

אלגברה לינארית ב, אוניברסיטת חיפה

סמסטר א, תשפ"ג

מתרגלת סלאם שלאעטה

תרגיל בית 5

תרגיל 1 :

$$B\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}\right) = x_1 y_1 + 2x_1 y_2 - x_2 y_1 + x_2 y_2 \text{ ע"י } B: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

א. הוכיחו ש-B היא תבנית בילינארית.

ב. האם B סימטרית.

ג. מצאו מטריצה מייצגת של B לפי בסיס סטנדרטי.

ד. מצאו מטריצה מייצגת של B לפי בסיס  $\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$

תרגיל 2 :

א. עבור אילו ערכים של פרמטר  $c \in \mathbb{R}$  התבנית הריבועית

$$Q(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + x_2^2 + cx_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$$

מוגדרת חיובית?

ב. עבור  $c = 1$  הציגו את Q בצורה סטנדרטית  $(\pm x_1^2 \pm x_2^2 \pm x_3^2)$  על ידי בחירת בסיס מתאים.

תרגיל 3 :

נתונה  $B: V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  תבנית בילינארית סימטרית, כאשר  $V = \mathbb{R}^3$  ותהי Q התבנית הריבועית המתאימה לה, הציגו את Q לצורה סטנדרטית כאשר:

א.

$$Q\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = xy + yz$$

$$Q(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{j < i} x_i x_j \quad \text{ב.}$$

תרגיל 4 :

א. תהי  $A = (a_{i,j})_{i,j=1}^n$  מטריצה מייצגת תבנית בילינארית סימטרית חיובית. הוכיחו כי:

$$a_{11}a_{nn} > a_{n1}a_{1n}$$

$$\text{ב. } \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{15} \\ a_{31} & a_{33} & a_{35} \\ a_{51} & a_{53} & a_{55} \end{pmatrix} > 0$$