

Цель работы

Целью данной работы является построение модели эпидемии.

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии SIR [1]. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. [2]

Задание

Вариант 1

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=20\ 000$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=99$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=5$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1) если $I(0) \leq I^*$

2) если $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

Построение математической модели. Решение с помощью программ

Julia

Первый случай:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 20000
I0 = 99
R0 = 5
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u;
    du[1] = 0
    du[2] = -b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend =:topright)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Восприимчивые к болезни",
    color = :red)

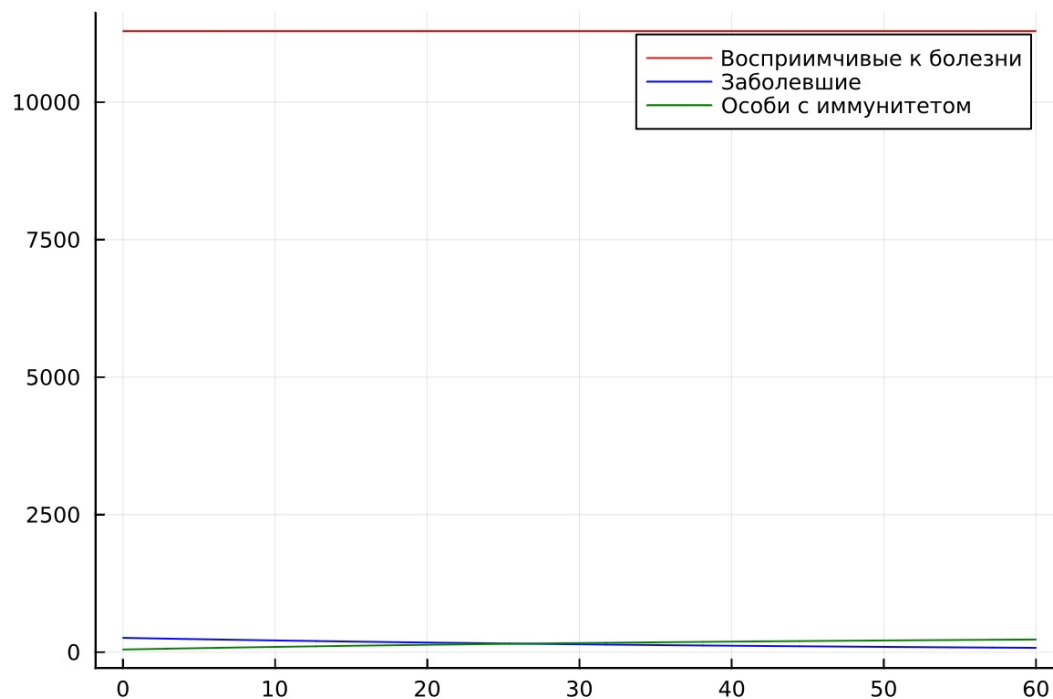
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Заболевшие",
    color = :blue)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Особь с иммунитетом",
    color = :green)
```

Результаты работы кода на Julia

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.1)

Out [2]:



Julia

Второй случай:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 20000
I0 = 99
R0 = 5
S0 = N - I0 - R0
a = 0.01
b = 0.02

function ode_fn(du, u, p, t)
    S, I, R = u;
    du[1] = -a*u[1]
    du[2] = a*u[1]-b*u[2]
    du[3] = b*u[2]
end

v0 = [S0, I0, R0]
tspan = (0.0, 60.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
S = [u[1] for u in sol.u]
I = [u[2] for u in sol.u]
R = [u[3] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend = :topright)

plot!(
    plt,
    T,
    S,
    label = "Восприимчивые к болезни",
    color = :red)

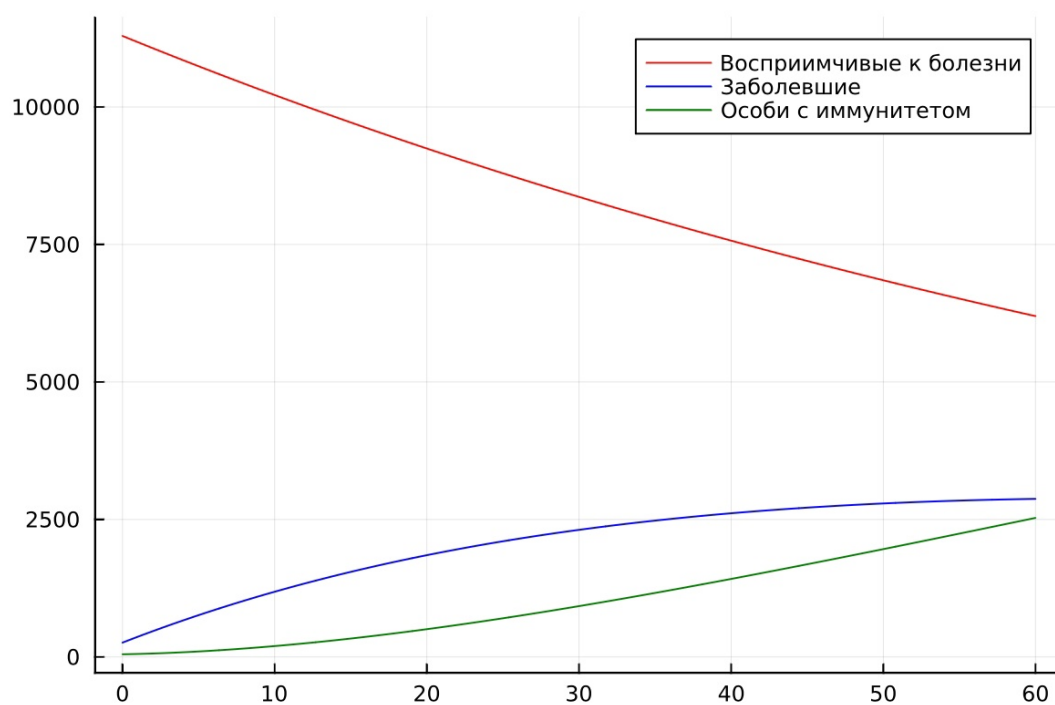
plot!(
    plt,
    T,
    I,
    label = "Заболевшие",
    color = :blue)

plot!(
    plt,
    T,
    R,
    label = "Особь с иммунитетом",
    color = :green)
```

Результаты работы кода на Julia

По аналогии с предыдущим построением получим графики для второго случая (рис.2)

Out[1]:



OpenModelica

Первый случай:

```

model lab6_1
  Real N = 20000;
  Real I;
  Real R;
  Real S;
  Real a = 0.01;
  Real b = 0.02;
  initial equation
    I = 99;
    R = 5;
    S = N - I - R;
  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;
end lab6_1;

```

Второй случай:

```

model lab6_2
  Real N = 20000;
  Real I;
  Real R;

```

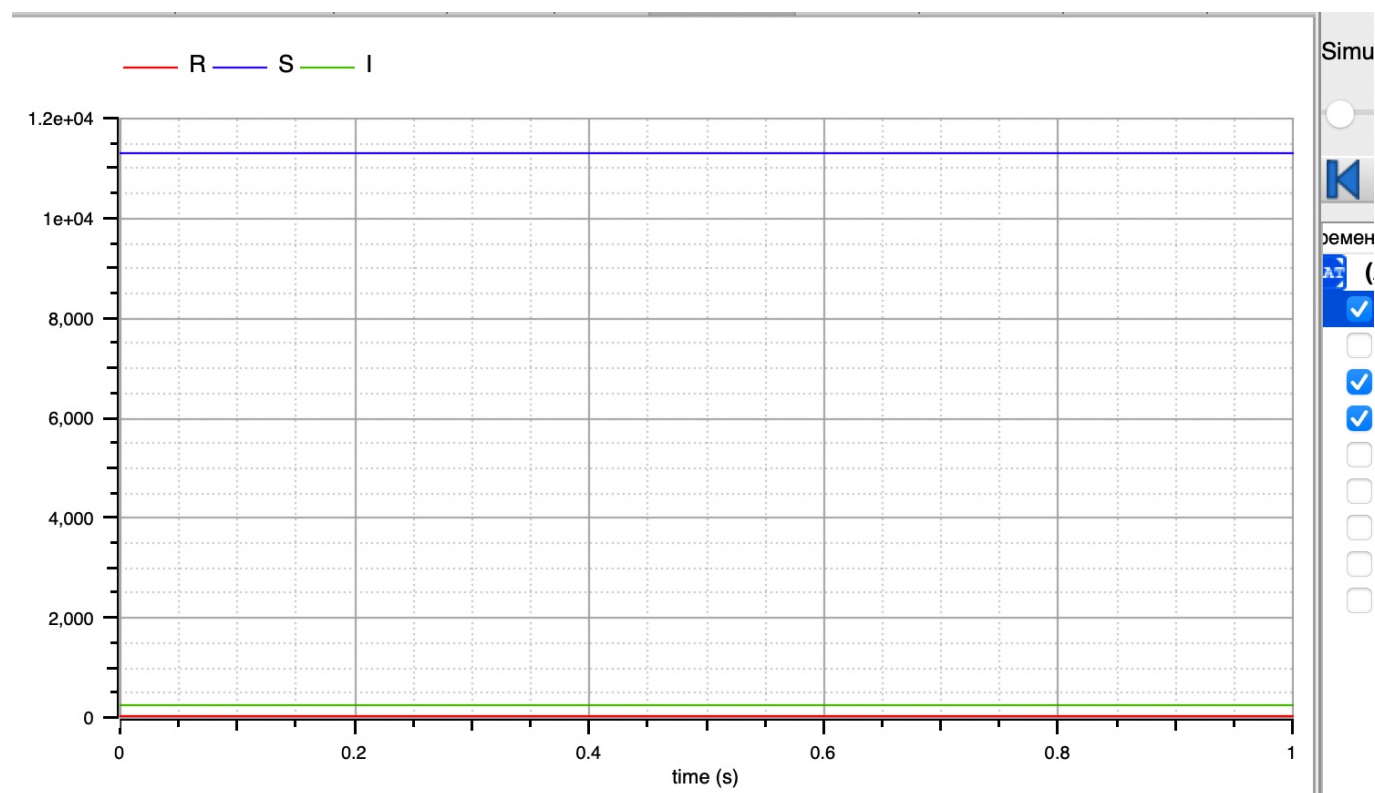
```

Real S;
Real a = 0.01;
Real b = 0.02;
initial equation
I = 99;
R = 5;
S = N - I - R;
equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S-b*I;
der(R) = b*I;
end lab6_2;

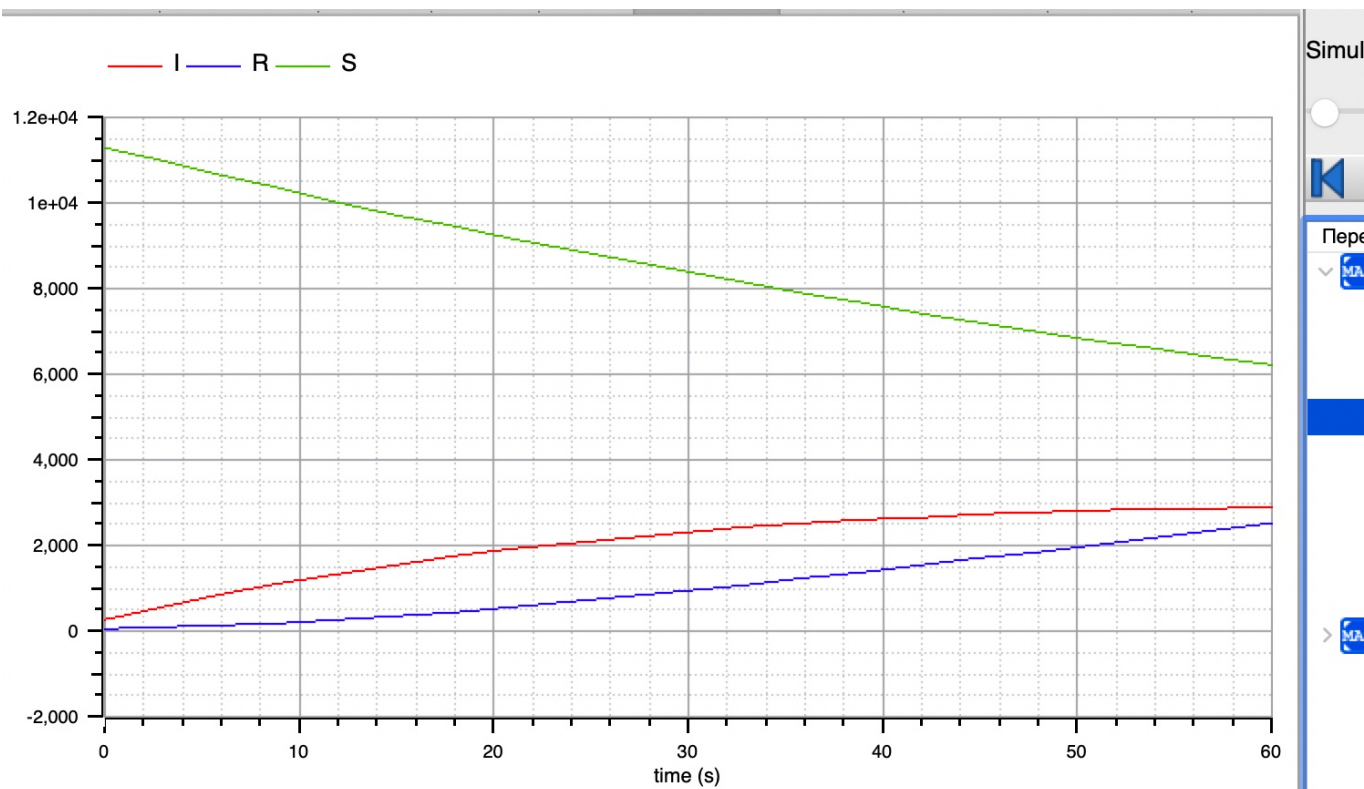
```

Результаты работы кода на OpenModelica

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.3)



По аналогии с предыдущим построением получим графики для второго случая (рис.4)



Выводы

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S, на языках Julia и OpenModelica. Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Список литературы{.unnumbered}

[1] Конструирование эпидемиологических моделей. Habr: <https://habr.com/ru/post/551682/>

[2] Руководство к лабораторной работе:

https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971664/mod_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%205.pdf