**Zad. 1.** Rozwiązać poniższe problemy znajdując ekstrema odpowiednich funkcji.

1. Objętość projektowanego pudełka o podstawie kwadratowej, bez przykrycia, ma wynosić 4 litry (). Znaleźć wymiary, przy których ilość materiału zużytego do produkcji tego pudełka będzie najmniejsza. Pominąć grubość ścian i odpady powstałe w trakcie produkcji.
2. Długi prostokątny arkusz metalu o szerokości  przerabiany jest na rynnę w ten sposób, że jego brzegi zginane są pod kątem prostym względem tego arkusza. W jakiej odległości od brzegu, jednakowej z obu stron, należy zginać arkusz aby uzyskać maksymalną pojemność rynny?
3. Hurtownia sprzedaje do sklepów buty sportowe z narzutem 20 zł za parę, jeśli zamówienie jest mniejsze niż 50 par. Przy zamówieniach większych lub równych 50 par, narzut zmniejszany jest o 2 grosze razy liczba zamówionych par butów. Przy jakiej wielkości zamówienia hurtownia osiąga maksymalny dochód?
4. O godz. 13.00 statek A znajduje się o 30 mil na południe względem statku B i płynie na północ z prędkością 15 węzłów (mil na godzinę). Statek B płynie na wschód z prędkością 10 węzłów. Określić czas, w którym odległość między statkami będzie najmniejsza.

**Zad. 2.** Badanie prędkości zmian.

1. Podczas napełniania sferycznego balonu, jego promień (w centymetrach) po  minutach dany jest równaniem , gdzie . Jaka jest chwilowa prędkość zmiany każdej z poniższych wielkości w czasie ?
   1. promienia ,
   2. objętości balonu,
   3. powierzchni balonu.
2. Wrzucony do stawu kamień spowodował fale w postaci koncentrycznych okręgów. Po *t* sekundach promień jednej z tych fal wynosi 40 cm. Znaleźć chwilową prędkość zmiany pola koła wyznaczonego przez falę w czasie:
   1.  sekundach,
   2.  sekundach,
   3.  sekundach.
3. Prawo Boyle'a–Mariotte'a dla gazów mówi, że , gdzie  oznacza ciśnienie,  objętość a  jest pewną stałą. Załóżmy, że w czasie  (minuty), ciśnienie wyrażone jest wzorem  N/cm2, gdzie . Jeśli objętość w czasie  wznosi cm2, znaleźć chwilową prędkość zmian objętości gazu w chwili .
4. Kula stacza się po równi pochyłej w ten sposób, że odległość (w centymetrach), jaką przebywa w ciągu sekund dana jest wzorem. Jaka jest prędkość kuli: po 1 sekundzie, po 2 sekundach? Kiedy kula osiągnie prędkość 28 cm/s?

**Zad. 3. Oblicz:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a) | b) | c) |