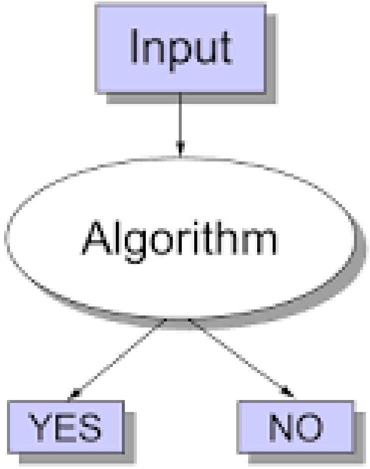
Indecidibilidade

Problemas de Decisão

- Problema de decisão é uma questão sobre um sistema formal com uma resposta do tipo sim-ou-não



Linguagens

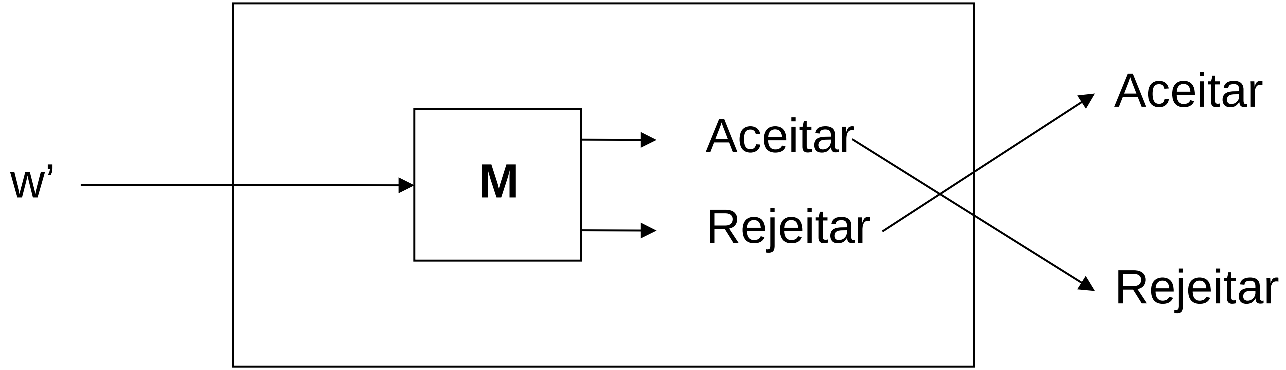
Não-Recursivamente Enumeráveis

Recursivamente Enumeráveis

Recursivas

Complemento

- Seja L = L(M) para alguma TM M
  - Definimos L’ como o conjunto de palavras não pertencente a L, do mesmo alfabeto
  - Assim, construímos M’, tal que L’ = L(M’)



Complemento

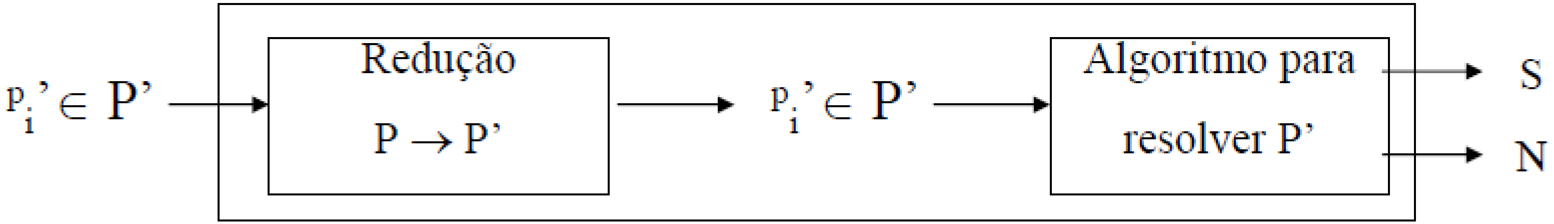
- 4 possibilidades:
  - L e L’ são ambas recursivas
  - L é RE mas não Recursiva e L’ é não-RE
  - L é Não-RE então L’ é Não-RE
  - L é Não-RE então L’ é RE mas não Recursiva

Redução de Problemas

- Problemas frequentemente podem ser transformados (reduzidos) em outros, para os quais uma solução já foi encontrada
  - Um problema de decisão P1 e redutível a P2 se existir uma MT que, a partir de uma entrada que representa uma questão pi1 de P1, produz um problema pi2 de P2 que tem a mesma resposta de pi1.

Redução de Problemas

- Exemplo



Redução de Problemas

- Primeira situação:
  - Se um problema P’ é decidível e P é redutível a P’, então P é também decidível.

Redução de Problemas

- Segunda situação:
  - Se P é não-decidível e P é redutível a P’, então P’ também é não-decidível.

Definição de Decidibilidade

- Exemplo de problema Não-RE
  - Linguagem de Diagonalização (Ld)
- Exemplo de problema RE mas não Recursivo
  - Linguagem Universal (Lu)

- Obs: Ld é o complemento de Lu

Definição de Decidibilidade

- Exemplo: PCP
  - Problema de Correspondência de Post
  - problema introduzido por Emil Post em 1946
- A entrada do problema consiste em:
  - duas listas finitas $\alpha 1, \alpha 2 \ldots \alpha n$ e $\beta 1, \beta 2 \ldots \beta n$ de palavras sobre algum alfabeto Σ tendo pelo menos 2 símbolos.

Definição de Decidibilidade

- Uma solução para esse problema é uma sequência de índices tal que: $\alpha i1\ \alpha i2\ ...\ \alpha ik = \beta i1\ \beta i2\ \beta ik$
  - Exemplo:

    $\alpha 1 = a$, $\alpha 2 = ab$, $\alpha 3 = bba$

    $\beta 1 = baa$, $\beta 2 = aa$, $\beta 3 = bb$

  - Uma solução para esse problema seria a sequência (3, 2, 3, 1):

    $\alpha 3\ \alpha 2\ \alpha 3\ \alpha 1 = bbaabbbaa = \beta 3\ \beta 2\ \beta 3\ \beta 1$

Definição de Decidibilidade

- **Teorema (Post, 1946):** Não existe algoritmo para se determinar se um dado P.C.P. tem uma solução, ou seja: **o PCP é um problema não-decidível**
- **Prova:** através de redução de problemas

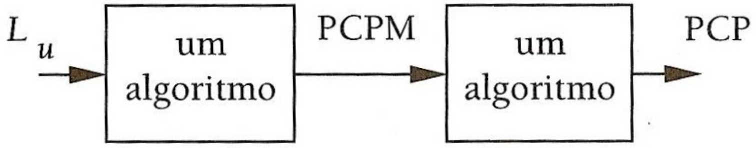


Figura 9.11: Reduções que provam a indecidibilidade do Problema da Correspondência de Post

Exercício

1. Dado o problema X, como provar (via redução de problemas) que ele é decidível?

2. Dado o problema Y, como provar (via redução de problemas) que ele não é decidível?