Zadanie 1. (regresja wieloraka liniowa)
W trakcie leczenia pewnej choroby kontrolowano czas pobytu pacjenta w klinice w zależności od wielkości dawek czterech różnych specyfików. Otrzymane dane dla 20 pacjentów są przedstawione w tabeli. Zmienna zależna czas informuje o liczbie dni spędzonych w klinice.

Lek1	Lek2	Lek3	Lek4	Czas	Lek1	Lek2	Lek3	Lek4	Czas
14	121	96	89	18	13	120	113	108	26
6	97	99	100	16	10,5	122	116	102	24
11	107	103	103	20	12	89	105	97	20
8	113	98	78	14	11	102	109	109	22
10	101	95	88	16	11	129	102	108	22
8	85	95	84	14	10	83	100	102	20
12	77	80	74	12	15	118	107	110	26
10	117	93	95	16	10	125	108	95	20
11	119	106	105	20	12	94	95	90	16
9	81	90	88	12	9	110	100	87	18

Określić zmienne, które najlepiej przewidują czas pobytu chorego w szpitalu, metodą regresji liniowej krokowej wstecznej. Przyjąć $\alpha = 0{,}05$

Rozwiązanie:
STATISTICA: Postępujemy podobnie jak przy regresji wielomianowej według schematu: **Statystyka** → **Zaawansowane modele liniowe i nieliniowe** → **Ogólne modele regresji** → **Kreator analizy** → Następuje ustalenie **zmiennych**: zmiennej zależnej (tutaj *czas*) i predykatorów ciągłych (tutaj *lek1, lek2, lek3, lek4*) → **OK**.
Przechodzimy do zakładki : **Dostosowany układ międzygrupowy** → zaznaczamy wszystkie pozycje w okienku ‘**Ciągłe**’ → klikamy **Dodaj**. W okienku ‘**Efekty w układzie międzygrupowym**’ pojawiają się nazwy zmiennych niezależnych (predykatorów ciągłych) → **OK** → **Wszystkie efekty**.

KROK 1
Interesują nas przede wszystkim wyniki weryfikacji hipotez:

$$H_0 : \beta_k = 0; \text{ przeciwko } H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ gdzie } k = 1, 2, 3, 4$$

W skoroszycie pojawia się między innymi tabela z wynikami:

Efekt	Oceny parametrów (10 regr krokowa.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami czas pobytu w szpitalu Param.	czas pobytu w szpitalu Bł. std.	czas pobytu w szpitalu t	czas pobytu w szpitalu p	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.
Wyraz wolny	-28,3705	3,032099	-9,35671	0,000000	-34,8332	-21,9077
"lek1"	0,6164	0,124555	4,94851	0,000175	0,3509	0,8818
"lek2"	0,0126	0,019088	0,66139	0,518391	-0,0281	0,0533
"lek3"	0,2679	0,050823	5,27045	0,000094	0,1595	0,3762
"lek4"	0,1273	0,037075	3,43349	0,003695	0,0483	0,2063

Z tabeli odczytujemy, że nie odrzucamy tylko hipotezy zerowej dotyczącej współczynnika przy drugiej zmiennej, ponieważ p = 0,518391 > $\alpha = 0{,}05$, stąd wnioskujemy, że zmienna niezależna *lek2* nie jest istotna. Usuwamy ją z modelu i powtarzamy analizę regresji tylko dla pozostałych zmiennych istotnych.

KROK 2

W celu usunięcia zmiennej *lek2* otwieramy ponownie okienko GRM-wyniki, klikamy **Zmień**→ **Dostosowany układ międzygr.** → z '**Efekty w układzie międzygrupowym**' usuwamy zmienną *lek2* → **Ok** → **Wszystkie efekty**. Ponownie weryfikujemy hipotezy:

$$H_0 : \beta_k = 0; \text{ przeciwko } H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ gdzie } k = 1, 3, 4$$

Z poniższej tabeli odczytujemy, że wszystkie współczynniki są istotne (istotnie różnią się od zera), ponieważ wszystkie rozpatrywane hipotezy zerowe zostały odrzucone na przyjętym poziomie istotności.

	Oceny parametrów (10 regr krokowa.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami					
Efekt	czas pobytu w szpitalu Param.	czas pobytu w szpitalu Bł. std.	czas pobytu w szpitalu t	czas pobytu w szpitalu p	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.
Wyraz wolny	-28,6202	2,955129	-9,68493	0,000000	-34,8848	-22,3556
"lek1"	0,6331	0,119806	5,28404	0,000074	0,3791	0,8870
"lek3"	0,2833	0,044355	6,38684	0,000009	0,1893	0,3773
"lek4"	0,1258	0,036347	3,46026	0,003223	0,0487	0,2028

Otrzymujemy równanie regresji wielorakiej krokowej wstecznej:

$$y = -28{,}62 + 0{,}633x_1 + 0{,}283x_3 + 0{,}126x_4.$$

Uwaga:

Jeżeli, w którymś z kroków nie odrzucimy hipotezy zerowej dotyczącej dwóch lub większej ilości zmiennych, to z modelu jednorazowo usuwamy tylko jedną zmienną, tę dla której wartość „*p*" jest największa.

Zadanie 2. (regresja wieloraka wielomianowa)

Obserwowano zawartość azotanów w wodach rzeki Raby i ich dopływach. W kolejnych 12 miesiącach uzyskano następujące zawartości:

Raba	7,8	6,5	8,1	5,8	5,9	5,3	5,1	4,6	4,4	5,0	4,6	4,9
Młynówka	7,6	6,0	7,7	4,7	4,6	3,9	4,2	3,8	3,2	3,4	3,1	3,2
Krzyworzeka	7,8	7,0	8,4	6,6	3,2	2,8	3,5	3,8	4,4	3,8	4,0	3,9
Niż. Potok	7,2	6,8	7,8	6,0	5,5	5,0	4,8	4,4	3,9	4,5	4,0	4,5
Lipnica	8,8	8,9	7,8	5,5	5,7	5,0	5,5	4,9	4,4	4,8	4,2	4,6
Stradomka	7,3	6,5	6,1	5,4	5,2	4,0	3,5	2,9	4,4	3,8	3,9	5,6

Utwórz model regresji wielomianowej wielorakiej przedstawiający związek między zawartością azotanów w wodach Raby a ich zawartością w dopływach Raby. Przyjmij α=0,05.

Rozwiązanie

STATISTICA: **Statystyka** → **Zaawansowane modele liniowe i nieliniowe** → **Ogólne modele regresji** → **Kreator analizy** → **OK**. Następuje ustalenie zmiennych: zmienna zależna (tutaj *Raba*) i predykatory ciągłe (tutaj pozostałe *rzeki*, dopływy Raby) → **OK.**

W zakładce: **Dostosowany układ międzygr**. → klikamy na każdą pozycję w okienku '**Ciągłe**'. Poniżej opcji '**Wielom. do st.**' ustalamy stopień wielomianu (tutaj pozostawiamy 2) i klikamy → **Wielom. do st.**. W okienku '**Efekty w układzie międzygrupowym**' pojawią się nazwy predykatorów w pierwszej i kolejnych potęgach do wybranego stopnia. → **OK** → **Wszystkie efekty**.

KROK 1

Interesują nas przede wszystkim wyniki weryfikacji 10 hipotez zerowych dla współczynników przy:

$$H_0 : \beta_k = 0; \text{ przeciwko } H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ gdzie } k = 1,\ldots,10$$

W skoroszycie wybieramy najpierw tabelkę **Jednowymiarowe testy istotności**

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Raba (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	P
Wyraz wolny	0,012161	1	0,012161	8,32100	0,212442
Młynówka	0,055459	1	0,055459	37,94789	0,102451
Młynówka^2	0,116296	1	0,116296	79,57616	0,071069
Krzyworzeka	0,028295	1	0,028295	19,36138	0,142265
Krzyworzeka^2	0,031134	1	0,031134	21,30332	0,135830
Niż.Potok	0,075173	1	0,075173	51,43751	0,088196
Niż.Potok^2	0,030657	1	0,030657	20,97730	0,136849
Lipnica	0,017793	1	0,017793	12,17511	0,177687
Lipnica^2	0,018237	1	0,018237	12,47908	0,175619
Stradomka	0,048104	1	0,048104	32,91531	0,109860
Stradomka^2	0,047334	1	0,047334	32,38867	0,110732
Błąd	0,001461	1	0,001461		

Nie mamy podstaw do odrzucenia żadnej z rozpatrywanych hipotez zerowych, (żaden z współczynników nie różni się istotnie od zera na zadanym poziomie istotności).

Można wybrać też **Test SS dla pełnego modelu** celem sprawdzenia istotności regresji.

	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Raba regresja.sta)										
Zależna Zm.	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Raba	0,999956	0,999912	0,999032	16,60521	10	1,660521	0,001461	1	0,001461	1136,222	0,023083

Z tabelki odczytujemy, że regresja dla pełnego modelu jest istotna, ponieważ p = 0,0231 < $\alpha = 0.05$.

Usuwamy z modelu tę zmienną w najwyższej potędze, dla której wartość „*p*” jest największa (przyjmujemy zasadę że nie usuwamy najpierw zmiennej w niższej potędze pozostawiając tę samą zmienną w stopniu wyższym). Tutaj jest to *Lipnica^2* i ponownie przeprowadzamy analizę.

KROK 2

W celu usunięcia zmiennej *Lipnica^2* otwieramy ponownie okienko GRM-wyniki, klikamy **Zmień**→ **Dostosowany układ międzygr.** → z ‘**Efekty w układzie międzygrupowym**’ usuwamy zmienną *Lipnica^2* → **Ok** → **Wszystkie efekty**. Ponownie weryfikujemy hipotezy:

$$H_0 : \beta_k = 0; \text{ przeciwko } H_1 : \beta_k \neq 0, \text{ gdzie } k = 1,\ldots,9$$

Z poniższej tabeli odczytujemy, że wszystkie współczynniki są nadal nieistotne (nie różnią się istotnie od zera), ponieważ wszystkie rozpatrywane hipotezy zerowe nie zostały odrzucone na przyjętym poziomie istotności.

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Raba (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	0,011729	1	0,011729	1,19086	0,389091
Młynówka	0,063529	1	0,063529	6,45005	0,126321
Młynówka^2	0,106231	1	0,106231	10,78548	0,081538
Krzyworzeka	0,013683	1	0,013683	1,38920	0,359774
Krzyworzeka^2	0,015809	1	0,015809	1,60507	0,332748
Niż.Potok	0,058149	1	0,058149	5,90376	0,135734
Niż.Potok^2	0,022332	1	0,022332	2,26734	0,271080
Lipnica	0,000031	1	0,000031	0,00311	0,960567
Stradomka	0,033457	1	0,033457	3,39689	0,206643
Stradomka^2	0,031523	1	0,031523	3,20051	0,215511
Błąd	0,019699	2	0,009849		

Zależna Zm.	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Raba regresja.sta)										
	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Raba	0,999407	0,998814	0,993476	16,58697	9	1,842996	0,019699	2	0,009849	187,1170	0,005327

Ponieważ *Lipnica* okazała się „najmniej istotna” (największa wartość „*p*”) usuwamy z modelu zmienną *Lipnica*.

KROK 3

W celu usunięcia zmiennej *Lipnica* postępujemy tak jak poprzednio: z '**Efekty w układzie międzygrupowym**' usuwamy zmienną *Lipnica* → **Ok** → **Wszystkie efekty.** Uzyskujemy wyniki weryfikacji odpowiednich hipotez przedstawione w tabeli:

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Raba (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	0,016084	1	0,016084	2,44562	0,215805
Młynówka	0,079822	1	0,079822	12,13749	0,039943
Młynówka^2	0,135298	1	0,135298	20,57287	0,020059
Krzyworzeka	0,014958	1	0,014958	2,27442	0,228644
Krzyworzeka^2	0,017824	1	0,017824	2,71024	0,198259
Niż.Potok	0,099480	1	0,099480	15,12650	0,030136
Niż.Potok^2	0,043911	1	0,043911	6,67700	0,081497
Stradomka	0,063268	1	0,063268	9,62034	0,053226
Stradomka^2	0,062750	1	0,062750	9,54149	0,053759
Błąd	0,019730	3	0,006577		

Zależna Zm.	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Raba regresja.sta)										
	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Raba	0,999406	0,998812	0,995644	16,58694	8	2,073367	0,019730	3	0,006577	315,2683	0,000268

Na podstawie tych wyników z modelu usuwamy *Krzyworzeka^2*

KROK 4

W kroku 4 otrzymujemy:

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Raba (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	0,003699	1	0,003699	0,39395	0,564282
Młynówka	0,075482	1	0,075482	8,03991	0,047083
Młynówka^2	0,182816	1	0,182816	19,47256	0,011576
Krzyworzeka	0,017374	1	0,017374	1,85058	0,245330
Niż.Potok	0,084061	1	0,084061	8,95378	0,040247
Niż.Potok^2	0,044171	1	0,044171	4,70488	0,095909
Stradomka	0,049580	1	0,049580	5,28105	0,083117
Stradomka^2	0,046093	1	0,046093	4,90955	0,091042
Błąd	0,037553	4	0,009388		

Zależna Zm.	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Raba regresja.sta)										
	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Raba	0,998869	0,997739	0,993781	16,56911	7	2,367016	0,037553	4	0,009388	252,1221	0,000040

Ponownie porównując wartości „*p*” usuwamy z zbioru zmiennych *Krzyworzeka.*

KROK 5

Po usunięciu *Krzyworzeki* uzyskujemy:

Efekt	Jednowymiarowe testy istotności dla Raba (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami Dekompozycja efektywnych hipotez				
	SS	Stopnie swobody	MS	F	p
Wyraz wolny	0,048278	1	0,048278	4,39468	0,090170
Młynówka	0,090830	1	0,090830	8,26820	0,034772
Młynówka^2	0,263071	1	0,263071	23,94712	0,004500
Niż.Potok	0,221742	1	0,221742	20,18503	0,006442
Niż.Potok^2	0,173510	1	0,173510	15,79450	0,010591
Stradomka	0,100351	1	0,100351	9,13492	0,029336
Stradomka^2	0,107109	1	0,107109	9,75009	0,026178
Błąd	0,054927	5	0,010985		

Zależna Zm.	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Raba regresja.sta)										
	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Raba	0,998345	0,996692	0,992723	16,55174	6	2,758623	0,054927	5	0,010985	251,1154	0,000005

Co oznacza istotność wszystkich analizowanych w tym kroku współczynników i kończy procedurę dopasowywania modelu metodą krokową wsteczną

Wniosek

Na zawartość azotanów w wodach Raby istotny wpływ ma zawartość azotanów w jej dopływach. Zawartość azotanów w Rabie można oszacować na podstawie pomiarów zawartości azotanów w wodach Młynówki, Niżn. Potoku i Stradomki. Dopasowanie modelu wynosi R^2=99,7%.

Oszacowanie równania regresji wielorakiej wielomianowej otrzymujemy z tabeli oceny parametrów:

Efekt	Oceny parametrów (Raba regresja.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami									
	Raba Param.	Raba Bł. std.	Raba t	Raba p	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.	Raba Beta (ß)	Raba Bł.Std.ß	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.
Wyraz wolny	-3,17450	1,514300	-2,09635	0,090170	-7,06713	0,718132				
Młynówka	-1,16811	0,406234	-2,87545	0,034772	-2,21237	-0,123847	-1,55625	0,541221	-2,94751	-0,165000
Niż.Potok	2,73862	0,609562	4,49278	0,006442	1,17170	4,305551	2,90352	0,646264	1,24224	4,564791
Stradomka	0,96515	0,319331	3,02240	0,029336	0,14428	1,786015	1,05431	0,348831	0,15761	1,951008
Młynówka^2	0,17068	0,034879	4,89358	0,004500	0,08102	0,260341	2,47427	0,505616	1,17454	3,774000
Niż.Potok^2	-0,21878	0,055050	-3,97423	0,010591	-0,36029	-0,077270	-2,69392	0,677846	-4,43637	-0,951457
Stradomka^2	-0,10166	0,032557	-3,12251	0,026178	-0,18535	-0,017969	-1,13332	0,362951	-2,06631	-0,200324

Ma ono postać:

$$y = -3{,}175 - 1{,}168\,x_1 + 0{,}171\,x_1^2 + 2{,}739\,x_3 - 0{,}219\,x_3^2 + 0{,}965\,x_5 - 0{,}102\,x_5^2$$

Zadanie 3.

Badano zależność odległości między najwyższym węzłem a kłosem żyta (Y w mm) od liczby kłosków w kłosie (X1), długości osłonki (X2), długości blaszki liścia flagowego (X3) i od szerokości blaszki liścia flagowego (X4). Metodą regresji liniowej wielorakiej krokowej wstecznej opisać tę zależność.

liczba kłosków w kłosie	**długość osłonki kłosa**	**długość blaszki liścia flagowego**	**szerokość blaszki liścia flagowego**	**odległość między najwyższym węzłem a kłosem**
37,9	109,05	20,916	1,43	38,333
38,25	103,1	22,195	1,54	34,4
40,2	117,55	19,92	1,33	36,9
6,118	42,451	4,231	0,016	19,02
36,2	100,1	20,3	1,42	38,3
38,7	104,2	23	1,6	35
41	118	20	1,4	37
9,3	40,2	5,3	0,1	19,6

Krok 1: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4

Największe prawdopodobieństwo $p_1 =$ 0,890404 $> \alpha =$ 0,05 zatem zmienna X_1-liczba kłosków w kłosie jest nieistotna i usuwamy ją z modelu.

Krok 2: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 2, 3, 4

Największe prawdopodobieństwo $p_3 =$ 0,411595 $> \alpha =$ 0,05 zatem zmienna X_3- długość blaszki liścia flagowego jest nieistotna i usuwamy ją z modelu.

Krok 3: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 2, 4

Największe prawdopodobieństwo $p_4 =$ 0,252737 $> \alpha =$ 0,05 zatem zmienna X_4- szerokość blaszki liścia flagowego jest nieistotna i usuwamy ją z modelu.

Krok 4: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 2

Wszystkie współczynniki są istotne ($p_2 =$ 0,000061 $< \alpha =$ 0,05)

Odp. Zależność odległości między najwyższym węzłem a kłosem żyta (Y w mm) od długości osłonki jest postaci $y = 9{,}496933 + 0{,}248523\,x_2$. Współczynnik determinacji R^2 = 94,24% zatem otrzymany model jest w 94,24 % dopasowany do danych.

Zadanie 4.
Suma opadów w okresie wegetatywnym od marca do października w niektórych miejscowościach (średnie z dwudziestu lat) oraz szerokość geograficzna, długość geograficzna i wzniesienie nad poziomem morza tych miejscowości są następujące (plik cw12.sta). Wyznaczyć równanie regresji wyrażające sumę opadów jako funkcję liniową szerokości, długości oraz wysokości nad poziomem morza.
Odp: Krok 1: dla szerokości p =0,538078 > $\alpha = 0,05$

Krok 2: dla długości i wysokości współczynniki istotne, $y = 1013,12 - 32,64x_2 + 0,62x_3$

Zadanie 5.
W pewnym nadleśnictwie, badając kondycję sosny dokonano wielu pomiarów i otrzymane obserwacje zapisano w pliku sosna.sta. Utworzyć model regresji wielorakiej przedstawiający związek objętości bielu od wieku drzewa (X1), pierśnicy (X2), wysokości (X3), długości korony (X4), średnicy podstawy korony (X5), objętości korony (X6).

Odp.: $y = -0,395 - 0,001x_1 + 0,016x_2 + 0,018x_3 + 0,001x_6$

Zadanie 6.
Opracuj przykład 8 (zadanie z lekami) drugą metodą tzn. według przykładu 9 próbując dopasować równanie regresji wielorakiej wielomianowej

Krok 1: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
Największe prawdopodobieństwo jest dla $(\text{lek3})^2$ p_7 = 0,976961 > $\alpha = 0,05$ zatem zmienna X_3^2 jest nieistotna i usuwamy ją z modelu.
Krok 2: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8.
Największe prawdopodobieństwo p_1 = 0,948904 > $\alpha = 0,05$ jest dla X_1 (lek1), ale usuwamy X_1^2 $(\text{lek1})^2$.
Krok 3: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4, 6, 8.
Największe prawdopodobieństwo p_2 = 0,655289 > $\alpha = 0,05$ jest dla X_2 (lek2), ale usuwamy X_2^2 $(\text{lek2})^2$.
Krok 4: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4, 8.
Największe prawdopodobieństwo p_2 = 0,480359 > $\alpha = 0,05$ jest dla zmiennej X_2 (lek2) i usuwamy ją z modelu.
Krok 5: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 3, 4, 8.
Największe prawdopodobieństwo p_4 = 0,227822 > $\alpha = 0,05$ jest dla X_4 (lek4), ale usuwamy X_4^2 $(\text{lek4})^2$.
Krok 6: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 3, 4.
Wszystkie zmienne są istotne, bo p_1, p_3 i p_4 są mniejsze od $\alpha = 0,05$.
Odp. Zależność czasu pobytu w szpitalu od dawek leków jest postaci $y = -28,62 + 0,633x_1 + 0,283x_3 + 0,126x_4$. Współczynnik determinacji R^2=94,72%, zatem otrzymany model jest w ponad 94 % dopasowany do danych.

Efekt	Oceny parametrów (10 regr krokowa.sta) Parametryzacja z sigma-ograniczeniami								
	czas pobytu w szpitalu Param.	czas pobytu w szpitalu Bł. std.	czas pobytu w szpitalu t	czas pobytu w szpitalu p	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.	czas pobytu w szpitalu Beta (ß)	-95,00% Gr.ufn.	+95,00% Gr.ufn.
Wyraz wolny	-28,6202	2,955129	-9,68493	0,000000	-34,8848	-22,3556			
"lek1"	0,6331	0,119806	5,28404	0,000074	0,3791	0,8870	0,320810	0,192104	0,449516
"lek3"	0,2833	0,044355	6,38684	0,000009	0,1893	0,3773	0,570396	0,381071	0,759721
"lek4"	0,1258	0,036347	3,46026	0,003223	0,0487	0,2028	0,319116	0,123612	0,514620

Zależna Zm.	Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (10 regr krokowa.sta)										
	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
czas pobytu w szpitalu	,973231	,947179	,937274	11,4323	3	03,8108	7,36770	16	,085481	5,63569	,000000

Odp. $y = -28,62 + 0,633x_1 + 0,283x_3 + 0,126x_4$

Współczynnik determinacji R^2=94,72%

Zadanie 7.

Starorzecza należą do klasycznych elementów meandrujących cieków i są uważane za podstawowe składniki terenów zalewowych naturalnych rzek. Są to odcięte (stale lub okresowo) części dawnych koryt rzecznych. Porównywano starorzecza środkowej Warty latem pod względem temperatury na dnie. Otrzymano obserwacje w ^{0}C:

Starorzecza										
Święte (X_1)	21	20,3	18,2	19,8	20,3	19,9	18	19	20	20
Madałowe (X_2)	20	21,5	20,8	19	22	21,8	20,8	19	23	21,8
Tarnowa (X_3)	19	18	17	18	20	18	15	18	21	18
Trzykolne Młyny (X_4)	15	12	11	16	16,3	15	12	16	17	15
Warta (Y)	14	12,7	11,5	12,6	14,5	12,6	9,9	12,8	16	12,8

a) Utwórz model regresji wielomianowej wielorakiej przedstawiający związek między temperaturą wody na dnie Warty a temperaturą wody na dnie jej starorzeczy. Zacznij od stopnia drugiego. Przyjmij α=0,05.

b) Określić zmienne, które najlepiej przewidują temperaturę wody w Warcie, metodą regresji liniowej krokowej wstecznej. Przyjąć $\alpha = 0,05$.

Odp.

a)

Krok 1: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie $k = 1,\ldots,8$

dla (Tarnowa)^2: p = 0,900417 > $\alpha = 0,05$

Krok 2: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie $k = 1,\ldots,7$

dla (Trzykolne Młyny)^2: p = 0,129 > $\alpha = 0,05$

Krok 3: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie $k = 1,\ldots,6$

dla Trzykolne Młyny: p = 0,908414 > $\alpha = 0,05$

Krok 4: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie $k = 1,\ldots,5$

Wszystkie zmienne istotne

$$y = 156,43 - 8,61x_1 - 7,52x_2 + 0,84x_3 + 0,231x_1^2 + 0,18x_2^2, \ R^2\text{=99\%}$$

b)

Krok 1: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 2, 3, 4

dla Madałowe: p = 0,824891 > $\alpha = 0,05$

Krok 2: $H_0: \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1: \beta_k \neq 0$, gdzie k = 1, 3, 4 dla Święte: p = 0,783524 > $\alpha = 0,05$

Krok 3: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 3, 4

dla Trzykolne Młyny: p = 0,650 > $\alpha = 0,05$

Krok 4: $H_0 : \beta_k = 0;$ przeciwko $H_1 : \beta_k \neq 0$, gdzie k = 3

Wszystkie zmienne istotne $y = -5,51 + 1,01x_3$, R^2=99%