Autômatos de Pilha

Autômato de Pilha

- Modelo genérico de reconhecedor
  - reconhecimento de linguagens livres de contexto
- Têm o seu poder de reconhecimento estendido
  - Quando comparado ao dos autômatos finitos
- Utilização de uma memória auxiliar
  - organizada na forma de uma pilha

Pilha x Fila

Autômato de Pilha

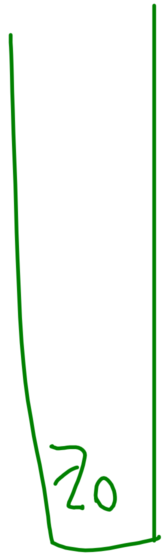
- Pilha
  - estrutura de dados
  - de capacidade ilimitada
  - armazenar, consultar e remover símbolos de um alfabeto próprio
    - denominado alfabeto de pilha
  - LIFO - “last-in-first-out”

Autômato de Pilha

- Definição formal:

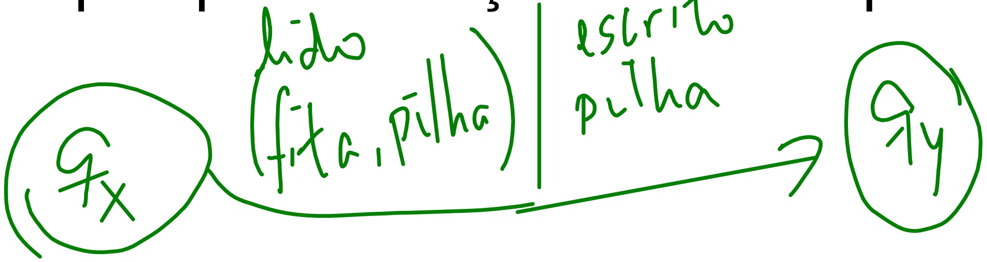
$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta , q0 , Z0 , F)$$

  - Q - é um conjunto finito de estados;
  - Σ - é um alfabeto (finito e não-vazio) de entrada;
  - Γ - é um alfabeto (finito e não-vazio) de pilha;
  - δ - é uma função de transição
  - q0 - é o estado inicial
  - Z0 - é o símbolo inicial da pilha
  - F - é o conjunto de estados finais de M



Movimentação

- Movimentação em uma dada configuração são determinadas a partir de três informações:
  - o seu estado corrente
  - o próximo símbolo presente na cadeia de entrada
  - o símbolo armazenado no topo da pilha
- Há a obrigatoriedade de se consultar o símbolo presente no topo da pilha em toda e qualquer transição efetuada pelo autômato

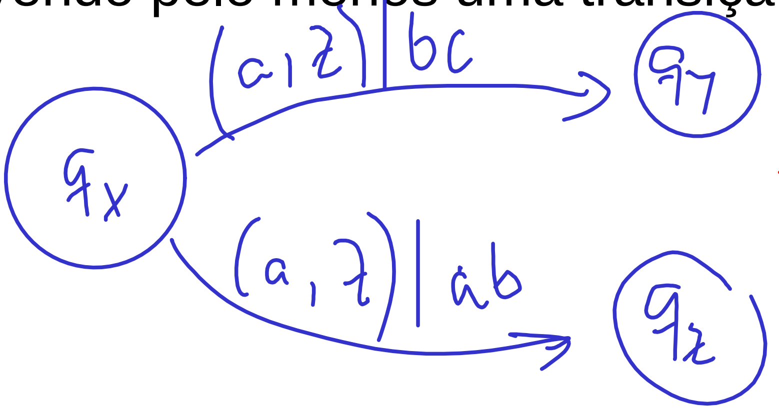


Movimentação

- Função δ composta por triplas (q, σ , γ):
  - q estado corrente, σ símbolo lido, γ símbolo da pilha
- Cada elemento δ(q, σ , γ), da função:
  - pode conter zero, um ou mais elementos
  - 0: indica que não há possibilidade de movimentação a partir da configuração considerada
  - 1: a transição é determinística
  - Mais: a transição é não-determinística

Determinismo versus Não-Determinismo

- **Determinístico**
  - Quando todas as transições de um autômato de pilha são determinísticas
- **Não-determinístico**
  - Havendo pelo menos uma transição não-determinística



$\Rightarrow$ Não Determinismo

Determinismo versus Não-Determinismo

- Os autômatos de pilha não apresentam equivalência quanto à classe de linguagens que são capazes de reconhecer

- Os autômatos de pilha determinísticos são capazes de reconhecer apenas um subconjunto das linguagens livres de contexto

APND $\not\rightarrow$ APD_{eq}

Configuração Final

- Critério de estado final ✓
  - esgotamento da cadeia de entrada e também que o autômato atinja um estado final
    - conteúdo final da pilha é irrelevante
- Critério de pilha vazia
  - esgotamento da cadeia de entrada e também que a pilha tenha sido completamente esvaziada
    - não importando que o estado atingido seja final ou não-final

Exemplos

- Critério de aceitação de sentenças:

Esvaziamento

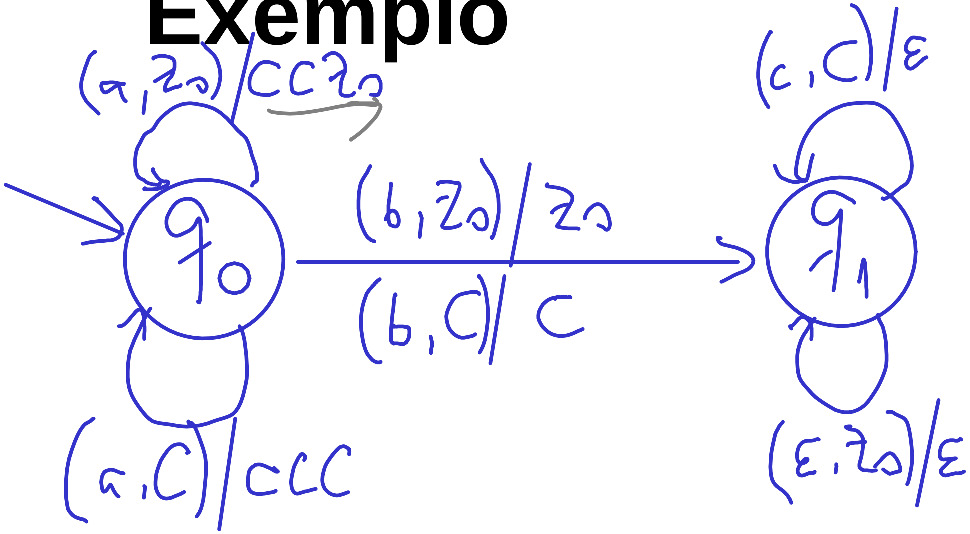
da pilha

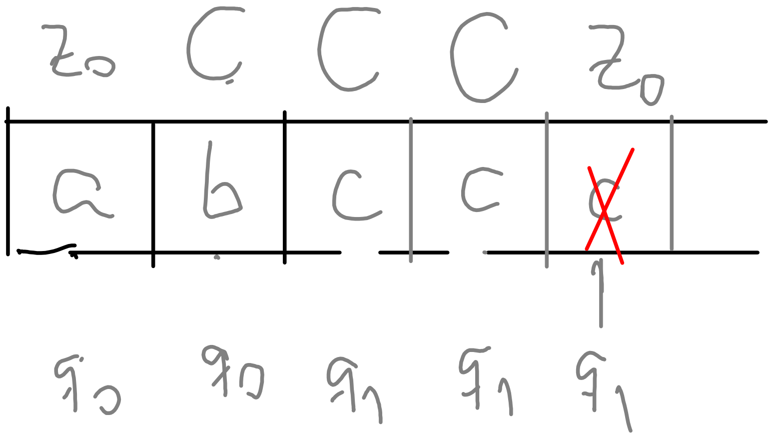
$$
\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1\} \\
\Sigma &= \{a, b, c\} \\
\Gamma &= \{Z_0, C\} \\
\delta &= \{(q_0, a, Z_0) \longrightarrow \{(q_0, CCZ_0)\}, \\
&\quad (q_0, a, C) \longrightarrow \{(q_0, CCC)\}, \\
&\quad (q_0, b, Z_0) \longrightarrow \{(q_1, Z_0)\}, \\
&\quad (q_0, b, C) \longrightarrow \{(q_1, C)\}, \\
&\quad (q_1, c, C) \longrightarrow \{(q_1, \varepsilon)\}, \\
&\quad (q_1, \varepsilon, Z_0) \longrightarrow \{(q_1, \varepsilon)\}\} \\
F &= \emptyset
\end{aligned}
$$

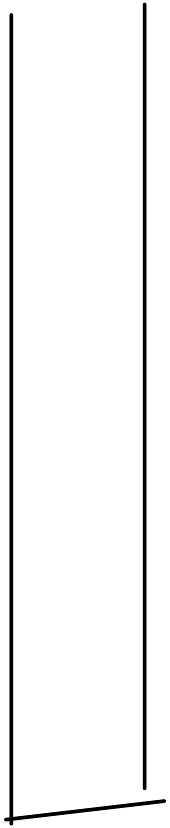
q0 → estado inicial
Z0 → símbolo inicial da pilha

Exemplo

- b
- abcc
- abccc







Exemplos

- Cadeias aceitas

Sentença: b

Movimentos: $(q_0, b, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Sentença: $abcc$

Movimentos: $(q_0, abcc, Z_0) \vdash (q_0, bcc, CCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCZ_0) \vdash (q_1, c, CZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Sentença: $aabcccc$

Movimentos: $(q_0, aabcccc, Z_0) \vdash (q_0, abcccc, CCZ_0) \vdash (q_0, bcccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, cccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCZ_0) \vdash (q_1, c, CZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, Z_0) \vdash (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

Exemplos

- Cadeia não aceitas

Sentença: $abccc$

Movimentos:
$(q_0, abccc, Z_0) \vdash (q_0, bccc, CCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCZ_0) \vdash (q_1, cc, CZ_0) \vdash (q_1, c, Z_0)$

Sentença: $aabccc$

Movimentos: $(q_0, aabccc, Z_0) \vdash (q_0, abccc, CCZ_0) \vdash (q_0, bccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, ccc, CCCCZ_0) \vdash (q_1, cc, CCCZ_0) \vdash (q_1, c, CCZ_0) \vdash (q_1, \varepsilon, CZ_0)$

Exemplos

- Critério de aceitação de sentenças:

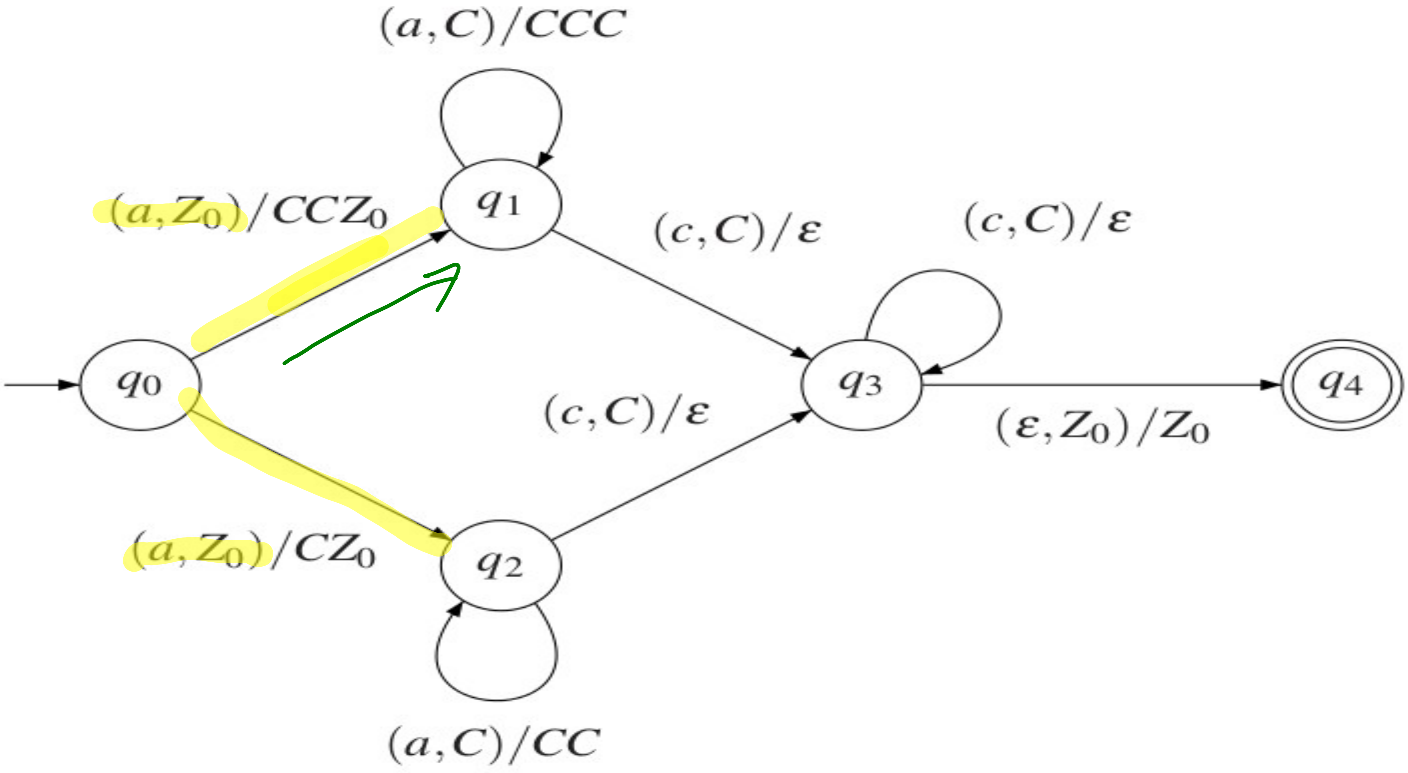
Estado Final

$$
\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\
\Sigma &= \{a, c\} \\
\Gamma &= \{Z_0, C\} \\
\delta &= \{(q_0, a, Z_0) \longrightarrow \{(q_1, CCZ_0), (q_2, CZ_0)\}, \\
&\quad (q_1, a, C) \longrightarrow \{(q_1, CCC)\}, \\
&\quad (q_1, c, C) \longrightarrow \{(q_3, \varepsilon)\}, \\
&\quad (q_2, a, C) \longrightarrow \{(q_2, CC)\}, \\
&\quad (q_2, c, C) \longrightarrow \{(q_3, \varepsilon)\}, \\
&\quad (q_3, c, C) \longrightarrow \{(q_3, \varepsilon)\}, \\
&\quad (q_3, \varepsilon, Z_0) \longrightarrow \{(q_4, Z_0)\}\} \\
F &= \{q_4\}
\end{aligned}
$$

q0 → estado inicial
Z0 → símbolo inicial da pilha

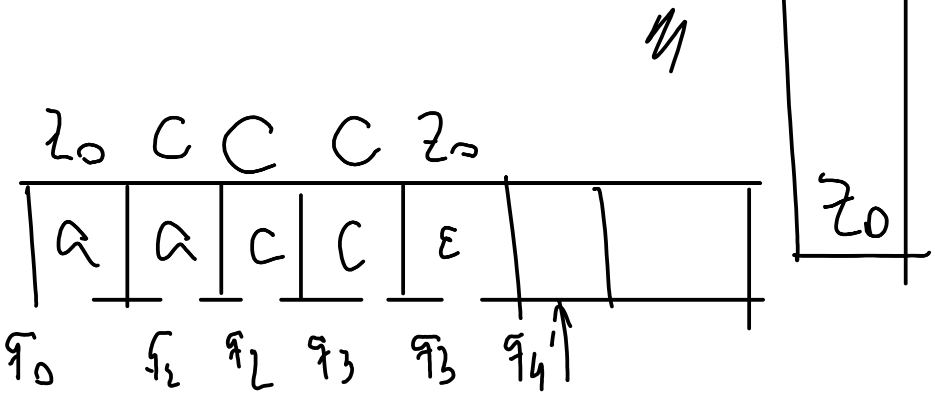
Exemplos

- Diagrama de estados



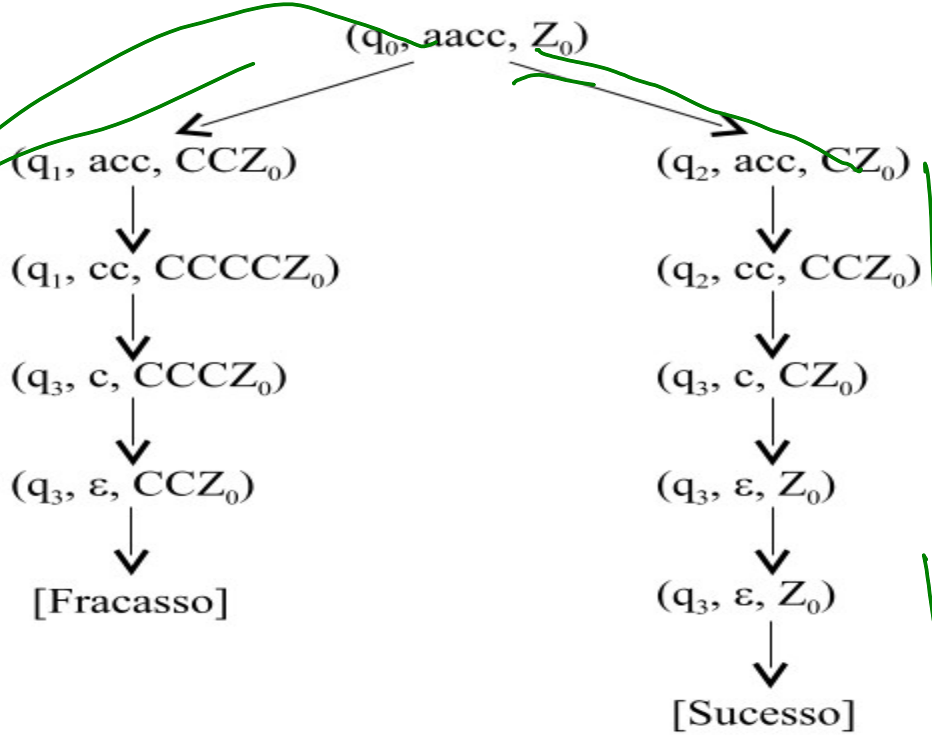
Exemplo

- aacc √



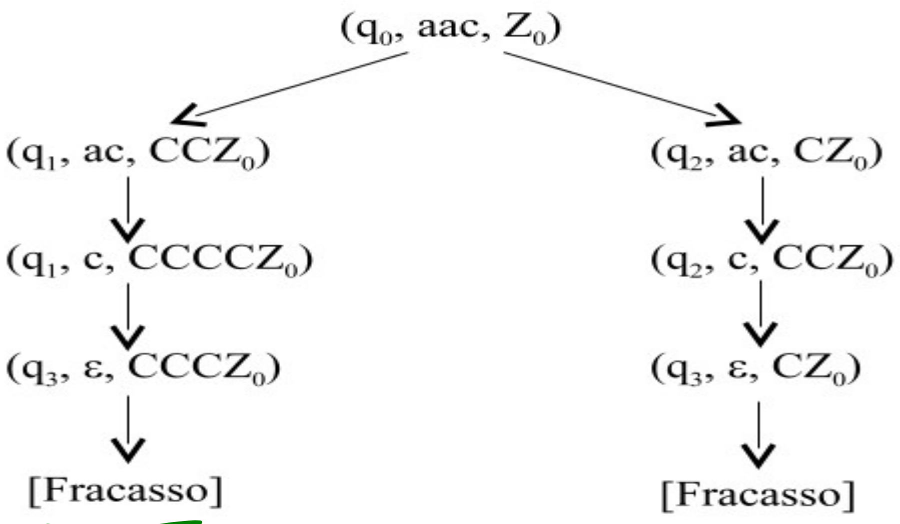
Exemplos

- Cadeia aceita:
  - Sentença: aacc



Exemplos

- Cadeia não aceita
  - Sentença: aac



Teorema

- “Seja G uma gramática livre de contexto. Então é possível definir um autômato de pilha não-determinístico M, com critério de aceitação baseado em pilha vazia, de modo que V(M) = L(G).”

Autômato de Pilha ND
reconhece
Ling. Livre de Contexto