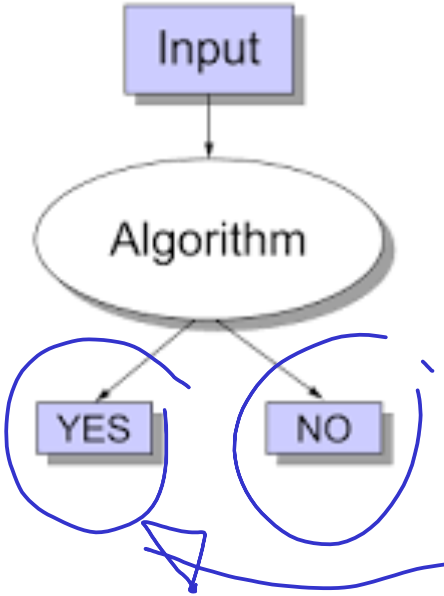
Indecidibilidade

Problemas de Decisão

- Problema de decisão é uma questão sobre um sistema formal com uma resposta do tipo sim-ou-não

Parcial



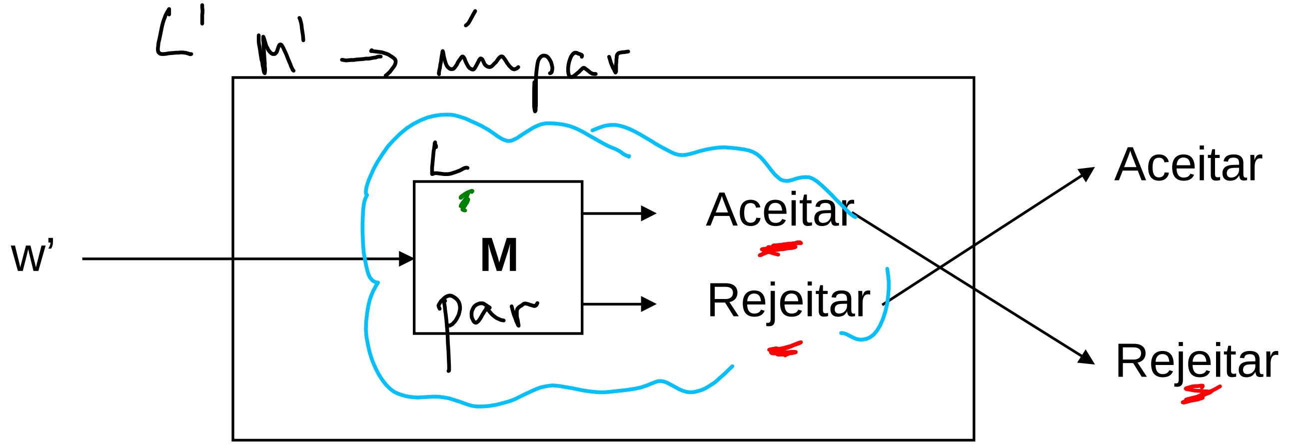
Linguagens

Máq Turing

Não-Recursivamente Enumeráveis	Recursivamente Enumeráveis
L	SV NV
	RE mas não Recursivo
	Recursivas
	SV NV
	Decidível

Complemento

- Seja L = L(M) para alguma TM M
  - Definimos L' como o conjunto de palavras não pertencente a L, do mesmo alfabeto
  - Assim, construímos M', tal que L' = L(M')



Complemento

- 4 possibilidades:
  - L e L’ são ambas recursivas
  - L é RE mas não Recursiva e L’ é não-RE
  - L é Não-RE então L’ é Não-RE
  - L é Não-RE então L’ é RE mas não Recursiva

par

Redução de Problemas

- Problemas frequentemente podem ser transformados (reduzidos) em outros, para os quais uma solução já foi encontrada
  - Um problema de decisão P1 e redutível a P2 se existir uma MT que, a partir de uma entrada que representa uma questão pi1 de P1, produz um problema pi2 de P2 que tem a mesma resposta de pi1.

Redução de Problemas

⇒ Transformação

- Exemplo

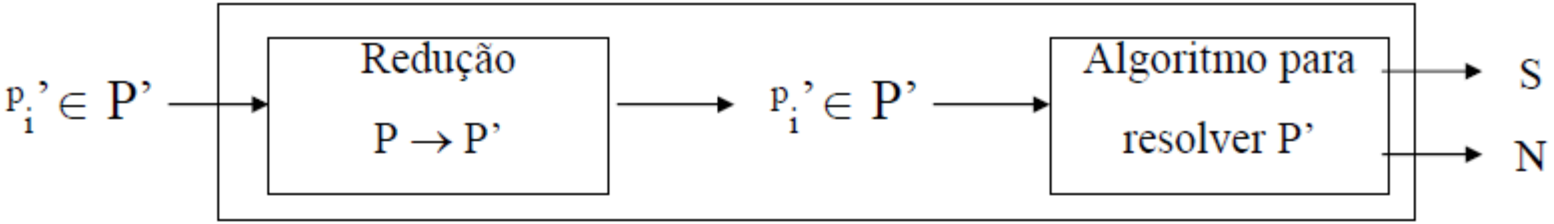
X ⇒ valor, vetor ⇒ é máx? S / N

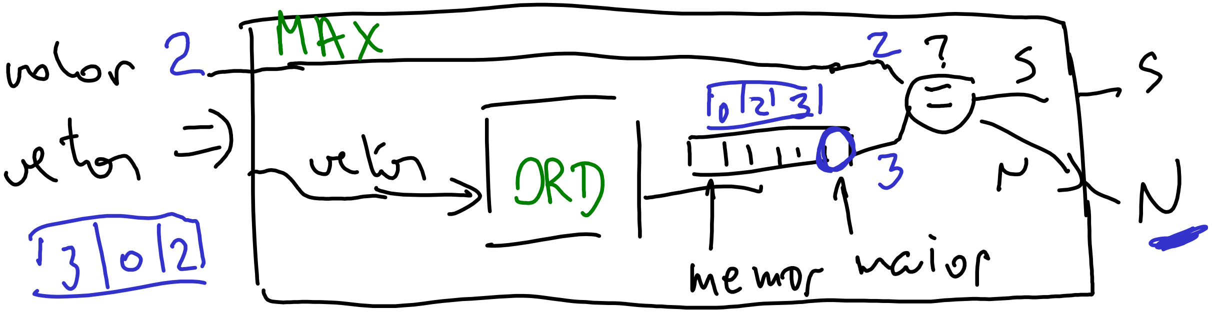
Y ⇒ QuickSort

Decidível

X (máx)

Y (ord)

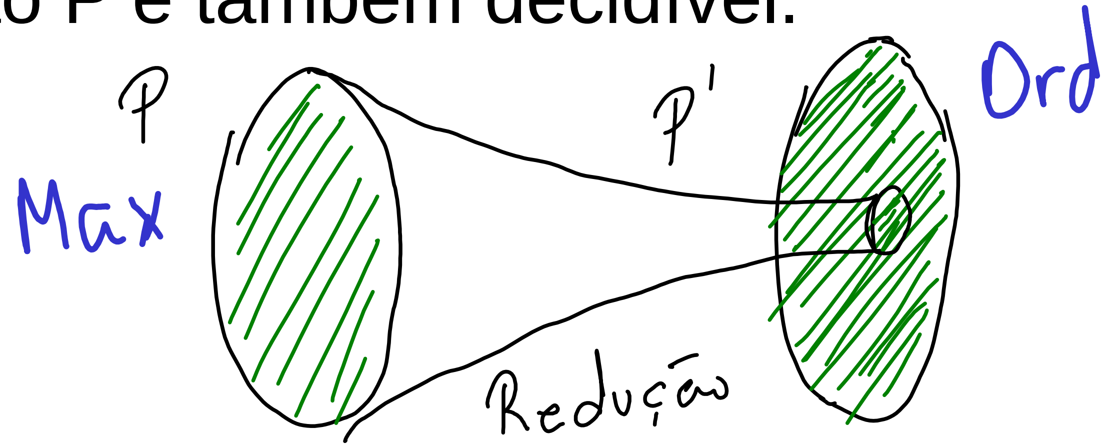




Transf.

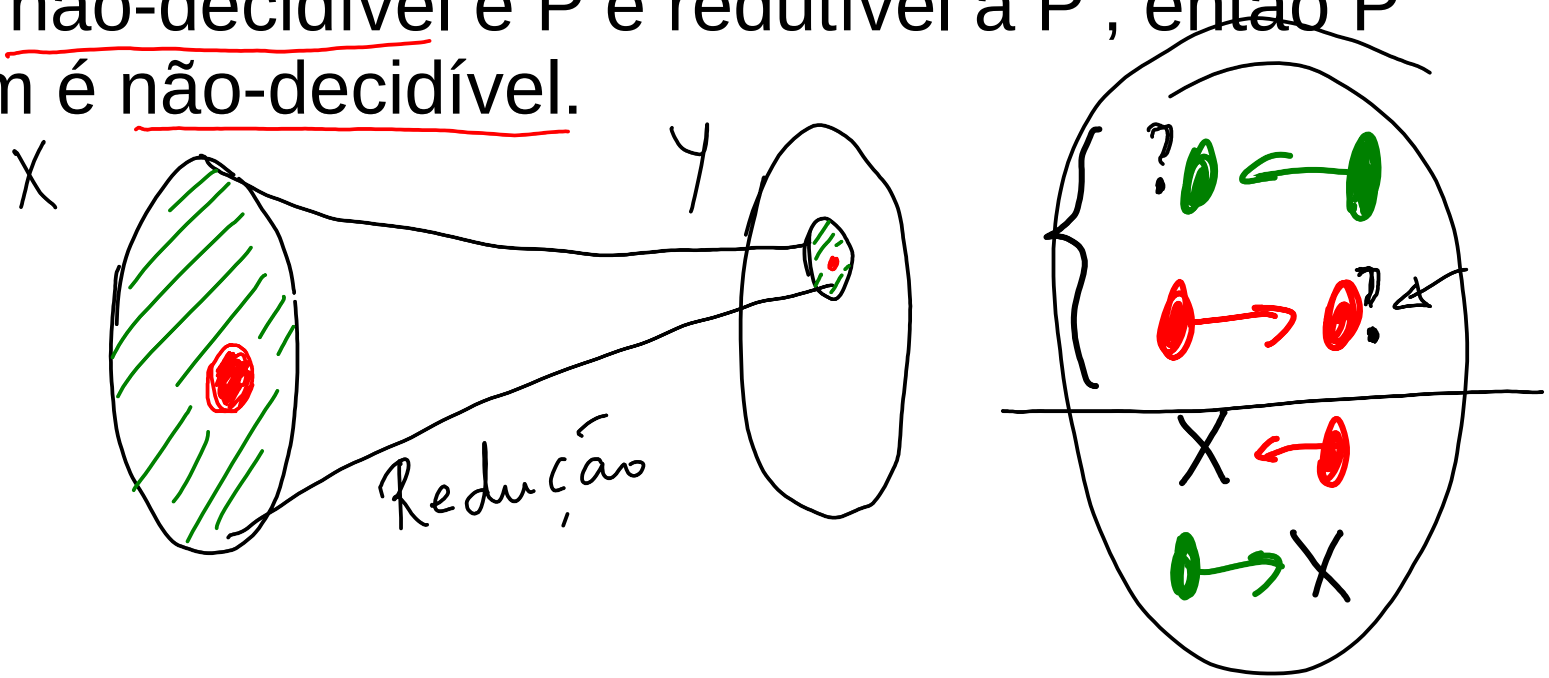
Redução de Problemas

- Primeira situação:
  - Se um problema P’ é decidível e P é redutível a P’, então P é também decidível.



Redução de Problemas

- Segunda situação:
  - Se P é não-decidível e P é redutível a P', então P' também é não-decidível.



Definição de Decidibilidade

- Exemplo de problema Não-RE $\Rightarrow$ Não Decidível
  - Linguagem de Diagonalização (Ld)
- Exemplo de problema RE mas não Recursivo
  - Linguagem Universal (Lu) $\Rightarrow$ Não Decidível

- Obs: Ld é o complemento de Lu

Definição de Decidibilidade

- Exemplo: PCP
  - Problema de Correspondência de Post
  - problema introduzido por Emil Post em 1946
- A entrada do problema consiste em:
  - duas listas finitas $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ e $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n$ de palavras sobre algum alfabeto Σ tendo pelo menos 2 símbolos.

Definição de Decidibilidade

- Uma solução para esse problema é uma sequência de índices tal que: αi1 αi2 ... αik = βi1 βi2 βik
  - Exemplo:

    α1=*a*, α2=*ab*, α3=*bba*

    β1=*baa*, β2=*aa*, β3=*bb*

    bba ab bba a

    bb aa bb baa
  - Uma solução para esse problema seria a sequência (3, 2, 3, 1):

    α3 α2 α3 α1 = *bbaabbbaa* = β3 β2 β3 β1

Definição de Decidibilidade

- **Teorema (Post, 1946):** Não existe algoritmo para se determinar se um dado P.C.P. tem uma solução, ou seja: **o PCP é um problema não-decidível**

$A \geq B \geq C$

- **Prova:** através de redução de problemas

Redução

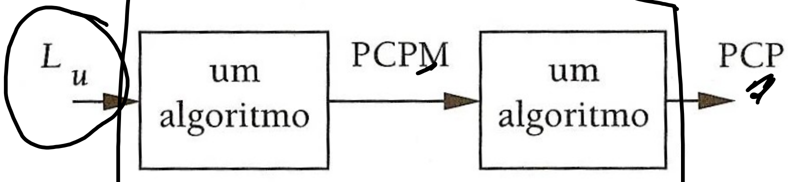
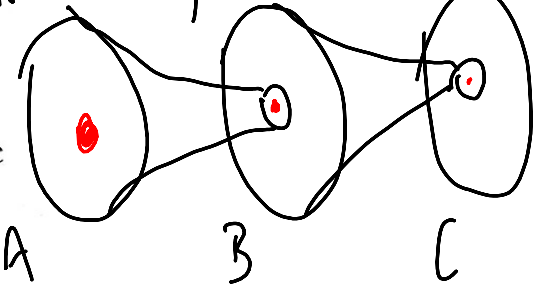


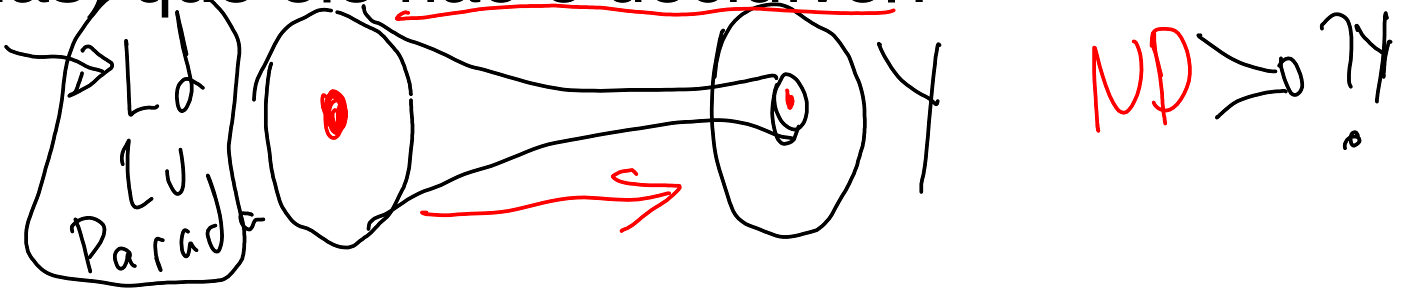
Figura 9.11: Reduções que provam a indecidibilidade do Problema da Correspondência de Post



Exercício

1. Dado o problema X, como provar (via redução de problemas) que ele é decidível?

2. Dado o problema Y, como provar (via redução de problemas) que ele não é decidível?



Atividade para Nota

- Faça uma apresentação em power point com:
  - A definição da linguagem Ld (diagonalização) sobre o alfabeto binário, ND
  - Uma forma de representar máquinas de turing usando cadeias binárias,
  - Mostrando porque a linguagem Ld é Não-RE,
- Entregar até dia 28/04