



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

О Т Ч Е Т

по лабораторной работе № 1

Название: «Исследование функций распределения и плотностей
распределения случайных величин»

Дисциплина: Моделирование

Студент

ИУ7-76Б
(Группа)

А. А. Петрова
(И.О. Фамилия)

Преподаватель

И. В. Рудаков
(И.О. Фамилия)

2022 г.

Задание

Реализовать программу для построения графиков функции и плотности распределения для следующих распределений:

- равномерное;
- нормальное.

Математическая формализация

Равномерное распределение

Случайная величина X имеет равномерное распределение $X \sim R(a, b)$ на отрезке $[a, b]$, где $a, b \in R$, если её функция плотности $f(x)$ имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Функция распределения $F(x)$ в таком случае принимает вид:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 1, & x > b \\ 0, & x < a. \end{cases}$$

Нормальное распределение

Случайная величина X распределена нормально ($X \sim N(m, \sigma)$), если её функция плотности $f(x)$ имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2},$$

где m – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение, $\sigma > 0$.

Функция распределения $F(x)$ в таком случае принимает вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} dt.$$

Реализация

В листингах 1-2 представлена реализация расчёта функций равномерного и нормального распределения и их плотностей.

Листинг 1: функция равномерного распределения и её плотности

```
def uniform_distribution(a, b, x):  
    if x < a:  
        return 0  
    elif x > b:
```

```

        return 1
    else:
        return (x - a) / (b - a)

def uniform_density(a, b, x):
    if a <= x <= b:
        return 1 / (b - a)
    return 0

```

Листинг 2: функция нормального распределения и её плотности

```

def integral(sigma, m, x):
    t = symbols('t')
    expr = sym_exp(-(t - m) ** 2 / (2 * sigma ** 2))
    return integrate(expr, (t, -oo, x)).evalf()

def normal_distribution(sigma, m, x):
    return 1 / (sqrt(2 * pi) * sigma) * integral(sigma, m, x)

def normal_density(sigma, m, x):
    return 1 / (sigma * sqrt(2 * pi)) * exp(-(x - m) ** 2 / (2 * sigma ** 2))

```

На рисунках ниже приведены полученные графики функций указанных распределений и их плотностей распределения.

Равномерное распределение

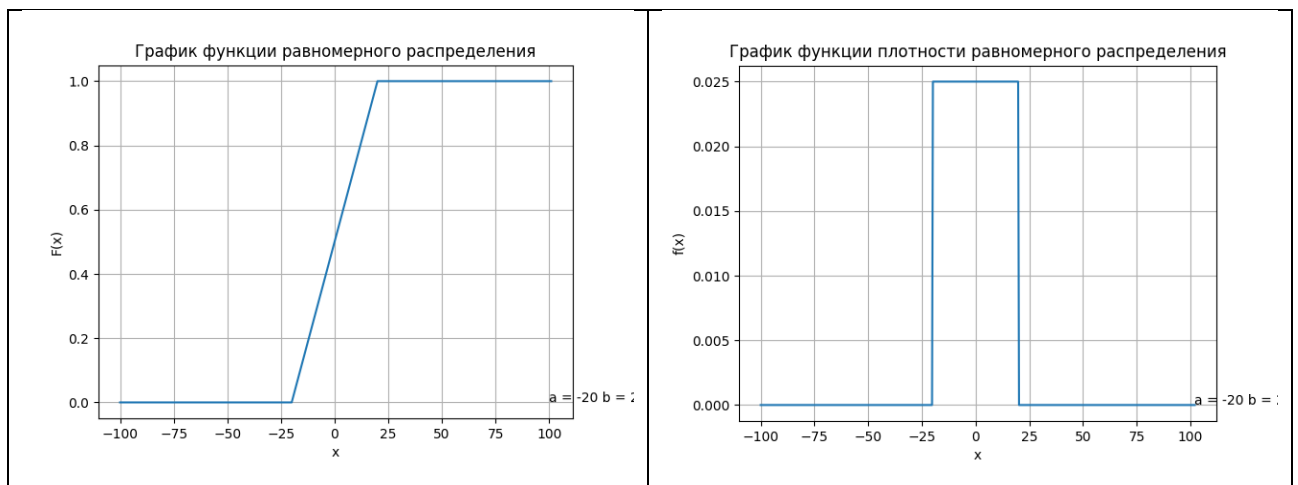


Рисунок 1: графики функций равномерного распределения при $a = -20$, $b = 20$

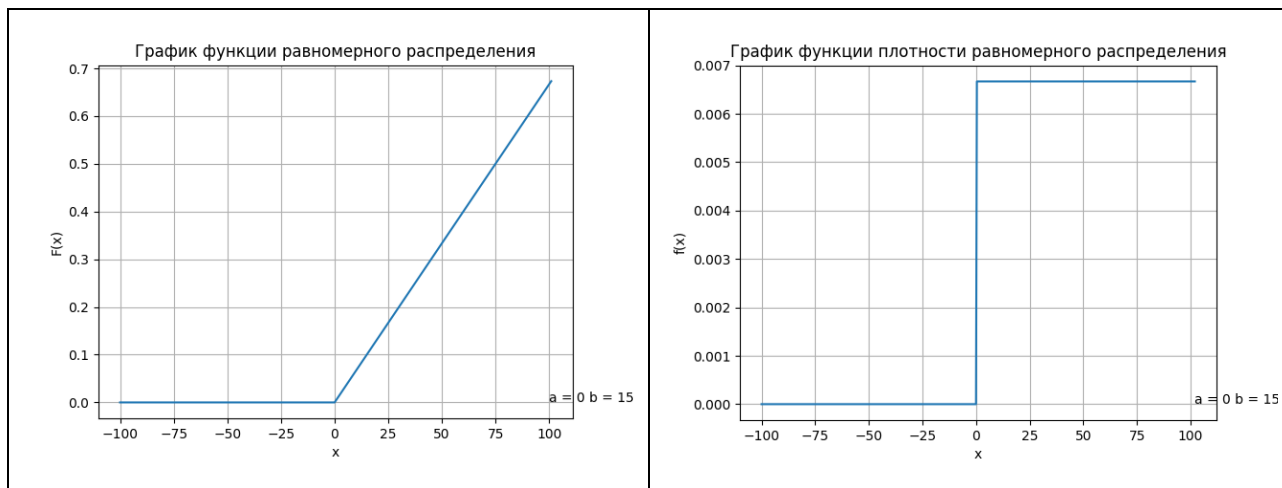


Рисунок 2: графики функций равномерного распределения при $a = 0$, $b = 150$

Нормальное распределение

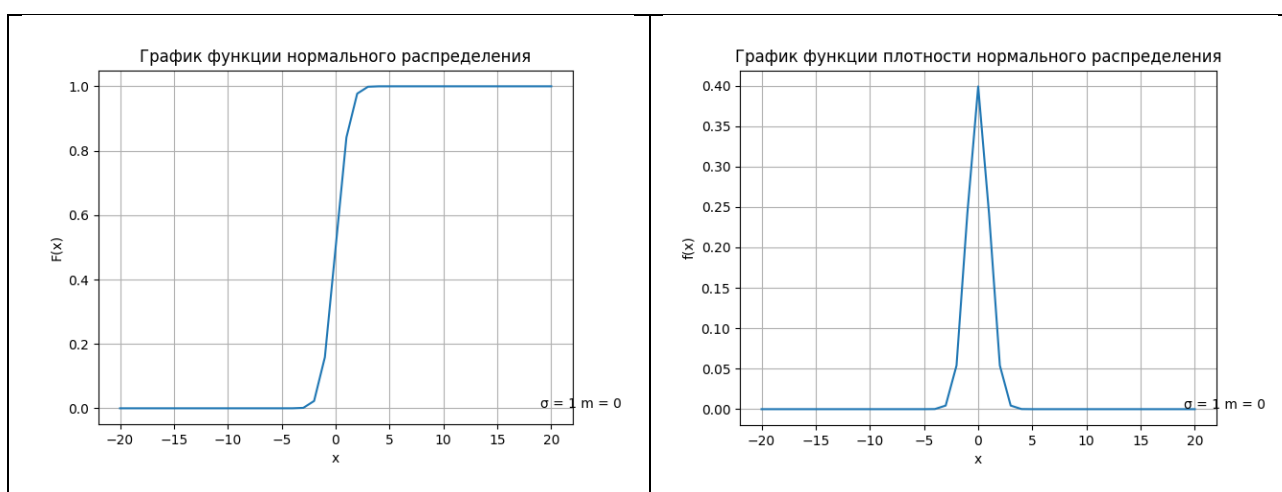


Рисунок 3: графики функций нормального распределения при $m = 0$, $\sigma = 1$

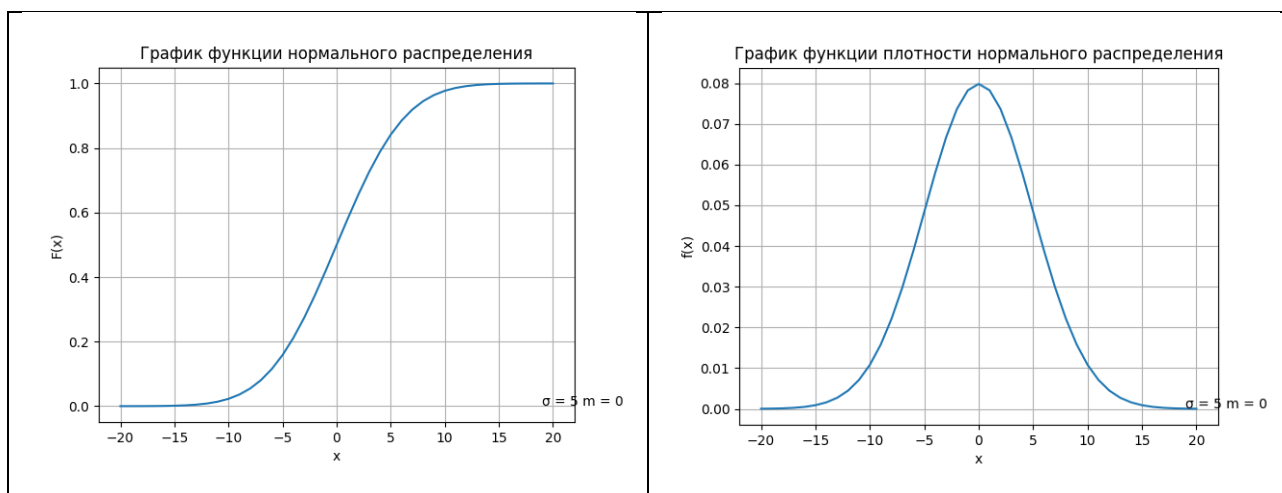


Рисунок 4: графики функций нормального распределения при $m = 0$, $\sigma = 5$

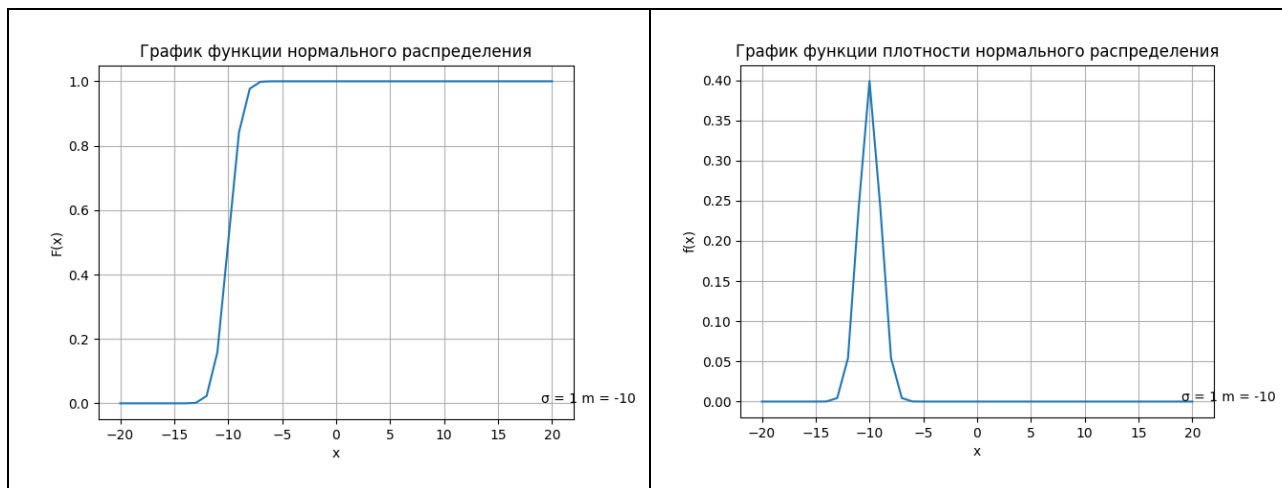


Рисунок 5: графики функций нормального распределения при $m = -10, \sigma = 1$