R_s)$$

$$C = C_s + C_a + C_c$$

La respuesta de un sensor piezoeléctrico a un pulso de duración T :

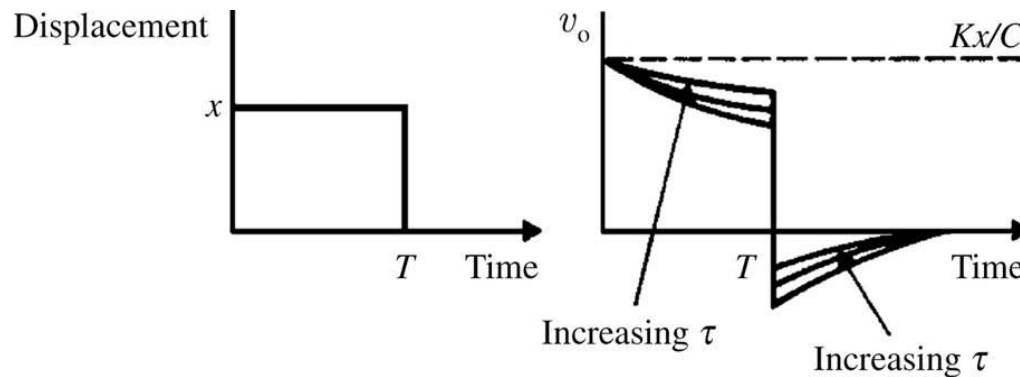


Figure 2.11 Sensor response to a step displacement (From Doebelin, E. O. 1990. *Measurement Systems: Application and Design*, New York: McGraw-Hill.)

Sensores piezoeléctricos

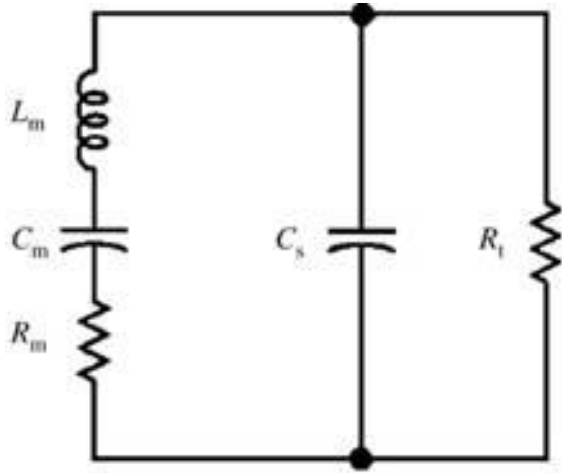
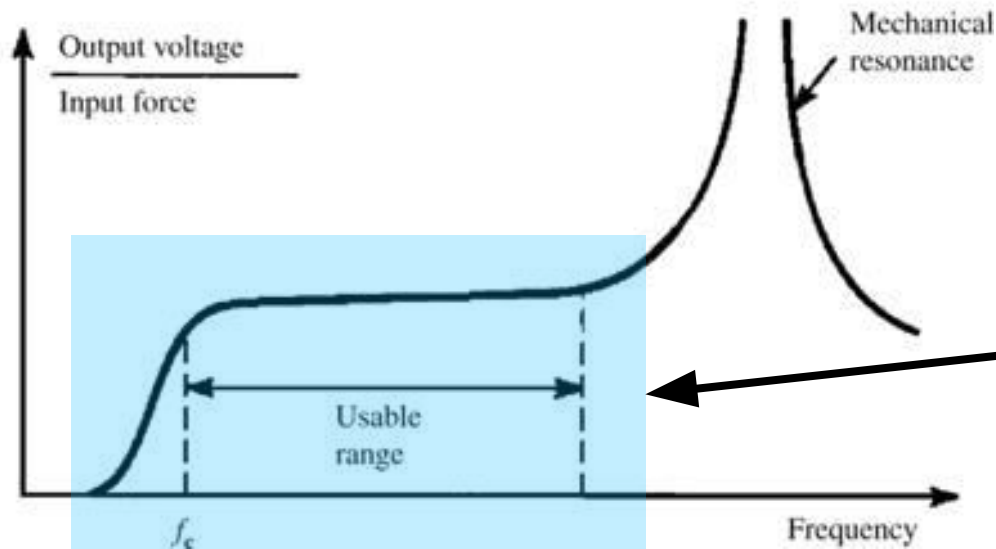


Figure 2.12 (a) **High-frequency circuit model for piezoelectric sensor.** R_s is the sensor leakage resistance and C_s the capacitance. L_m , C_m , and R_m represent the mechanical system, (b) Piezoelectric sensor frequency response.

(a)



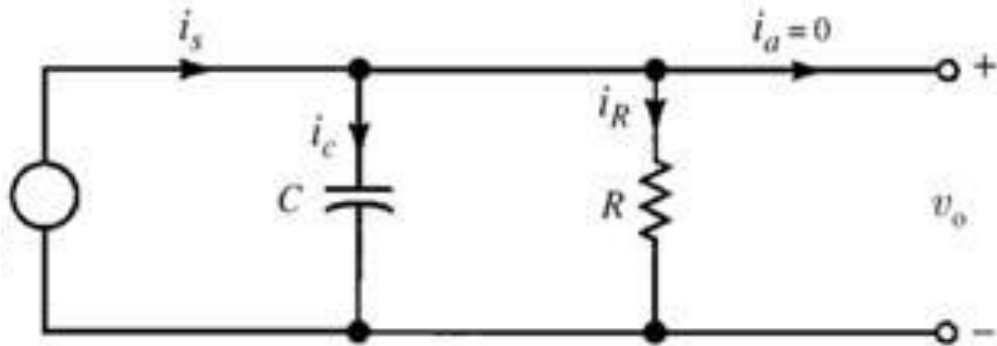
$$\frac{V_o}{X} = K_s \frac{\tau s}{\tau s + 1}$$

Sensores piezoeléctricos

Un sensor piezoeléctrico tiene $C = 500 \text{ pF}$. La resistencia de fuga es $10 \text{ G}\Omega$. El dispositivo de lectura tiene resistencia de entrada es $5 \text{ M}\Omega$. ¿Cuál es la frecuencia de corte?

$$R = R_a R_s / (R_a + R_s)$$
$$R \approx 5 \text{ M}\Omega$$

$$C = C_s + C_a + C_c$$
$$C = 500 \text{ pF}$$



Sensores piezoeléctricos

Un sensor piezoeléctrico tiene $C = 500 \text{ pF}$. La resistencia de fuga es $10 \text{ G}\Omega$. El dispositivo de lectura tiene resistencia de entrada es $5 \text{ M}\Omega$. ¿Cuál es la frecuencia de corte?

$$R = R_a R_s / (R_a + R_s)$$
$$R \approx 5 \text{ M}\Omega$$

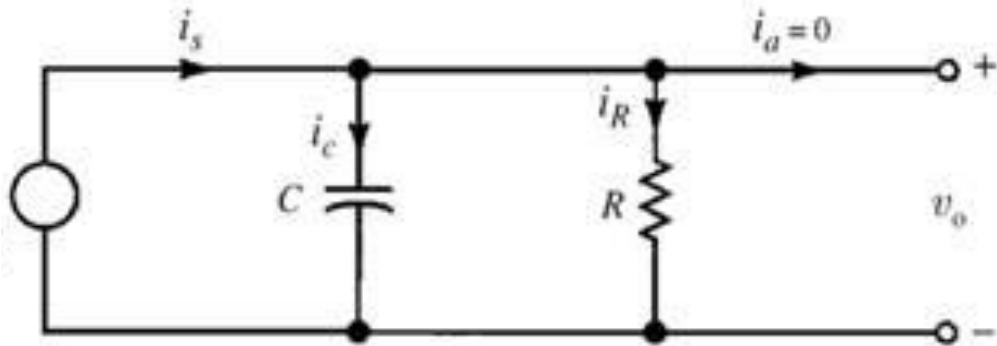
$$C = C_s + C_a + C_c$$
$$C = 500 \text{ pF}$$

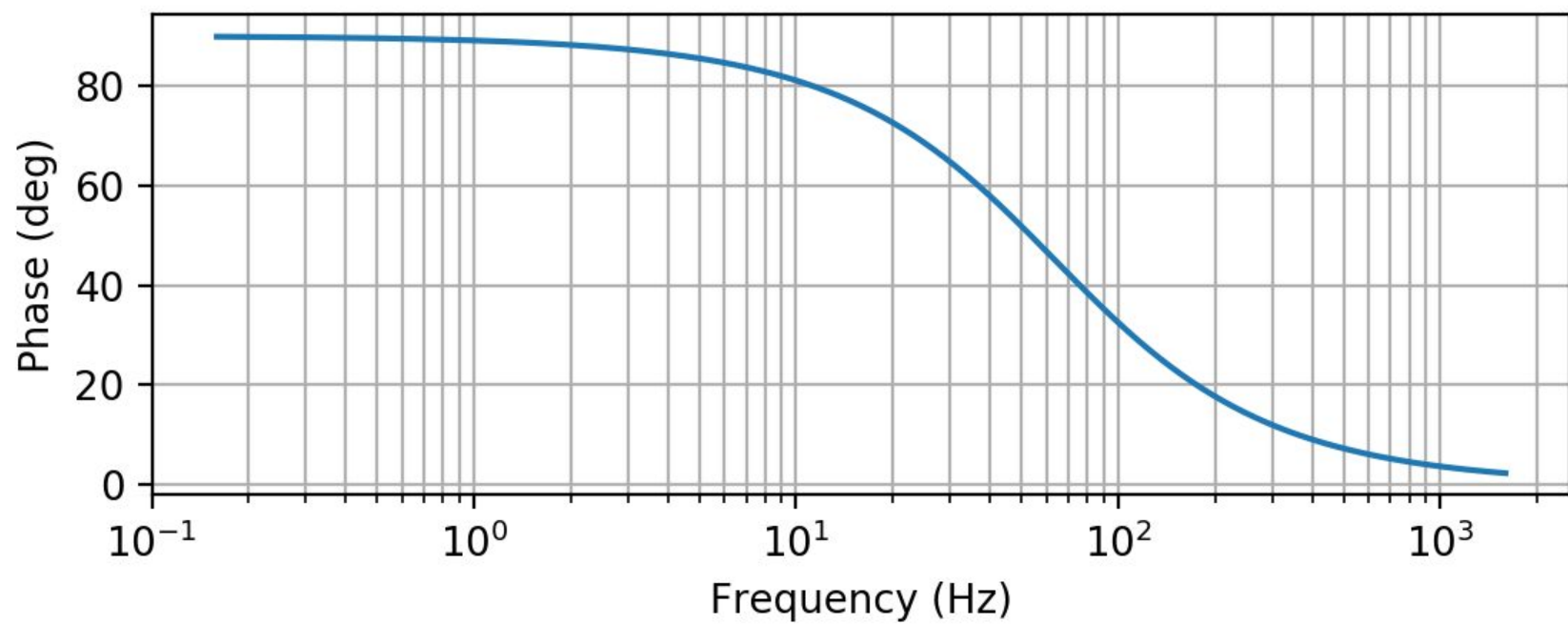
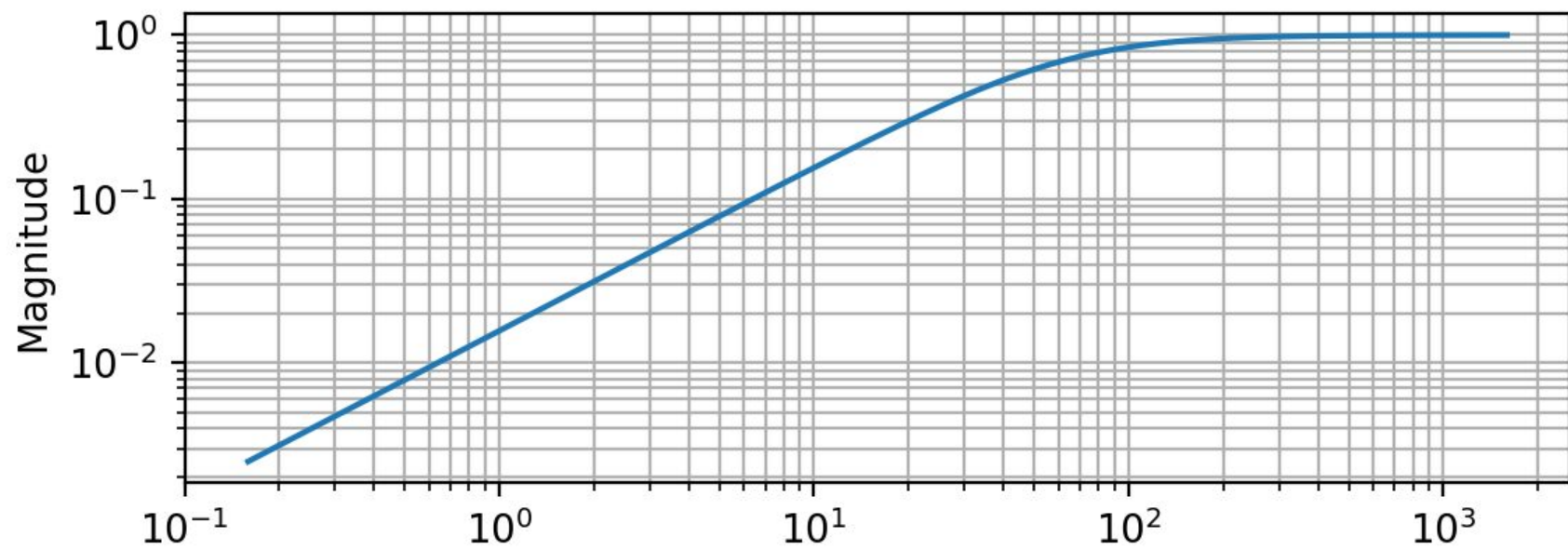
$$\text{con } s = \omega j$$

$$\left| \frac{\omega j}{\omega j + 1/\tau} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \omega_c = \frac{1}{\tau} = 400.2 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 63.69 \text{ Hz}$$





Sensores piezoeléctricos

Un sensor piezoeléctrico tiene $C = 500 \text{ pF}$. La resistencia de fuga es $10 \text{ G}\Omega$. El dispositivo de lectura tiene resistencia de entrada es $5 \text{ M}\Omega$. ¿Cuál es la frecuencia de corte?

$$R = R_a R_s / (R_a + R_s)$$

$$R \approx 5 \text{ M}\Omega$$

$$C = C_s + C_a + C_c$$

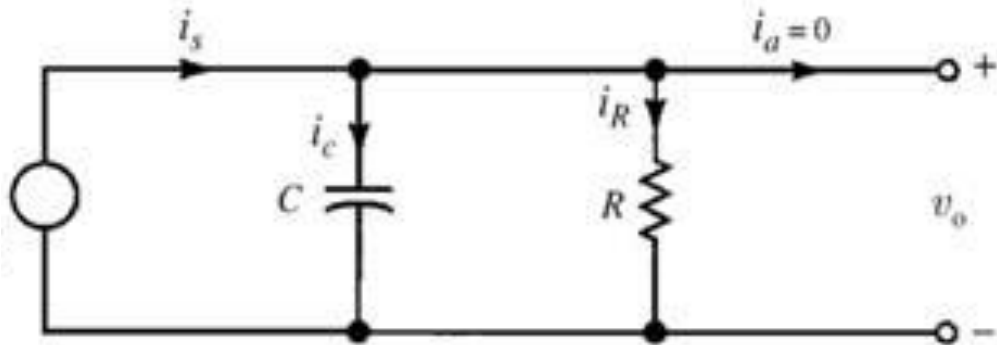
$$C = 500 \text{ pF}$$

$$\text{con } s = \omega j$$

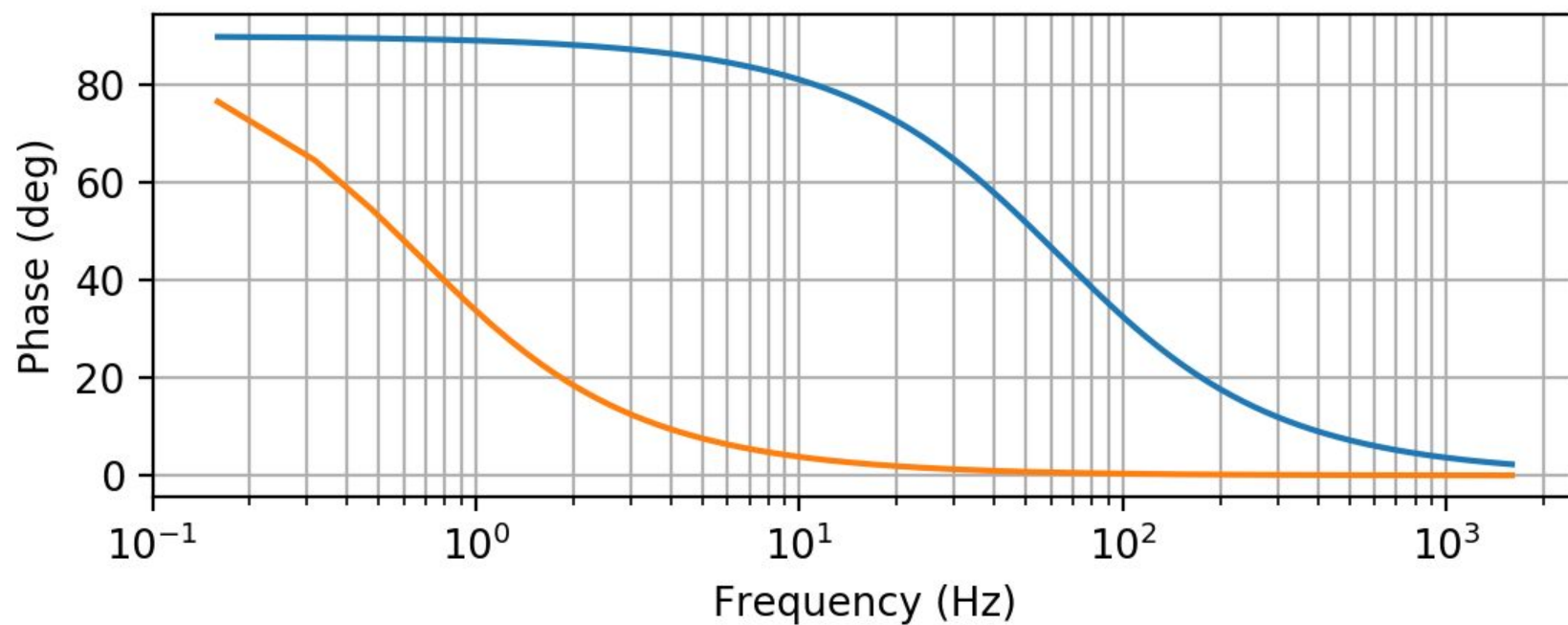
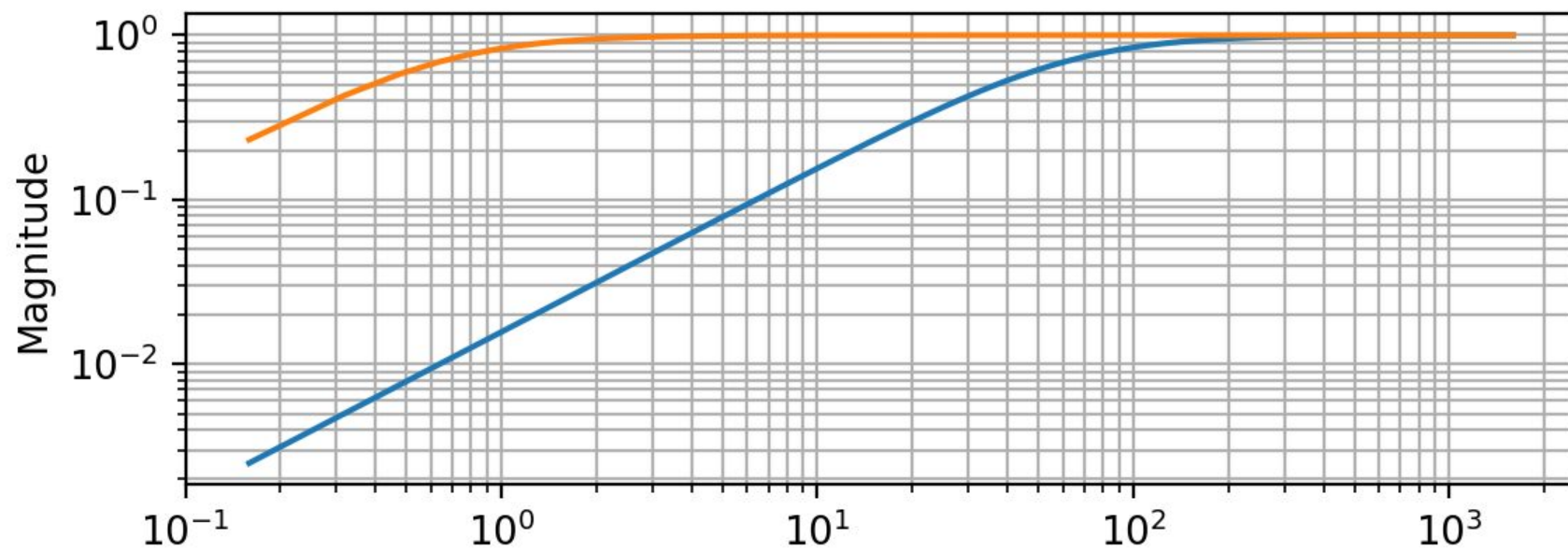
$$\left| \frac{\omega j}{\omega j + 1/\tau} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \omega_c = \frac{1}{\tau} = 400.2 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 63.69 \text{ Hz}$$



Note que si se aumenta la resistencia de entrada del amplificador en un factor de 100, la nueva frecuencia de corte es 0.67 Hz.



```
import control

Ra = 5.e6
Rs = 10.e9
R = (Rs*Ra) / (Ra+Rs)
C = 500e-12
tau = R*C

funcion_transf = control.tf([1,0],[1,1/tau])
print funcion_transf

mag, phase, omega = control.bode_plot(funcion_transf,
                                     omega=np.linspace(1e0,1e4,num=10000),
                                     Hz=True)
```

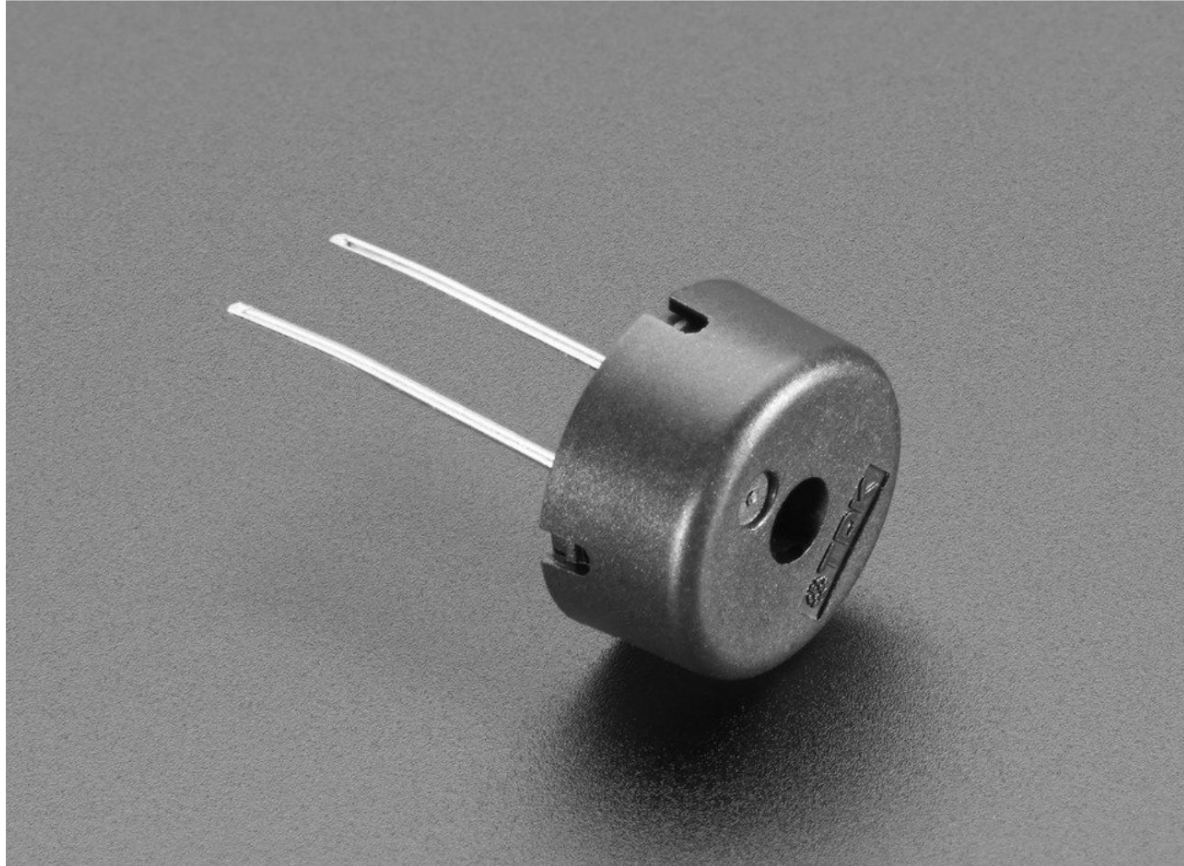
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.signal as sgnl

def step(t, T):
    u = np.zeros(t.shape)
    u[t>=T] = 1
    return u

R = 100
C = 0.01
Ks = 1
tau = R*C
T = 0.1 # duracion del pulso

func_transf = sgnl.lti([Ks, 0], [1, 1/tau])
t = np.linspace( 0, 1, num=1000 )
x = 1-step(t,T)
_, y, _ = sgnl.lsim(func_transf, x, t)
plt.plot(t,y)
```

Ejemplo, Piezo Buzzer



Piezo Buzzer - PS1240

PRODUCT ID: 160

\$1.50

IN STOCK

1

ADD TO CART

QTY	DISCOUNT
-----	----------

1-9	\$1.50
-----	--------

10-49	\$1.35
-------	--------

50+	\$1.13
-----	--------

ADD TO WISHLIST

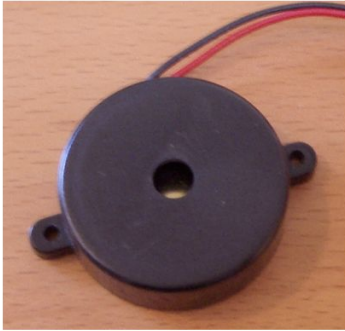
[DESCRIPTION](#)

[TECHNICAL DETAILS](#)

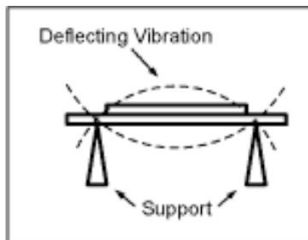
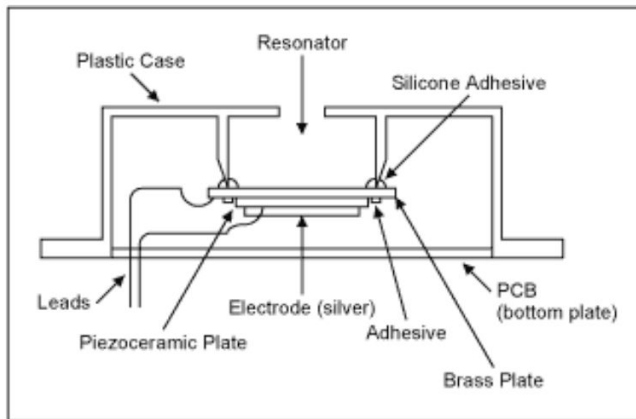
[LEARN](#)

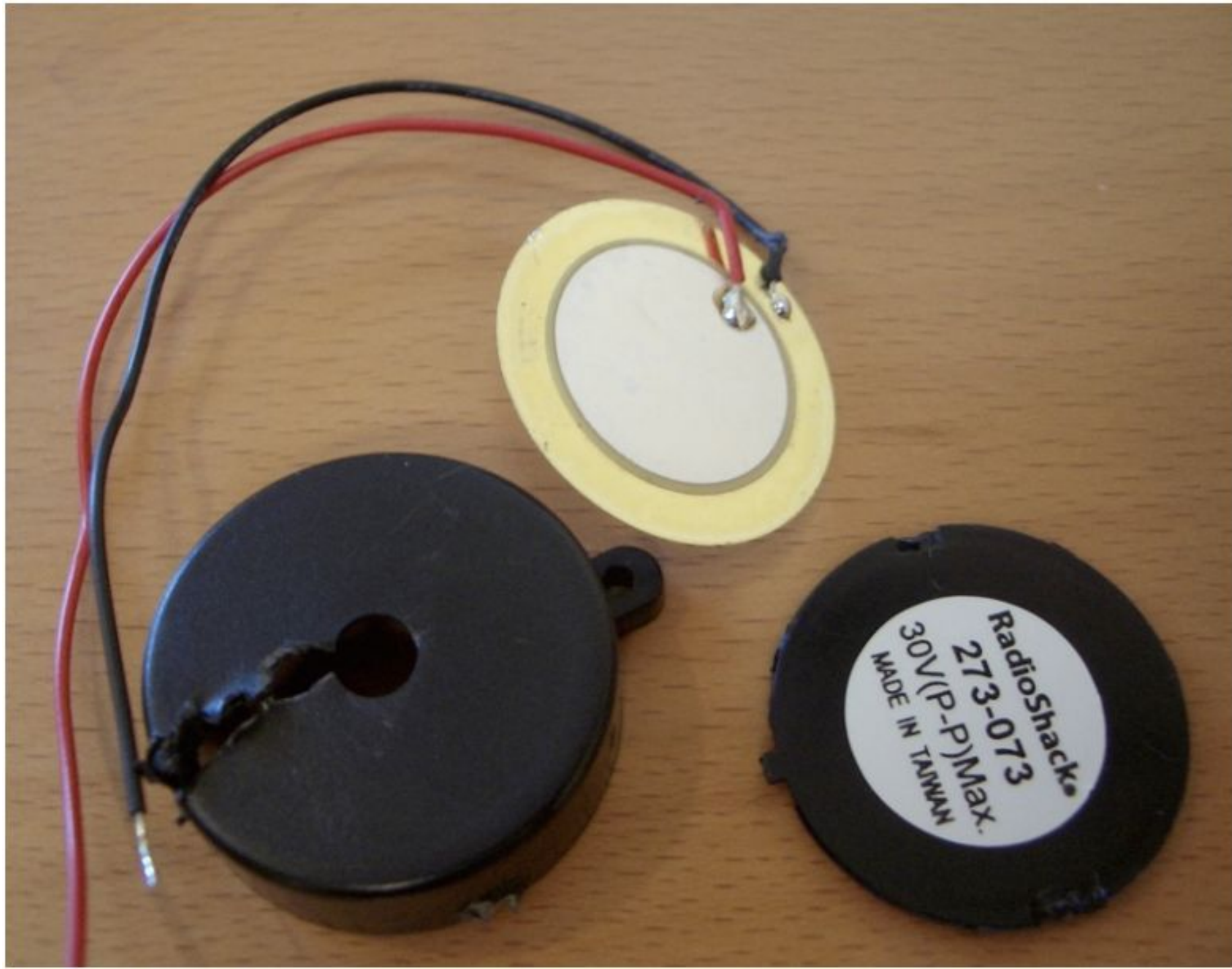
Ejemplo, Piezo Buzzer

<http://www.eng.utah.edu/~cs5789/handouts/piezo.pdf>

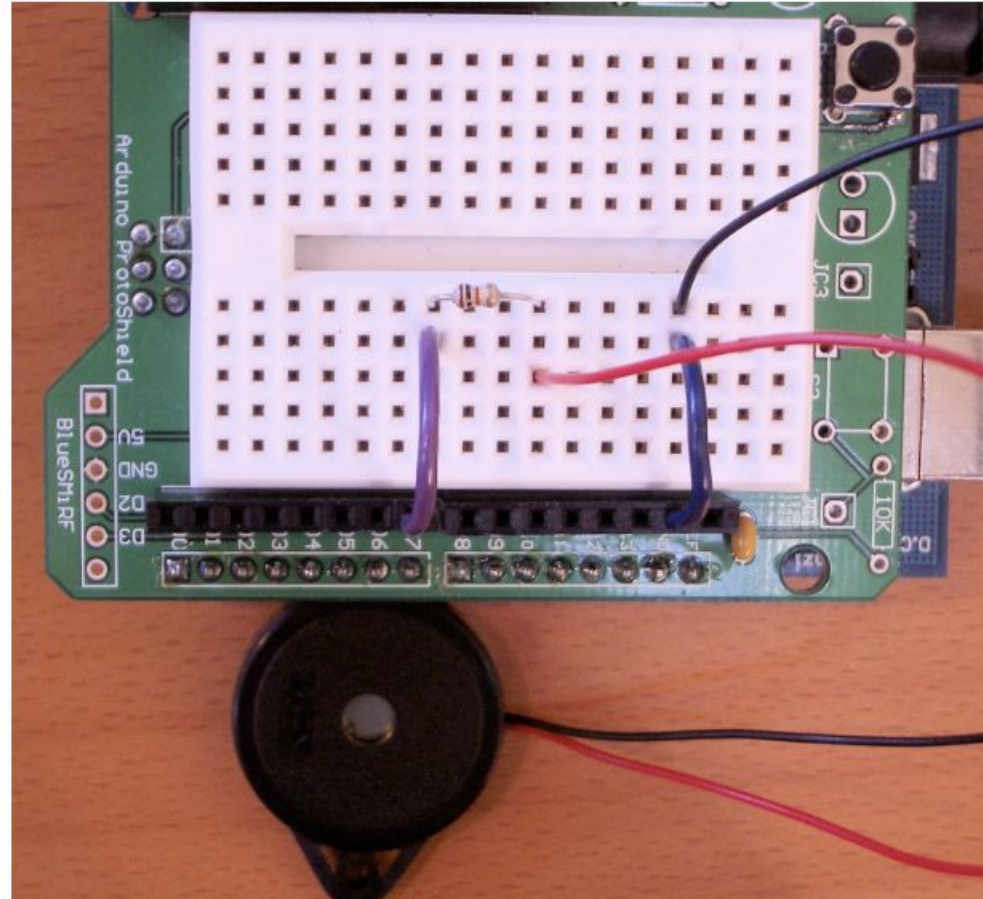
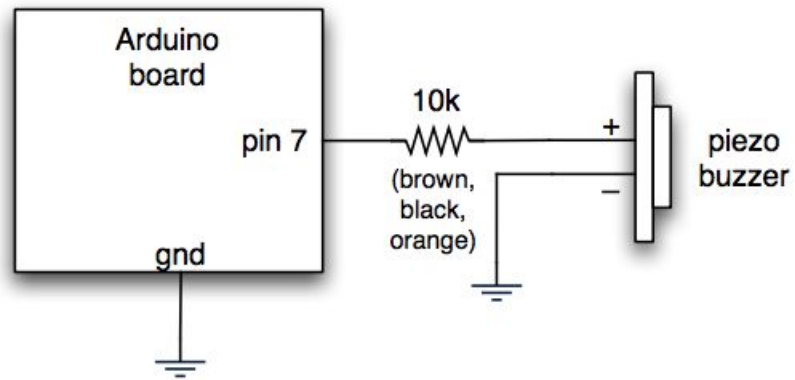


- Dos cables: rojo y negro. Polaridad, negro=tierra.
- Aplicar un voltaje alterno para producir vibraciones mecánicas que son percibidas como sonido.
 - La carcasa del Buzzer soporta un “piezoelemento” y tiene una cavidad resonante para el sonido.

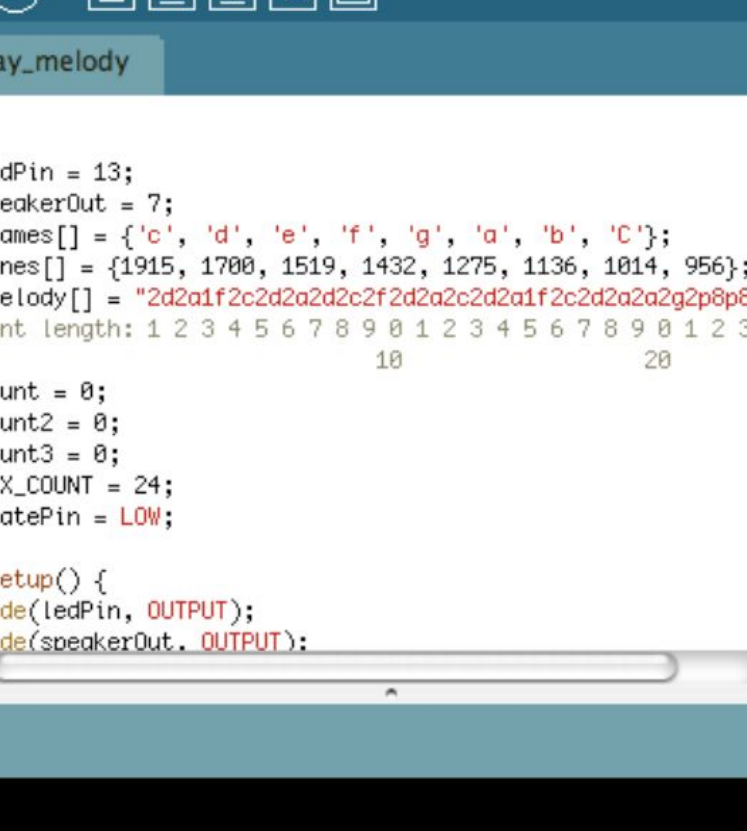




Piezo Buzzer para reproducir tonos desde un arduino



Piezo Buzzer para reproducir tonos desde un arduino



Arduino - 0005 Alpha

play_melody

```

*/

int ledPin = 13;
int speakerOut = 7;
byte names[] = {'c', 'd', 'e', 'f', 'g', 'a', 'b', 'C'};
int tones[] = {1915, 1700, 1519, 1432, 1275, 1136, 1014, 956};
byte melody[] = "2d2a1f2c2d2a2d2c2f2d2a2c2d2a1f2c2d2a2a2g2p8p8p";
// count length: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6
//                                     10                                     20

int count = 0;
int count2 = 0;
int count3 = 0;
int MAX_COUNT = 24;
int statePin = LOW;

void setup() {
  pinMode(ledPin, OUTPUT);
  pinMode(speakerOut, OUTPUT);
}

```

45



The screenshot shows the Arduino IDE interface. At the top, the title bar reads "Arduino - 0005 Alpha". Below the title bar is a toolbar with icons for running, stopping, saving, uploading, downloading, and a folder icon. The main text area contains the following C++ code:

```
sound_serial

Serial.println("ready");
}

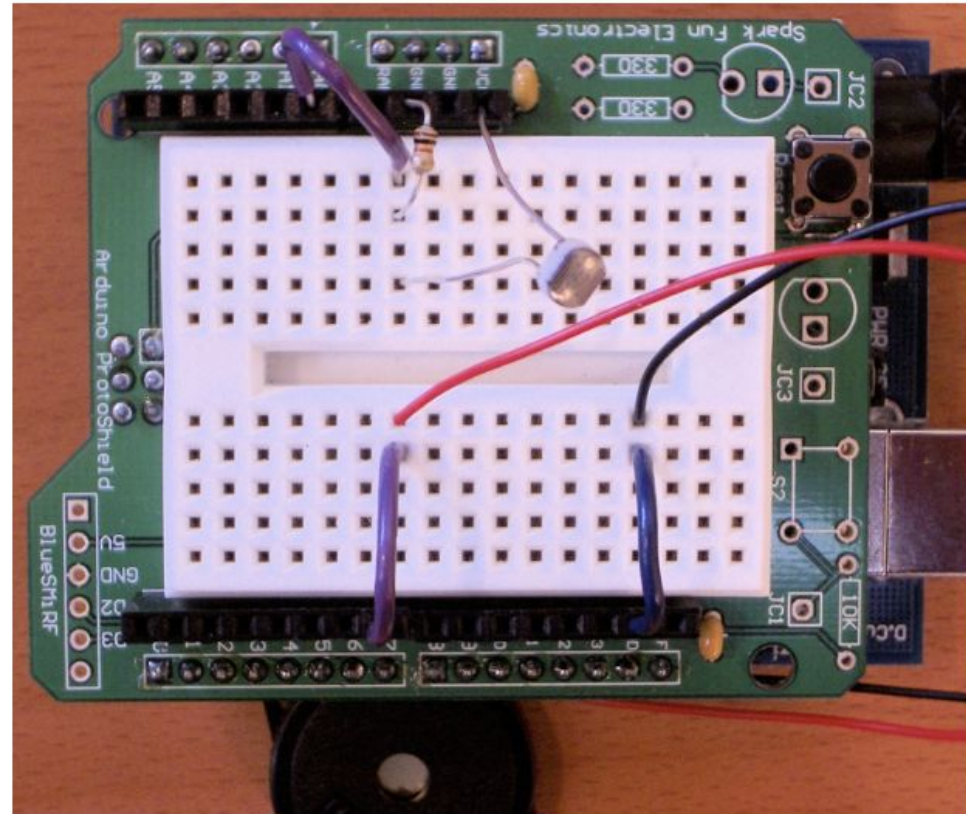
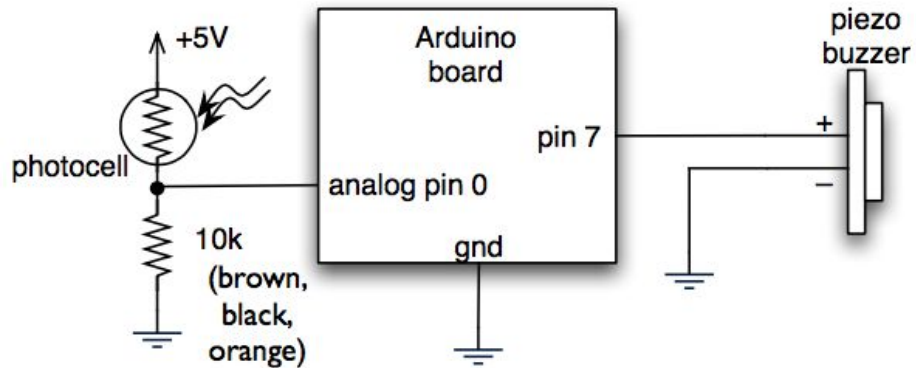
void loop() {
  digitalWrite(speakerPin, LOW);
  serByte = Serial.read();
  if (serByte != -1) {
    Serial.print(serByte, BYTE);
    ledState = !ledState; // flip the LED state
    digitalWrite(ledPin, ledState); // write to LED
  }
  for (count=0; count<=8; count++) { // look for the note
    if (names[count] == serByte) { // ahh, found it
      for( int i=0; i<50; i++ ) { // play it for 50 cycles
        digitalWrite(speakerPin, HIGH);
        delayMicroseconds(tones[count]);
        digitalWrite(speakerPin, LOW);
        delayMicroseconds(tones[count]);
      }
    }
  }
}
```

Below the code editor is a horizontal scrollbar. At the bottom, the "Serial message:" input field contains the text "dddddddaaaaaaaccccc". To the right of this field is a "Send" button. Below the input field, the serial monitor output shows the following text:

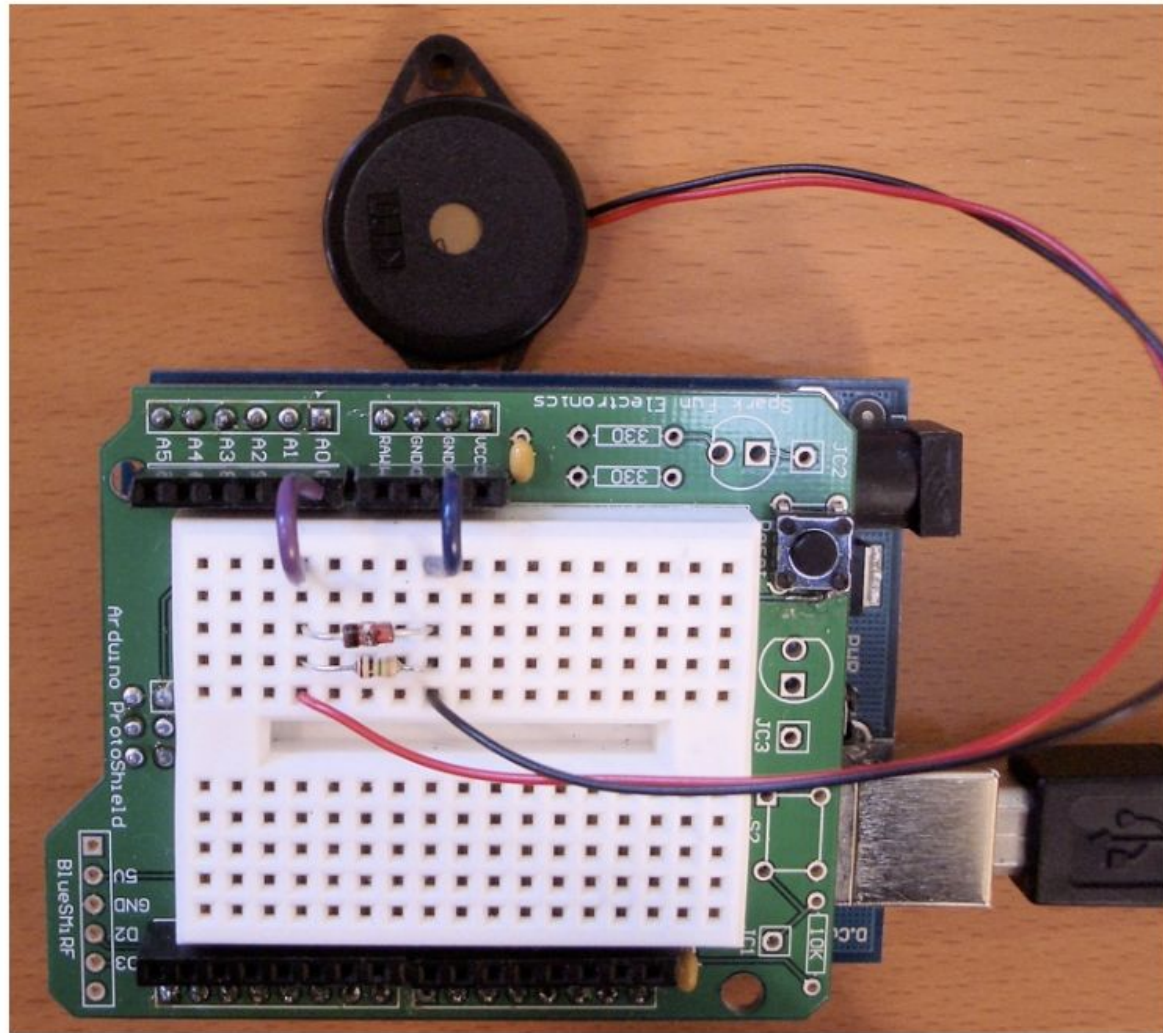
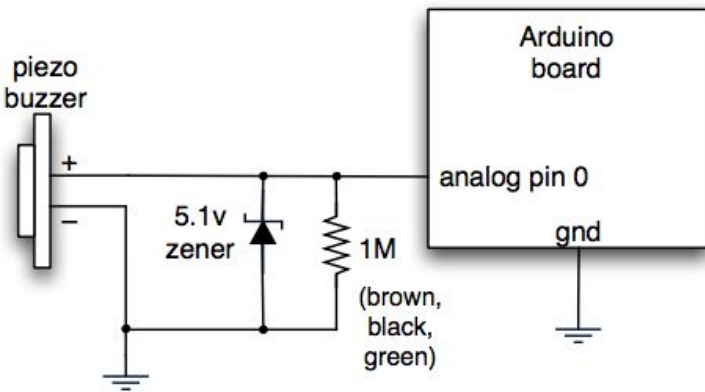
```
ready
fafafafafaf
gagagagagagaaaa
```

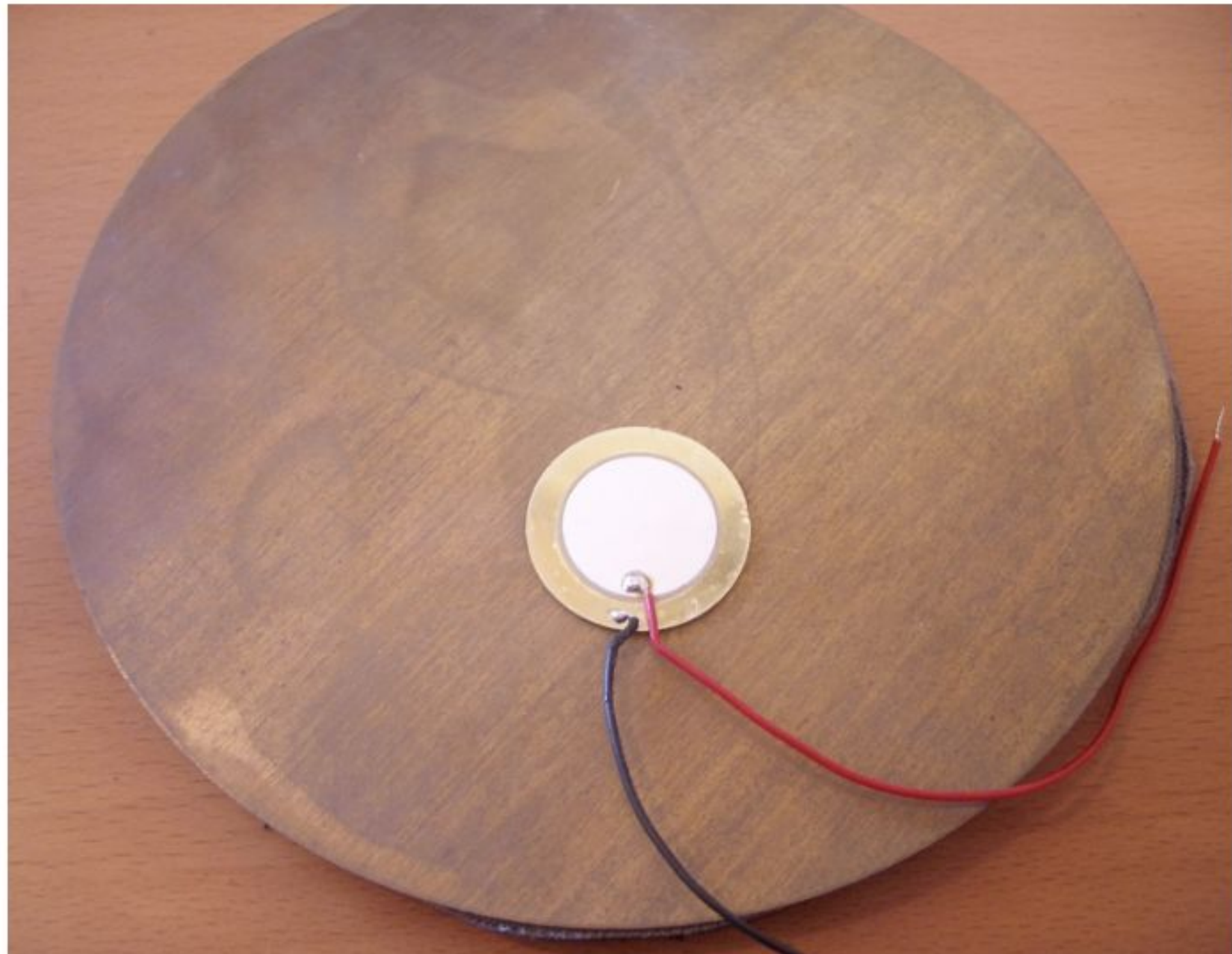
The line number 41 is visible in the bottom left corner of the IDE window.

Piezo Buzzer para reproducir tonos desde un arduino



Piezo Buzzer como un sensor de fuerza





<https://www.hbm.com/en/3215/strain-gauges-or-piezoelectric-sensors/>

Technology	Strain gage	Piezoelectric
Sensitivity	0.003 mV/ $\mu\epsilon$	80 pC/ $\mu\epsilon$
Discrimination threshold	0.01 $\mu\epsilon$	0.00001 $\mu\epsilon$
Meas. range/discrim. threshold	1 000 000	1 000 000 000
Drift	< 0.2 $\mu\text{V/V}$ in 48 h	< 4320 pC in 48 h
Volume	100 %	< 5 %
Principle of measurement	absolute	relative
Linearity	0.05 %	1 %
Connection	min. 4-wire	2-wire