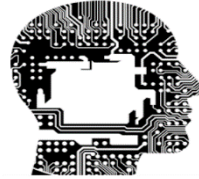




**Université Constantine 2**  
جامعة قسنطينة 2



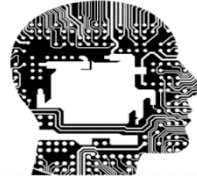
# Systèmes Intelligents

## CSPs (suite..)

Dr. NECIBI Khaled  
Faculté des nouvelles technologies  
[Khaled.necibi@univ-constantine2.dz](mailto:Khaled.necibi@univ-constantine2.dz)



**Université Constantine 2**  
جامعة قسنطينة 2



# Systèmes Intelligents

## Les Problèmes à Satisfaction de Contraintes

Dr. NECIBI Khaled  
Faculté des nouvelles technologies  
[Khaled.necibi@univ-constantine2.dz](mailto:Khaled.necibi@univ-constantine2.dz)

### Etudiants concernés

Faculté/Institut	Département	Niveau	Spécialité
Nouvelles technologies	IFA	Licence 3	Science de l'informatique SCI

- Idée de base de Backtracking Search
- Représentation standard → état initial, fonction successeur
- `Select-Unassigned-Variable`, `Order-Domain-value` peuvent être utilisées pour implémenter des heuristiques générales
- Quand l'espace de recherche est très large, l'algorithme Backtracking Search n'est pas efficace
- Certaines améliorations sont possibles si on considère les points suivants :

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

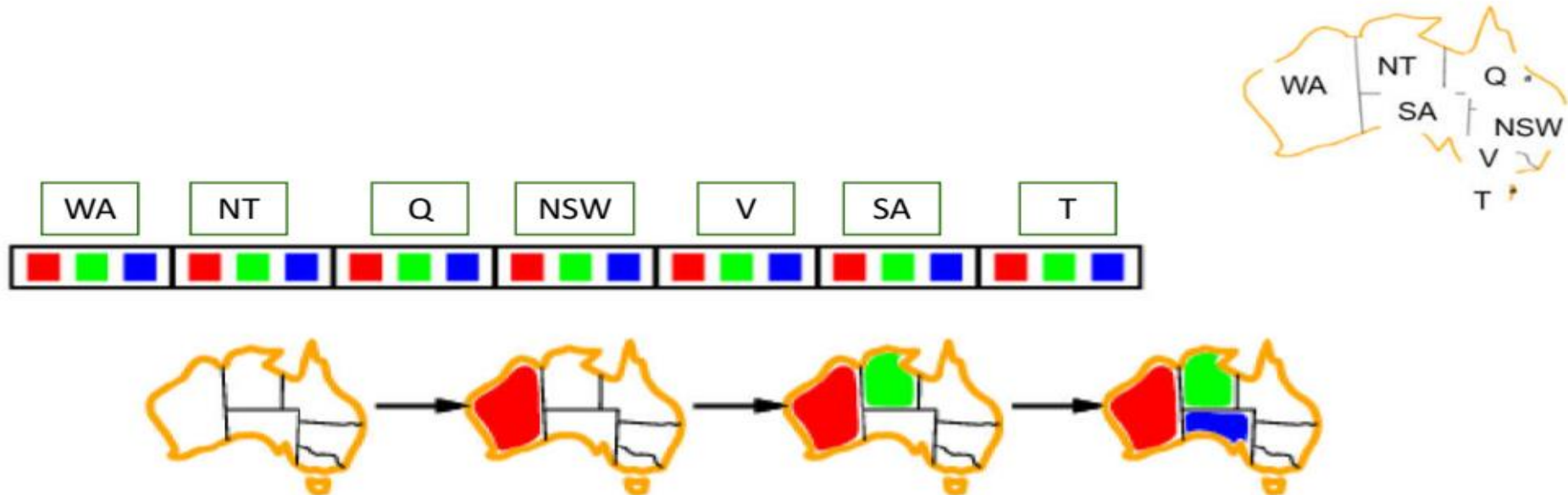
- Ordre des variables et des valeurs
- `var ← Select-Unassigned-Variable(variable[csp], assignment, csp);`
- Cette instruction permet de sélectionner une variable non traitée selon l'ordre établi dans `variable[csp]`
- Ceci conduit rarement à une recherche efficace
- Solution
  - Choisir la variable avec le nombre minimum de valeurs restantes
  - Minimum Remaining Value (MRV heuristic)
  - Connue aussi sous le nom de Most Constrained Variable

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Ordre des variables et des valeurs
- `var ← Select-Unassigned-Variable(variable[csp], assignment, csp);`
  - Dans quel ordre ces valeurs doivent être testées
- Remarque
  - Si une variable  $X$  à 0 valeurs restantes, l'heuristique **MRV** va sélectionner  $X$
  - Un échec est immédiatement détecté
  - Gaspillage d'efforts pour tester une autre variable

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Exemple
- WA = Rouge, NT = Vert  $\rightarrow$  SA = Bleu au lieu de traiter Q
- Après avoir traité SA, les valeurs de Q, NSW et V sont définies
- La performance est meilleur que celle de l'algorithme de base

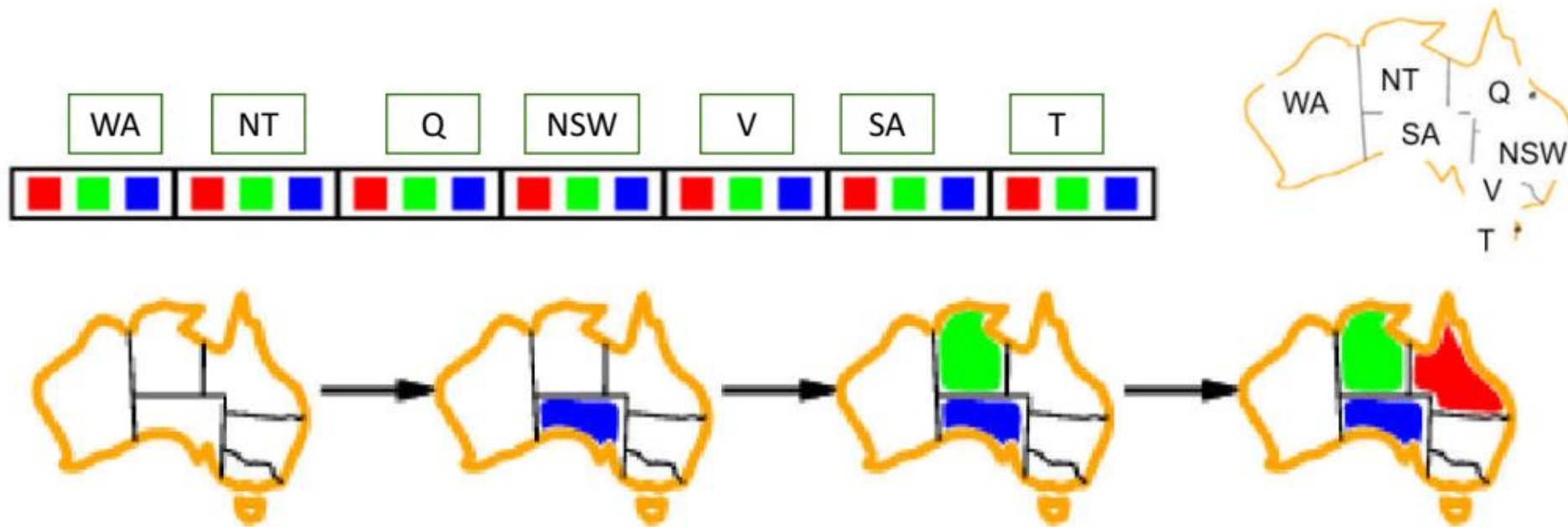


# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Exemple
- Si le critère précédent donne des variables avec le même nombre de valeurs consistantes restantes
  - → Choisir la variable ayant le plus de contraintes impliquant des variables non encore assignés → heuristique à degré
- Appelée : Degree Heuristic
- Exemple : degree heuristic de SA est 5 (Most Constraining Variable)
- $C = \{SA \neq WA, SA \neq NT, SA \neq Q, SA \neq NSW, SA \neq V, WA \neq NT, NT \neq Q, Q \neq NSW, NSW \neq V\}$

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

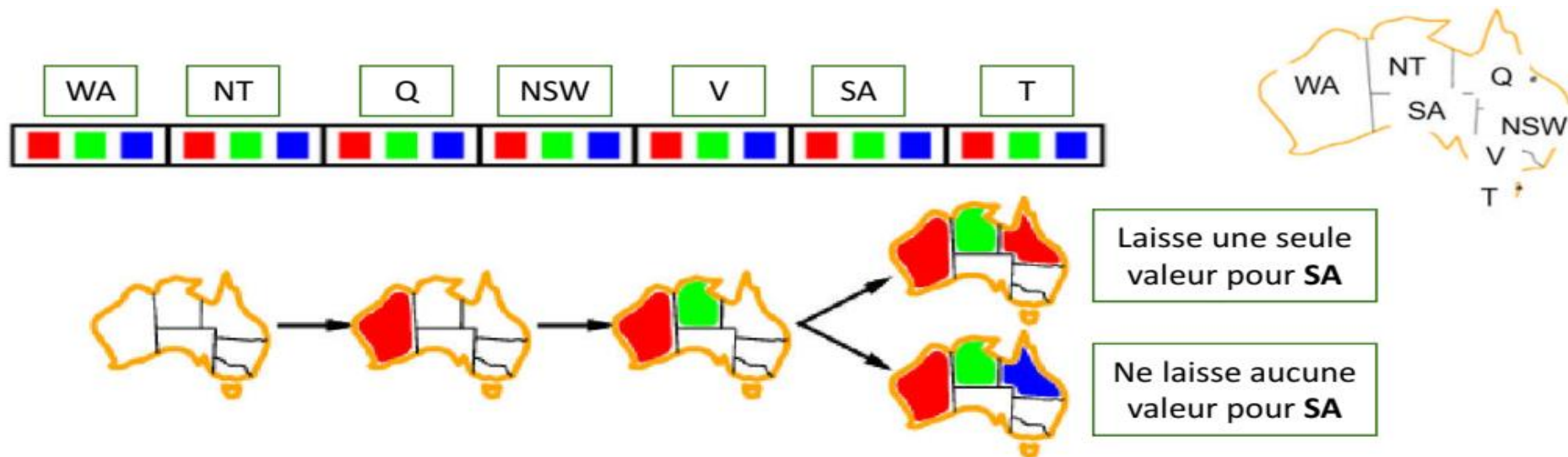
- Exemple
- Exemple : degree heuristic de **SA** est **5** (Most Constraining Variable)
- $C = \{ \text{SA} \neq \text{WA}, \text{SA} \neq \text{NT}, \text{SA} \neq \text{Q}, \text{SA} \neq \text{NSW}, \text{SA} \neq \text{V}, \text{WA} \neq \text{NT}, \text{NT} \neq \text{Q}, \text{Q} \neq \text{NSW}, \text{NSW} \neq \text{V} \}$





# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Valeur moins contraignante (Least constraining value)
  - Une fois qu'une variable est sélectionnée, dans quel ordre faut-il essayer ses valeurs ?
- Solution
  - Choisir la valeur la moins contraignante qui laisse plus de flexibilité aux autres variables



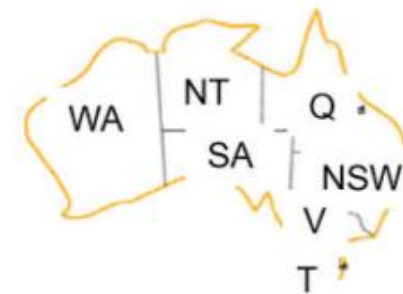
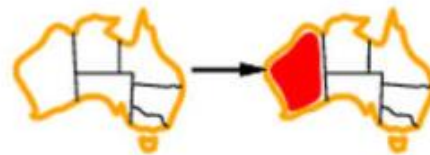
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Vérification anticipative (forward-checking)
- Vérifier chaque variable  $Y$  connectée à  $X$
- Enlever de la variable  $Y$  les valeurs dont les contraintes ne sont pas vérifiées i.e. non consistante avec la valeur choisie pour  $X$
- Exemple



# Heuristiques pour la résolution des CSPs

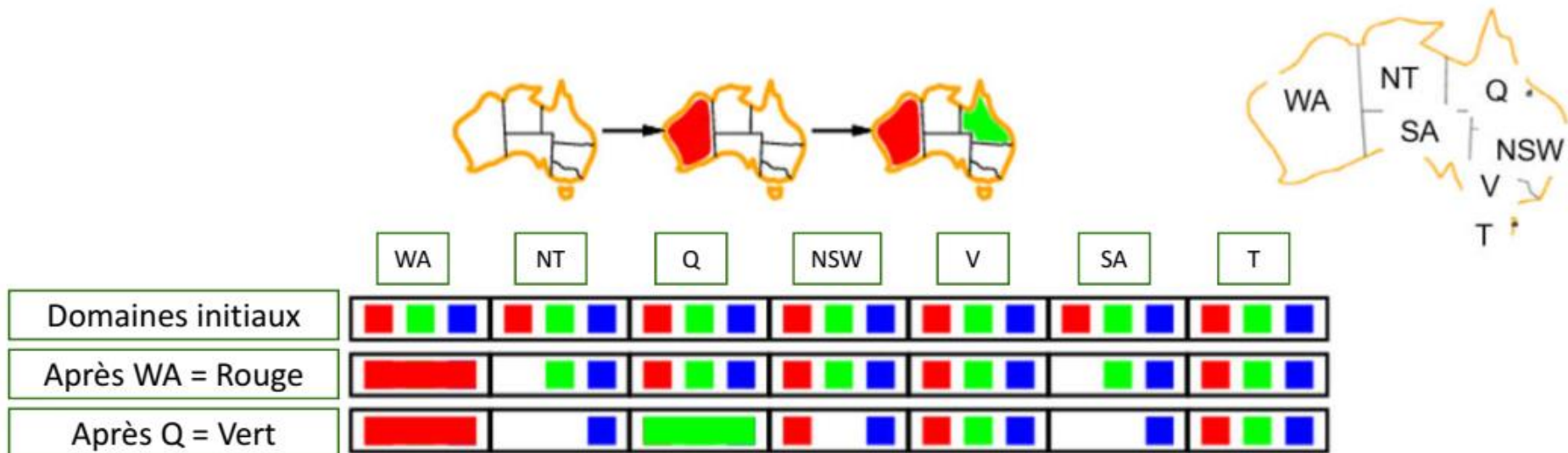
- Vérification anticipative (forward-checking)
- Exemple : Choix de départ WA
- Avec l'assignation WA = Rouge
- Résultat



	WA	NT	Q	NSW	V	SA	T	
Domaines initiaux	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>
Après WA = Rouge	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>	<div><div></div><div></div><div></div></div>

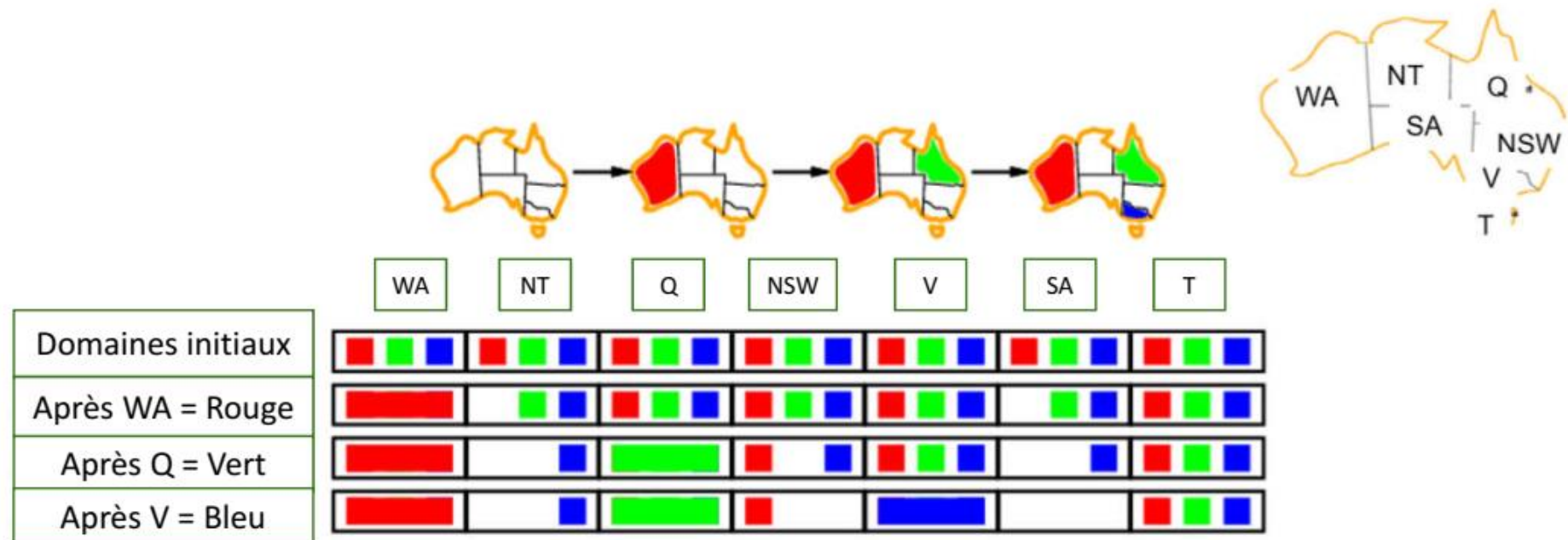
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Vérification anticipative (forward-checking)
- Ensuite soit la variable Q choisie
- Avec l'assignation  $Q = \text{Vert}$
- Résultat



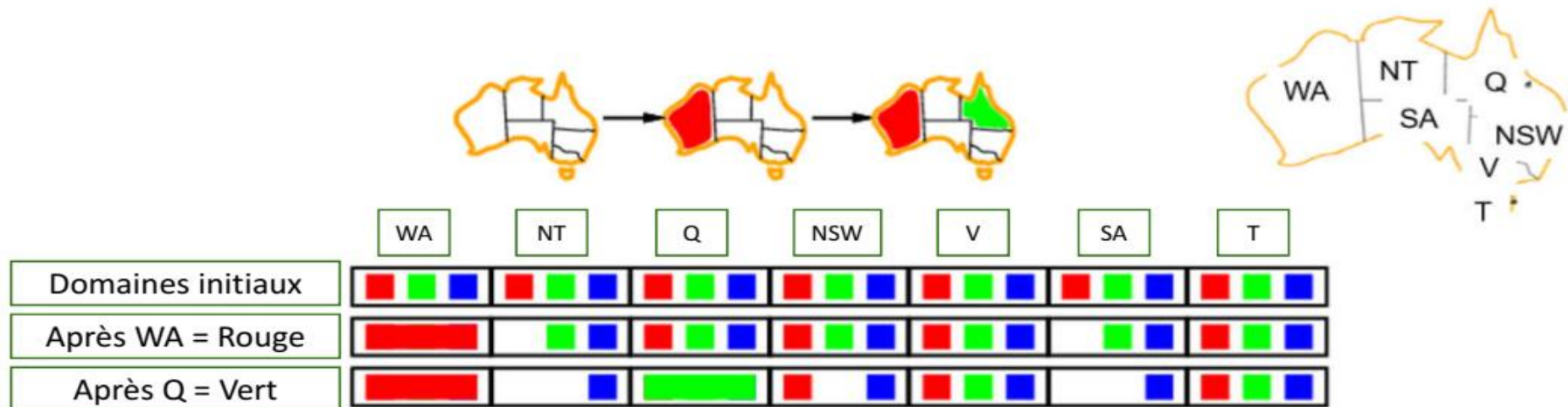
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Vérification anticipative (forward-checking)
- Ensuite soit la variable  $V$  choisie
- Avec l'assignation  $V = \text{Bleu}$
- Résultat



# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Vérification anticipative (forward-checking)
- Après WA = Rouge et Q = Vert, NT et SA ont une seule valeur possible qui est Bleu
- Forward Checking ne peut pas détecter toutes les inconsistances
- i.e. Il ne peut pas propager l'effet des affectations sur les toutes les variables



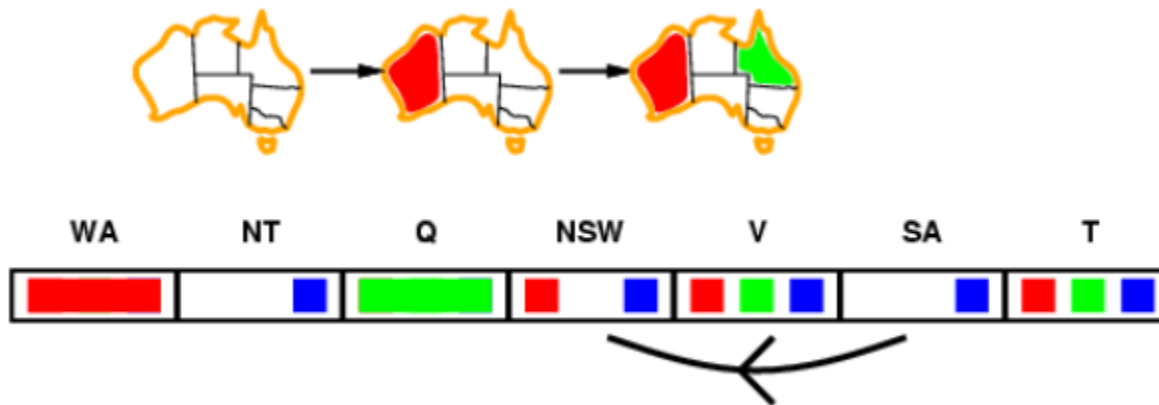
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Consistance d'Arc (AC)
- Solution : Propager les effets d'une affectation sur les autres variables → Consistance d'Arc
- La Consistance d'Arc (Arc Consistency) est la forme de propagation de contraintes la plus simple
- La Consistance d'Arc (AC) est plus forte que l'algorithme FC
- L'arc  $X \rightarrow Y$  est consistant si et seulement si :
  - Pour tout valeur  $x$  de  $X$  il existe au moins une valeur  $y$  consistante avec  $x$



# Heuristiques pour la résolution des CSPs

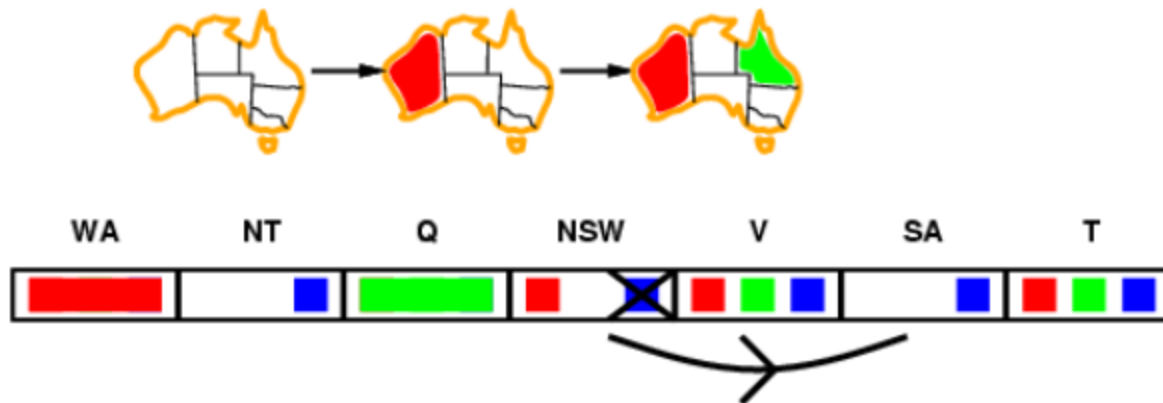
- Consistance d'Arc (AC)
- Solution : Propager les effets d'une affectation sur les autres variables
- L'arc  $X \rightarrow Y$  est consistant si et seulement si :
  - Pour toute valeur  $x$  de  $X$  il existe au moins une valeur  $y$  permise de  $Y$





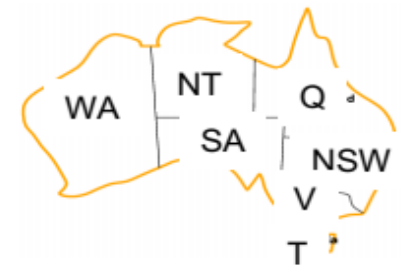
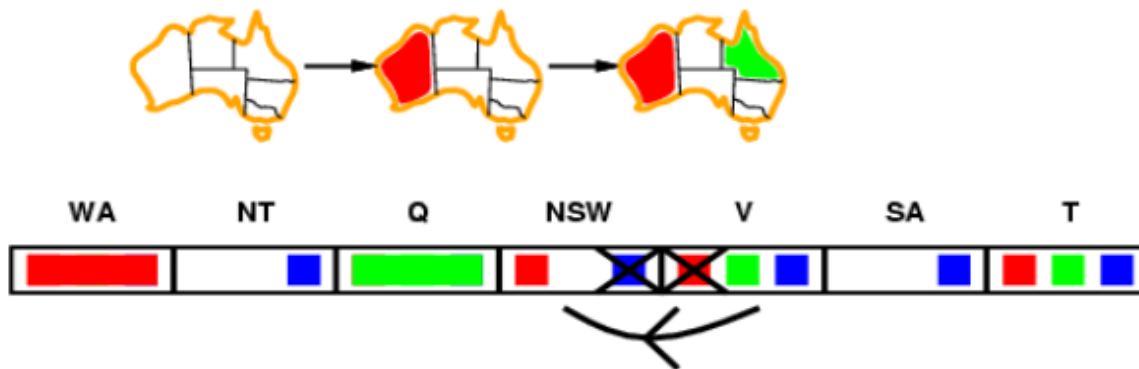
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Consistance d'Arc (AC)
- Solution : Propager les effets d'une affectation sur les autres variables
- L'arc  $X \rightarrow Y$  est consistant si et seulement si :
  - Pour tout valeur  $x$  de  $X$  il existe au moins une valeur  $y$  permise de  $y$
- Si une variable perd une valeur, ses variables voisines doivent être revérifiées (notifiées)



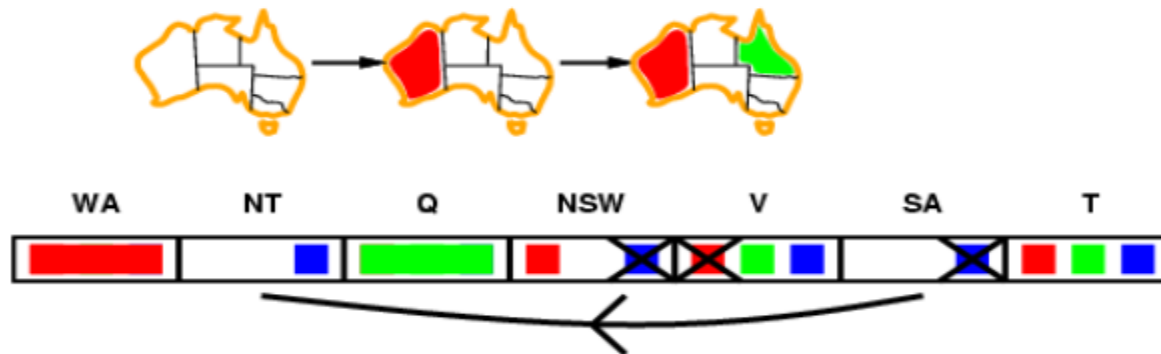
# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Consistance d'Arc (AC)
- Solution : Propager les effets d'une affectation sur les autres variables
- L'arc  $X \rightarrow Y$  est consistant si et seulement si :
  - Pour tout valeur  $x$  de  $X$  il existe au moins une valeur  $y$  permise de  $y$
- Si une variable perd une valeur, ses variables voisins doivent être revérifiées (notifiées)



# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Consistance d'Arc (AC)
- Solution : Propager les effets d'une affectation sur les autres variables
- L'arc  $X \rightarrow Y$  est consistant si et seulement si :
  - Pour tout valeur  $x$  de  $X$  il existe au moins une valeur  $y$  permise de  $y$
- Si une variable perd une valeur, ses variables voisins doivent être revérifiées (notifiées)



# Heuristiques pour la résolution des CSPs

## Arc Consistency 3 (AC-3)

Function AC-3(*csp*) return CSP, Possibly with reduced domains

Inputs : *csp*, a binary CSP with variables  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$

Variables Local : *queue*, a queue of arcs, initially all the arcs in *csp*

```
While queue is not empty do
  (Xi, Xj) ← Remove-first(queue)
  if Remove-Inconsistent-Values(Xi, Xj) then
    for each Xk in neighbors[Xi]-{Xi} do
      add(Xk, Xi) to queue
```

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

## Arc Consistency 3 (AC-3)

Function Remove-Inconsistent-Values( $X_i$ ,  $X_j$ ) returns true if we remove a value {

Removed  $\leftarrow$  false;

for each  $x$  in Domain[ $X_i$ ] do

if no value  $y$  in Domain[ $X_j$ ] allows  $(x, y)$  to satisfy  
the constraints between  $X_i$  and  $X_j$  then

delete  $x$  from Domain[ $X_i$ ];

Removed  $\leftarrow$  true;

Return Removed;

}

# Heuristiques pour la résolution des CSPs

- Conclusion
- CSP : De quoi s'agit-il ? : Variables, domaines de valeurs et contraintes
- Objectif : Un état final dont tout les variables sont affectées et que tout les affectations (ou les assignations) sont consistantes
- Comment ? La recherche se fait en utilisant une formulation incrémentale ou complète
- Formulation Incrémentale : Backtracking Search amélioré :
  - Avec des heuristiques MRV Minimum Remaining Values (ou Most Constraining Variable) et Least Constrained Value (la valeur de la variable la moins contraignante)
  - Avec l'utilisation de la vérification anticipative ou Forward Checking
  - Avec la propagation de contraintes ou l'algorithme AC3
- Formulation complète : Une recherche locale peut être effectuée