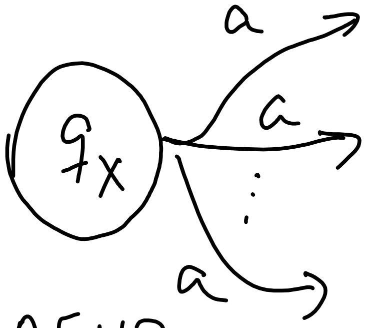



AFND

Análise Léxica

# Minimização de Estados

$$AFND \xrightarrow{Eq} AFD \xrightarrow{min} AFD_{min}$$

# Minimização de Estados

- O termo mínimo é empregado para designar um autômato finito que tenha o número mínimo possível de estados
- Existe um algoritmo que é capaz de transformar qualquer autômato finito em uma versão equivalente mínima
- O autômato finito mínimo é único para cada linguagem regular

Análise Léxica

AFND → AFD → AFDmin

# Minimização de Estados

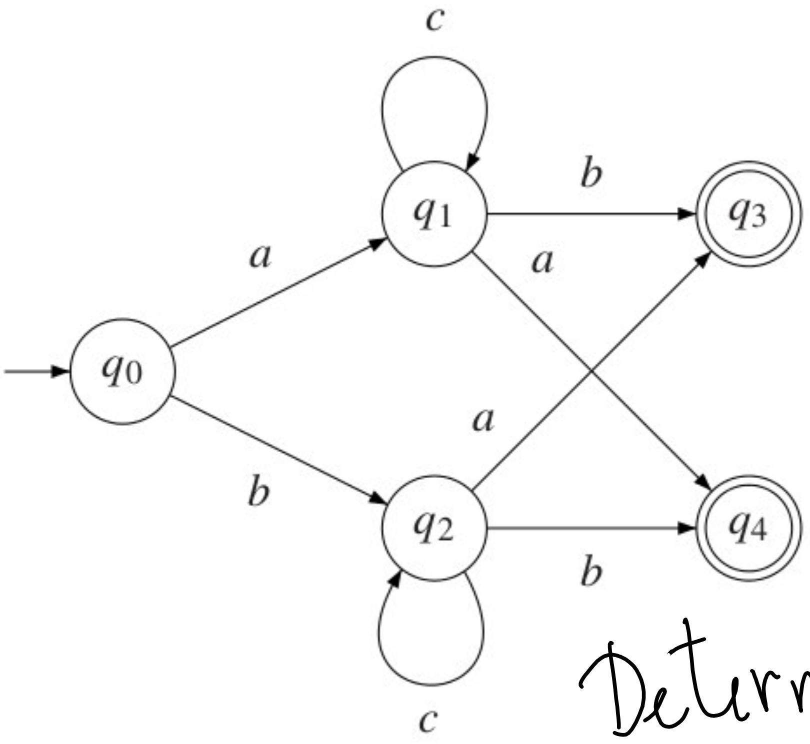
1 reg => AFD

- Exemplo

$q_3 \to \varepsilon$
$q_4 \to \varepsilon$

$q_1 \to c^*(a|b)$
$q_2 \to c^*(a|b)$

$q_0 \to (a|b)c^*(a|b)$



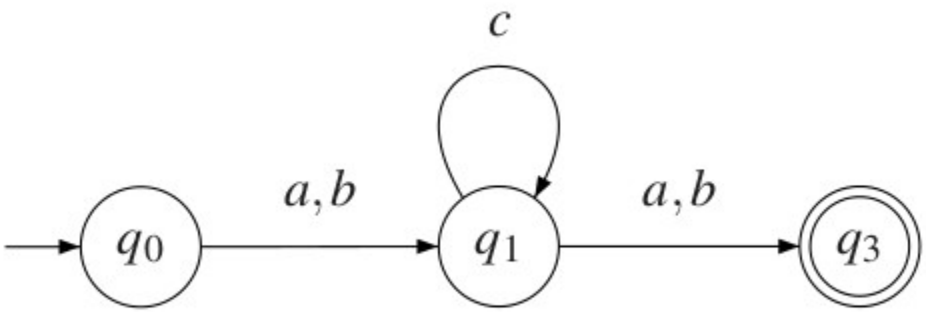

Determinístico

# Minimização de Estados

- Uma rápida inspeção visual permite concluir que:
  - $L(q_0) = (a \mid b)c^*(a \mid b)$
  - $L(q_1) = c^*(a \mid b)$
  - $L(q_2) = c^*(a \mid b)$
  - $L(q_3) = \varepsilon$
  - $L(q_4) = \varepsilon$

# Minimização de Estados

- Portanto, como L(q1) = L(q2) e L(q3) = L(q4), então q1 ≡ q2 e q3 ≡ q4 , e a versão mínima corresponde a:



# Método

- 2 passos:

  → AFND → AFD

  – Eliminam-se do autômato as transições em vazio, os não-determinismos e os estados inacessíveis

  – Criam-se classes de equivalência com base no critério da coincidência do conjunto de entradas aceitas pelos possíveis pares de estados considerados

# Método

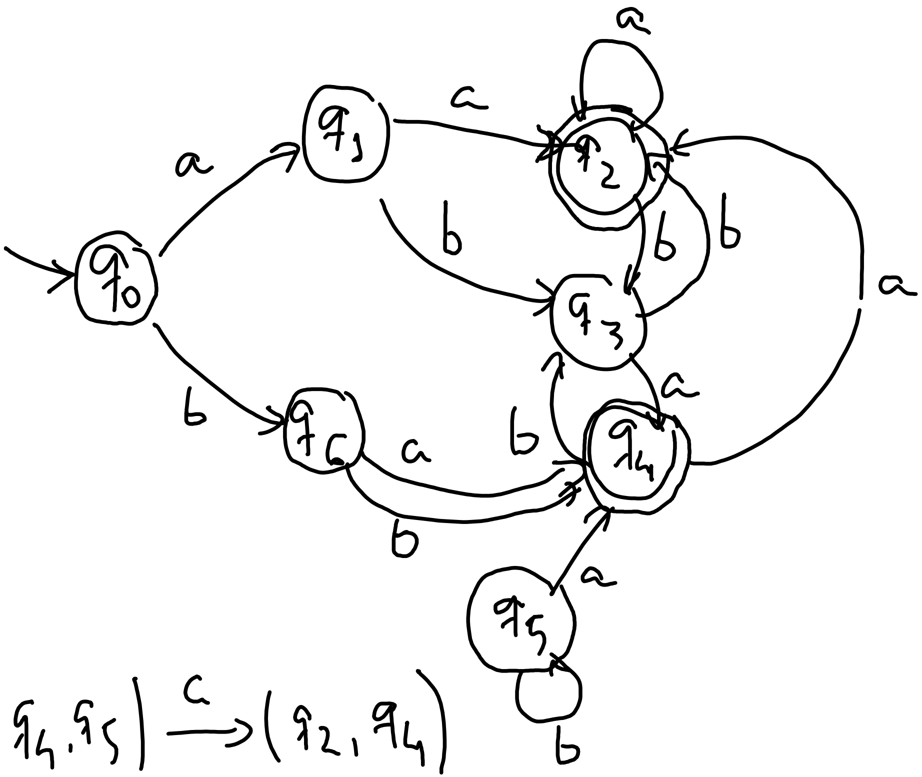
- O algoritmo é baseado na análise exaustiva de todos os possíveis pares de estados
- Representar os pares na forma de uma matriz

| | $q_1$ | $q_2$ | ... | $q_{n-1}$ | $q_n$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q_0$ | $(q_0, q_1)$ | $(q_0, q_2)$ | ... | $(q_0, q_{n-1})$ | $(q_0, q_n)$ |
| $q_1$ | | $(q_1, q_2)$ | ... | $(q_1, q_{n-1})$ | $(q_1, q_n)$ |
| ... | | | | ... | ... |
| $q_{n-2}$ | | | | $(q_{n-2}, q_{n-1})$ | $(q_{n-2}, q_n)$ |
| $q_{n-1}$ | | | | | $(q_{n-1}, q_n)$ |

# Método

- Exemplo

| | $\delta$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|---|
| $\rightarrow$ | $q_0$ | $q_1$ | $q_6$ |
| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ |
| $\leftarrow$ | $q_2$ | $q_2$ | $q_3$ |
| | $q_3$ | $q_4$ | $q_2$ |
| $\leftarrow$ | $q_4$ | $q_2$ | $q_3$ |
| $\leftarrow$ | $q_5$ | $q_4$ | $q_5$ |
| | $q_6$ | $q_4$ | $q_4$ |




$(q_4, q_5) \xrightarrow{a} (q_2, q_4)$

$(q_4, \cancel{q_5}) \xrightarrow{b} (\cancel{q_3}, q_5)$

# Método

- Estados finais 1.º passo

| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_0$ | X | X | X | X | X | X |
| $q_1$ | - | X | X | X | X | X |
| $q_2$ | - | - | X | ✓ | X | X |
| $q_3$ | - | - | - | X | X | ✓ |
| $q_4$ | - | - | - | - | X | X |
| $q_5$ | - | - | - | - | - | X |

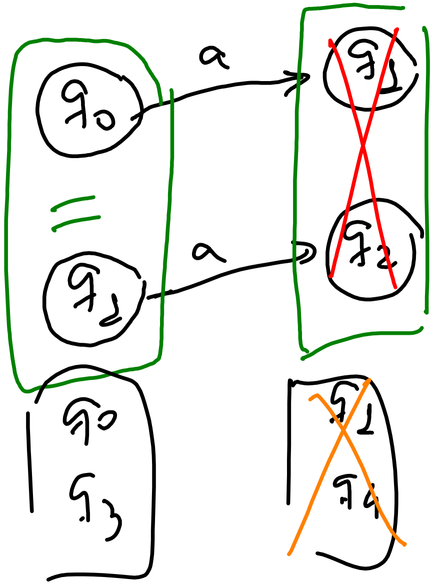
# Método

- Equivalências
  - A notação $(q_i, q_j) \xrightarrow{\sigma} (q_m, q_n)$ é usada para indicar que as duas seguintes condições são simultaneamente verificadas

$$(q_0, q_1) \xrightarrow{a} (q_1, q_2)$$

$$\equiv \qquad \equiv$$

$$(q_0, q_3) \xrightarrow{a} (q_1, q_4)$$



# Método

$(q_0, q_1) \xrightarrow{a} (q_1, q_2) \ \not\equiv$
Como $q_1$ e $q_2$ não são equivalentes (ver Tabela 42), marca-se o par $(q_0, q_1)$ como "$\not\equiv$" e torna-se desnecessária a análise das transições desses estados com a entrada $b$.

$(q_0, q_3) \xrightarrow{a} (q_1, q_4) \ \not\equiv$
Similar ao item acima. O par $(q_0, q_3)$ é marcado como "$\not\equiv$".

$(q_1, q_3) \xrightarrow{a} (q_2, q_4)$ ?
$(q_1, q_3) \xrightarrow{b} (q_3, q_2) \ \not\equiv$
Apesar de ainda não se dispor de nenhuma informação sobre o par $(q_2, q_4)$, o par $(q_3, q_2)$ já foi determinado como sendo não-equivalente (ver tabela 42). Logo, marca-se o par $(q_1, q_3)$ como "$\not\equiv$".

# Método

$(q_0, q_6) \xrightarrow{a} (q_1, q_4) \ \not\equiv$
Como $q_1$ e $q_4$ não são equivalentes (ver tabela 42), marca-se o par $(q_0, q_6)$ como "$\not\equiv$" e torna-se desnecessária a análise das transições desses estados com a entrada $b$.

$(q_1, q_6) \xrightarrow{a} (q_2, q_4)$ ?
$(q_1, q_6) \xrightarrow{b} (q_3, q_4) \ \not\equiv$
Apesar de ainda não se dispor de nenhuma informação sobre o par $(q_2, q_4)$, o par $(q_3, q_4)$ já foi determinado como sendo não-equivalente (ver tabela 42). Logo, marca-se o par $(q_1, q_6)$ como "$\not\equiv$".

# Método

$(q_3, q_6) \xrightarrow{a} (q_4, q_4) \ \equiv$
$(q_3, q_6) \xrightarrow{b} (q_2, q_4)$ ?

Neste caso, $q_3$ e $q_6$ transitam para o mesmo estado $q_4$ com a entrada $a$. Por outro lado, ainda não se dispõe de nenhuma informação sobre o par $(q_2, q_4)$. Assim, a equivalência do par $(q_3, q_6)$ fica condicionada à verificação da equivalência do par $(q_2, q_4)$. O par $(q_3, q_6)$ não recebe nenhuma marcação neste momento.

# Método

$(q_2, q_4) \xrightarrow{a} (q_2, q_2) \;\; \equiv$

$(q_2, q_4) \xrightarrow{b} (q_3, q_3) \;\; \equiv$

Os estados $q_2$ e $q_4$ transitam com as mesmas entradas para estados idênticos (com a entrada $a$ para $q_2$ e com a entrada $b$ para $q_3$). Logo, esses estados são equivalentes e o par recebe a marcação "$\equiv$" na tabela. Além disso, conclui-se que o par $(q_3, q_6)$ (ver item acima) é equivalente, e o mesmo deve ser marcado como "$\equiv$".

# Método

$(q_2, q_5) \xrightarrow{a} (q_2, q_4) \equiv$

$(q_2, q_5) \xrightarrow{b} (q_3, q_5) \not\equiv$

Apesar de o par $(q_2, q_4)$ ser equivalente (ver os dois itens anteriores), o par $(q_3, q_5)$ já foi determinado como sendo não-equivalente (ver Tabela 42). Logo, marca-se o par $(q_2, q_5)$ como "$\not\equiv$".

$(q_4, q_5) \xrightarrow{a} (q_2, q_4) \equiv$

$(q_4, q_5) \xrightarrow{b} (q_3, q_5) \not\equiv$

Similar ao item acima. O par $(q_4, q_5)$ é marcado como "$\not\equiv$".

# Método

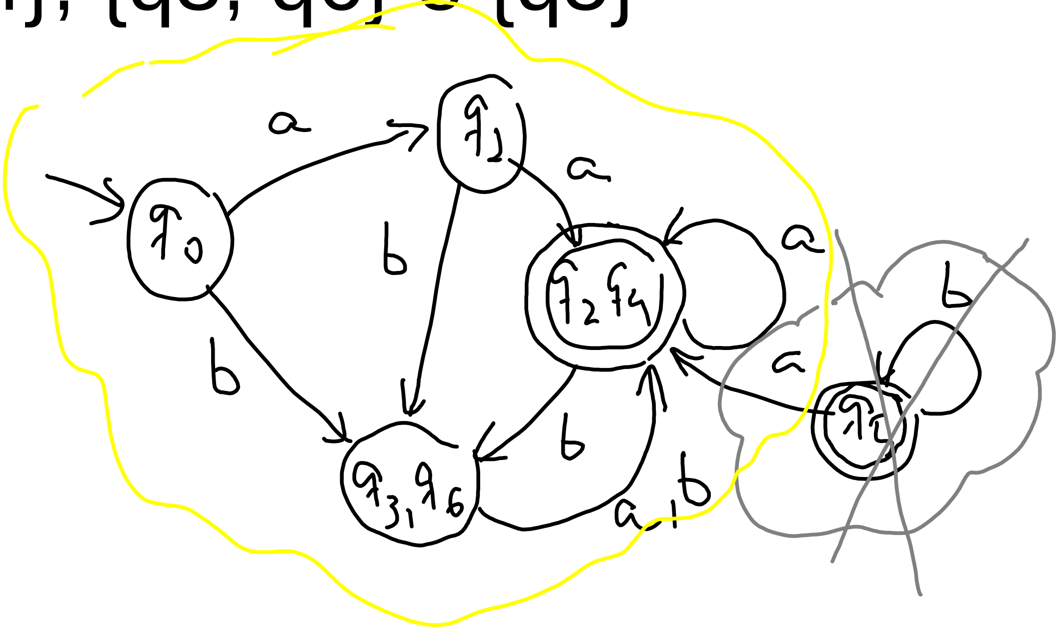
- Resultado

| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ | $q_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_0$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ |
| $q_1$ | - | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ |
| $q_2$ | - | - | $\not\equiv$ | $\equiv$ | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ |
| $q_3$ | - | - | - | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ | $\equiv$ |
| $q_4$ | - | - | - | - | $\not\equiv$ | $\not\equiv$ |
| $q_5$ | - | - | - | - | - | $\not\equiv$ |

# Método

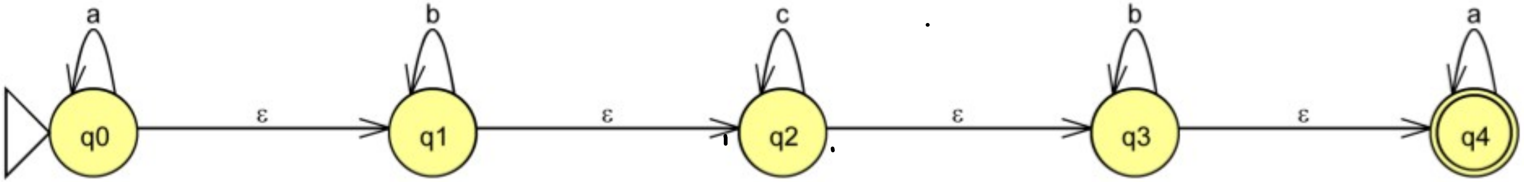
- As classes de equivalência desse autômato são: {q0}, {q1}, {q2, q4}, {q3, q6} e {q5}

| | $\delta'$ | a | b |
|---|---|---|---|
| $\rightarrow$ | $[q_0]$ | $[q_1]$ | $[q_3, q_6]$ |
| | $[q_1]$ | $[q_2, q_4]$ | $[q_3, q_6]$ |
| $\leftarrow$ | $[q_2, q_4]$ | $[q_2, q_4]$ | $[q_3, q_6]$ |
| | $[q_3, q_6]$ | $[q_2, q_4]$ | $[q_2, q_4]$ |
| $\leftarrow$ | $[q_5]$ | $[q_2, q_4]$ | $[q_5]$ |



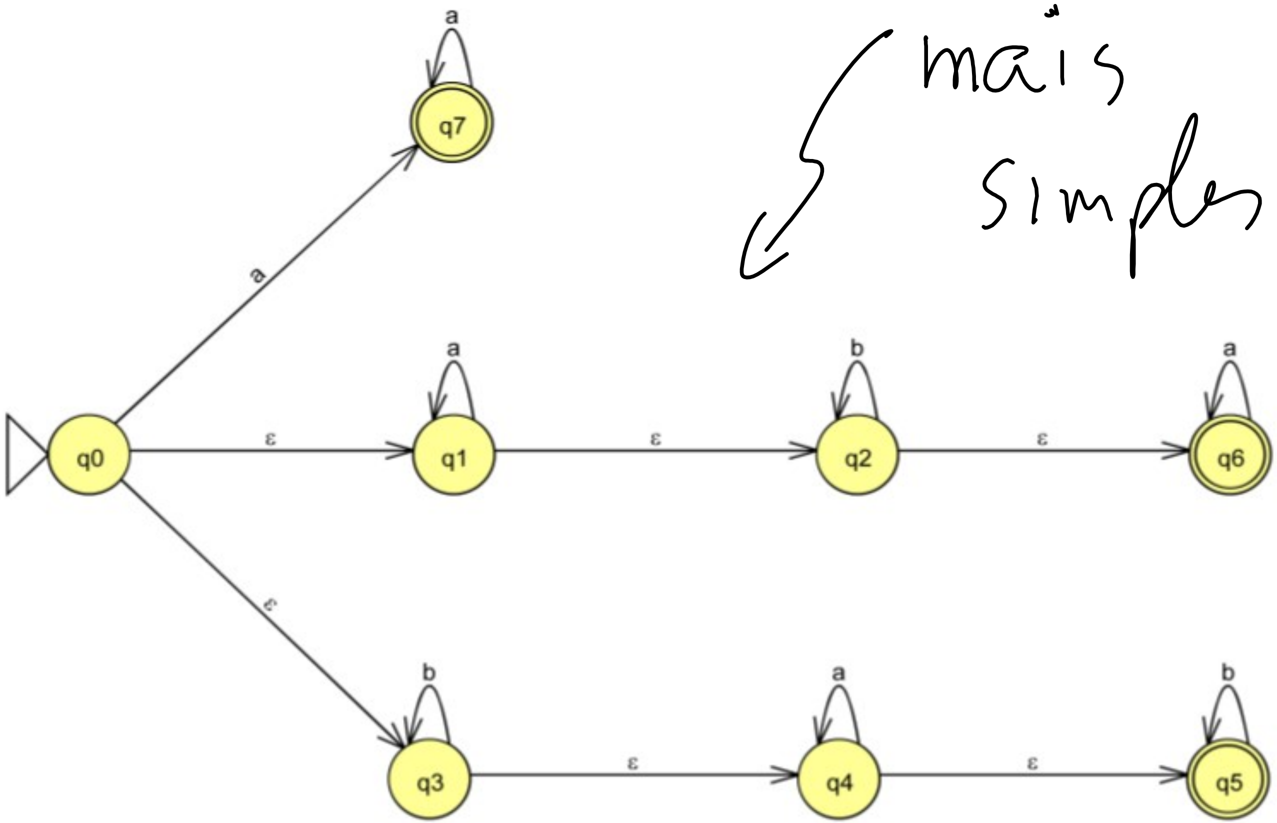
# Exercícios

- Obter o autômato finito mínimo equivalente aos seguintes autômatos:

a) 

# Exercícios

b)




mais
simples