Разбалловка

Будут две *(возможно три)* контрольные по 30 баллов, 10 баллов за посещения и 10 баллов за домашние задания. Будет возможность набрать дополнительные баллы. Максимальный автомат без экзамена — 4.

Базовая теория вероятности

Случайные события обозначаются буквами A, B, C, каждому событию соответствует числовая характеристика $P(A)$ — вероятность наступления события A, при этом $0 \leq P(A) \leq 1$.

Формула вероятности $P(A) = \frac{m}{n}$, где n — число всех возможных исходов, m — число исходов, соответствующих событию A.

Упражнение. Бросается кубик. Какова вероятность, что выпадет чётное число?

Ответ: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Упражнение. В коробке 4 красных и 3 синих карандаша. Вынули 3 из них. Найти вероятность того, что из них будут два красных, а один — синий.

Число всех возможных элементарных исходов:

$$n = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

Число искомых исходов:

$$m = \binom{4}{2}\binom{3}{1} = \frac{4!}{2!2!} \cdot \frac{3!}{1!2!} = 18$$

Ответ: $\frac{18}{35}$

Упражнение. В ящике 5 чёрных шаров, 3 белых и 2 красных. Вынули половину из них. Найти вероятность того, что из них будут два белых и два чёрных.

Число всех возможных элементарных исходов:

$$n = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = 252$$

Число искомых исходов:

$$m = \binom{3}{2}\binom{5}{2}\binom{2}{1} = \frac{3!}{2!1!} \cdot \frac{5!}{3!2!} \cdot \frac{2!}{1!1!} = 60$$

Ответ: $\frac{60}{252} = \frac{10}{43}$

Упражнение. На первом этаже шестиэтажного дома в лифт зашли трое человек. Какова вероятность того, что они выйдут на разных этажах? *(Выйти на первом этаже нельзя)*

Первый человек выходит где угодно, второй — на любом из оставшихся четырех этажей, третий — на любом из трех.

$$1 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$$

Формальное решение:

$$n = 5^3 = 125$$

$$m = A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

$$P(A) = \frac{60}{125} = \frac{12}{25}$$

Ответ: $\frac{12}{25}$

Упражнение. На полке расставляется 8 книг. Найти вероятность того, что 3 конкретные книги будут стоять рядом.

$$n = 8! = 40320$$

$$m = 6 \cdot 3! \cdot 5! = 4320$$

$$P(A) = \frac{4320}{40320} = \frac{3}{28}$$

Ответ: $\frac{3}{28}$

Упражнение. За круглым столом сидят 5 человек. Найти вероятность того, что два конкретных человека окажутся рядом.

$$n = 5! = 120$$

$$m = 5 \cdot 2! \cdot 3! = 60$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

Упражнение. На доске поставили белую и черную ладьи. Найти вероятность того, что они не будут бить друг друга.

$$n = 64 \cdot 63$$

$$m = 64 \cdot 49$$

$$P(A) = \frac{49}{63} = \frac{7}{9}$$

Ответ: $\frac{7}{9}$

Упражнение. 8 команд разбивают на две группы. Найти вероятность того, что две сильнейших команды окажутся в разных группах.

Ответ: $\frac{3}{7}$

Упражнение. Бросаются два кубика. Найти вероятность того, что в сумме выпало не менее девяти очков.

$$n = 36$$

Искомых случаев $5 \cdot 2$: $(6,6), (6,5), (6,4), (6,3), (5,4)$ и их перестановки.

$$m = 5 \cdot 2$$
$$P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Ответ: $\frac{5}{18}$

Упражнение. Имеются карточки с буквами “П”, “Л”, “И”, “А”. Карточки выкладываются в ряд. Найти вероятность того, что получится осмысленное слово.

$$n = 4! = 12$$

Слов два: “пила” и “липа”.

$$m = 2$$

Ответ: $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Домашнее задание

Упражнение. В коробке 4 красных, 3 синих и 2 жёлтых карандаша. Из коробки вынули 6 карандашей. Найти вероятность того, что среди них будет поровну каждого цвета.

Упражнение. Известно, что у двух человек четыре козыря. Найти вероятность того, что они у них распределились в соотношении:

1. 2-2
2. 3-1 или 1-3
3. 4-0 или 0-4