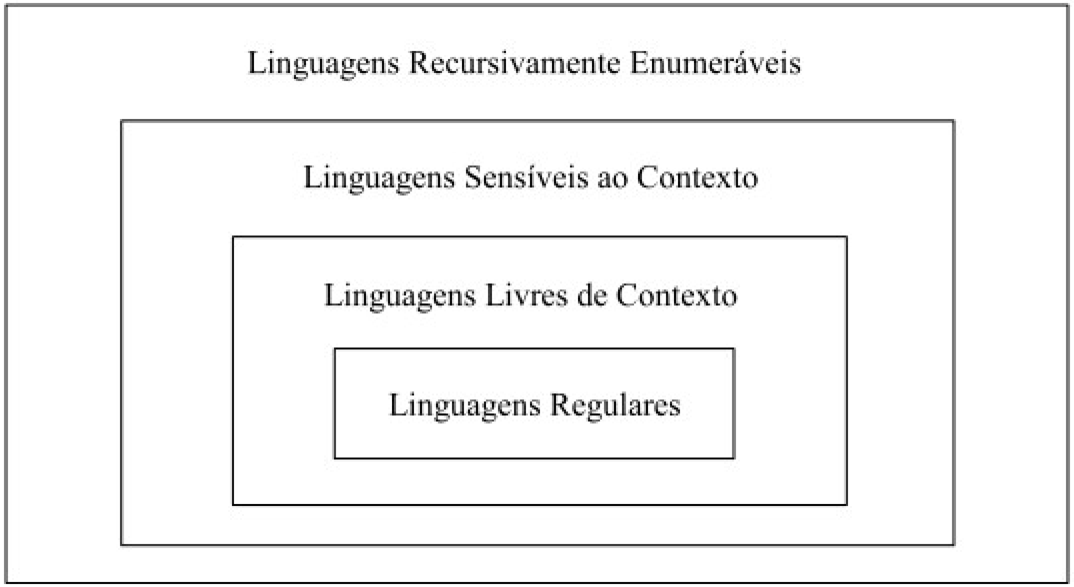
Máquina de Turing

Introdução

- Teoria de problemas indecidíveis
  - Estabelecer a existência de tais problemas
  - Orientação sobre o que pode ou não ser realizado através da programação
- Indecidível x intratável
  - Indecidível: raramente tentados na prática
  - Intratável: enfrentados todos os dias
- Como decidir se é indecidível/intratável?

Introdução

Hierarquia de Chomsky



Introdução

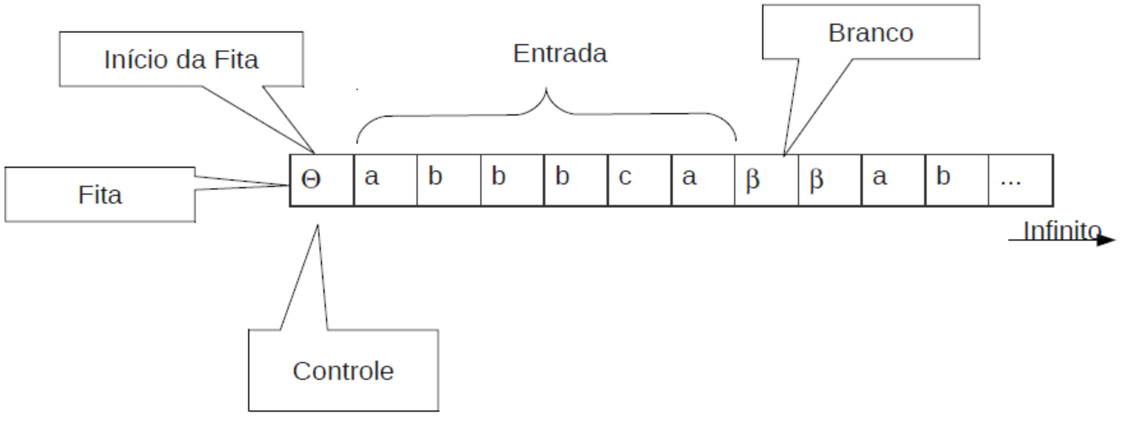
Tipo	Classe de linguagens	Modelo de gramática	Modelo de reconhecedor
0	Recursivamente enumeráveis	Irrestrita	Máquina de Turing
1	Sensíveis ao contexto	Sensível ao contexto	Máquina de Turing com fita limitada
2	Livres de contexto	Livre de contexto	Autômato de pilha
3	Regulares	Linear (direita ou esquerda)	Autômato finito

Máquina de Turing

- Dispositivo teórico conhecido como *máquina universal*
  - concebido pelo matemático britânico Alan Turing (1936)
  - modelo abstrato de um computador
  - restringe apenas aos aspectos lógicos do seu funcionamento
    - memória, estados e transições

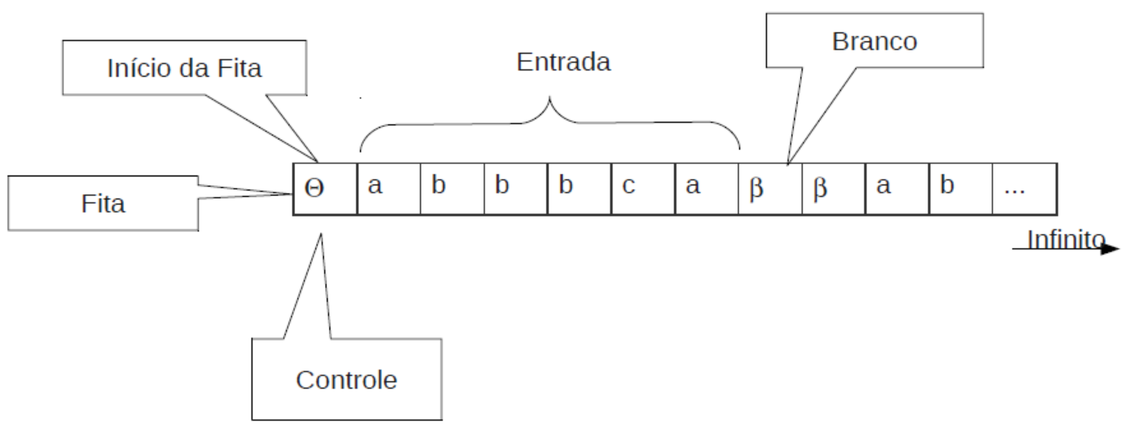
Máquina de Turing

- Essencialmente um autômato finito
  - Fita dividida em quadrados ou células
  - Cada célula pode ter um símbolo
    - De um conjunto finito de símbolos
  - Controle finito



Máquina de Turing

- Inicialmente possui uma entrada
  - String de comprimento finito
- Outras células da fita contêm um símbolo *branco*



Máquina de Turing

- Movimento da máquina de Turing
  - É uma função do estado do controle e do símbolo lido
- Ações:
  - Mudará de estado (podendo permanecer)
  - Gravará um símbolo na célula varrida.
  - Movimentará a cabeça da fita p/ a esquerda ou p/ a direita (não pode ficar estacionária)

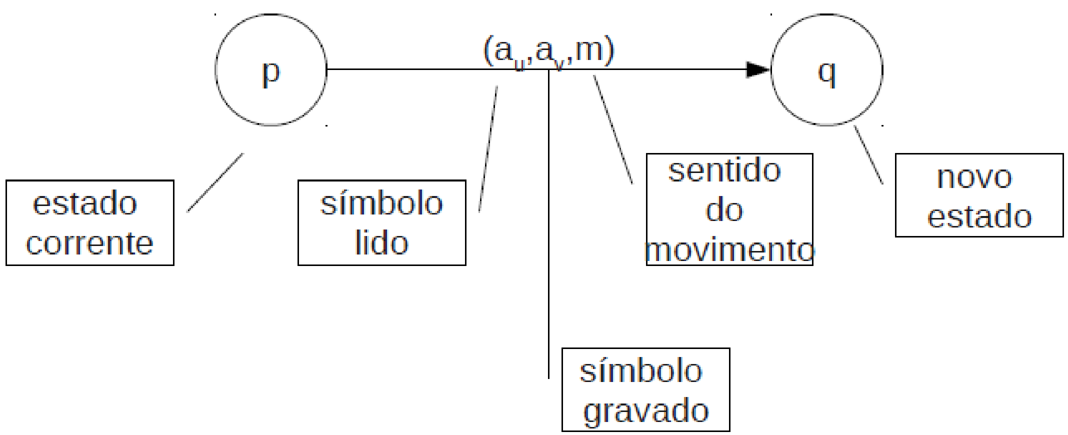
Definição Formal

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, s, b, F, \delta)$$

- Q = é um conjunto finito de estados
- Σ = é um alfabeto finito de símbolos
- Γ = é o alfabeto da fita (conjunto finito de símbolos)
- $s \in Q$ = é o estado inicial
- $b \in \Gamma$ = é o símbolo branco
- $F \subseteq Q$ = é o conjunto dos estados finais
- $\delta : Q \times \Gamma$ => $Q \times \Gamma \times \{\leftarrow, \rightarrow\}$ é a função programa ou de transição

Função Programa

- Pode ser interpretada como um grafo direcionado



- Base para descrição de um diagrama de transição

Função Programa

- Exemplo 1:
  - Dada a função programa a seguir:

$$\delta(q_0,a) = (q_1,d,R).$$

- estando em q0, lendo o símbolo a da fita, então troca a por d, vai uma casa para a direita e vai para o estado q1

Exemplo 2

- Dada a Máquina de Turing a seguir:

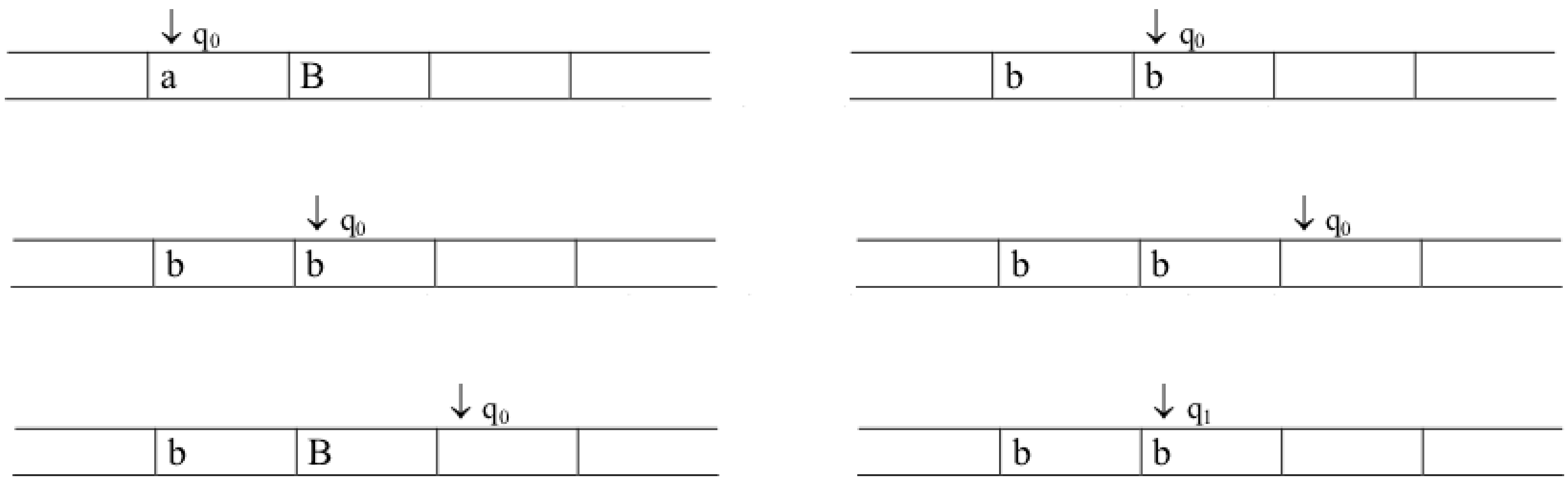
$$M = (\{q_0, q_1\},\ \{a,b\},\ \{a,b,\square\},\ \delta,\ q_0,\ \{q_1\})$$

  - Com a seguinte função programa:

$$\begin{aligned}
&\delta(q_0,a) = (q_0,b,R),\\
&\delta(q_0,b) = (q_0,b,R),\\
&\delta(q_0,\square) = (q_1,\square,L).
\end{aligned}$$

Exemplo 2

- Simulação da Máquina para o exemplo:



Reconhecedores

- Uma linguagem aceita ou reconhecida por uma Máquina de Turing é dada pela definição abaixo:

Seja uma Máquina de Turing $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$,
então a linguagem reconhecida por M é:

$$L(M) = \{ w \in \Sigma^+ : q_0w \vdash^* x_1q_fx_2 \text{ para algum } q_f \in F \text{ e } x_1, x_2 \in \Gamma^* \}$$

Reconhecedores

- Exemplo:

Para $\Sigma = \{0,1\}$, a Máquina de Turing que aceita a linguagem denotada pela Expressão Regular ER = 0* pode ser definida como:

$M = (\{q_0,q_1\}, \{0\}, \{0,\square\}, \delta, q_0, \{q_1\})$ com
$\delta(q_0,0) = (q_0,0,R)$ e
$\delta(q_0, \square) = (q_1,\square,R)$.

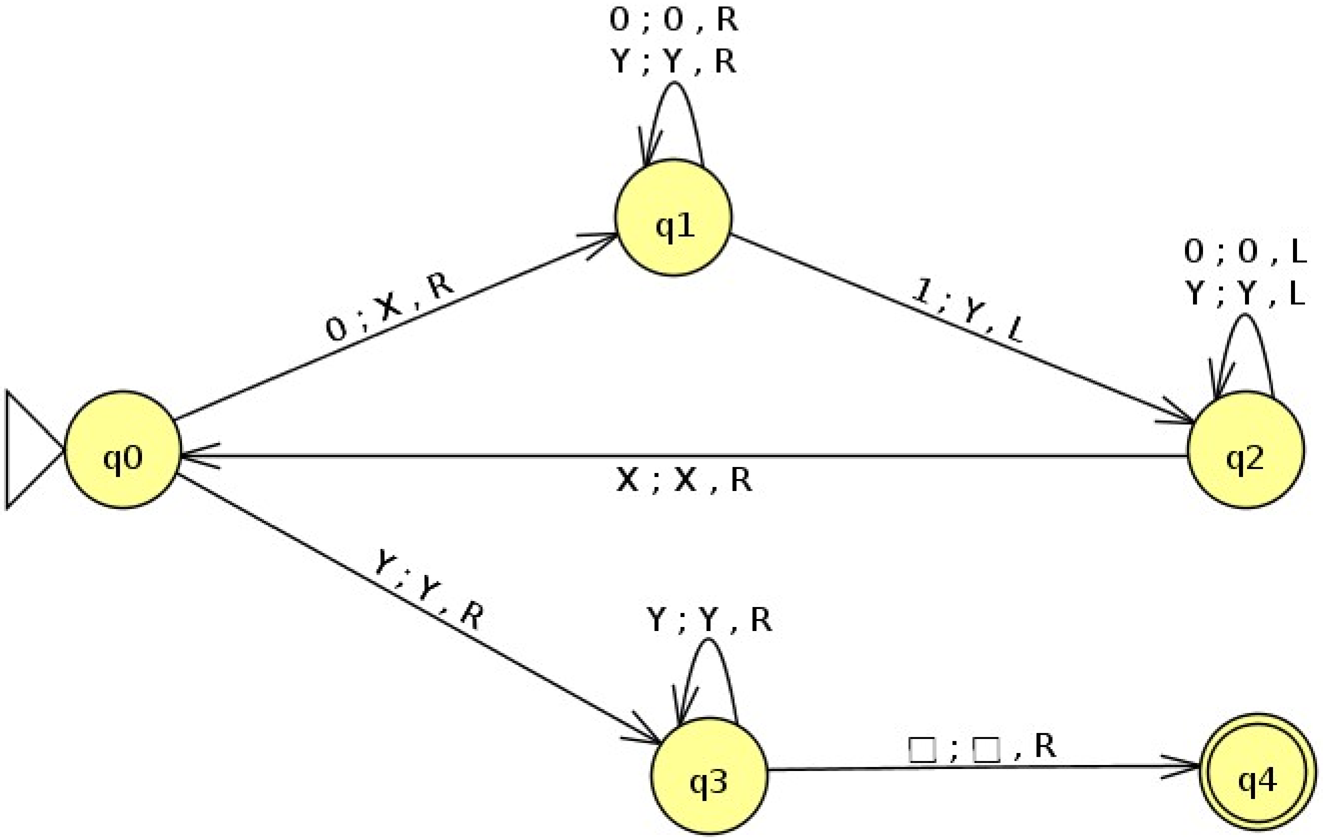
Reconhecedores

Para a linguagem: L = $\{0^n 1^n \mid n >= 1\}$

Estratégia: Trocar 0 por X e 1 por Y

- troca 0 por X e vai pra direita, ignorando 0s e Ys até encontrar 1
- troca 1 por Y e vai pra esquerda, ignorando Ys e 0s até encontrar o X
- procura 0 a direita e troca por X, repetindo o processo.

Reconhecedores



Transdutores

Exemplo: MT que calcule x + y.

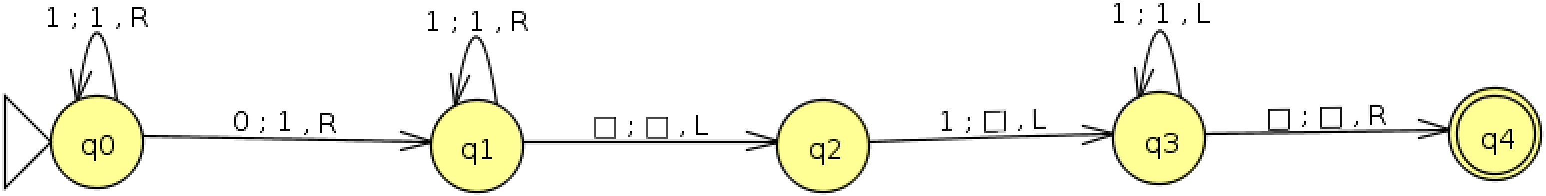
$x = |z(x)|$ com $z(x) \in \{1\}^*$

Ou seja: o número será representado pela quantidade de dígitos 1 (ex: 3 = 111)

Entrada: seja 5 + 3, então w = 111110111

Saída: 11111111 (8)

Transdutores



Exercício

Reconhecedor: $L = \{0^n 1^{2n} \mid n>=1\}$