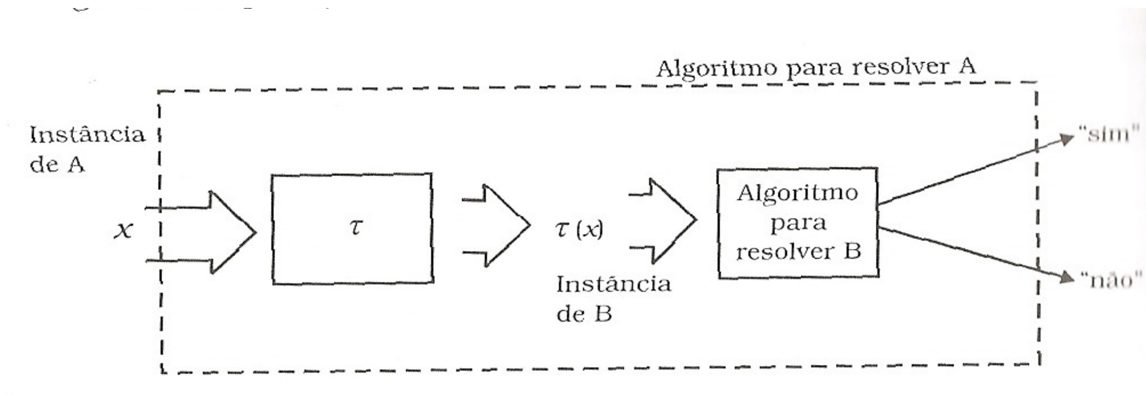
Completude NP

Reduções

- Reduções de Tempo Polinomial
  - Problemas em NP podem ser reduzidos entre eles por meio de reduções de tempo polinomial
  - Tais problemas são: NP-Completos
- Revelam afinidades entre problemas

Reduções

- τ é uma redução polinomial de A para B
  - Se τ transforma instâncias do prob. A em B, em tempo polinomial



Reduções

- Reduzir A para B
  - Evidência de que B é no mínimo mais complexo que A
  - Se B for eficientemente solúvel, A também é
  - Se A exigir um tempo exponencial, B também exigirá

Reduções

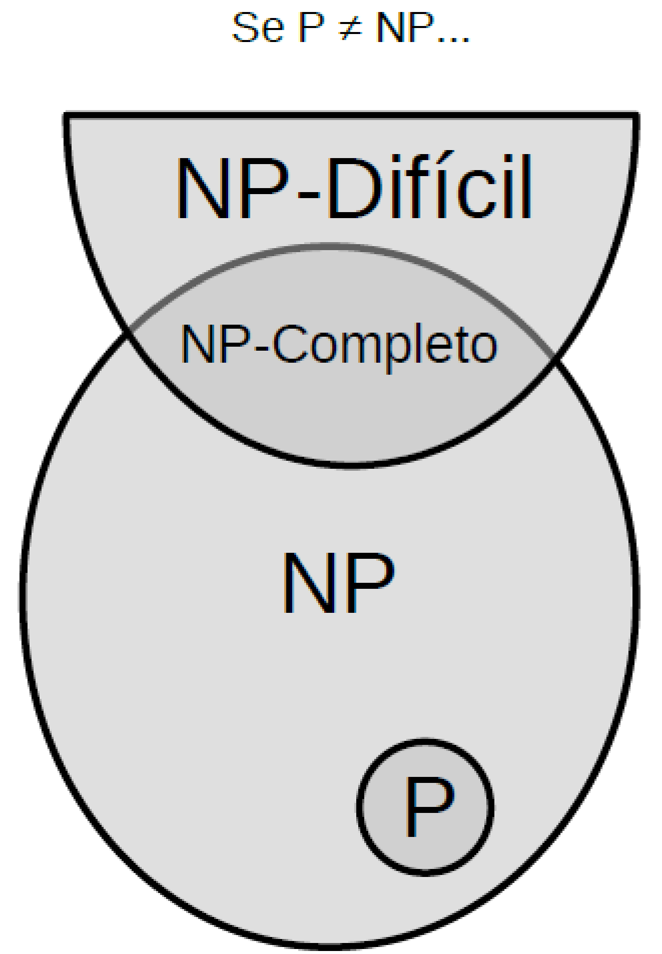
- Propriedades
  - Se $\tau 1$ é uma redução polinomial de L1 para L2, e $\tau 2$ é uma redução polinomial de L2 para L3, então a composição $\tau 1 . \tau 2$ é uma redução polinomial de L1 para L3
  - Uma linguagem é dita NP-Completa se
    - L pertence a NP
    - Se existe um L’ em NP tal que L’ possa ser reduzido polinomialmente a L

Classe NP-Difícil

- Diz-se que um problema *Y* é NP-difícil se, para todo problema *X* em NP, existe redução polinomial de *X* para *Y*
  - Um problema NP-Difícil é pelo menos tão difícil quanto qualquer problema em NP

Reduções

- Conjunto de problemas
  - P
  - NP
  - NP-Completo
  - NP-Difícil



Exemplo

- Satisfatibilidade
  - Dada uma fórmula booleana,nas variáveis $x1, \ldots, xn$, existe uma atribuição $t : \{x1, \ldots, xn\}$ que a torna verdadeira?

- $\Phi = (x1) \wedge (-x1 \vee -x2 \vee x3) \wedge (-x3)$.
  - Se $t(x1)$ = VERDADE, $t(x2)$ = FALSO, $t(x3)$ = FALSO, então $t(\Phi)$ = VERDADE

Exemplo

- Sistemas Lineares 0-1
  - Dadas uma matriz A e um vetor b, $Ax >= b$

    possui uma solução tal que $x_i = 0$ ou $x_i = 1$ para todo i?

    $x_1 >= 1$

    $- x_1 - x_2 + x_3 >= -1$

    $- x_3 >= 0$
  - tem uma solução 0-1?
    - Sim! $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ e $x_3 = 0$ é solução.

Exemplo

- Redução:
  - A transformação T recebe uma fórmula booleana e devolve um sistema linear Ax >=b tal que é satisfatível se e somente se o sistema Ax >= b admite uma solução 0-1

  $\Phi = (x1) \wedge (-x1 \vee -x2 \vee x3) \wedge (-x3)$

  $$x1 >= 1$$

  $$(1 - x1) + (1 - x2) + x3 >= 1$$

  $$(1 - x3) >= 0$$