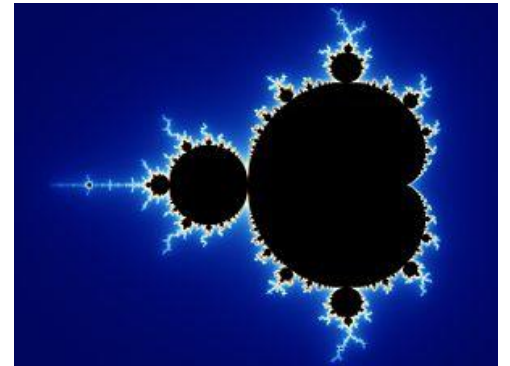


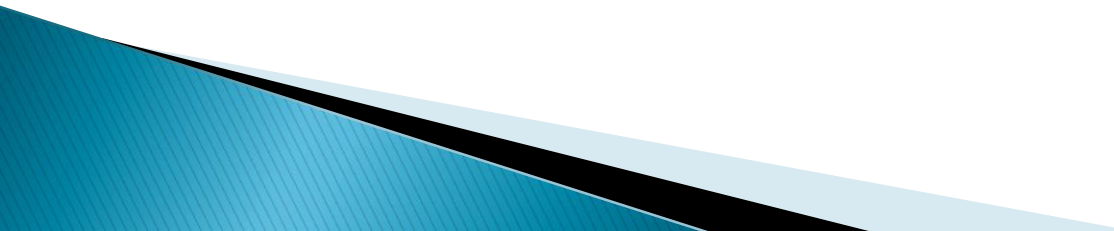
# Fractal



# Introdução

- ▶ O matemático, Benoit Mandelbrot, apresentou a geometria fractal na década de 70.
- ▶ “Fractais são formas igualmente complexas no detalhe e na forma.”

# Introdução

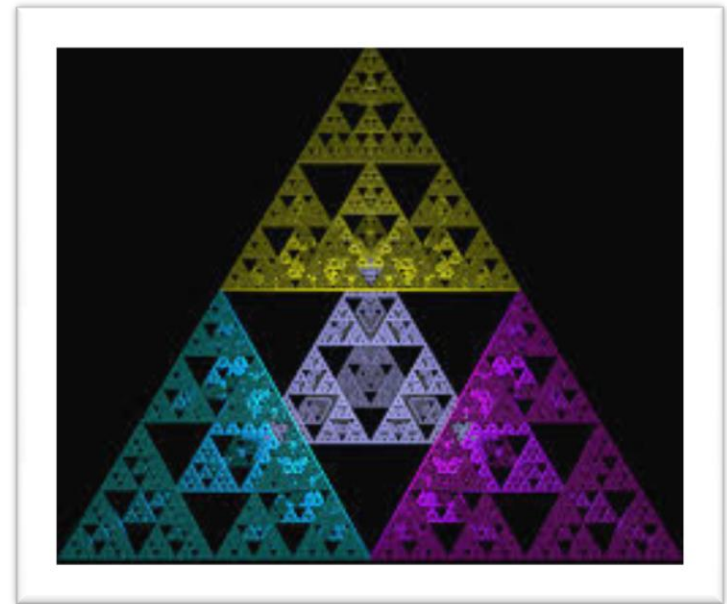
- ▶ Fractal é uma forma geométrica fragmentada, rugosa e contorcida, que não perde sua definição formal a medida que é ampliado ou reduzido.
  - ▶ Os fractais podem apresentar uma infinidade de formas diferentes, não existindo uma aparência consensual.
- 

# Introdução

- ▶ Os fractais podem ser classificados em:
  - ✓ Naturais: Objetos encontrados na natureza;
  - ✓ Matemáticos: Construídos por processos iterativos que partem de uma semente que cresce, ou de um objeto extenso que é dizimado.

# Principais características

- ✓ Auto-semelhança;
- ✓ Complexidade infinita;
- ✓ Dimensão;



# Auto-semelhança



- ▶ A auto-semelhança é a simetria através das escalas. Consiste em cada pequena porção do fractal poder ser vista como uma réplica de todo o fractal numa escala menor.
- ▶ Ele pode ser subdividido em várias partes e cada parte será uma cópia reduzida da forma completa.

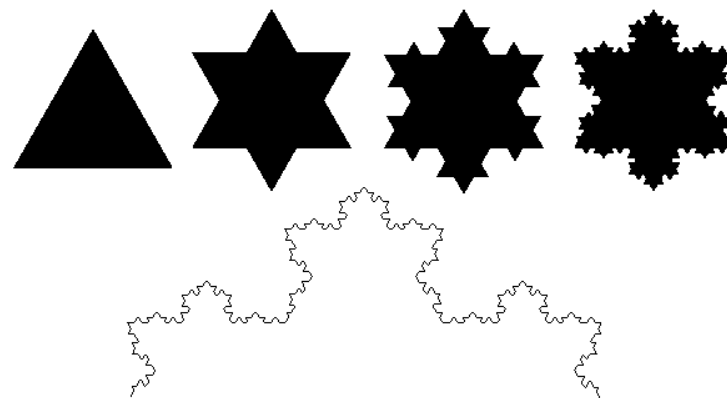
# Complexidade infinita

- ▶ A complexidade infinita compreende-se pelo fato de que o processo gerador dos fractais é recursivo, tendo um número infinito de iterações.



# Dimensão

- ▶ A dimensão dos fractais, ao contrário do que sucede na geometria euclidiana, não é necessariamente uma quantidade inteira, ao contrário disto, ela consiste em uma quantidade fracionária. A dimensão de um fractal representa o grau de ocupação deste no espaço, que tem a ver com o seu grau de irregularidade.





# Fundamentação Matemática

- ▶ Para medir a dimensão de um fractal, podemos utilizar o método de contagem de caixas:

$$M_d = N(\rho) \rho^d$$

- ▶ Onde,  $d$  é a dimensão Euclidiana,  $N(\rho)$  é o número mínimo de caixas com a extensão linear característica  $\rho$  necessária para recobrir todo o objeto.

# Fundamentação Matemática

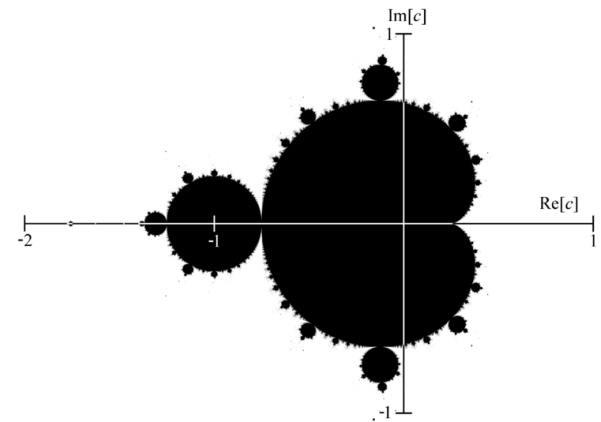
- ▶ A densidade de um objeto fractal diminui à medida que o tamanho das caixas aumenta, devido à propriedade de que todas as escalas estão presentes na estrutura.

# Fundamentação Matemática

- ▶ Conjunto de Mandelbrot: o conjunto de Mandelbrot é um fractal definido como o conjunto de pontos  $c$  no plano complexo para o qual a sequência definida iterativamente, não tende ao infinito:

$$z_0 = 0$$

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$



# Fundamentação Matemática

- ▶ O conjunto de Mandelbrot, pode ser dividido em um conjunto infinito de figuras pretas, sendo a maior delas um cardióide, localizado ao centro do plano complexo.
- ▶ Existem inúmeros quase-círculos que tangenciam o cardióide e variam de tamanho com raio tendendo assintoticamente a zero.
- ▶ O maior deles é a única figura que, de fato, é um círculo exato e localiza-se à esquerda do cardióide)

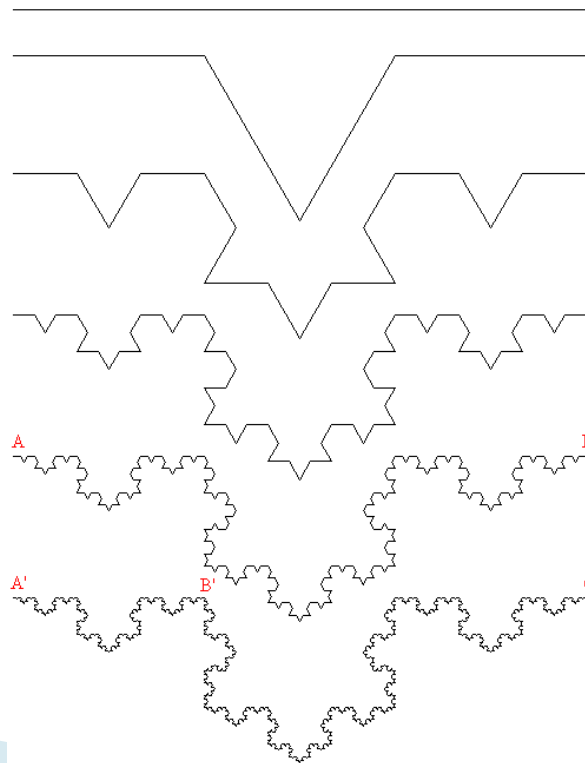
# Fundamentação Matemática

Curva de Koch: esta construção é feita a partir de um segmento de reta que é submetido as seguintes iterações:

- ✓ Divide-se o segmento de reta em 3 segmentos de igual comprimento;
- ✓ Desenha-se um triângulo equilátero, em que o segmento central, referido no primeiro passo, servirá de base.
- ✓ Apaga-se o segmento que serviu de base ao triângulo do segundo passo.

# Fundamentação Matemática

- ▶ A curva de Koch é o limite para o qual tende esta construção, repetindo as operações referidas, sucessivamente, para cada segmento.

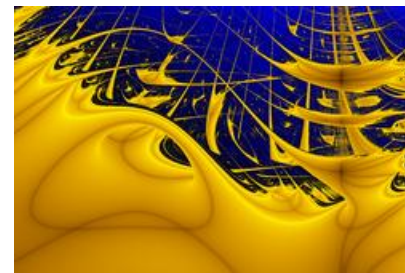


# Fundamentação Matemática

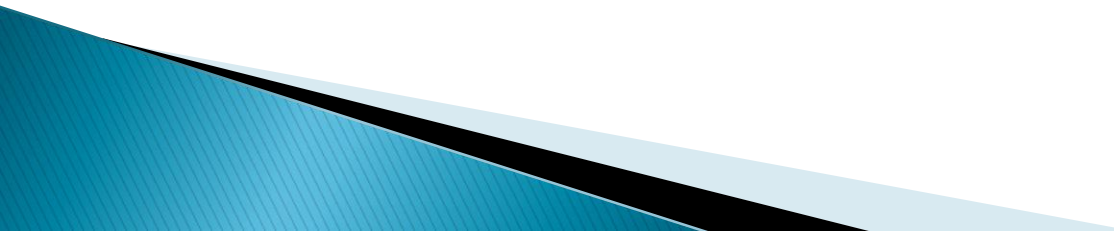
- ▶ Fractal de Lyapuniv: é obtido devido a uma extensão da função logística, dada pela equação:

$$x_{n+1} = r_n x_n (1 - x_n)$$

- ▶ Através dessa função logística ocorre uma oscilação dos valores de  $r_n$ . Este método propõe o uso de sequências periódicas simples usando símbolos como (a,b), com isso formando padrões na forma (aababba), esta sequência por fim é interpretada através da conversão em código binário (1101001).



# Aplicações

- ▶ Nos últimos 20 anos, a geometria fractal e seus conceitos têm se tornado uma ferramenta central em muitas ciências.
  - ▶ **Fenômenos geológicos:** estudo de falhas geológicas, terremotos, erupções vulcânicas, depósitos minerais e formação de rios.
  - ▶ **Cosmologia:** estudo da distribuição de galáxias no universo.
- 



# Aplicações

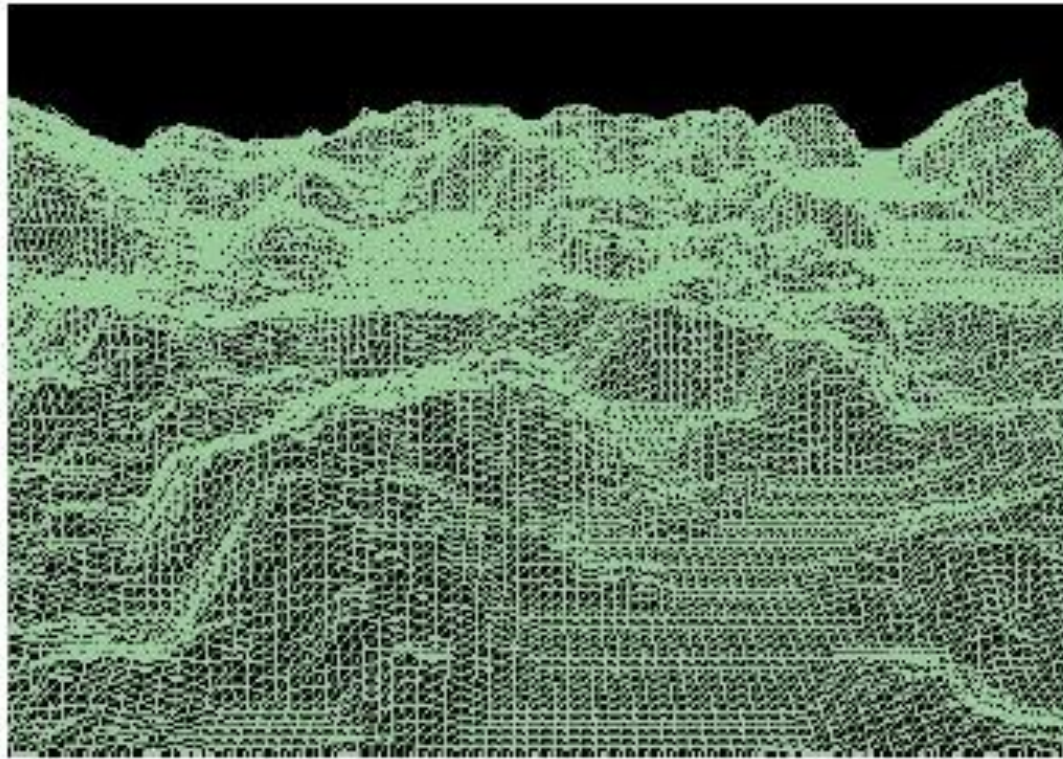
- ▶ **Física dos Materiais:** estudo de estruturas ramificadas e crescimento de estruturas, por exemplo, cristais e penetração de fluido em outro material.
- ▶ **Paisagens Fractais:** estudo do reconhecimento de imagens para estratégias de guerra.

# Aplicações

- ▶ **Computação Gráfica:** Os fractais auxiliam na criação de novas formas e mundos artificiais mais realistas, e na representação de elementos da natureza que a geometria tradicional não pode representar.
- ▶ Elementos da Natureza como crateras, planetas, costas, superfícies lunares, plantas, ondulações em águas, representação de nuvens, de imagens de moléculas, chuva, células e fumaça.

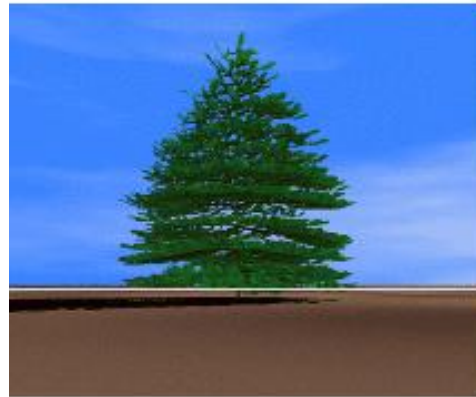
# Aplicações – Exemplos

- ▶ Modelagem de terrenos

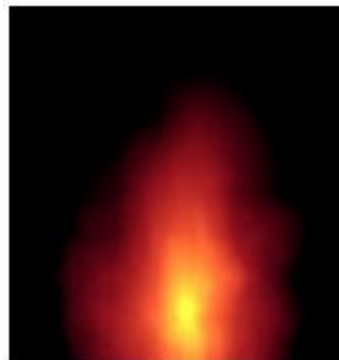


# Aplicações – Exemplos

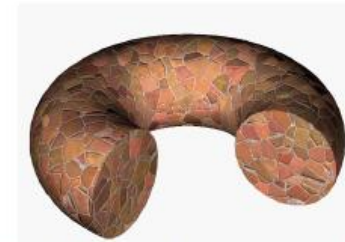
- ▶ Modelagem da natureza



- ▶ Texturas



[http://freespace.virgin.net/hugo.elias/models/m\\_perlin.htm](http://freespace.virgin.net/hugo.elias/models/m_perlin.htm)




<http://graphics.lcs.mit.edu/~mcm/6.838j/worley/s8.html>

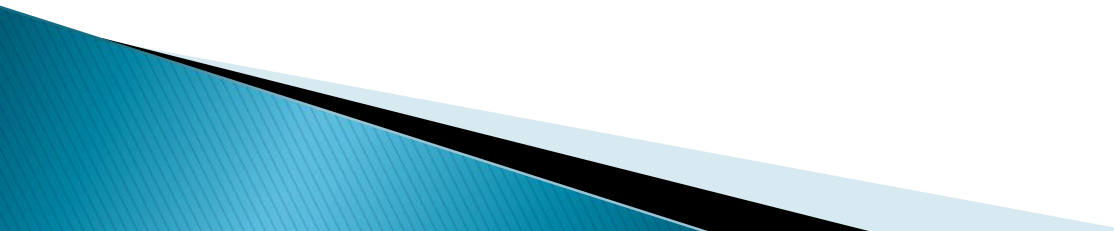
# Funcionamento da Técnica e Ferramentas

- ▶ Existem várias formas de se gerar uma figura fractal. Uma delas é através dos **Autômatos Celulares**.
- ▶ Autômatos celulares não são uma parte da Computação Gráfica, e sim um dos meios de gerar imagens utilizados pelas bibliotecas gráficas e os programas de geração de imagens.

# Funcionamento da Técnica e Ferramentas

- ▶ Os Autômatos Celulares são sistemas virtuais formados por unidades básicas que interagem entre si, e essas interações geram padrões gráficos que são figuras formadas pela disposição das unidades básicas no espaço.
  - ▶ Autômatos celulares possuem estados e as regras que definem a transição entre os estados, esses estados se referem a elementos e as regras são as que definem o que acontecerá com o elemento, representam o comportamento desses elementos.
  - ▶ A partir de uma pequena alteração na regra ocorre uma mudança drástica na imagem.
- 

# Funcionamento da Técnica e Ferramentas

- ▶ Os Autômatos Celulares podem ser uni, bi ou tridimensionais.
  - ▶ Os Unidimensionais se desenvolvem ao longo de uma linha discreta;
  - ▶ Os Bidimensionais em uma rede que pode ser, por exemplo, quadrada, triangular ou hexagonal;
  - ▶ Os Tridimensionais se desenvolvem numa rede tridimensional;
- 



# Funcionamento da Técnica e Ferramentas

- ▶ A velocidade com que os dados são obtidos é muito alta.
- ▶ Para poder construir um Autômatos Celulares é necessário apenas saber como se dá a interação entre as unidades básicas e um conhecimento básico de programação.



# Funcionamento da Técnica e Ferramentas

- ▶ Na geração de uma imagem computadorizada de uma floresta, por exemplo, não seria conveniente e prático uma pessoa posicionar cada uma das árvores em um lugar escolhido de acordo com sua vontade.
- ▶ Já utilizando autômatos celulares, podem ser definidas regras para o crescimento das árvores, o que formaria automaticamente uma imagem de uma floresta muito mais realística.

# Referências Bibliográficas

- ▶ <http://sim.di.uminho.pt/disciplinas/cg/0910/aulas/t11/t11a.pdf>
- ▶ [www.inf.ufrgs.br/~crcons/arquivos/Fractais.pt](http://www.inf.ufrgs.br/~crcons/arquivos/Fractais.pt)
- ▶ <http://forum-gudo.forumeiros.com/t23-fractais-computacao-grafica>

# Referências Bibliográficas

- ▶ <http://sim.di.uminho.pt/disciplinas/cg/0910/aulas/t11/t11a.pdf>
- ▶ <http://www.modelab.ufes.br/automato/frames.html>
- ▶ <http://cg05.blogspot.com.br/>

# Componentes

- ▶ Henrique Gesler Medeiros Ferreira
- ▶ Luis Gustavo Diniz de Carvalho
- ▶ Talita Santana Orfanó

