TELECOMMUNICATIONS

PROJET SIGNAL

RAPPORT

Rapport Projet Signal

Etudiants :
Rayan Ben Jemaa
(rbenjemaa@enseirb.fr)
Alexandre Baudry
(abaudry10@enseirb.fr)

Professeurs :
Eric Grivel
eric.grivel@enseirb-matmeca.fr

Janvier 2022

Table des matières

1 Introduction

Le traitement de signal joue un rôle très important dans de nombreux domaines de la vie courante. L'un des aspects que nous avons pu exploiter en première année est celui du traitement de signaux biomédicaux.

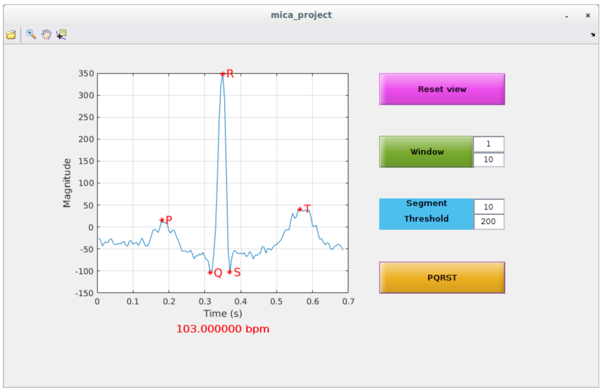

FIGURE 1 – Interface du Projet MICA de première année

Nous avons pu dans ce projet aborder l'une des nombreuses applications du traitement de signal via l'implémentation d'une interface Matlab pour un analyste cardiaque.

Dans ce projet de deuxième année de télécommunication, on s'intéresse également à la caractérisation de signaux, cependant cette fois-ci les signaux étudiés ne seront pas uniquement des signaux de types ECG. Afin de caractériser ces signaux on s'intéresse à l'extraction de signatures (features). En effet, celles-ci jouent un rôle clef dans la caractérisation d'un signal. En poussant notre projet plus loin, l'extraction de ces marqueurs pourrait mener à des approches de machine learning. La signature qu'on se propose d'étudier dans ce projet est la puissance véhiculée par un signal entre certaines bandes de fréquences. Pour déterminer la puissance véhiculée par le signal plusieurs méthodes sont possibles. Nous commencerons par une approche via la **fft (Fast Fourrier Transform)** en étudiant tous ses paramètres. Nous estimerons ensuite cette puissance véhiculée par la **méthode de Capon** et pour finir nous étudieront **l'influence d'un bruit blanc additif**.

2 Théorie et pratique

2.1 Approche par fft

Dans cette section nous allons nous intéresser au calcul de la puissance de notre signal dans une bande de fréquence via la transformée de Fourier rapide. Pour cela 3 approches sont possibles :

-Le spectre de puissance.

-Le périodogramme de Welch.

-Le périodogramme de Daniel.

2.1.1 Le spectre de puissance

Le spectre de puissance décrit la distribution de la puissance en composantes fréquentielles composant un signal. Pour l'obtenir, nous nous sommes basés sur le Théorème de Wiener-Khintchine qui nous permet de retrouver le spectre de puissance à partir de la transformée de Fourier du signal ou de la fonction d'autocorrélation. Nous avons utilisé la transformée de Fourier et calculé le spectre de puissance de la façon suivante :

```
FFT = fftshift(abs(fft(sig,Nfft)));
DSP_Weiner = abs(FFT.^2);
```

Par défaut la fonction fft() de Matlab utilise le zero padding, le zero padding consiste à ajouter des zéros à la fin d'un signal pour obtenir une longueur qui correspond à une puissance de 2 afin de pouvoir appliquer la FFT(Fast Fourrier Transform). Cette méthode est utilisée pour une meilleure visualisation et des performances meilleures. Cependant si l'on veut laisser la liberté à l'utilisateur de notre interface la possibilité de choisir ou non la présence de zéro padding il est possible de tronquer le signal dont on cherche à calculer la puissance afin que sa taille corresponde à une puissance de 2, ainsi la fonction fft() de Matlab ne fera pas intervenir de zero padding. Il est alors possible d'utiliser un fenêtrage rectangulaire qui permet de tronquer un signal. Ce fenêtrage rectangulaire est également intéressant pour calculer la puissance dans une bande de fréquence, puisqu'il suffira de tronquer le spectre de puissance entre les fréquences voulues et d'en calculer l'air sous la courbe.

2.1.2 Le périodogramme de Welch

Le périodogramme est une méthode d'estimation de la densité spectrale de puissance d'un signal. La méthode directe de calcul du périodogramme utilise la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal. A ne pas confondre avec le spectrogramme qui est un diagramme associant à chaque instant t d'un signal, son spectre de fréquence. La façon la plus courante de calculer des spectrogrammes est de choisir un certain nombre de temps t_i et de calculer leur spectre de fréquence sur une fenêtre s'étendant de $t_i - \frac{w}{2}$ à $t_i + \frac{w}{2}$ où w est la taille de la fenêtre.

Pour cette estimation de la densité spectrale de puissance nous nous sommes proposés d'implémenter notre propre version de la fonction $Welch()$ de Matlab afin de mieux comprendre son fonctionnement.

```
function [y,f]=Mon_Welch(x,NFFT,Fe)
%% Fonction calculant une estimation de la densite spectrale de puissance,
%% celle ci est impl mentee afin de comprendre veritablement le
%% fonctionnement de la fonction welch() de Matlab.
%% La fonction implementee se base donc sur le principe du periodogramme de
%% Welch decrit dans le rapport, et fait ici intervenir la notion de
%% recouvrement du signal choisi de 66%.
```

Cette méthode de calcul de la DSP consiste à diviser notre signal en sous-échantillons de signaux de taille $NFFT$. Pour obtenir ces échantillons, on parcourt notre signal en conservant 2/3 des valeurs de l'échantillon précédent. Le schéma explicatif est donné ci-dessous.

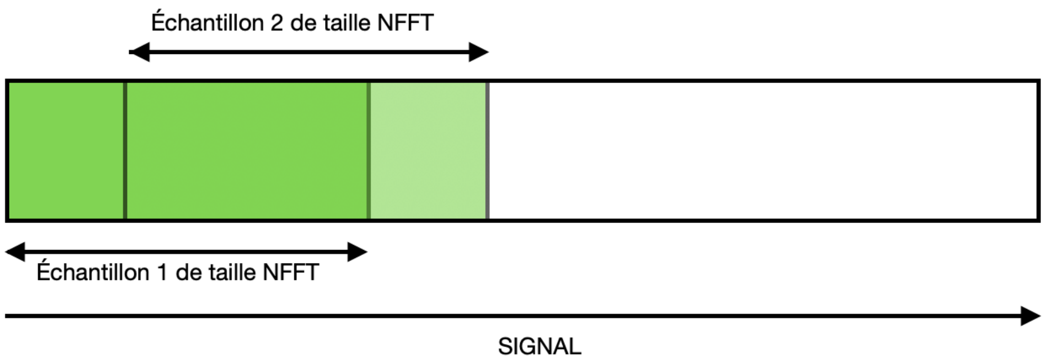

FIGURE 2 – Schéma explicatif du principe de recouvrement

Une fois tous nos échantillons stockés dans une matrice de taille NFFT*N_e avec N_e le nombre total d'échantillons. La transformée de Fourier rapide (fft) est appliquée à chacun des échantillons. Puis ces échantillons sont passés au module au carré (Wiener–Khinchin). Enfin on fait la moyenne par colonne de chacun des échantillons finaux obtenus. D'où le nom de périodogramme moyenné.

2.1.3 Le périodogramme de Daniel

Pour ce qui est du périodogramme de Daniel on commence dans ce cas ci par calculer le module au carré de la transformée de Fourier de notre signal complet. Puis on choisit une taille de fenêtre (appelée fenêtre glissante) qui va parcourir notre liste et faire la moyenne des valeurs comprises dans cette fenêtre. Le schéma explicatif est donné ci dessous pour une fenêtre de taille 5 :

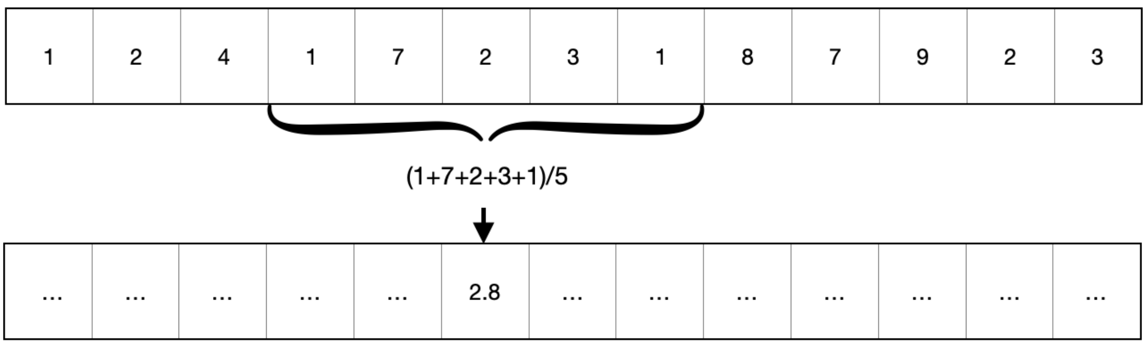

FIGURE 3 – Schéma explicatif du lissage

C'est pour cette raison que l'on parle de périodogramme lissé puisque celui ci vient "lisser" les valeurs en prenant la moyenne des valeurs comprises dans la fenêtre.

2.2 Calcul de la puissance

Une fois le spectre de puissance obtenue où la DSP estimée à partir des périodogrammes on peut alors calculer la puissance véhiculée par notre signal. Pour cela il faut calculer l'air sous la courbe entre les fréquences d'intérêt f_{min} et f_{max}.Pour cela deux méthodes sont possibles :
-La méthode des rectangles
-La méthode des trapèzes
Nous avons donc implémenté deux fonctions de calcul de l'air sous une courbe entre deux fréquences :

```
function P=rectangles(DSP,pas,fmin,fmax)
```

```
function P=trapezes(DSP,pas,fmin,fmax)
```

La méthode des rectangles correspond à la somme des aires des rectangles de hauteur DSP[pas*i] et de largeur "pas" où i est le i^{eme} rectangle. Pour plus de précision on privilégie la méthode des trapèzes qui calcule la somme des aires des trapèzes suivante :

$$pas\frac{(DSP[pas*i] + DSP[pas*(i+1)])}{2}$$

Néanmoins cette méthode de calcul de la puissance à partir du spectre de puissance ou bien des deux periodogrammes (Welch et Daniel) ne convient pas à des signaux non stationnaires. En effet la transformée de Fourier (que l'on utilise dans chaque méthode) n'est pas adaptée à des signaux dont la fréquence varie au cours du temps. Pour un signal dont la fréquence varie au cours du temps, il pourrait être intéressant d'appliquer nos méthodes sur plusieurs portions de ce signal sur lesquelles la fréquence constante et se placer ainsi dans un contexte de quasi-stationnarité.

2.3 Approche par méthode de Capon

Dans cette partie, nous allons déterminer la puissance d'un signal à l'aide de la méthode de Capon. En effet, en utilisant un filtre causal très sélectif en fréquence, cette méthode permet d'avoir une expression de la puissance instantanée en balayant chaque fréquence d'un signal.

Soit la réponse impulsionnelle du filtre définie à partir des coefficients $h(k)_{k=0,..N-1}$. Nous savons que la sortie d'un filtre peut s'écrire telle que :

$$y(t) = h * x(t)$$

Cela peut donc s'écrire à l'aide d'une somme discrète tel que :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$

Cette somme peut être décomposée comme un produit scalaire entre deux vecteurs :

$$y(n) = \langle h, x \rangle = H.X^H$$

avec $H = [h(0), ..., h(N-1)]$ et $X = [x(0), ..., x(N-1)]^H$

Une fois cette écriture obtenue, nous avons cherché à obtenir une expression de la puissance instantanée du signal de sortie.

$$E[|y(n)|^2] = E[|H.X^H|^2] = E[(H.X^H).(H.X^H)^H] = E[H.X^H.X.H^H]$$

Or les coefficients du filtre ne sont pas aléatoires on obtient donc :

$$E[|y(n)|^2] = H.E[X.X^H].H^H = H.R_X.H^H \quad (1)$$

De plus, on peut exprimer la transformée de Fourier de h tel que :

$$H(f) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)e^{-j2\pi kf/fech}$$

En notant $a(f) = [1...exp(-j2\pi(N-1)f/fech)]^T$. On obtient la relation suivante :

$$H(f) = \langle H, a(f) \rangle$$

Cependant, la méthode de Capon utilise un filtre causal très sélectif en fréquence de gain égal à 1 à la fréquence d'intérêt. On a donc $H.a(f) = 1$ pour une fréquence donnée.

Cette contrainte nous permet de minimiser la puissance instantanée à l'aide des multiplicateurs de Lagrange.

$$L(H, \lambda) = H.R_X.H^H - \lambda(H.a(f) - 1)$$

On cherche à annuler le gradient du lagrangien :

$$\frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial H} = 2H.R_X - \lambda a(f) \Leftrightarrow 0 = 2H.R_X - \lambda a(f)$$

On obtient l'expression :

$$H = \frac{\lambda.a(f).R_X^{-1}}{2} \quad (2)$$

On remarque qu'en multipliant par a(f) des deux côtés on peut faire apparaître la contrainte $H.a(f) = 1$.

On obtient :

$$1 = \frac{\lambda.a(f).R_X^{-1}}{2}a(f) \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{a(f)R_X^{-1}a(f)}$$

En remplaçant cette expression dans l'équation (2) on retrouve une expression qui nous permet de retrouver les coefficients du filtre.

$$H = \frac{R_X^{-1} a(f)}{a(f) R_X^{-1} a(f)}$$

Une fois les coefficients du filtre trouvés nous pouvons à l'aide de l'équation (1) obtenir une expression de la puissance instantanée du signal de sortie.

Voici ci dessous une représentation des courbes obtenues selon les différentes méthodes décrites précédemment pour un signal issu d'une chaîne de communication numérique dont nous avions préalablement calculé la DSP théorique afin de pouvoir la comparer à celle obtenue par nos estimateurs :

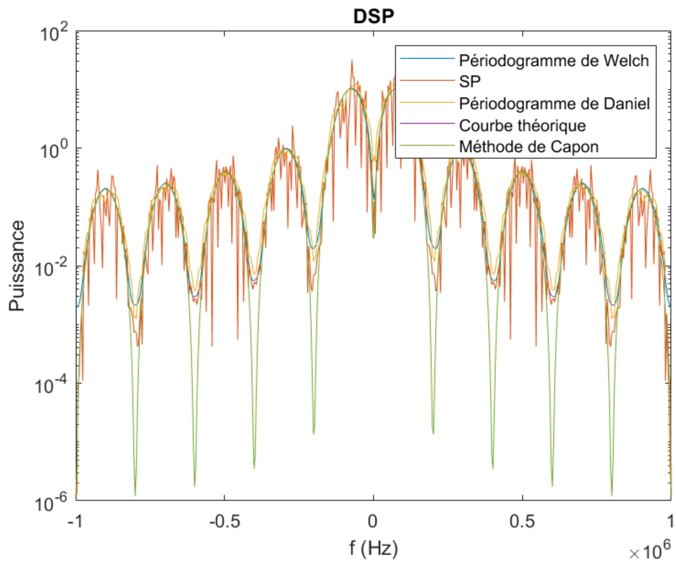

FIGURE 4 – comparaison des différents estimateurs de la DSP

On remarque que parmi les méthodes utilisées, la méthode de capon en absence de bruit est de loin la meilleure estimation de la DSP que nous ayons obtenue, en effet celle-ci recouvre parfaitement la courbe théorique.

2.4 Influence d'un bruit blanc additif

Pour cette partie nous avons ajouté un bruit blanc gaussien à notre signal afin d'observer l'influence de celui ci sur l'estimation de la DSP de notre signal d'origine. On observe alors que plus le rapport signal sur bruit diminue, plus l'estimation de la DSP est faussée et ce de manière assez équitable pour toutes les méthodes. Celle qui semble tout de même être la moins affectée par le bruit est l'estimation basée sur la méthode de Capon.

2.5 Mise en place de l'interface

Pour ce qui est de la mise en place de l'interface nous avons utilisé l'outil Matlab "guide". Cependant malgré nos efforts notre interface reste inaboutie. En effet nous n'avons pas réussi à gérer correctement les données saisies par l'utilisateur tels que les fréquences (f_{min},f_{max}) qui devaient être traitées par les fonction de callback. L'interface souhaitée se présentait sous la forme suivante :

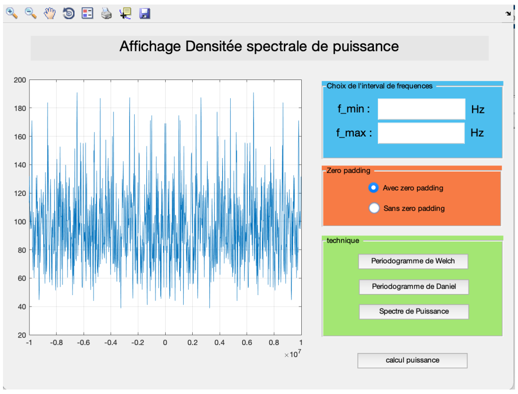

FIGURE 5 – Interface inachevée

3 Bilan de l'organisation

L'organisation de ce projet s'est faite de manière très naturelle. En effet, le sujet était assez ouvert. Le travail à été réparti de manière égale, chacun a pu coder et faire des recherches de son côté afin de pouvoir par la suite s'entraider et éclaircir entre nous les difficultés du projet. Une révision régulière des cours de signaux à été nécessaire afin que l'on puisse avancer dans le projet avec des bases solides. De plus, nous avons accordé beaucoup de temps à la recherche afin d'approfondir et d'appréhender les multiples notions du projet. Étant donné que nous vivons en collocation, nous avons la chance de pouvoir facilement réaliser différentes séances supplémentaires en binôme en dehors de l'école afin de mieux gérer la vision et l'organisation du projet.

4 Conclusion

Ce projet s'est bien déroulé dans l'ensemble. Nous avons pu utiliser toutes les méthodes proposées afin d'extraire la signature (feature) voulue à savoir la puissance d'un signal. Cela nous a permis d'exploiter les différentes méthodes et connaissances acquises depuis maintenant plus d'un an. Cependant, nous sommes légèrement attristés par le fait que nous n'avons pas eu le temps nécessaire pour obtenir une interface opérationnelle. Malgré tout, nous avons pris du plaisir à mettre en œuvre ce projet, le monde du machine learning n'a qu'à bien se tenir.