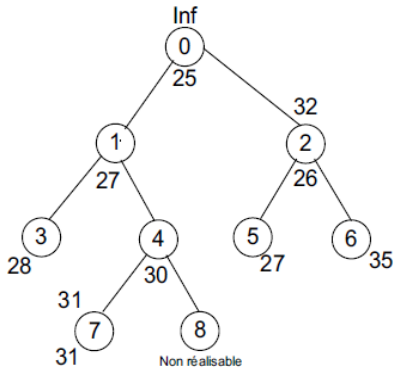
Université de Constantine **Département d'informatique** **Master Académique**

ROA : TD 3– Branch and Bound

Exercice 1

On considère l'arbre d'énumération suivant pour un problème de minimisation:



Question 1 : Déterminer les meilleures bornes supérieures et inférieures de la valeur optimale de z.
Question 2 : Quels sont les nœuds de l'arbre qui peuvent être sondés et quels sont ceux qui doivent être séparés ?

Exercice 2 :

Résoudre le problème de satisfiabilité booléenne (SAT) et son instance MAX 3-SAT par la méthode Branch and bound.

Exercice 2 :

On considère le problème de maximisation (P) suivant:

$$\begin{cases} max\ z = 4x_1 - x_2 \\ 7x_1 - 2x_2 \leq 14 \\ x_2 \leq 3 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0,\ entiers \end{cases}$$

Question 1 : Résoudre le problème obtenu par relaxation linéaire continue de (P) par la méthode du simplexe.
Question 2 : Que représente la valeur de la solution obtenue pour le problème (P) ?
Question 3 : Résoudre le problème (P) par une méthode de Branch and Bound.
Question 4 : Représenter graphiquement le domaine des solutions réalisables à chaque étape de la méthode de Branch and Bound.

Exercice 3 :

On considère le problème de sac-à-dos suivant :

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j : \sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b, x_j \in \{0,1\} \right\}$$

avec $a_j, c_j > 0$ pour tout $j = 1, \cdots, n$.
Question 1 : Montrer que si $\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n} > 0$, $\sum_{j=1}^{r-1} a_j \leq b$ et $\sum_{j=1}^{r} a_j > b$ alors la solution de la relaxation linéaire est $x_j = 1$ pour tout $j = 1, \cdots, r-1$, $x_r = (b - \sum_{j=1}^{r-1} a_j)/a_r$ et $x_j = 0$ pour tout $j > r$.
Question 2 : Résoudre le problème (P) suivant:

$$\begin{cases} max\ z = 17x_1 + 10x_2 + 25x_3 + 17x_4 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 7x_4 \leq 12 \\ x_j \in \{0,1\} \end{cases}$$