

5ª Lista de Cálculo de Várias Variáveis (Integrais Duplas)

1 – Calcule as integrais iteradas:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \int_1^3 \int_0^1 (1 + 4xy) \, dx dy & \text{b)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos y \, dy dx & \text{c)} \int_0^2 \int_0^1 (2x + y)^8 \, dx dy \\ \text{d)} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{-1}^5 \cos y \, dx dy & \text{e)} \int_0^1 \int_1^2 \frac{x e^x}{y} \, dy dx & \text{f)} \int_1^4 \int_1^2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \, dy dx \\ \text{g)} \int_0^1 \int_0^3 e^{x+3y} \, dx dy & \text{h)} \int_0^1 \int_0^1 xy \sqrt{x^2 + y^2} \, dy dx & \text{a)} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{s+t} \, ds dt \end{array}$$

2 – Calcule a integral dupla sobre a região R indicada:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \iint \cos(x + 2y) \, dA, R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\} \\ \text{b)} \iint \frac{xy^2}{x^2 + 1} \, dA, R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, -3 \leq y \leq 3\} \\ \text{c)} \iint \frac{1 + x^2}{1 + y^2} \, dA, R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \\ \text{d)} \iint x \sin(x + y) \, dA, D = \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \times \left[0, \frac{\pi}{3}\right] \end{array}$$

3 – Determine o volume do sólido que se encontra abaixo do plano $3x + 2y + z = 12$ e acima do retângulo $R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 3\}$.

4 – Determine o volume do sólido que está abaixo do parabolóide hiperbólico $z = 4 + x^2 - y^2$ e acima do quadrado $R = [-1, 1] \times [0, 2]$.

5 – Determinar o volume do sólido que está abaixo do parabolóide elíptico $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z = 1$ e acima do retângulo $R = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

6 – Determine o volume do sólido delimitado pela superfície $z = 1 + e^x \sin y$ e pelos planos $x = \pm 1$, $y = 0$, $y = \pi$ e $z = 0$.

7 – Calcule as integrais duplas sobre a região D indicada:

a) $\iint x^2 y^2 dA, D = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 2, -x \leq y \leq x\}$

b) $\iint \frac{4y}{x^3 + 2} dA, D = \{(x, y) / 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2x\}$

c) $\iint x dA, D = \{(x, y) / 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$

d) $\iint x^3 dA, D = \{(x, y) / 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x\}$

e) $\iint y^2 e^{xy} dA, D = \{(x, y) / 1 \leq y \leq 4, 0 \leq x \leq y\}$

f) $\iint x \cos y dA, D$ é limitada por $y = 0, y = x^2, x = 1$

g) $\iint (x + y) dA, D$ é limitada por $y = \sqrt{x}, y = x^2$

h) $\iint xy^2 dA, D$ é limitada por $x = 0, x = \sqrt{1 - y^2}$

8 – Esboce a região de integração e mude a ordem de integração (reversão de ordem):

a) $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx$ b) $\int_0^3 \int_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} f(x, y) dx dy$ c) $\int_1^2 \int_0^{\ln x} f(x, y) dy dx$