Cálculo Numérico
Lista de Exercícios 1: Sistemas Lineares
Prof[a]: Dayanne Gouveia Coelho

---

1 Sistemas Triangulares

Determine o vetor solução dos sistemas lineares abaixo:

1. $$\begin{cases} x_1 & = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 & = 2 \\ 3x_1 + 6x_2 + 4x_3 & = 3 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 & = 1 \\ x_1 + x_2 & = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 3 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 4 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 & = 3 \\ x_3 + x_4 & = 2 \\ x_4 & = 1 \end{cases}$$

4. $$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 & = 6 \\ 4x_2 - x_3 & = 5 \\ x_3 & = 4 \end{cases}$$

2 Métodos Diretos

2.1 Método de Eliminação de Gauss

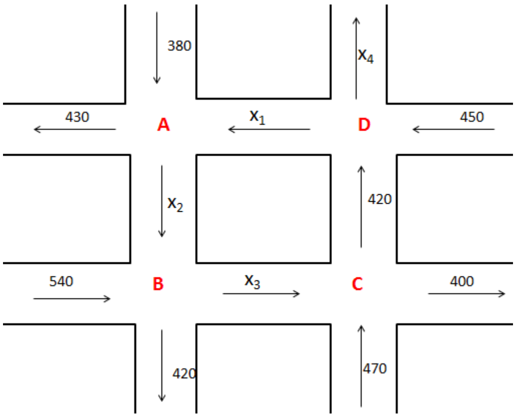
Determine o vetor solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o método de Eliminação de Gauss e o método de substituição retroativa.

1. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 & = 6,90 \\ -x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 & = -6,60 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 10,20 \\ 4x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 & = -12,30 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = 10 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 & = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 & = 6 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 & = 5 \end{cases}$$

3. $$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 & = -5 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 & = -9 \\ 4x_1 + 10x_2 - 6x_3 & = 2 \end{cases}$$

4. Na região central de certa cidade, dois conjuntos de ruas de mão única se interceptam como mostrado na figura abaixo. O volume horário de tráfego entrando e saindo dessa região durante a hora de pique é dado no diagrama. Determine o volume de tráfego entre cada uma das quatro interseções.



2.2 Método de Decomposição LU

Determine o vetor solução dos sistemas lineares abaixo utilizando o método de Decomposição LU:

1. $$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 & = 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = 5 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 & = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 & = 3 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 & = 7,12 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 & = 12,02 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 & = 14,90 \\ 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + x_4 & = 20,72 \end{cases}$$

3. O benzeno líquido queima na atmosfera. Se um objeto frio é colocado diretamente sobre o benzeno, haverá condensação da água no objeto e também se formará um depósito de fuligem (carbono) sobre o objeto. A reação química para esta reação é da forma

$$x_1C_6H_6 + x_2O_2 \to x_3C + x_4H_2O$$

Determine valores de x_1, x_2, x_3 e x_4 para balancear a equação.

2.3 Cálculo do Determinante

O determinante de uma matriz pode ser cálculado utilizando a decomposição LU, basta usar a seguinte informação:

$$det(A) = det(LU) = det(L).det(U)$$

Calcule o determinante das matrizes abaixo usando a informação acima:

a) $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} -1 & -4 & -6 \\ 0 & -2 & -5 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

3 Métodos Iterativos

3.1 Método de Jacobi

Determine o vetor solução dos sistemas lineares abaixo, utilizando o método de Jacobi, com o número máximo de 10 iterações:

1. $x^{(0)} = [0 \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0]^t$ e $\epsilon < 10^{-2}$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 & = 7 \\ 2x_1 - 8x_2 + x_3 - x_4 & = -6 \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 + x_4 & = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 & = -1 \end{cases}$

2. $x^{(0)} = [1 \;\; 3 \;\; 1 \;\; 3]^t$ e $\epsilon < 10^{-2}$ $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 & = 5 \\ x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 4x_4 & = 26 \\ 3x_2 - 7x_3 + 2x_4 & = -7 \\ -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 & = 33 \end{cases}$

3.2 Método de Gauss-Seidel

Determine o vetor solução dos sistemas lineares abaixo, utilizando o método de Gauss-Seidel com $\epsilon < 10^{-2}$ e $k = 10$

1. $x^{(0)} = [0 \;\; 0 \;\; 0]^t$ $\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + 6x_3 & = 28 \\ x_1 + 10x_2 + 9x_3 & = 7 \\ 2x_1 - 7x_2 - 10x_3 & = -17 \end{cases}$

2. $x^{(0)} = [0 \;\; 0 \;\; 0]^t$ $\begin{cases} -x_1 + 6x_2 - x_3 & = 32 \\ 6x_1 - x_2 - x_3 & = 11,33 \\ -x_1 - x_2 - 6x_3 & = 42 \end{cases}$