

4ª Lista de Cálculo de Várias Variáveis (máximos e mínimos)

1 – Suponha que $(1,1)$ seja um ponto crítico de uma função f com derivadas de segunda ordem contínuas.

Em cada caso, o que se pode dizer sobre f ?

a) $f_{xx}(1,1) = 4$, $f_{xy}(1,1) = 1$, $f_{yy}(1,1) = 2$

b) $f_{xx}(1,1) = 4$, $f_{xy}(1,1) = 3$, $f_{yy}(1,1) = 2$

2 – Suponha que $(0,2)$ seja um ponto crítico de uma função g com derivadas de segunda ordem contínuas.

Em cada caso, o que se pode dizer sobre g :

a) $g_{xx}(0,2) = -1$, $g_{xy}(0,2) = 6$, $g_{yy}(0,2) = 1$

b) $g_{xx}(0,2) = -1$, $g_{xy}(0,2) = 2$, $g_{yy}(0,2) = -8$

a) $g_{xx}(0,2) = 4$, $g_{xy}(0,2) = 6$, $g_{yy}(0,2) = 9$

3 – Determine os valores máximos e mínimos e pontos de inflexão da função:

a) $f(x, y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2$ b) $f(x, y) = x^3y + 12x^2 - 8y$

c) $f(x, y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$ d) $f(x, y) = e^{4y-x^2-y^2}$

e) $f(x, y) = xy - 2x - 2y$ f) $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

g) $f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$ h) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

i) $f(x, y) = e^x \cos y$ j) $f(x, y) = y \cos x$

k) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y^2-x^2}$ l) $f(x, y) = e^y(y^2 - x^2)$

4 – Para funções de uma única variável é impossível uma função contínua ter dois pontos de máximo local e nenhum ponto de mínimo local. Para as funções de duas variáveis esse caso existe. Mostre que a função $f(x, y) = -(x^2 - 1) - (x^2y - x - 1)^2$ só tem dois pontos críticos, ambos de máximo local. Em seguida utilize um computador para desenhar o gráfico com uma escolha cuidadosa de domínio e de ponto de vista para ver como isso é possível.

5 – Determine a menor distância entre o ponto $(2, 1, -1)$ e o plano $x + y - z = 1$.

6 – Determine o ponto do plano $x - y + z = 4$ que está mais próximo do ponto $(1, 2, 3)$.

7 – Determine os pontos do cone $z^2 = x^2 + y^2$ que estão mais próximos do ponto $(4, 2, 0)$.