Fundamentos de oximetría de pulso.

Alejandro Veloz Baeza alejandro.veloz@uv.cl

1 Introducción.

El oxímetro de pulso es un instrumento médico que permite medir indirectamente el contenido de oxígeno que transporta la sangre y determinar la señal de pulso de una persona, todo esto de manera continua, no invasiva, en tiempo real, muy exacta y precisa. La aplicación de esta técnica consiste en excitar un tejido por donde circula sangre con radiación proveniente de dos fuentes luminosas de dos longitudes de onda diferentes, una roja y una infrarroja. Luego de esto se mide la atenuación de la radiación que resulta de atravesar dicho tejido. Esta atenuación de la luz incidente es producida por la interacción de la misma con la hemoglobina, que es la proteína de los glóbulos rojos que transporta el oxígeno, y que en su estado oxigenado atenúa de manera diferente la radiación que cuando está en su estado "menos oxigenado".

El mecanismo mediante el cual, la atenuación de la luz roja e infrarroja se mide y usa para determinar indirectamente la cantidad de oxígeno en la sangre es el objeto principal de este apunte.

La oximetría de pulso se introdujo a principios de los años 80.¹ Se caracteriza por su bajo costo y simplicidad de hardware. Es una herramienta imprescindible y de uso rutinario en un sinnúmero de procedimientos médicos, tanto simples, como complejos. La razón de esto es simple, todos los tejidos y órganos del cuerpo se dañan de manera irreversible cuando no se les entrega suficiente oxígeno. El corazón, el hígado, el cerebro, y un largo etcétera, soportan pocos minutos antes de dañarse en condiciones de hipoxemia.

Ejemplos del uso de la oximetría de pulso son el monitoreo de pacientes durante una cirugía, sala de emergencias o durante cuidados intensivos. Una baja concentración de oxígeno es signo de problemas respiratorios (neumonía, fibrosis, enfisema, asma, bronquitis crónica, apnea del sueño, etc.). La intubación de pacientes produce secreciones que pueden obstruir las vías aéreas y, en consecuencia, un paciente intubado sin monitoreo oximétrico podría asfixiarse sin ser detectado.

¹No obstante, el principio físico fundamental que sustenta este técnica, la ley de Beer-Lambert, fue descubierto mucho antes de manera independientemente por Pierre Bouguer (1729), Johann Heinrich Lambert (1760) y August Beer (1852).

En anestesiología y cuidados intensivos, la oximetría de pulso es una herramienta de uso crítico. Durante una cirugía, verificar si un paciente dependiente de ventilación mecánica está absorbiendo la cantidad de oxígeno necesaria es de vital importancia. Durante el proceso de recuperación post-cirugía, la capacidad de un paciente de respirar adecuadamente puede verse afectada y, en consecuencia, se requiere monitoreo oximétrico.

2 La ley de Beer-Lambert.

De manera genérica, la ley de Beer-Lambert permite calcular la intensidad de la luz que viaja por un medio absorbente uniforme. Esta ley dice que la intensidad de la radiación luminosa que atraviesa un medio de longitud d, será atenuada según nos alejamos de la fuente que la emite. Esta intensidad puede ser calculada mediante la siguiente fórmula:

$$I = I_0 \exp\left(-\varepsilon(\lambda)cd\right),\tag{2.1}$$

donde I_0 es la intensidad inicial de la luz, $\varepsilon(\lambda)$ es la absortividad del material/medio para la longitud de onda λ , c es la concentración del material absorbente.

Si manipulamos la ecuación (2.1), se puede expresar la llamada transmitancia (T), que es la relación entre la luz transmitida (I) y la intensidad inicial (I_0) :

$$T = \frac{I}{I_0} = \frac{I_0 \exp(-\varepsilon(\lambda)cd)}{I_0} = \exp(-\varepsilon(\lambda)cd).$$
 (2.2)

Si tomamos el negativo del logaritmo natural de la ecuación (2.2), es posible introducir la absorbancia A, la cual está dada por:

$$A = -\ln(T) = \varepsilon(\lambda)cd. \tag{2.3}$$

Ambas, la transmitancia y la absorbancia, son manipulaciones algebraicas de la relación de intensidad de Beer–Lambert, pero que resultan muy convenientes para los cálculos posteriores.

En particular, la fórmula de la absorbancia permite calcular la absorbancia total que resulta cuando la luz atraviesa múltiples medios. Suponga que tenemos un material compuesto por n medios uniformes. Si excitamos este material con radiación luminosa de longitud de onda λ , entonces la absorbancia total se puede calcular mediante:

$$A_T(\lambda) = \varepsilon_1(\lambda)c_1d_1 + \dots + \varepsilon_n(\lambda)c_nd_n = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(\lambda)c_id_i.$$
 (2.4)

Con lo anterior, se pueden determinar las concentraciones $\{c_1, \ldots, c_n\}$ de los n compuestos del material. Si <u>medimos</u> las intensidades resultantes de hacer incidir n luces de longitudes de onda $\{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$ en el material, podemos calcular las absorbancia totales $\{A_T(\lambda_1), \ldots, A_T(\lambda_n)\}$ evaluando la ecuación (2.4).

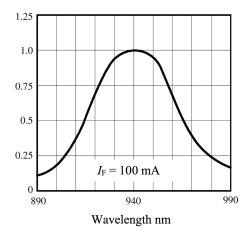


Figura 1: Espectro de emisión de una fuente de luz típica.

Esto se puede hacer, si asumimos que conocemos los largos de los n tramos del material $\{d_1, \ldots, d_n\}$ y las absortividades $\{\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n\}$ para cada una de las longitudes de onda de las luces incidentes. Bajo estos preceptos podemos calcular las concentraciones $\{c_1, \ldots, c_n\}$ de estos n materiales absorbentes de luz. Este cálculo se puede realizar, mediante la solución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\varepsilon_{1}(\lambda_{1})c_{1}d_{1} + \varepsilon_{2}(\lambda_{1})c_{2}d_{2} + \dots + \varepsilon_{n}(\lambda_{1})c_{n}d_{n} = A_{T}(\lambda_{1})$$

$$\varepsilon_{1}(\lambda_{2})c_{1}d_{1} + \varepsilon_{2}(\lambda_{2})c_{2}d_{2} + \dots + \varepsilon_{n}(\lambda_{2})c_{n}d_{n} = A_{T}(\lambda_{2})$$

$$\vdots$$

$$\varepsilon_{1}(\lambda_{n})c_{1}d_{1} + \varepsilon_{2}(\lambda_{n})c_{2}d_{2} + \dots + \varepsilon_{n}(\lambda_{n})c_{n}d_{n} = A_{T}(\lambda_{n})$$
(2.5)

Cada término del lado izquierdo del sistema de ecuaciones (2.5) tiene asociado una medición de intensidad de luz atenuada, de una longitud de onda determinada, que permite calcular la absorbancia total respectiva.

Esto, traducido al problema de oximetría de pulso, significa que para medir el contenido de oxígeno de la sangre, se asume que la luz atraviesa dos medios uniformes, la hemoglobina oxigenada y hemoglobina menos oxigenada. Este planteamiento tiene un gran inconveniente, y es que la luz al atravesar una parte del cuerpo (dedo o lóbulo de la oreja) es atenuada por un conjunto de medios absorbentes, la piel, hueso, etc. A pesar de estos supuestos tan fuertes y falsos, esta técnica es capaz de medir el contenido de oxígeno en la sangre con una exactitud que bordea el 3%.

Un segundo inconveniente radica en que para calcular las absorbancias totales del sistema de ecuaciones (2.5), que equivalen a la suma de absorbancias individuales $A=-\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$ – ecuación (2.3) – de cada medio por donde la luz

viaja, se requiere conocer I_0 . El problema de esto es la dificultad de determinar la intensidad I_0 de manera exacta para cada longitud de onda incidente. Además, los LEDs que típicamente se usan como fuentes luminosas no son monocromáticos, emiten varias longitudes de onda que se distribuyen sobre un intervalo (ver figura 1).

Por último, la ley de Beer–Lambert no toma en consideración la reflexión y dispersión de la luz cuando ésta incide en un tejido. La atenuación de la intensidad de la luz I no es, por tanto, provocada únicamente por la absorción del medio por el cual la luz viaja, siendo parte de la atenuación observada resultado de la reflexión y dispersión de la luz. Esto constituye otra fuente de error.

3 Manipulando la ley de Beer-Lambert.

Los problemas antes descritos pueden ser resueltos manipulando las ecuaciones de la intensidad, la transmitancia y la absorbancia, y también aprovechando el movimiento pulsátil de las arterias. Con esto, podemos eliminar de los cálculos el término I_0 , como veremos a continuación.

Con cada ciclo del pulso cardíaco, los diámetros de las arterias crecen y decrecen periódicamente. Esto puede verse como un cambio del largo del medio que la luz debe atravesar en cada ciclo (d en la ecuación (2.1)). Si tomamos como referencia el ciclo diastólico del pulso, la intensidad de luz atenuada, denotada por $I_{\rm B}$, es calculada mediante la siguiente fórmula (según la ecuación (2.1)):

$$I_{\rm B} = I_0 \exp\left(-\alpha_{\rm B}(\lambda)d\right),\tag{3.1}$$

donde el término $\alpha_{\rm B}(\lambda)$ es introducido para denotar $\varepsilon_{\rm B}(\lambda)c_{\rm B}$.

Similarmente, durante el ciclo sistólico del pulso, la nueva intensidad de luz $I_{\rm P}$ puede calcularse tomando $I_{\rm B}$ de la ecuación (3.1) como intensidad basal o de referencia. Se obtiene entonces $I_{\rm P}$ para el incremento del largo Δd del medio que la luz atraviesa. Este incremento del largo es producto del aumento del diámetro arterial debido al semiciclo sistólico del pulso. Matemáticamente, esto es:

$$I_{\rm P} = I_{\rm B} \exp\left(-\alpha_{\rm P}(\lambda)\Delta d\right) = I_0 \exp\left(-\alpha_{\rm B}(\lambda)d - \alpha_{\rm P}(\lambda)\Delta d\right) \tag{3.2}$$

El cambio en la transmitancia, denotado como ΔT , puede calcularse a través de la $I_{\rm P}/I_{\rm B}$, resultando:

$$\Delta T = \frac{I_{\rm P}}{I_{\rm B}} = \frac{I_0 \exp\left(-\alpha_{\rm B}(\lambda)d - \alpha_{\rm P}(\lambda)\Delta d\right)}{I_0 \exp\left(-\alpha_{\rm B}(\lambda)d\right)} = \exp\left(-\alpha_{\rm P}(\lambda)\Delta d\right). \tag{3.3}$$

Note que la ecuación anterior, convenientemente, no depende de I_0 , pero sí de Δd (variación del diámetro arterial debido al pulso). Este valor no es conocido y es imposible de medir en la práctica, entonces, los siguientes esfuerzos

estarán destinados a eliminar la necesidad de conocer Δd para el cálculo de la absorbancia, del mismo modo como se hizo para I_0 .

Si tomamos el logaritmo natural en la ecuación (3.3), tenemos:

$$-\ln(\Delta T) = -\ln(\exp(-\alpha_{P}(\lambda)\Delta d)) = \alpha_{P}(\lambda)\Delta d. \tag{3.4}$$

De acuerdo a esto, se puede definir la función de cambio en la absorbancia:

$$\Delta A = \alpha_{\rm P}(\lambda) \Delta d. \tag{3.5}$$

Ahora viene el truco: si excitamos el tejido con dos fuentes luminosas de longitudes de onda diferentes, $\lambda_{\rm R}$ y $\lambda_{\rm IR}$, las absorbancias nos quedan:

$$\Delta A(\lambda_{\rm R}) = \alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm R}) \Delta d$$
 $\Delta A(\lambda_{\rm IR}) = \alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm IR}) \Delta d$ (3.6)

En ambas absorbancias, Δd es el mismo mismo. Ahora, si dividimos ambas ecuaciones, tenemos:

$$\frac{\Delta A(\lambda_{\rm R})}{\Delta A(\lambda_{\rm IR})} = \frac{\alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm R})\Delta d}{\alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})\Delta d} = \frac{\alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm R})}{\alpha_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})}$$
(3.7)

Este resultado permite calcular el nivel de saturación de oxígeno en la sangre sin la necesidad de conocer Δd . Antes de ir a esto, profundicemos en el significado de la ecuación (3.7).

En la implementación de un oxímetro de pulso, dos diodos emiten señales (luz) roja (R) e infrarroja (IR) que son transmitidas desde un punto del cuerpo (dedo, lóbulo de la oreja), lo atraviesan y luego se miden en otro punto en su forma atenuada resultante. Esta medición se hace con un fotodetector para ambas señales. La figura 2 muestra una las señales que representan las intensidades de luz atenuadas que son medidas en el transcurso de dos ciclos de pulso.

La ecuación (3.7) puede expresarse en términos de la intensidades de las radiaciones roja e infrarroja, las variables que son efectivamente medidas, haciendo un pequeño trabajo algebraico. Lo primero es escribir la ecuación (3.3), relativa al cambio en la transmitancia durante sístole y diástole, de la siguiente manera:

$$\Delta T(\lambda_{\rm R}) = \frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm R})}{I_{\rm R}(\lambda_{\rm R})} \qquad \Delta T(\lambda_{\rm IR}) = \frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})}{I_{\rm R}(\lambda_{\rm IR})}. \tag{3.8}$$

Similarmente, el cambio en las absorbancias para ambas radiaciones se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Delta A(\lambda_{\rm R}) = \ln(\Delta T(\lambda_{\rm R})) = \ln\left(\frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm R})}{I_{\rm B}(\lambda_{\rm R})}\right),$$

$$\Delta A(\lambda_{\rm IR}) = \ln(\Delta T(\lambda_{\rm IR})) = \ln\left(\frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})}{I_{\rm B}(\lambda_{\rm IR})}\right). \tag{3.9}$$

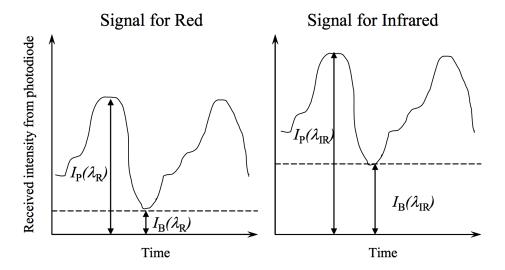


Figura 2: Señales medidas en el fotodetector para la excitación con luz roja (izquierda) e infrarroja (derecha) de longitudes de onda $\lambda_{\rm R}$ y $\lambda_{\rm IR}$, respectivamente. En virtud de esto, se ilustran los cuatro parámetros medidos que son usados para calcular la saturación de oxígeno de la sangre: $I_{\rm B}(\lambda_{\rm R})$, $I_{\rm P}(\lambda_{\rm R})$, $I_{\rm B}(\lambda_{\rm IR})$ e $I_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})$.

Por último, la ecuación (3.7) se puede escribir en términos de los cuatro parámetros que son medidos por un oxímetro de pulso, $I_{\rm B}(\lambda_{\rm R})$ que corresponde a la atenuación de la luz roja durante la diástole, $I_{\rm P}(\lambda_{\rm R})$ que es la atenuación de la luz infrarroja durante la diástole y $I_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})$ que es la atenuación de la luz infrarroja durante la sístole. De esto resulta la expresión:

$$R = \frac{\Delta A(\lambda_{\rm R})}{\Delta A(\lambda_{\rm IR})} = \frac{\ln\left(\frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm R})}{I_{\rm B}(\lambda_{\rm R})}\right)}{\ln\left(\frac{I_{\rm P}(\lambda_{\rm IR})}{I_{\rm B}(\lambda_{\rm IR})}\right)}$$
(3.10)

4 Determinación de la saturación de oxígeno.

En primer lugar se hace necesario describir la saturación de oxígeno, comúnmente denotada como SO_2 , en términos de las variables que hemos descrito previamente. La arteria por donde circula la sangre se asume compuesta por sólo dos elementos: la oxihemoglobina (HbO₂), o hemoglobina completamente saturada de oxígeno, y la hemoglobina reducida en oxígeno (Hb). Esta simplificación es un poco exagerada, pero ha sido útil en el desarrollo del oxímetro de pulso (recuerde que se alcanzan exactitudes en torno al 3%).

La saturación de oxígeno entonces, es el cociente entre la cantidad de HbO_2 y el total de hemoglobina ($HbO_2 + Hb$):

$$SO_2 = \frac{HbO_2}{HbO_2 + Hb} \times 100\%.$$
 (4.1)

En términos de las concentraciones de ${\rm HbO_2}$ y Hb, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$SO_2 = \frac{c_{HbO_2}}{c_{HbO_2} + c_{Hb}} \times 100\%.$$
 (4.2)

Considerando los dos medios que la luz debe atravesar, esto es la HbO_2 y la Hb, la absorbancia total de la ecuación (2.4) resultante es:

$$A_T = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(\lambda) c_i d_i = \varepsilon_{\text{HbO}_2}(\lambda) c_{\text{HbO}_2} d + \varepsilon_{\text{Hb}}(\lambda) c_{\text{HbO}_2} d. \tag{4.3}$$

Note que la longitud que debe atravesar la luz para los medios ${\rm HbO_2}$ y ${\rm Hb}$ es la misma.

Por su parte, de la ecuación (4.2) se tiene que las concentraciones de HbO₂ y Hb pueden ser calculadas mediante las fórmulas:

$$c_{\text{HbO}_2} = \text{SO}_2(c_{\text{HbO}_2} + c_{\text{Hb}}),$$

 $c_{\text{Hb}} = (1 - \text{SO}_2)(c_{\text{HbO}_2} + c_{\text{Hb}}).$ (4.4)

Combinando las ecuaciones (4.3) y (4.4), la absorbancia total en función de la longitud de donda de la luz incidente y también en términos de la saturación de oxígeno es:

$$A_T(\lambda) = \left[\varepsilon_{\text{HbO}_2}(\lambda)\text{SO}_2 + \varepsilon_{\text{Hb}}(\lambda)(1 - \text{SO}_2)\right](c_{\text{HbO}_2} + c_{\text{Hb}})d. \tag{4.5}$$

Dado que en oximetría de pulso se usan dos fuentes luminosas de longitudes de onda λ_R y λ_{IR} , y usando la ecuación anterior, las absorbancias totales para ambas fuentes responden a las siguientes fórmulas:

$$A_T(\lambda_{\rm R}) = \left[\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_{\rm R})SO_2 + \varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_{\rm R})(1 - SO_2)\right](c_{\rm HbO_2} + c_{\rm Hb})d,$$

$$A_T(\lambda_{\rm IR}) = \left[\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_{\rm IR})SO_2 + \varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_{\rm IR})(1 - SO_2)\right](c_{\rm HbO_2} + c_{\rm Hb})d$$
(4.6)

Calculando R de la ecuación (3.10) con lo obtenido en (4.6), más una pisca de álgebra, se tiene:

$$R = \frac{\Delta A(\lambda_R)}{\Delta A(\lambda_{\rm IR})} = \frac{\left[\varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_R) + {\rm SO}_2(\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_R) - \varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_R)\right](c_{\rm HbO_2} + c_{\rm Hb})d}{\left[\varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_{IR}) + {\rm SO}_2(\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_{IR}) - \varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_{IR})\right](c_{\rm HbO_2} + c_{\rm Hb})d},$$

$$= \frac{\varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_R) + {\rm SO}_2(\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_R) - \varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_R)}{\varepsilon_{\rm Hb}(\lambda_{IR}) + {\rm SO}_2(\varepsilon_{\rm HbO_2}(\lambda_{IR}) - \varepsilon_{\rm Hb}}.$$

$$(4.7)$$

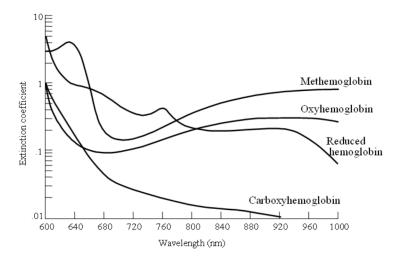


Figura 3: Absortividad de la hemoglobina a distintas longitudes de onda.

Esta última expresión, como vimos en la sección anterior, es independiente de la intensidad inicial de las fuentes luminosas incidentes y de la longitud que éstas debe atravesar. Considerando que lo que nos interesa medir es la saturación de oxígeno, nos queda despejar esta variable de R obtenido en la ecuación (4.7). De esto resulta lo siguiente:

$$SO_{2} = \frac{\varepsilon_{Hb}(\lambda_{R}) - \varepsilon_{Hb}(\lambda_{IR})R}{\varepsilon_{Hb}(\lambda_{R}) - \varepsilon_{HbO_{2}}(\lambda_{R}) + [\varepsilon_{HbO_{2}}(\lambda_{IR}) - \varepsilon_{Hb}(\lambda_{IR})]R}.$$
 (4.8)

Note que la ecuación (4.8) contiene sólo términos que podemos medir o que conocemos. El término R se calculan con las cuatro parámetro de la luz atenuada medidos en el fotodetector. Las absortividades son valores conocidos y que han sido determinados empíricamente (que dependen de la longitud de onda). La figura 3 muestra las absortividades para la hemoglobina en sus diferentes estados a distintos valores de longitud de onda. Note que la diferencia de absortividad de la hemoglobina oxigenada versus la hemoglobina menos oxigenada es máxima para longitudes de onda de la luz roja e infrarroja. La figura 4 muestra un diagrama funcional de los partes de un oxímetro.

Bibliografía.

- [1] J. Webster (Ed.). Design of Pulse Oximeters. *Institute of Physics Publishing*. *Bristol*, 1997.
- [2] J. Webster (Ed.). Medical Instrumentation: Application and Design. John Wiley & Sons, Inc. New York, 4th ed., 2010.

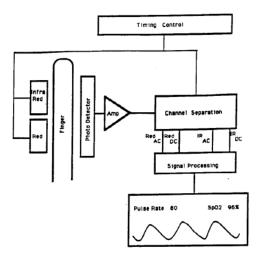


Figura 4: Diagrama funcional de un oxímetro de pulso.

[3] S. Kennedy. An introduction to pulse oximeters: equations and theory. *ECE/BME462 course*, *University of Wisconsin-Madison*, 2015.