ĆWICZENIA 6 – ZADANIA (Pochodna, interpretacja geometryczna i fizyczna, wzory)

Zadanie 1. Oblicz następujące pochodne:

a)
$$y = 2 + 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$$
 b) $y = 2\sin^3 \sqrt{\frac{3}{x}}$

c)
$$y = 2x^3 \sin x$$

$$d) \quad y = x - tgx$$

e)
$$y = \frac{x \sin x}{1 + \lg x}$$

f)
$$y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x - 3}$$

g)
$$y = \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$$

h)
$$y = \frac{8x^3}{x^3 + x - 1}$$

$$i) \quad y = \frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$$

$$j) \quad y = \cos^2 x$$

$$k) \quad y = arc \cos(\cos^2 x)$$

1)
$$y = \ln[\ln(\ln x)]$$

n) $y = e^{\ln x}$

m)
$$y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$$

n)
$$y = e^{\ln x}$$

$$o) \quad y = xarc\cos x - \sqrt{1 - x^2}$$

p)
$$y = ar \cot \frac{1+x}{1-x}$$

q)
$$y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

r)
$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12}}$$

s)
$$y = ar \cot \frac{\sqrt{1 + x^2} - 1}{x}$$

$$t) \quad y = \frac{\sin x + \cos x}{2\sin 2x}$$

u)
$$y = e^{\sin x}$$

$$y = \frac{(2x-1)e^x}{2\sqrt{x}}$$

$$w) \quad y = 3\ln\left(\cos\frac{1}{2}x\right)^2$$

$$x) \quad y = 3e^{2\sin^3 x}$$

$$y) \quad y = arc\sin x + arc\sin\sqrt{1 - x^2}$$

z)
$$y = ar \cot \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Zadanie 2. Znajdź równanie stycznej do krzywej w punkcie o zadanej odciętej x_0 :

a)
$$y = \ln(x^2 + e)$$
 w punkcie $x_0 = 0$;

b)
$$y = e^{tgx}$$
 w punkcie $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

c)
$$y = 2x^2 + 1$$
 w punkcie $x_0=1$

Odp. a)
$$y = 1$$
; b) $y = 2ex - \frac{\pi}{2} + e$; c) $y = 4x - 1$

Zadanie 3. Funkcja $y = x^2 - 4x - 2$ wyraża zależności drogi y od czasu x pewnego obiektu. Wyznacz jego prędkość w punkcie $x_0=3$.

Odp. 2

Zadanie 4. Funkcja położenia punktu **P** na osi liczbowej dana jest wzorem: $s(t) = 6t^3 - 12t + 36$, gdzie t mierzone jest w sekundach a s(t) w centymetrach.

Opisać ruch punktu **P** w przedziale czasu <3, 10>.