

MÉTODOS COMPUTACIONAIS
MATLAB: UMA INTRODUÇÃO

Key Fonseca de Lima
Viviana Cocco Mariani

2008

SUMÁRIO

1. Introdução ao Matlab
2. Operações matemáticas elementares
3. Funções matemáticas elementares
4. Formatos de visualização numérica
5. Vetores
6. Matrizes
7. Análise de dados e funções estatísticas
8. Gráficos bidimensionais
9. Ajuste de curvas e interpolação unidimensional
10. Gráficos tridimensionais
11. Gráficos em coordenadas polares

12. Polinômios
13. Matemática Simbólica
14. Operadores Relacionais e Lógicos
15. Controles de Fluxo
16. Introdução a Programação
17. Função *fprintf*

1. INTRODUÇÃO AO MATLAB

MATLAB ⇒ Ferramenta computacional para resolução de problemas de engenharia.

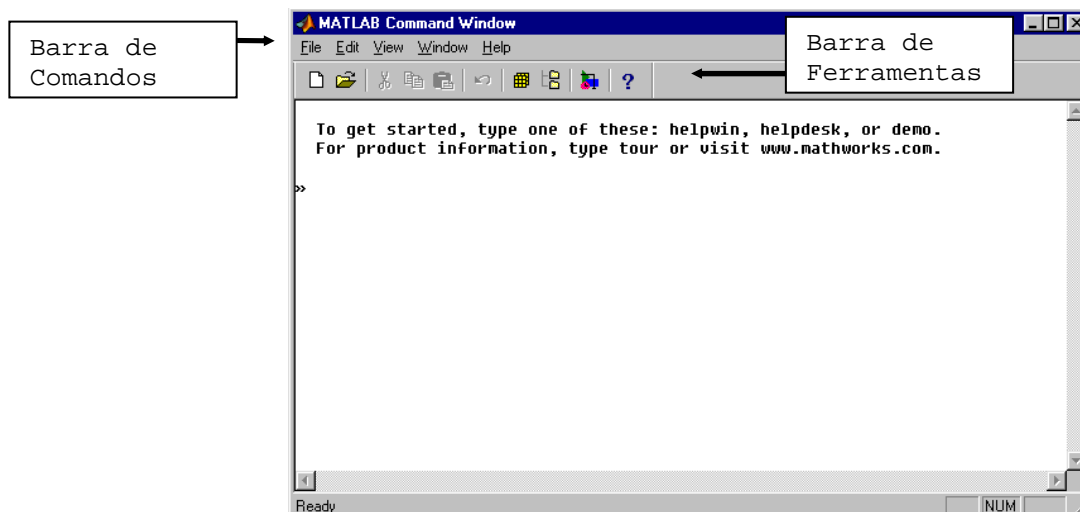
abrevia **MATrix LABoratory** (Laboratório de Matrizes)

O programa MATLAB foi implementado na linguagem C e oferece uma ampla biblioteca de funções predefinidas para que a programação se torne mais simples. Essa variedade de funções faz com que o MATLAB se torne competitivo com outras linguagens de programação como C, Fortran etc.

1.1 Execução do Matlab

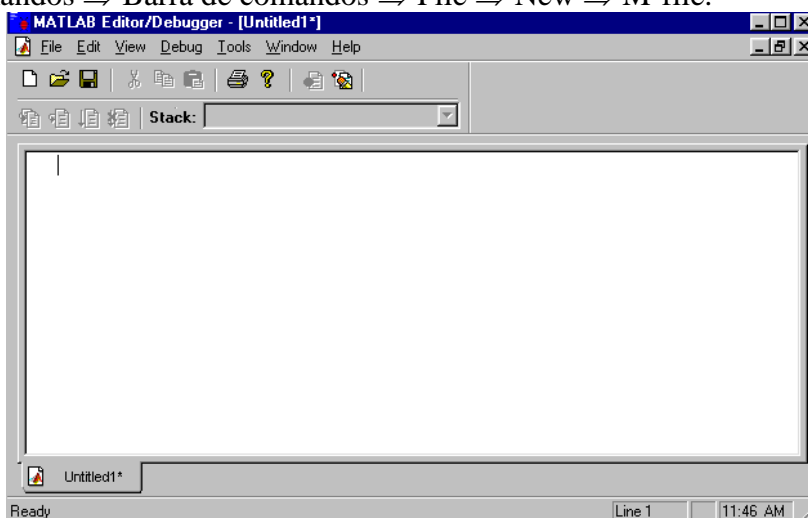
A execução do Matlab pode ser feita de duas maneiras:

I) **Online** ⇒ Através da janela de comandos (**Command Window**). (Prompt do Matlab)



II) **Editor de textos** ⇒ Através do Depurador de Arquivos M (**Matlab Editor**)
Acesso 1:

Janela de comandos ⇒ Barra de comandos ⇒ File ⇒ New ⇒ M-file.



Acesso 2:

Janela de comandos ⇒ Barra de ferramentas ⇒ ícone  (New M-file)



2. OPERAÇÕES MATEMÁTICAS ELEMENTARES

Adição	⇒	+
Subtração	⇒	-
Multiplicação	⇒	* (asterisco)
Divisão	⇒	/
Potenciação	⇒	^ (acento circunflexo)

2.1 Operações Elementares Utilizando a Janela de Comandos.

» 1+2

ans = 3 ⇐ ans é a abreviação de *answer* (resposta)

» 5-8

ans =
-3

» 4*1.2

⇐ 1.2 é equivalente a 1,2
(No Matlab utiliza-se somente ponto decimal e não vírgula)

ans =
4.8000 ⇐ Formato padrão do Matlab são 4 casas decimais

» -7/2 ⇐ Divisão pela esquerda -7÷2

ans =
-3.5000

» 5^2

ans =
25

2.2 Operações Elementares Utilizando o Depurador de Textos

⇒ MATLAB EDITOR

PROCEDIMENTO:

⇒ETAPA 1

Iniciar o Matlab Editor (ver seção 1.1)

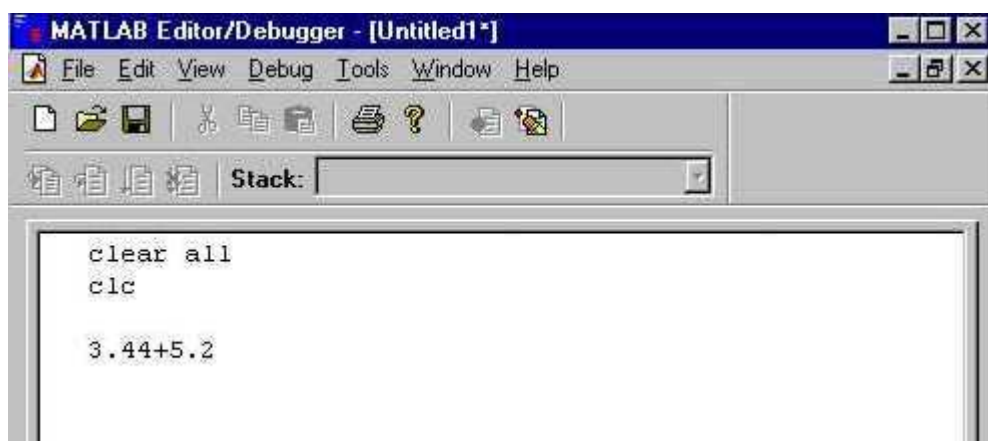
⇒ETAPA 2

Iniciar através dos comandos

clear all ⇒ limpa a memória do MATLAB

clc ⇒ limpa a tela do computador sem limpar a memória

exceto se for usar uma **function** então estes comandos não deverão ser usados:

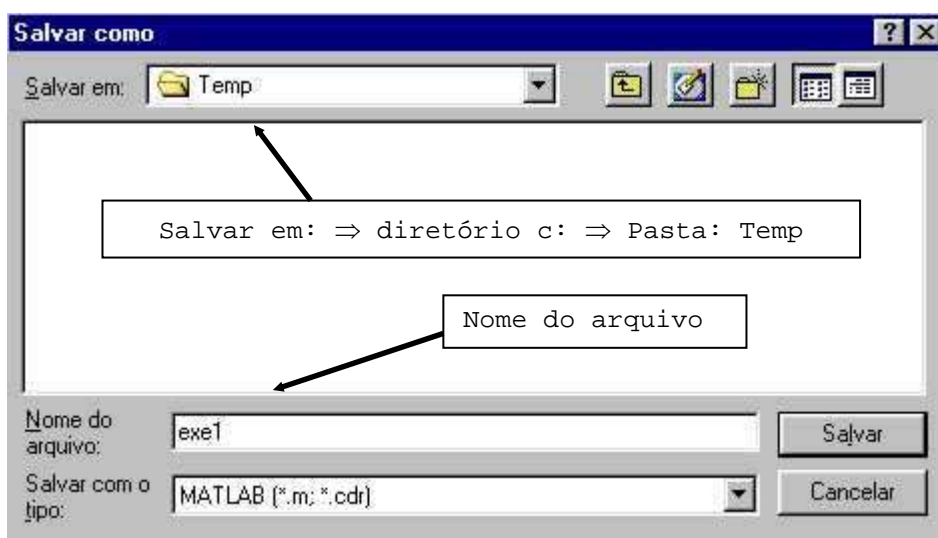


⇒ETAPA 3

Salvar o arquivo:

A) Barra de comandos ⇒ File ⇒ Save As...

B) Barra de ferramentas ⇒ ícone 



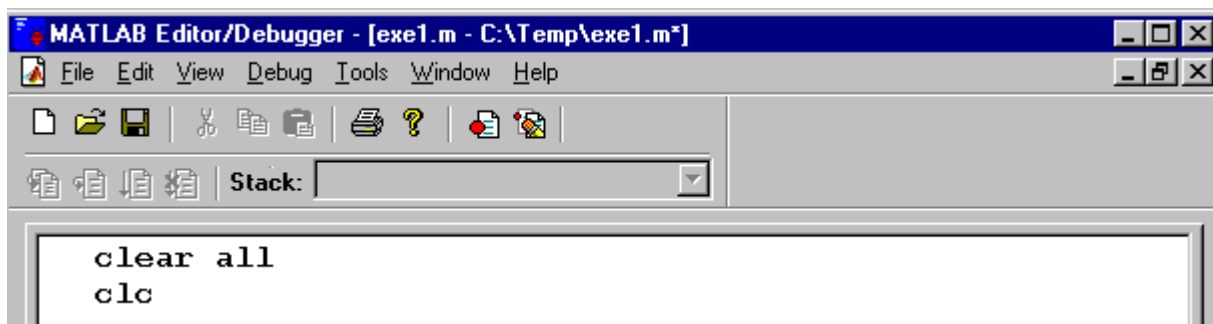
OBSERVAÇÕES:

I) Utilizar nomes de arquivos com no máximo 8 (é possível usar mais, mas não há necessidade) caracteres sem espaço ou acento gráfico, utilize preferencialmente nomes curtos.

II) O nome do **arquivo.m** não pode começar com números e utilize letras minúsculas (é possível utilizar letras maiúsculas).

III) Salve as modificações sempre que alterar um arquivo.m, antes de executá-lo 

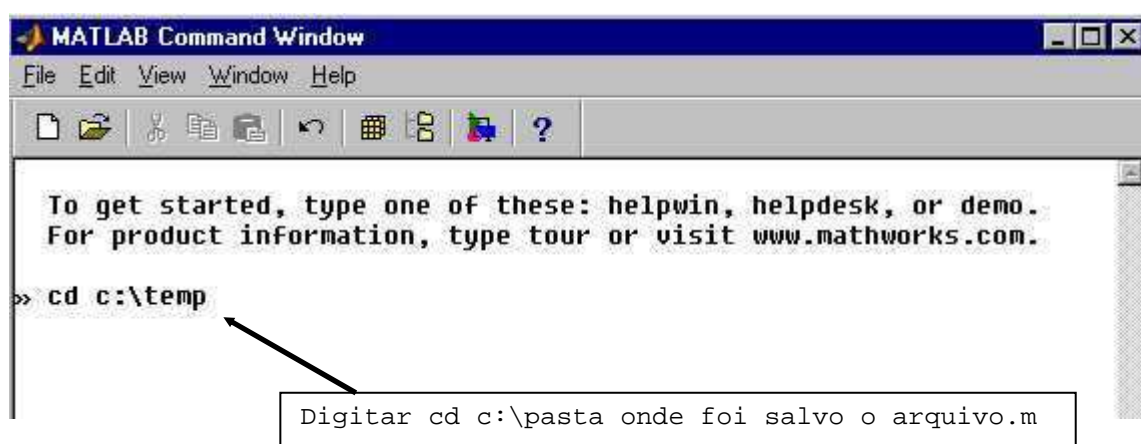
(*) ⇒ o asterisco indica que a alteração não foi salva.



IV) Inicie um novo **arquivo.m** sempre que iniciar um novo cálculo ou programa, ou quando você desejar.

⇒ETAPA 4

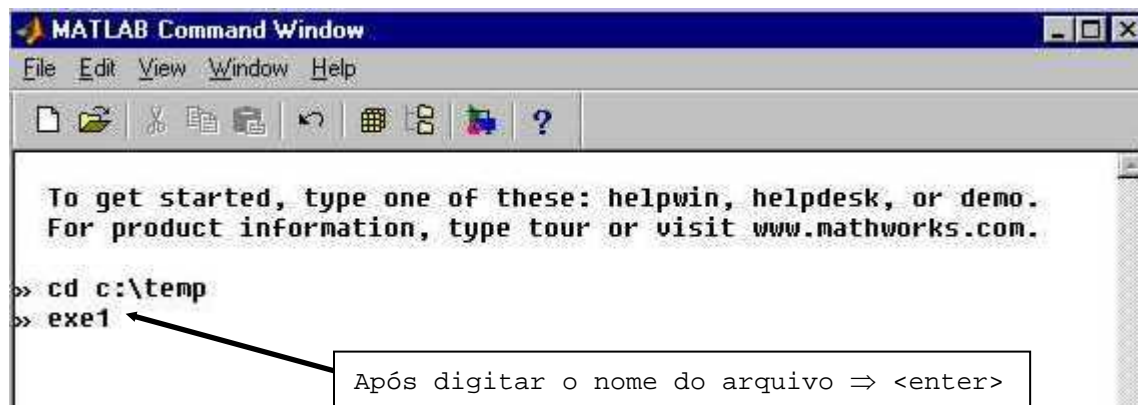
Voltar à Janela de Comandos (*prompt do MATLAB*) e digitar a pasta onde o arquivo.m foi salvo.

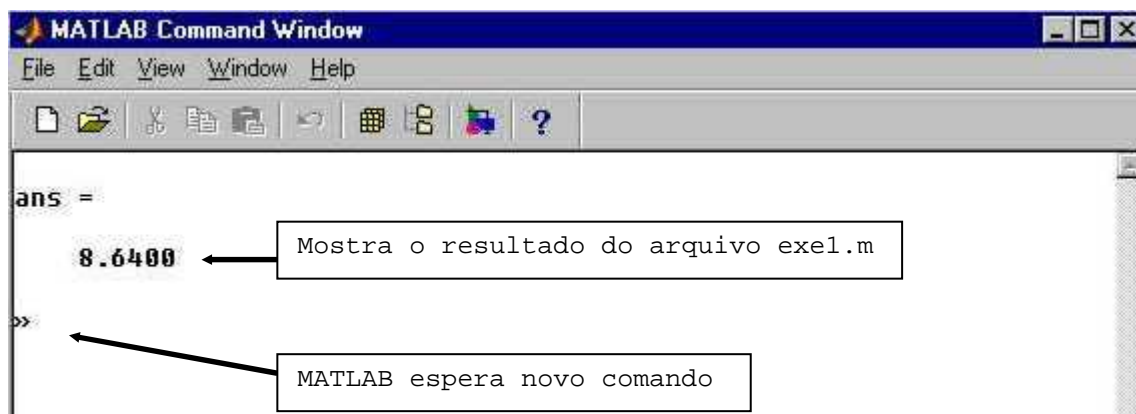


Se você digitar **pwd** na janela de comandos vai aparecer o diretório corrente

⇒ETAPA 5

Digitar o nome do **arquivo.m** salvo, para executá-lo.





2.3 Criação de Variáveis Literais

A) Armazenando em Variáveis Curtas

⇒ MATLAB EDITOR	⇒ RESPOSTA
<code>clear all</code>	<code>a =</code>
<code>clc</code>	<code>3.5000</code>
<code>a=3.5</code> ⇐ cria a variável a=3,5	<code>b =</code>
<code>b=5</code> ⇐ cria a variável b=5	<code>5</code>
<code>c=a^b</code> ⇐ cria a variável c resultante da operação a^b	<code>c =</code>
	<code>525.2188</code>

B) Armazenando em Variáveis Longas

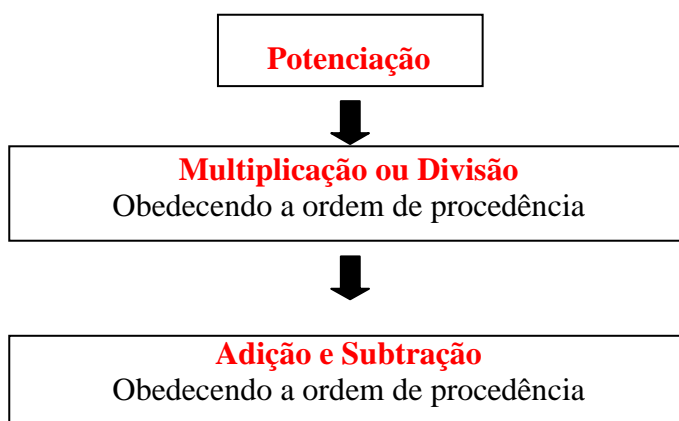
⇒ MATLAB EDITOR	⇒ RESPOSTA
<code>clear all</code>	<code>var1 =</code>
<code>clc</code>	<code>7.8000</code>
<code>var1=7.8</code>	<code>var2 =</code>
<code>var2=2.33</code>	<code>2.3300</code>
<code>resp=var1/var2</code>	<code>resp =</code>
	<code>3.3476</code>

OBSERVAÇÕES:

- I) Os nomes das variáveis não podem começar por caracteres numéricos.
- II) Não se cria variáveis com letras separadas por espaço ou utilizando acento gráfico.
- III) Letras maiúsculas são diferentes de letras minúsculas (o MATLAB é sensitivo).
- IV) Não se deve criar variáveis com o nome de comandos já definidos pelo MATLAB.

2.4 Resolução de Expressões

As expressões são calculadas da esquerda para a direita utilizando a ordem fundamental da matemática conforme o diagrama que segue:



Na Janela de Comandos digite, e verifique a ordem de procedência

```

a = 2
b = 5
c = 4
a+b*c^a
  
```

OBSERVAÇÕES:

- I) Utiliza-se o sinal de parênteses () para alterar a ordem de procedência das equações.
- II) Não se utiliza colchetes ou chaves na resolução de expressões, somente parênteses.

OBSERVAÇÃO:

Para **salvar** a maior parte do conteúdo da **Janela de Comandos** basta digitar na mesma:

```

diary teste1.dat    (onde teste1.dat é um nome de arquivo, este nome pode ser alterado)
diary off           (desativa o arquivo, caso você não queira continuar salvando)
diary on            (retorna a salvar no arquivo teste1.dat)
  
```

2.5 Exercícios Propostos

1) $x = 3 + 5 - 2\frac{4}{3} + 8 \times 2$

```

» clear all
» clc
» x=3+5-2*4/3+8*2
  
```

⇒Resolução direta

```

x =
    21.3333
  
```

OBSERVAÇÃO:

Note que ao entregar um resultado em um relatório ou trabalho os números em português são escritos com vírgula e não com ponto, contudo para digitá-los no MATLAB você deverá usar o ponto já que o software é na língua inglesa. Note este fato nos exercícios que seguem.

$$2) x = 2 - \frac{3 + 2,34}{5^2}$$

» **clear all**

» **clc**

» **x=2-(3+2.34)/(5^2)** \Rightarrow Resolução direta

x =

1.7864

$$3) \text{ resp} = \frac{3-5^2}{-3+6^{-5}} + \frac{52,5}{7^2}$$

\Rightarrow MATLAB EDITOR

clear all

clc

a=(3-5^2)/(-3+6^-5) \Rightarrow Resolução por partes

b=52.5/(7^2)

resp=a+b

\Rightarrow RESPOSTA

a =

7.3336

b =

1.0714

resp =

8.4051

$$4) y = \frac{2^{2,21}}{3-2,3} + \frac{2,43+21}{3+2^{1,44-3}}$$

\Rightarrow MATLAB EDITOR

clear all

clc

a=(2^2.21)/(3-2.3);

\Rightarrow Resolução por partes

b=(2.43+21)/(3+2^(1.44-3));

y=a+b

⇒RESPOSTA

y =
13.6264

OBSERVAÇÃO:

O ponto e vírgula (;) no final suprime a visualização da operação precedida a ele.

5) Se $a = 4$ e $b = 3,89$ encontre o valor de y da expressão abaixo:

$$y = \frac{5a - 3b}{2a^{-b}} - \frac{1067,44}{3^{(2a-b)}}$$

⇒MATLAB EDITOR

clear all
clc

a=4;
b=3.89;
y1=(5*a-3*b)/(2*a^(-b));
y2=1067.44/(3^(2*a-b));

y=y1-y2

⇒RESPOSTA

y =
903.7586

6) Encontre o valor de $y = \frac{-2^{5,11} + 7,09}{3,7 \times \frac{1,2}{3}}$

7) Encontre o valor de $z = \frac{2,3 + 7,8^3}{234,1 - 2^{3,3}} - \left[\frac{103,44}{2,33 \times 5,76} \right]^2$

8) Sendo $a = 3$; $b = -2.1$; $c=3,4$; resolva a expressão $E = 2,4^{a-b} + \frac{3,21}{2c - a}$

9) Sendo $a = 23$; $b = -51,2$; resolva: $\text{resp} = \frac{\frac{a + 2b}{-3,32^2} - \frac{2a + b}{4,56}}{(ab - 3a)}$

10) Sendo $\text{uva} = 3,4$; $\text{carro} = 4$; $\text{jacare} = -2,11$; resolva:

$$E = 2 \frac{\text{uva} + \text{carro}^{\text{jacare}}}{2,33^{\text{carro}}} - \frac{5^{(7+\text{jacare})} - 2}{\text{uva}^{(3,21 \times \text{carro})} + \text{carro}}$$

11) Se $a = 3$ e $b = -2,89$ calcule o valor de X , sendo:

$$X = \frac{a^{-b} + 2a}{5b} - \frac{5b}{b^a - 2b}$$

12) Calcule o valor de R onde $R = \frac{2,544^{7,4}}{3 + 3,11 \frac{4,21}{0,98}} + 2 \frac{150,2}{2,21^2}$

13) Calcule o valor de $Z = \frac{-5}{3,71 + 2^{2,3}} + \frac{3,72 - 3,4^2}{0,98}$

14) Sendo $m = -4,55$ e $n = -5,44$ calcule $R = \frac{50m}{(mn - m^3n^2)} - \frac{50n}{(2m - 3n)^2}$

15) Seja $a = 3$ e $b = 4$, avalie as seguintes expressões:

(a) $\frac{5a}{2b}$ (b) $\frac{(2a)^{-5}}{(a+b)^2}$ (c) $\frac{a^2}{b^4 - a^4}$ (d) $\frac{4}{3}a^2$

16) Calcule:

(a) $\left(\frac{-2}{5}\right)^{-3}$ (b) $\frac{1}{4} - 2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{4} \right) \right]$

17) Calcule o valor numérico da expressão $7a^2b + 4ab^2 + 3a^3 + (2ab - b)^2$ onde $a = 3$ e $b = 2$.

18) Calcule o valor do trinômio $x^2 - 5x + 6$ para (a) $x = 2$ e (b) $x = -10$

19) Divida $x^2 - 5x + 6$ por $x - 2$ para (a) $x = 4$ e (b) $x = 3$

20) Calcule o valor de $R = \frac{-10 + 3,45}{2,81 + 5^{3,5}} + \frac{2,71 - 1,4^3}{0,5}$

2.6 Mensagens de ERRO

Sendo $n = -2,8$ e $m = 9,1$ resolva $R = \frac{5n + m^3}{m^2 - 7,78}$

a) Exemplo 1

⇒ MATLAB EDITOR (salvando o arquivo como exe1.m)

```
clear all
clc
```

```
n=-2.8
m=9.1
```

```
R=(5*n+m^3)/(m^2-7.78
```

Falta parêntesis no denominador

⇒ RESPOSTA

Arquivo executado

```
» exe1
```

```
??? (5*n+m^3)/(m^2-7.78
```

Sinal
indicativo
de erro

A barra vertical
indica onde está
o erro

A closing right parenthesis is missing.
Check for a missing ")" or a missing operator.

Mensagem de erro

```
Error in ==> C:\temp\exe1.m
On line 7 ==> R=(5*n+m^3)/(m^2-7.78
```

Mostra a localização do
arquivo onde está o erro

Indica a linha onde
está o erro

b) Exemplo 2

⇒ MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
n=-2.8
m=9.1
```

Falta operador de
potenciação (^)

```
R=(5*n+m^3)/(m2-7.78)
```

⇒ RESPOSTA

```
n =
-2.8000
```

```
m =
```

9.1000

??? Undefined function or variable 'm2'.

Error in ==> C:\temp\exe1.m

On line 7 ==> $R = (5*n + m^3)/(m2 - 7.78)$

c) Exemplo 3

=> MATLAB EDITOR


clear all

clc

n=-2.8

m=9.1

Falta parêntesis no
denominador



$R = (5*n + m^3)/m^2 - 7.78$

=> RESPOSTA

>> exe1

??? (5*n+m^3)/m^2-7.78

Missing operator, comma, or semi-colon.

Error in ==> C:\temp\exe1.m

On line 7 ==> $R = (5*n + m^3)/m^2 - 7.78$

2.7 Respostas dos Exercícios Propostos

6) $y = -18.5441$

7) $z = -57.2782$

8) $E = 87.7563$

9) $\text{resp} = -0.0067$

10) $E = 0.2340$

11) $X = -2.8582$

12) $R = 122.7457$

13) $Z = -8.5791$

14) $R = 5.1370$

15) (a) 1.8750 (b) 2.6245e-006 (c) 0.0514 (d) 12

16) (a) -15.6250 (b) 0.8000

17) 355

18) (a) 0 (b) 156

19) (a) 1 (b) 0

20) -0.0912

3. FUNÇÕES MATEMÁTICAS ELEMENTARES

3.1 Funções Matemáticas Elementares: (*Elementary math functions*)

$ x $	\Rightarrow abs(x)	
sen(x)	\Rightarrow sin(x)	
cos(x)	\Rightarrow cos(x)	
tg(x)	\Rightarrow tan(x)	
arcsen(x)	\Rightarrow asin(x)	
arccos(x)	\Rightarrow acos(x)	
arctg(x)	\Rightarrow atan(x)	
cossec(x)	\Rightarrow csc(x)	
sec(x)	\Rightarrow sec(x)	
cot g(x)	\Rightarrow cot(x)	
ar cossec(x)	\Rightarrow acsc(x)	
arcsec(x)	\Rightarrow asec(x)	
arccot g(x)	\Rightarrow acot(x)	
e^x	\Rightarrow exp(x)	
$\log_e(x) = \ln(x)$	\Rightarrow log(x)	
$\log_{10}(x)$	\Rightarrow log10(x)	
$\log_2(x)$	\Rightarrow log2(x)	
\sqrt{x}	\Rightarrow sqrt(x)	
$\sqrt[a]{x^b} = x^{b/a} = (x^b)^{1/a}$	\Rightarrow (x^b)^(1/a)	
π	\Rightarrow pi	
$n!$	\Rightarrow factorial(n)	onde $n \leq 21$

OBSERVAÇÕES:

I) O Matlab opera com **arcos trigonométricos somente em radianos**, ($180^\circ = \pi$ rad), ou seja, basta multiplicar o ângulo em graus por π e dividi-lo por 180. Exemplo:

$$52^\circ \Rightarrow 52 * \pi / 180$$

II) Pode-se acessar a lista completa de funções matemáticas elementares utilizando a janela de ajuda (*help window*), através da:

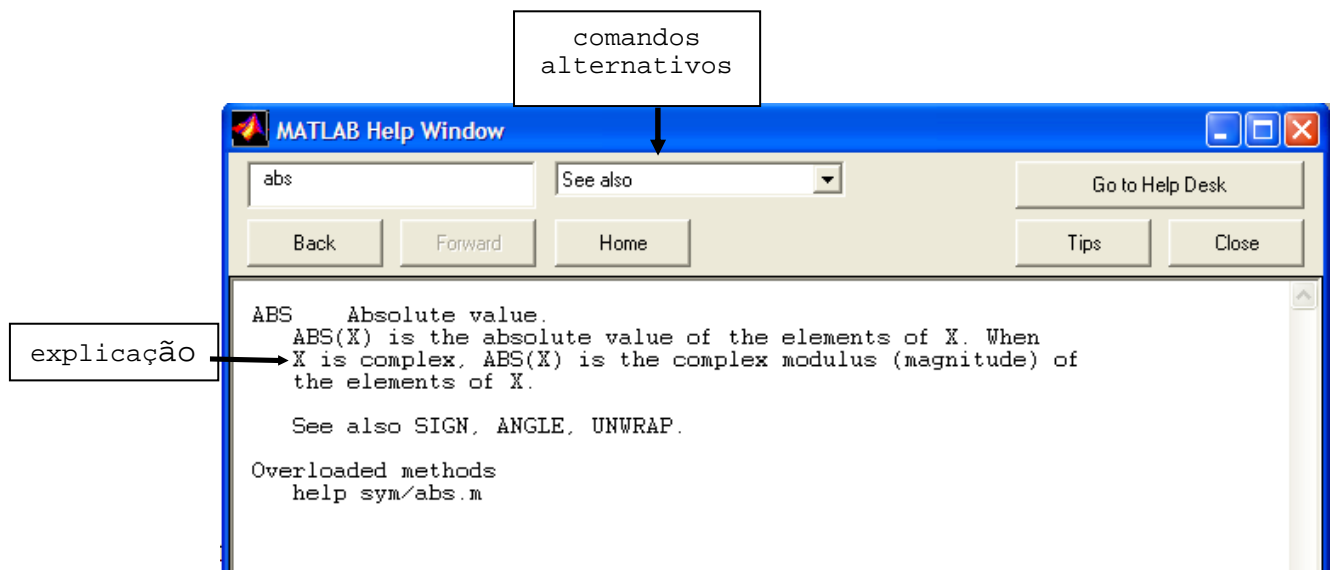
a) Barra de Comandos:



Exemplo:

Ir em:

Help, Help Window no lugar de **MATLAB Help Topics** digitar **abs** após digite Home



b) Barra de Ferramentas:

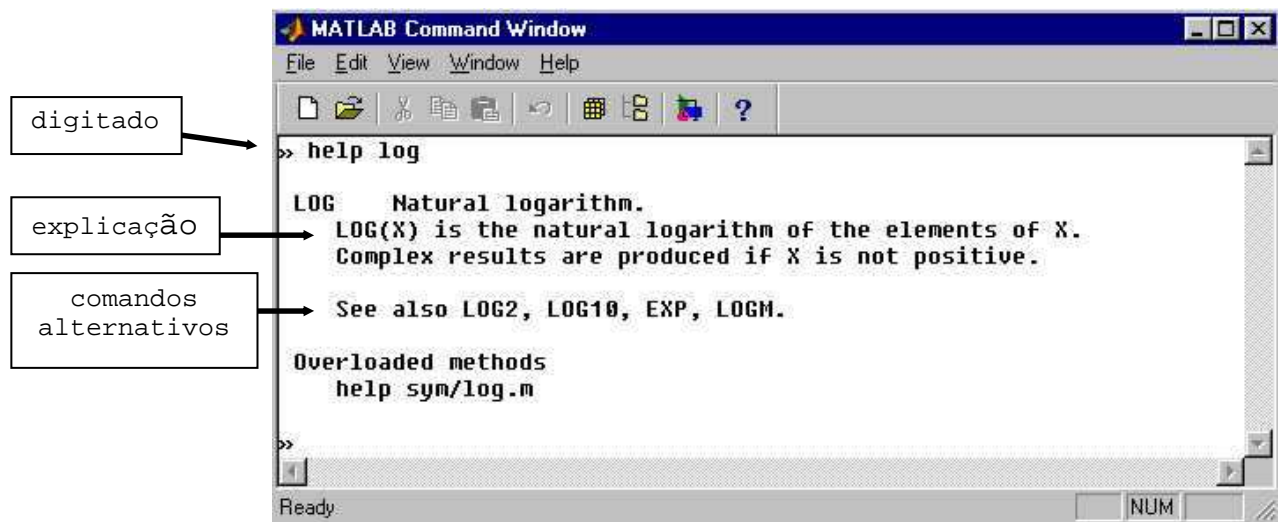


Digitando no símbolo de ? você irá para a mesma janela anterior.

c) Janela de Comandos – Comando help on line

Pode-se acessar os comandos de ajuda do MATLAB utilizando o help **on line** na Janela de Comandos digitando:

help + comando desejado + <enter>



3.2 Outras Funções Especiais

ceil(x) \Rightarrow Arredonda o número (x) para o inteiro mais próximo na direção de mais infinito.

```
>> ceil(2.7)
ans =
    3
```

floor(x) \Rightarrow Arredonda o número (x) para o inteiro mais próximo na direção de menos infinito.

```
>> floor(2.4)
ans =
    2
```

round(x) \Rightarrow Arredonda o número (x) para o inteiro mais próximo.

```
>> round(2.4)
ans =
    2
```

```
>> round(2.7)
ans =
    3
```

fix(x) \Rightarrow Arredonda o número na direção do zero.

```
>> fix(2.4)
ans =
    2
```

rem(x,y) \Rightarrow Resto de $x \div y$

```
» rem(4,2)
ans =
    0
```

```
» rem(4,3)
ans =
    1
```

rand \Rightarrow Gera números aleatórios entre 0 e 1.

```
» rand
ans =
    0.6068    !! Cuidado sua resposta não dará o mesmo número que o meu
```

3.3 Exercícios Propostos

1) Calcule $x = \frac{\sqrt{7,4 + 3^{2,8}}}{33,1}$

\Rightarrow MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
x=sqrt(7.4+3^2.8)/33.1
```

\Rightarrow RESPOSTA

```
x =
    0.1629
```

OBSERVAÇÕES (já estão na aula 1, mas vale destacar novamente):

I) Não salvar arquivos com nome de comandos, por exemplo: cos, log, sqrt...

II) Inicie um novo **arquivo.m** sempre que iniciar um novo cálculo ou programa.

III) Salve as modificações sempre que alterar um **arquivo.m** antes de executá-lo.

$$2) \text{ resp} = \frac{\overbrace{\log(3,22 + 9,7^2)}^a}{\underbrace{e^{2,4} + 5}_b}$$

⇒MATLAB EDITOR clear all clc a=log10(3.22+9.7^2) b=exp(2.4)+5 resp = a/b	⇒RESPOSTA a = 1.9882 b = 16.0232 resp = 0.1241
--	--

3) Sendo $a = 2,3$ e $b = 265^\circ$, encontre o valor de:

$$E = \frac{\overbrace{10^2 \times \sqrt[3]{3^a}}^{E1}}{\underbrace{\cos(b)}_{E2}}$$

⇒MATLAB EDITOR clear all clc a=2.3 b=265*pi/180 E1=10^2*(3^(a))^(1/3) E2=cos(b) E=abs(E1/E2)	⇒RESPOSTA a = 2.3000 b = 4.6251 E1 = 232.1630 E2 = -0.0872 E = 2.6638e+003 ↓ <div>é equivalente a 2,6638.10³</div>
--	--

$$4) \quad y = \frac{\overbrace{\sqrt{\frac{7^{8,8}}{3,4}}}^{y1}}{\underbrace{20(\sin 33^\circ - \cos 44,5^\circ)}_{y2}} + \frac{\log(300^{2,4})}{e^{1,5}} \quad \uparrow \quad y3$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
y1=sqrt((7^8.8)/3.4);
y2=20*(sin(33*pi/180)-cos(44.5*pi/180));
y3=log10(300^2.4)/exp(1.5);
```

```
y=y1/y2+y3
```

⇒RESPOSTA

```
y =
    -839.6327
```

5) Calcule $z = \frac{(1 + \cos 65^\circ)^2}{(1 - \cos 65^\circ)^2} \times \frac{\ln(2,825^9)}{3,4}$

6) Avalie $x = \frac{16,5 + e^2}{\sqrt{10 \ln(6^4)}} + 10 \frac{\tan(75^\circ)}{\cos^2(20^\circ) + \sin^2(88^\circ)} - \frac{9,12^{2,5}}{\frac{5,3 - 3,1^{0,9}}{2}}$

$\cos^2(x) \Rightarrow \cos(x)^2 = (\cos(x))^2 = \cos(x) * \cos(x)$

7) Calcule $a = \frac{1000 \cos 25,5^\circ - \log(4^{2,9+8,21})}{\sqrt{7 + e^{4,56}}}$

8) Dados $a = 4,56$; $b = -98,5$; $c = 176^\circ$ e $d = 98,5^\circ$; encontre o valor da expressão:

$$E = \frac{\left| \cos(c) \cdot \sin(d) \sqrt{\log(e^{3,9})} \right|}{\sqrt[4]{ab - 5b - a^{a/5}}}$$

9) Encontre o valor absoluto de X, sendo $a = 5,32$, $b = 5 \cdot 10^{-3}$ e

$$X = \frac{3,44a + \log(3,54\sqrt{8,6a})}{b^2 \sec(44^\circ)} + \frac{5b^2}{b^a}$$

10) Sendo $a = 9$, $b = -4,21$ e $c = 0,98$; calcule o valor de $R = \sqrt[3]{\left[\frac{3a^2 - 5^{-b}}{\sqrt{10c}} + \sqrt[5]{(e^a)^2} \right]^2}$

11) Sendo $\beta = 23^\circ$ e $\delta = 107,5^\circ$, calcule o valor de $\alpha = -7,125 \left[\frac{\operatorname{cosec}(\beta + \delta)}{\cot g(2\beta)} \right]^2 \times [\operatorname{sen}^3(2\delta)]$

12) Encontre o inteiro mais próximo de E utilizando somente comandos do MATLAB

$$E = \left[\frac{\{\log_2(7,2)\}^2}{\cos(11,3^\circ)} \right]^3 + \frac{e^3}{5,9 + e^2} \quad (\text{Utilize o **help on line** para } \log_2 \text{ ou use a aula2})$$

13) Verifique se a função $\log_{10}(x)$ é crescente ou decrescente.

14) Verifique se a função 2^x é crescente ou decrescente.

15) Verifique se a função $(1/3)^x$ é crescente ou decrescente.

16) Resolva as expressões.

(a) $|-5| + |-2| =$ (b) $|-5+8| =$ (c) $|-1/4+3| =$

17) Calcule

(a) $\frac{\sqrt{3}-4}{2-\sqrt{5}}$ (b) $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}$

3.4 Variáveis Especiais

a) O MATLAB trabalha com números complexos no formato $\Rightarrow a + bi$

$$i \text{ ou } j \Rightarrow i = j = \sqrt{-1}$$

Exemplos:

`>> i`

`ans =`

`0 + 1.0000i` \Rightarrow Equivalente a $\sqrt{-1}$

`>> j`

`ans =`

`0 + 1.0000i` \Rightarrow Equivalente a $\sqrt{-1}$

`>> 2 + sqrt(-45)`

`ans =`

`2.0000 + 6.7082i`

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{parte real} \Rightarrow 2.0000 \\ \text{parte imaginária} \Rightarrow 6.7082 \end{array} \right.$$

b) Inf \Rightarrow infinito (divisão por zero)

Exemplo:

» 1/0

Warning: Divide by zero.

ans =
Inf

c) Nan \Rightarrow Valor não numérico (*Not a Number* – Não é um número)

Exemplo:

» 0/0

Warning: Divide by zero.

ans =
NaN

3.5 Respostas dos Exercícios Propostos

5) $z = 16.6888$

6) $x = -175.7809$

7) $a = 88.4543$

8) $E = 0.5127$

9) $X = 2.1853e+008$

10) $R = 30.1692$

11) $\alpha = 2.4934$

12) $E = 567$ (utilizar o comando 'round')

13) função crescente

14) função crescente

15) função decrescente

16) (a) 7 (b) 3 (c) 2.7500

17) (a) 9.6072 (b) 4.4142 (c) 6.1072

4. FORMATOS DE VISUALIZAÇÃO NUMÉRICA

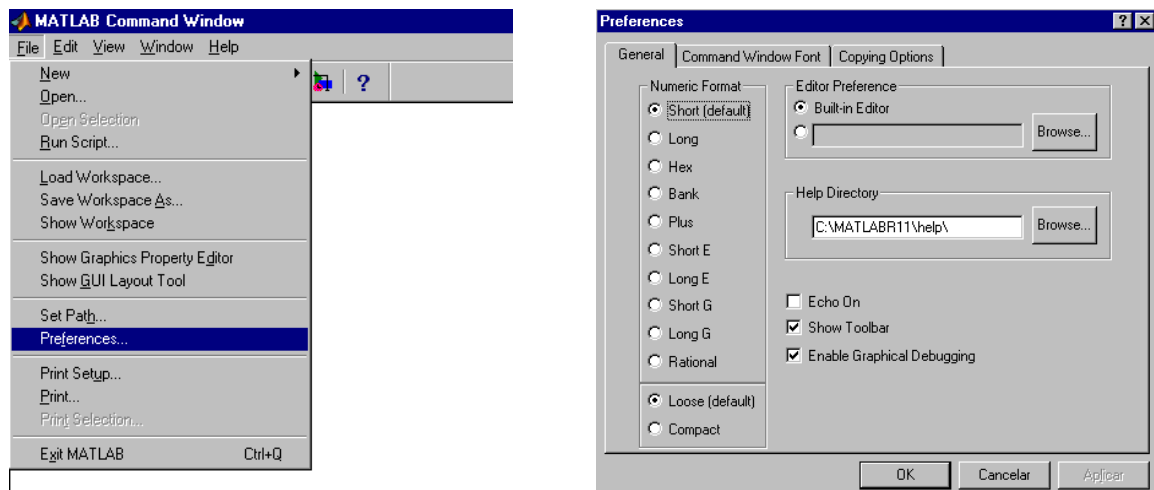
Servem para formatar a visualização dos resultados numéricos sem que haja alteração da representação interna de um número o qual será usado sempre com o maior formato.

format	⇒ 4 dígitos após ponto decimal (<i>default</i> - padrão);
format short	⇒ idem a format ;
format long	⇒ 16 dígitos incluindo o ponto decimal;
format short e	⇒ 5 dígitos + expoente;
format long e	⇒ 16 dígitos + expoente;
format short g	⇒ 5 dígitos;
format long g	⇒ 16 dígitos sem expoente;
format bank	⇒ formato para uso em cálculo com moedas;
format rational	⇒ formata a saída utilizando números racionais (frações).

1) Faça o cálculo da expressão $x = \frac{2}{\sqrt[3]{4} - \sqrt{2}}$ com cada um dos formatos para verificar as diferenças

⇒ MATLAB EDITOR	⇒ RESPOSTA
clear all	x = 11.5482
clc	x = 11.5482
x=2/(4^(1/3)-2^(1/2));	x = 11.54817824703048
format	x = 1.1548e+001
x	x = 1.154817824703048e+001
format short	x = 11.548
x	x = 11.5481782470305
format long	x = 11.55
x	x = 5393/467
format short e	
x	
format long e	
x	
format short g	
x	
format long g	
x	
format bank	
x	
format rational	
x	

Também pode-se modificar a visualização dos valores numéricos utilizando a Janela de Comandos
 ⇒ File ⇒ Preferences ⇒ General



OBSERVAÇÕES:

I) Quando o resultado é um número inteiro o MATLAB apresenta-o como inteiro;

II) Na Janela de Comandos em File ⇒ Preferences ⇒ *Command Window Font* pode-se modificar a formatação dos caracteres da Janela de Comandos (Veja detalhes na Figura anterior).

2) Sendo $a = 3,44$; $b = -561 \cdot 10^{-2}$ e $c = 53^\circ$, encontre o valor da expressão abaixo utilizando o formato com 16 dígitos sem expoente:

$$z = \frac{10a \cdot \text{tg}(c)}{ab + a^{2b-a}}$$

⇒ MATLAB EDITOR	⇒ RESPOSTA
<code>clear all</code>	<code>a =</code>
<code>clc</code>	<code>3.44</code>
<code>format long g</code>	<code>b =</code>
	<code>-5.61</code>
<code>a = 3.44</code>	<code>c =</code>
<code>b = -561e-2</code>	<code>0.925024503556995</code>
<code>c = 53*pi/180</code>	<code>z1 =</code>
	<code>45.6503418637421</code>
<code>z1 = 10*a*tan(c)</code>	<code>z2 =</code>
<code>z2 = a*b+a^(2*b-a)</code>	<code>-19.2983999863839</code>
	<code>z =</code>
<code>z = z1/z2</code>	<code>-2.36549879243621</code>

4.1 Exercícios Propostos

1) Sendo $a = 32$ e $b = -12$, encontre o valor de $C = \frac{\sqrt{b^3 - e^2} + 2a}{a + b}$.

2) Sabendo que $m = -2,2$ e $n = -7,8$, encontre o valor de $E = \frac{3^{m-n} + e^{-m}}{20 + \sqrt{\frac{n-m}{2}}}$.

3) Resolva o exercício 9 utilizando o formato de 16 dígitos com expoente.

4) Calcule:

(a) $\frac{\sqrt{3} - 4}{2 - \sqrt{5}}$

(b) $\frac{7}{3 - \sqrt{2}}$

(c) $\frac{2}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2}}$

(d) $\frac{2 + \sqrt{a}}{3\sqrt{a}}$ para $a = 9$

(e) $\frac{x}{\sqrt{x} + \sqrt{2}}$ para $x = 4$

(f) $\frac{x}{\sqrt{x} - 3}$ para $x = 16$

(g) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(h) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{8}}{\sqrt{16}}$ para $x = 10$

5) Julgue as expressões abaixo com V (verdadeira) ou F (falsa), considerando a, b, c e d números reais quaisquer.

(a) $\frac{(a+b)}{c} = a + \frac{b}{c}$ ()

(b) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ()

(c) $\sqrt{a^2 - b^2} = a - b$ ()

(d) $\frac{c}{(a+b)} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$ ()

(e) $(-2)^2 = -4$ ()

(f) $(-2)^2 = 4$ ()

(g) $\frac{(a+b)}{a} = 1 + b$ ()

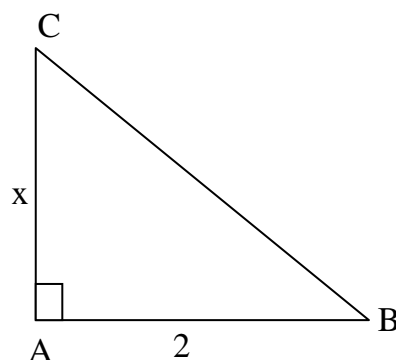
(h) $\sqrt{a^2} = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$. ()

6) No triângulo retângulo, que segue, calcule o valor de x , onde

$B = 30^\circ$ $\sin(30^\circ) = 0,5$

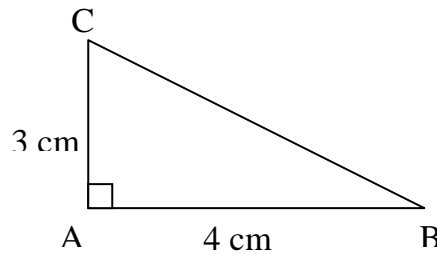
$\cos(30^\circ) = 0,86$

$\text{tg}(30^\circ) = 0,57$



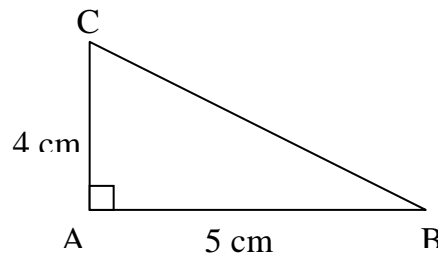
7) Observe o triângulo retângulo da figura a seguir e obtenha o valor de:

- (a) $\sin B$
- (b) $\cos C$
- (c) $\tan B$
- (d) $\sin C$
- (e) $\tan C$
- (f) $\cotg(C)$



8) Observe o triângulo retângulo da figura a seguir e dê o valor de:

- (a) $\sin B$
- (b) $\cos C$
- (c) $\tan B$
- (d) $\sin C$
- (e) $\tan C$
- (f) $\cotg(C)$



9) Num triângulo retângulo ABC os catetos são $b = 15$ cm e $c = 20$ cm . Calcule o seno, o cosseno e a tangente dos ângulos B e C, que são opostos respectivamente aos lados b e c.

10) Num triângulo retângulo os catetos medem 1 cm e 2 cm . Qual é o valor do seno do menor ângulo desse triângulo?

11) Num triângulo ABC, retângulo em A , a hipotenusa é $a = 25$ cm e $\cos(B) = 0,96$. Calcule o perímetro do triângulo.

12) Determinar os catetos de um triângulo de hipotenusa 10 cm onde um dos ângulos mede 30° .

13) Calcule a distância entre os pontos dados. Use a representação em formato racional e formato de 16 dígitos incluindo o ponto decimal.

- (a) (1, 2) e (2, 3) (b) (0, 1) e (1, 3) (c) (-1, 2) e (0, 1)

4.2 Respostas dos Exercícios Propostos

1) $C = 3.2000 + 2.0829i$

2) $X = 23.7730 - 1.9890i$

3) $E = 2.185326839156010e+008$

4)

» format short

» $(\sqrt{3}-4)/(2-\sqrt{5})$

ans =

9.6072

» $7/(3-\sqrt{2})$

ans =

4.4142

» $2/(4^{1/3}-2^{1/3})$

ans =

6.1072

» $a=9;(2+\sqrt{a})/(3*\sqrt{a})$

ans =

0.5556

» $x=4;x/(\sqrt{x}+\sqrt{2})$

ans =

1.1716

» $x=16;x/(\sqrt{x}-3)$

ans =

16

» $(\sqrt{2}+\sqrt{3})/\sqrt{2}$

ans =

2.2247

» $x=10;(\sqrt{x}+\sqrt{8})/\sqrt{16}$

ans =

1.4977

5) (a) F	(b) F	(c) F	(d) F
(e) F	(f) V	(g) F	(h) F

6) » $x = \tan(30*\pi/180)*2$

x =

1.1547

7)

» $h=\sqrt{4^2+3^2}$

h =

5

» $\sin B = 3/h$

sinB =

0.6000

» $\cos C = 3/h$

cosC =

0.6000

» $\tan B = 3/4$

tanB =

0.7500

» $\sin C = 4/h$

sinC =

$$0.8000$$

$$\gg \tan C = 4/3$$

$$\tan C =$$

$$1.3333$$

$$\gg \cotan C = 1/\tan C$$

$$\cotan C =$$

$$0.7500$$

$$8) \gg h = \sqrt{4^2 + 5^2}$$

$$h =$$

$$6.4031$$

$$\gg \sin B = 4/h$$

$$\sin B =$$

$$0.6247$$

$$\gg \cos C = 4/h$$

$$\cos C =$$

$$0.6247$$

$$\gg \tan B = 4/5$$

$$\tan B =$$

$$0.8000$$

$$\gg \sin C = 5/h$$

$$\sin C =$$

$$0.7809$$

$$\gg \tan C = 5/4$$

$$\tan C =$$

$$1.2500$$

$$\gg \cotan C = 1/\tan C$$

$$\cotan C =$$

$$0.8000$$

$$9) \gg b = 15$$

$$b =$$

$$15$$

$$\gg c = 20$$

$$c =$$

$$20$$

$$\gg h = \sqrt{15^2 + 20^2}$$

$$h =$$

$$25$$

$$\gg \sin B = 15/h$$

$$\sin B =$$

0.6000

» $\cos B = 20/h$

$\cos B =$
0.8000

» $\tan B = 15/20$

$\tan B =$
0.7500

» $\sin C = 20/h$

$\sin C =$
0.8000

» $\cos C = 15/h$

$\cos C =$
0.6000

» $\tan C = \sin C / \cos C$

$\tan C =$
1.3333

10) » $h = \sqrt{1+2^2}$

$h =$
2.2361

» $\sin B = 1/h$

$\sin B =$
0.4472

11)

$h = 25;$

» $caa = h * 0.96$

$caa =$
24

» $cao = \sqrt{h^2 - caa^2}$

$cao =$
7

» $perimetro = caa + cao + h$

$perimetro =$
56

12) $h = 10; ca = \cos(30 * \pi / 180) * h$

$ca =$
8.6603

» $co = \sin(30 * \pi / 180) * h$

$co =$
5.0000

13) format short

» d=sqrt((2-1)^2+(3-2)^2)

d =

1.4142

» d=sqrt((1-0)^2+(3-1)^2)

d =

2.2361

» d=sqrt((0+1)^2+(1-2)^2)

d =

1.4142

» format rational

» d=sqrt((2-1)^2+(3-2)^2)

d =

1393/985

» d=sqrt((1-0)^2+(3-1)^2)

d =

2889/1292

» d=sqrt((0+1)^2+(1-2)^2)

d =

1393/985

» format long

» d=sqrt((2-1)^2+(3-2)^2)

d =

1.41421356237310

» d=sqrt((1-0)^2+(3-1)^2)

d =

2.23606797749979

» d=sqrt((0+1)^2+(1-2)^2)

d =

1.41421356237310

5. VETORES

Todos os cálculos considerados até este ponto envolveram números individuais chamados *escalares*. As operações escalares são a base da matemática. Quando se deseja efetuar uma operação em mais de um número de uma única vez, operações escalares repetidas são inconvenientes e demoradas. Para resolver este problema o MATLAB utiliza-se de vetores e matrizes.

5.1 Construção de vetores LINHA

A) Cria um vetor linha com elementos especificados entre [].

1) Crie o vetor $x = \begin{bmatrix} 1 & 2,4 & \sqrt{2} & -\pi \end{bmatrix}$

```
» x=[1 2.4 sqrt(2) -pi]
```

```
x =  
1.0000 2.4000 1.4142 -3.1416
```

2) Crie os vetores $\vec{a} = 5\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$ e $\vec{b} = -3\mathbf{i} - \mathbf{k}$

```
» a=[5 3 -1]
```

```
a =  
5 3 -1
```

```
» b=[-3 0 -1]
```

```
b =  
-3 0 -1
```

OBSERVAÇÃO:

Pode-se utilizar a vírgula (,) para separar os elementos do vetor.

3) $x = \begin{bmatrix} -10 & e^{2,31} & \sqrt{2} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$

```
» x=[-10,exp(2.31),sqrt(2),3/4]
```

```
x =  
-10.0000 10.0744 1.4142 0.7500
```

B) Cria um vetor linha x começando em início com incrementos unitários e pára em fim.

x=(início:fim)

ou

x=início:fim

4) Crie um vetor com início no algarismo -5, com fim no algarismo 2 e com incremento unitário.

» **x=(-5:2)**

x =

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2

5) Crie um vetor com início no algarismo 20, com fim no algarismo 50 e com incremento unitário.

» **x=(20:50)**

x =

Columns 1 through 12

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

Columns 13 through 24

32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43

Columns 25 through 31

44 45 46 47 48 49 50

C) Cria um vetor linha x começando em início com incremento especificado e pára em fim;

x=(início:incremento:fim) ou x=início:incremento:fim

6) Crie um vetor com início no algarismo -5, com fim no algarismo 20 e com incremento igual a 5.

» **x=(-5:5:20)**

x =

-5 0 5 10 15 20

7) Crie um vetor com início no algarismo 3, com fim no algarismo 19 e com incremento igual a 3.

» **x=(3:3:19)**

⇒ Termina o vetor no algarismo mais próximo de 19 contido entre o início, 3 e o fim, 19.

x =

3 9 12 15 18

8) Exemplo crie um vetor com início no algarismo 3, com fim no algarismo -15 e com incremento igual a -1,5.

» **x=(3:-1.5:-15)**

x =

Columns 1 through 7

3.0000 1.5000 0 -1.5000 -3.0000 -4.5000 -6.0000

Columns 8 through 13

-7.5000 -9.0000 -10.5000 -12.0000 -13.5000 -15.0000

D) Cria um vetor linha x com n-elementos começando em início e terminando em fim.

x=linspace(início, fim , n° de elementos)

9) Crie um vetor com 15 elementos iniciando em 0 e terminando em 2π .

» **x=linspace(0,2*pi,15)**

x =

Columns 1 through 7

0 0.4488 0.8976 1.3464 1.7952 2.2440 2.6928

Columns 8 through 14

3.1416 3.5904 4.0392 4.4880 4.9368 5.3856 5.8344

Column 15

6.2832

OBSERVAÇÃO:

Quando não é informado o n° de elementos ao comando linspace, o vetor é construído com 100 elementos, (ver exemplo na página seguinte).

10) Crie um vetor com 100 elementos iniciando em 1 e terminando em 80.

» **x=linspace(1,80)**

E) Cria um vetor linha logarítmico x com n-elementos começando em $10^{\text{início}}$ e terminando em 10^{fim} .

$x = \text{logspace}(\text{início}, \text{fim}, \text{n}^\circ \text{de elementos})$

11) Crie um vetor logarítmico com 10 elementos iniciando em 10^0 e terminando em 10^2 .

» $x = \text{logspace}(0, 2, 10)$

$x =$

Columns 1 through 7

1.0000 1.6681 2.7826 4.6416 7.7426 12.9155 21.5443

Columns 8 through 10

35.9381 59.9484 100.0000

5.2 Construção de vetores COLUNA

A) Construa o vetor coluna x dado por:

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ -2,5 \\ 11 \end{bmatrix}$$

A.1) Com valores especificados	A.2) Separados por (;)
<p>» $x = [1 \quad -2.5 \quad 11]$ <enter></p> <p>$x =$</p> <p>1.0000 -2.5000 11.0000</p>	<p>» $x = [1; -2.5; 11]$ \Rightarrow O (;) executa a mudança de linha</p> <p>$x =$</p> <p>1.0000 -2.5000 11.0000</p>

5.3 Transposta de um vetor

(' \Rightarrow apóstrofo - apóstrofe)

» $a = [1 \ -2 \ -3 \ 4.5]$

$a =$

1.0000 -2.0000 -3.0000 4.5000

» $b = a'$ \Rightarrow (') aposto

$b =$

1.0000

-2.0000

-3.0000

4.5000

» c=[1; 5; 9]

c =
1
5
9

» d=c'

d =
1 5 9

5.4 Operações com vetores

A) Operações **vetor - escalar**

A.1) Adição e subtração

» a=[1 4 -7]; \Rightarrow vetor
» b=5; \Rightarrow escalar

» x=a+b $\Rightarrow x = [1 \ 4 \ -7] + 5$
x =
6 9 -2

» y=a-b $\Rightarrow y = [1 \ 4 \ -7] - 5$
y =
-4 -1 -12

» z=-b-a $\Rightarrow z = -5 - [1 \ 4 \ -7]$
ans =
-6 -9 2

» w=3-a $\Rightarrow w = 3 - [1 \ 4 \ -7]$
w =
2 -1 10

A.2) Multiplicação e divisão

» a=[1 3 2.5]; \Rightarrow vetor
» b=4; \Rightarrow escalar

$$\gg x=b*a \quad \Rightarrow x = 4 \times [1 \quad 3 \quad 2,5]$$

x =
4 12 10

$$\gg y=-b*a \quad \Rightarrow y = -4 \times [1 \quad 3 \quad 2,5]$$

y =
-4 -12 -10

$$\gg z=3*(-a) \quad \Rightarrow z = 3 \times \left\{ -[1 \quad 3 \quad 2,5] \right\}$$

z =
-3.0000 -9.0000 -7.5000

$$\gg w=a/b \quad \Rightarrow x = \frac{[1 \quad 3 \quad 2,5]}{4} \quad \text{Divisão } \mathbf{vetor/escalar}$$

w =
0.2500 0.7500 0.6250

$$\gg m=b/a \quad \Rightarrow m = \frac{4}{[1 \quad 3 \quad 2,5]} \quad \text{Divisão } \mathbf{escalar/vetor} \text{ não é definida}$$

??? Error using ==> /
Matrix dimensions must agree.

As dimensões das matrizes
devem concordar

\gg m=b./a

ans =
4.0000 1.3333 1.6000

Divisão escalar/vetor só é definida quando utilizado o ponto (.) após o escalar. O ponto indica que a divisão será realizada dividindo o escalar por todos os elementos do vetor, um de cada vez.

B) Operações **vetor – vetor** (elemento por elemento)

Quando dois vetores possuem mesma dimensão, as operações elementares de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação aplicam-se de elemento em elemento.

B.1) Adição e subtração

\gg a=[1 3 6];
\gg b=[2 -1.5 2];
\gg c=[1 2 3 4];

$$\gg x=a+b \quad \Rightarrow x = [1 \quad 3 \quad 6] + [2 \quad -1,5 \quad 2]$$

x =
3.0000 1.5000 8.0000

» $y=a-b \Rightarrow y=[1 \ 3 \ 6]-[2 \ -1,5 \ 2]$
 $y =$
-1.0000 4.5000 4.0000

» $z=2*a-b \Rightarrow z=2 \times [1 \ 3 \ 6]-[2 \ -1,5 \ 2]$
 $z =$
0 7.5000 10.0000

» $m=a-3*b \Rightarrow m=[1 \ 3 \ 6]-3 \times [2 \ -1,5 \ 2]$
 $m =$
-5.0000 7.5000 0

» $n=a+c \Rightarrow n=[1 \ 3 \ 6]+[1 \ 2 \ 3 \ 4]$

??? Error using ==> +
 Matrix dimensions must agree.



Vetores (a) e (c) possuem
 dimensões diferentes:

Vetor a \Rightarrow dimensão 1 x 3

Vetor c \Rightarrow dimensão 1 x 4

B.2) Multiplicação e divisão pontuada

» $a=[1 \ 3 \ 6];$
 » $b=[2 \ -1,5 \ 2];$
 » $x=a.*b \Rightarrow x=[1 \ 3 \ 6] \times [2 \ -1,5 \ 2]$
 \Rightarrow multiplicação de cada elemento de **a** com seu
 respectivo elemento em **b**
 $x =$
2.0000 -4.5000 12.0000

» $y=2*a./b \Rightarrow x=2 \times [1 \ 3 \ 6] / [2 \ -1,5 \ 2]$
 \Rightarrow divisão de cada elemento de **a** com seu
 respectivo elemento em **b**
 $y =$
1 -4 6

» $m=3*a.*b \Rightarrow x=3 \times [1 \ 3 \ 6] \times [2 \ -1,5 \ 2]$
 $m =$
6.0000 -13.5000 36.0000

B.3) Potenciação vetorial pontuada

» $a=[2 \ -4 \ 9];$
 » $b=[1 \ 4 \ 1.5];$

» $x=a.^b \quad \Rightarrow x=[2 \ -4 \ 9]^{[1 \ 4 \ 1.5]}$
 \Rightarrow potenciação de cada elemento de **a** com seu respectivo elemento em **b**

$x =$
 $2 \ 256 \ 27$

» $y=2*a.^2 \quad \Rightarrow x=2 \times [2 \ -4 \ 9]^2$
 \Rightarrow mesmo que $2*a.*a$

$y =$
 $8 \ 32 \ 162$

» $z=b.^2-a \quad \Rightarrow z=[1 \ 4 \ 1.5]^2-[2 \ -4 \ 9]$
 \Rightarrow mesmo que $b.*b-a$

$z =$
 $-1.0000 \ 20.0000 \ -6.7500$

» $m=3*a-b.^(1/2) \quad \Rightarrow m=3 \times [2 \ -4 \ 9]-[1 \ +4 \ 1.5]^{1/2}$
 $m =$
 $5.0000 \ -14.0000 \ 25.7753$

» $n=2.^a \quad \Rightarrow m=2^{[2 \ 4 \ 9]}$
 $n =$
 $4.0000 \ 0.0625 \ 512.0000$

C) Resumo das operações vetoriais

Sendo $a = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n]$
 $b = [b_1 \ b_2 \ b_3 \ \dots \ b_n]$
 $c = \text{escalar}$

Adição ou subtração entre um vetor e um escalar

$$a \pm c = [a_1 \pm c \ a_2 \pm c \ a_3 \pm c \ \dots \ a_n \pm c]$$

Multiplicação ou divisão entre um vetor e um escalar

$$a \times c = [a_1 \times c \ a_2 \times c \ a_3 \times c \ \dots \ a_n \times c]$$

$$a / c = [a_1 / c \ a_2 / c \ a_3 / c \ \dots \ a_n / c]$$

Divisão pontuada entre um escalar e um vetor

$$c./ a = [c/a_1 \ c/a_2 \ c/a_3 \ \dots \ c/a_n]$$

Adição ou subtração entre vetores

$$a \pm b = [a_1 \pm b_1 \ a_2 \pm b_2 \ a_3 \pm b_3 \ \dots \ a_n \pm b_n]$$

Multiplicação ou divisão entre vetores

$$a \times b = [a_1 \times b_1 \ a_2 \times b_2 \ a_3 \times b_3 \ \dots \ a_n \times b_n]$$

$$a./ b = [a_1 / b_1 \ a_2 / b_2 \ a_3 / b_3 \ \dots \ a_n / b_n]$$

Potenciação envolvendo vetores

$$a.^ b = [a_1.^ b_1 \ a_2.^ b_2 \ a_3.^ b_3 \ \dots \ a_n.^ b_n]$$

$$a.^ c = [a_1.^ c \ a_2.^ c \ a_3.^ c \ \dots \ a_n.^ c]$$

$$c.^ a = [c.^{a_1} \ c.^{a_2} \ c.^{a_3} \ \dots \ c.^{a_n}]$$

5.5 Exercícios propostos

1) Sendo $a=[1 \ 4 \ 6 \ 8]$ e $b=[-1 \ -2 \ -3 \ 2]$, resolva:

$$x = \frac{\overbrace{2a + b}^{x1}}{\underbrace{ab}}$$

⇒MATLAB EDITOR

clear all

clc

a=[1 4 6 8];

b=[-1 -2 -3 2];

x1=2*a+b;

x2=a.*b;

x=x1./x2

⇒RESPOSTA

x =

-1.0000 -0.7500 -0.5000 1.1250

2) Sendo $a=[1 \ 2 \ 4]$ e $b=[0,5 \ 1,5 \ 7]$, resolva:

$$x = \frac{\overbrace{12,5 \log(ab + b)}^m}{\underbrace{5a - 1,5b}_n}$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
a=[1 2 4];
b=[0.5 1.5 7];
```

```
m=12.5*log10(a.*b+b);
n=5*a-1.5*b;
```

```
x=m./n
```

⇒RESPOSTA

```
x =
    0    1.0536    2.0317
```

3) Sendo $x=[1 \ 6 \ -2]$, $y=[2 \ 6 \ 9]$ e $z=[-2 \ 2 \ 1.5]$, resolva:

$$w = \frac{\overbrace{xyz}^{w1}}{\underbrace{2x}_w} + \frac{\overbrace{\left| \sqrt{xy - zx} \right|}^{w2}}{\underbrace{2 \ln(2x + 3,2y)}_{w3}}$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
x=[1 6 -2];
y=[2 6 9];
z=[-2 2 1.5];
```

```
w1=(x.*y.*z)./(2*x);
w2=abs(sqrt(x.*y-z.*x));
w3=2*log(2*x+3.2*y);
w=w1+w2./w3
```

⇒RESPOSTA

```
w =
   -1.5301    6.7120    7.3531
```

4) Sendo $a=[1 \ 4 \ 6 \ 1]$ e $b=[0.5 \ -0.5 \ 8 \ 1]$, resolva:

$$r = \frac{5}{ab} + \frac{a^2b + ab^2 - 4b}{\sqrt[3]{(a \cdot b \cdot \operatorname{tg} 10^\circ)^4}}$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
a=[1 4 6 1];
b=[0.5 -0.5 8 1];
```

```
r1=5./(a.*b);
r2=(a.^2).*b+a.*(b.^2)-4.^b;
r3=((a.*b*tan(10*pi/180)).^(4)).^(1/3);
```

```
r=r1+(r2./r3)
```

⇒RESPOSTA

```
r =
```

```
1.0e+003 *
```

```
-0.0219 -0.0326 -3.7605 -0.0152
```

OBSERVAÇÕES:

I) A resposta acima é equivalente a:

$$1.0 \cdot 10^3 \times [-0.0219 \ -0.0326 \ -3.7605 \ -0.0152]$$

II) Para uma visualização completa dos Algarismos dos elementos pertencentes ao vetor r pode ser utilizada a formatação (*format long g*):

```
r =
```

```
Columns 1 through 3
```

```
-21.8560295718585    -32.6020616677436    -3760.49503161746
```

```
Column 4
```

```
-15.2273179415593
```

5) Sendo $a=[1 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8]$, calcule o valor de R dada pela expressão abaixo.

$$R = \frac{2a^2}{a^a} + \frac{4,5 + 3a}{\log(10a^2)}$$

6) Determine o valor de Z na expressão abaixo sabendo que $m = [-1 \ e^2 \ \sqrt{5}]$ e $n = [\log(80) \ \cos(12^\circ) \ \pi]$.

$$Z = \frac{2m + 3n}{m - n} \cdot \frac{mn - m}{3n}$$

7) Determine o valor K sabendo que $x=[1,5 \ 1,5 \ 1,5 \ 2,8]$ e $y=[0,5 \ 2 \ -4 \ -9]$.

$$K = \left| \frac{x^3}{y^2} - \frac{x - y}{\sqrt[3]{(2x - y)^2}} \right|$$

8) Sendo $c = [\sqrt[5]{88} \ -2,5]$ e $d = [9,9 \ -23,5]$, encontre o valor de X.

$$X = \frac{cd - 2c - 3d}{4,56} + \frac{4,56}{cd - 2c - 3d}$$

9) Sendo os vetores $a=[1 \ 5 \ 7 \ 0]$; e $b=[1 \ 4 \ -2,5 \ -1]$; resolva a expressão abaixo:

$$x = \frac{ab^2 - a^2}{\log(5a + 10)} + \frac{e^{(1+ab)}}{4^{3b}}$$

10) Sendo $x=[-2,5 \ 2]$ e $y=[3 \ -4,5]$. Encontre o valor de A.

$$A = \left| \frac{\ln(3xy + y^2)}{xy} + \sqrt{\frac{x^2}{y^3}} \right|$$

11) Resolva a expressão abaixo se o vetor a inicia no algarismo 3 e termina no algarismo 14 em incrementos de 2,2; e o vetor b inicia no algarismo 20 e termina no algarismo 13,95 em incrementos de -1,21.

$$e = \frac{150,5 \times \frac{5a - 3b}{ab} - \frac{a^2}{ab - a^b}}{a - b}$$

5.6 Cálculo vetorial

A) Produto escalar (interno)

Sendo os vetores: $\vec{a} = a_1i + a_2j + a_3k$ e $\vec{b} = b_1i + b_2j + b_3k$

Por definição $\Rightarrow \vec{a} \bullet \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

No MATLAB \Rightarrow

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}=[a1 \ a2 \ a3] \\ \mathbf{b}=[b1 \ b2 \ b3] \\ \mathbf{dot(a,b)} \end{array} \right.$$

B) Produto vetorial (externo)

Sendo os vetores: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ e $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$

$$\text{Por definição} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \vec{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \vec{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \vec{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\text{No MATLAB} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{a=[a1 \ a2 \ a3]} \\ \mathbf{b=[b1 \ b2 \ b3]} \\ \mathbf{cross(a,b)} \end{cases}$$

C) Norma de um vetor (módulo de um vetor)

Sendo o vetor: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$

$$\text{Por definição} \Rightarrow \|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\text{No MATLAB} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{a=[a1 \ a2 \ a3]} \\ \mathbf{norm(a)} \end{cases}$$

12) Dados os vetores $\vec{a} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ e $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 8\vec{k}$, encontre a norma de \vec{x} , dada pela equação abaixo

$$\vec{x} = \frac{2(\vec{a} \times \vec{b})}{7(\vec{a} \bullet \vec{b})}$$

\Rightarrow MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
a=[3 5 0];
b=[1 -1 8];
```

```
x1=2*cross(a,b);
x2=7*dot(a,b);
```

```
x=norm(x1/x2)
```

\Rightarrow RESPOSTA

```
x =
    6.7612
```

13) Sendo o vetor $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{b} = 1,5\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, encontre a norma do vetor W.

$$\vec{w} = \frac{(\vec{a} \times \vec{b})}{(\vec{a} \cdot \vec{b})} + \frac{(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a})}{2}$$

⇒MATLAB EDITOR

clear all
clc

a=[1 -4 2];
b=[1.5 2 -3];

w1=cross(a,b)/dot(a,b);
w2=cross(a+b,b-a); w=norm(w1+w2/2)

⇒RESPOSTA

w =
11.7817

5.7 Exercícios propostos

14) Sendo $\vec{x} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} - 1,5\mathbf{k}$ e $\vec{y} = 7\mathbf{i} - \mathbf{j} - 10\mathbf{k}$, encontre o vetor \vec{z} dado pela expressão abaixo:

$$\vec{z} = \frac{(\vec{x} \times 3\vec{y})}{(3\vec{x} \cdot \vec{y})}$$

15) Sendo $\vec{x} = 3\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ e $\vec{y} = 7\mathbf{i} - 2\mathbf{k}$, encontre o módulo do vetor $\|\vec{w}\|$ dada pela expressão abaixo:

$$\vec{w} = \left\{ \frac{[2\vec{y} \cdot \vec{x}]}{\|(5\vec{y}) \times (\vec{x} - \vec{y})\|} \right\}$$

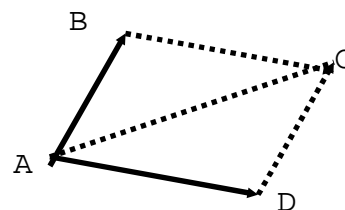
16) Encontre a medida em graus do ângulo θ formado entre os vetores $\vec{u} = (2,0,-3)$ e $\vec{v} = (1,1,1)$.

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|} \Rightarrow \theta \text{ em radianos}$$

17) Encontre a medida em graus do ângulo θ formado entre os vetores $\vec{u} = (1,0,1)$ e $\vec{v} = (-2,10,2)$.

18) Calcule a área do paralelogramo ABCD, sendo $\vec{AB} = (1,1,-1)$ e $\vec{AD} = (2,1,4)$

$$\text{area} = \left\| \vec{AB} \times \vec{AD} \right\|$$

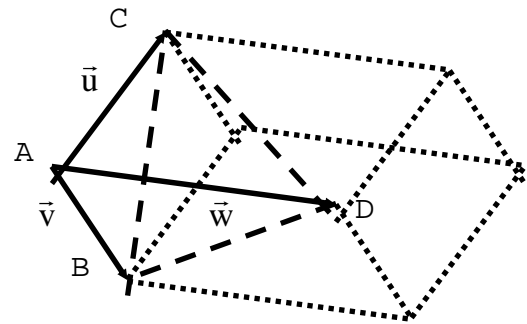


19) Calcule a área do triângulo ABC, delimitada pelos vetores

$$\overrightarrow{AC} = (1,1,3) \text{ e } \overrightarrow{CB} = (-1,1,0) \text{ .}$$

20) Calcule o volume do paralelepípedo delimitado pelos vetores $\vec{u} = (1,0,1)$, $\vec{v} = (0,3,3)$ e $\vec{w} = (2,1,2)$.

$$volume = |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}|$$



21) Calcule o volume do tetraedro ABCD delimitado por: $\vec{u} = (1,1,0)$, $\vec{v} = (0,1,1)$ e $\vec{w} = (-4,0,0)$.

$$volume = \frac{1}{6} |(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}|$$

5.8 Respostas dos exercícios propostos

5) R = 9.5000 8.5541 7.6110 8.8033 10.1562

6) Z = 0.2021 -0.1520 -7.7977

7) K = 12.9571 1.3438 1.2921 1.7043

8) X = -2.7116 29.4748

9) x = 0.1155 114.2277 -3.1734 173.9700

10) A = 0.4398 0.2540

11) e = 6.6397 3.4422 1.7887 0.1570 -3.3853 433.8530

14) z = 0.2297 0.5270 0.1081

15) w = 0.3416

16) teta = 99.2143°

17) teta = 90°

18) area = 7.8740

19) area = 2.3452

20) volume = 3

21) volume = 0.6667

6. MATRIZES

6.1 Construção de matrizes

A) Matriz com elementos especificados entre []

1) Crie a matriz:

$$x = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \pi & 4 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2,5 & 5 & e^3 \end{bmatrix}$$

A.1) Forma matricial

```
» x=[sqrt(2) pi 4      <enter>
    -1 -1 0          <enter>
    2.5 5 exp(3)] <enter>
```

```
x =
    1.4142    3.1416    4.0000
   -1.0000   -1.0000     0
    2.5000    5.0000   20.0855
```

A.2) Elementos separados por espaço e linhas por(;)

```
» x=[sqrt(2) pi 4; -1 -1 0; 2.5 5 exp(3)]
```

```
x =
    1.4142    3.1416    4.0000
   -1.0000   -1.0000     0
    2.5000    5.0000   20.0855
```

A.3) Elementos separados por (,) e linhas por (;)

```
» x=[sqrt(2),pi,4;-1,-1,0;2.5,5,exp(3)]
```

```
x =
    1.4142    3.1416    4.0000
   -1.0000   -1.0000     0
    2.5000    5.0000   20.0855
```

6.2 Dimensões de vetores e matrizes

Vetor ⇒ necessita de **1** coordenada para ser definida.

Matriz ⇒ necessita de **2** coordenadas para ser definida.

A) Vetor sendo considerado como um vetor.

2) Sendo o vetor $a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

» $a = [1 \ 0 \ -5 \ 2];$

» $a(1) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (1)

$ans =$
 1

» $a(2) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (2)

$ans =$
 0

» $a(3) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (3)

$ans =$
 -5

» $a(4) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (4)

$ans =$
 2

B) Vetor sendo considerado como uma matriz.

3) Sendo o vetor $a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

» $a = [1 \ 0 \ -5 \ 2];$

» $a(1,1) \Rightarrow$ matriz (a) elemento (1,1)

$ans =$
 1

» $a(1,2) \Rightarrow$ matriz (a) elemento (1,2)

$ans =$
 0

» $a(1,3) \Rightarrow$ matriz (a) elemento (1,3)

$ans =$
 -5

» $a(1,4) \Rightarrow$ matriz (a) elemento (1,4)

$ans =$
 2

C) Matriz sendo considerada como um vetor.

As coordenadas são contadas de cima para baixo e da esquerda para a direita.

$$a = \begin{bmatrix} \text{elemento 1} & \text{elemento 5} & & \\ \text{elemento 2} & \text{elemento 6} & & \\ \text{elemento 3} & \vdots & \vdots & \\ \text{elemento 4} & & \text{elemento n} & \end{bmatrix}$$

4) Dada a matriz $a = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

» $a = [1 \ 5 \ 0; -2 \ 8 \ 1];$

» $a(1) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (1)

$ans =$

1

» $a(2) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (2)

$ans =$

-2

» $a(3) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (3)

$ans =$

5

» $a(4) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (4)

$ans =$

8

» $a(5) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (5)

$ans =$

0

» $a(6) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (6)

$ans =$

1

» $a(7) \Rightarrow$ vetor (a) elemento (7)

??? Index exceeds matrix dimensions.

(Índice excede a dimensão da matriz)

D) Matriz sendo considerada como uma matriz.

5) Dada a matriz $a = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ -2 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

» $a = [1 \ 5 \ 0; -2 \ 8 \ 1];$

» **a(1,1)** \Rightarrow matriz (a) elemento (1,1)
ans =
1

» **a(1,2)** \Rightarrow matriz (a) elemento (1,2)
ans =
5

» **a(1,3)** \Rightarrow matriz (a) elemento (1,3)
ans =
0

» **a(2,1)** \Rightarrow matriz (a) elemento (2,1)
ans =
-2

» **a(2,2)** \Rightarrow matriz (a) elemento (2,2)
ans =
8

» **a(2,3)** \Rightarrow matriz (a) elemento (2,3)
ans =
1

» **a(3,3)** \Rightarrow matriz (a) elemento (3,3)
??? Index exceeds matrix dimensions.
 (Índice excede a dimensão da matriz)

6.3 Comandos de dimensão

s=size(A)	\Rightarrow Retorna um vetor linha (s) , cujo primeiro elemento é o n° de linhas de (A) e cujo segundo elemento é o n° de colunas de(A).
[l,c]=size(A)	\Rightarrow Retorna dois escalares (l) e (c) contendo, respectivamente, o n° de linhas e o n° de colunas de (A).
n=length(A)	\Rightarrow Retorna a maior dimensão de (A)

6) Utilize os diferentes comandos nos vetores que seguem.

» **a=[1 3 5]** \Rightarrow a = [1 3 5]
a =
1 3 5

» **b=[2 3; 4 7; 9 10]** \Rightarrow b = $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$
b =
2 3

```

4   7
9   10

```

```
» s=size(a)
```

```
s =
```

```
1   3      ⇒ 1 linha e 3 colunas
```

```
» [l,c]=size(b)
```

```
l =
```

```
3      ⇒ 3 linhas
```

```
c =
```

```
2      ⇒ 2 colunas
```

```
» n=length(b)
```

```
n =
```

```
3      ⇒ máxima dimensão do vetor b
```

6.4 Operações com matrizes

A) Operações com matriz elemento por elemento

Todas as operações vetoriais são validas para matrizes desde que suas dimensões sejam iguais.

7) Sendo $a = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

```
» a=[3 3 -4; 4 -2 6]
```

```
a =
```

```
3   3   -4
```

```
4   -2   6
```

```
» b=[1 -1 8; 2 2 3]
```

```
b =
```

```
1   -1   8
```

```
2    2   3
```

```
» x=a+b
```

$$\Rightarrow x = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

```
x =
```

```
4    2    4
```

```
6    0    9
```

$$\gg y=b-2 \quad \Rightarrow \quad y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 2$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\gg z=2*a-b \quad \Rightarrow \quad z = 2 \times \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} 5 & 7 & -16 \\ 6 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\gg w=-2-a \quad \Rightarrow \quad w = -2 - \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} -5 & -5 & 2 \\ -6 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\gg m=a/2 \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}}{2}$$

$$m = \begin{bmatrix} 1.5000 & 1.5000 & -2.0000 \\ 2.0000 & -1.0000 & 3.0000 \end{bmatrix}$$

$$\gg n=2/a \quad \Rightarrow \quad n = \frac{2}{\begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}}$$

Divisão escalar/matriz
não é definida

??? Error using ==> /
Matrix dimensions must agree.

$\gg n=2./a$

$$\text{ans} = \begin{bmatrix} 0.6667 & 0.6667 & -0.5000 \\ 0.5000 & -1.0000 & 0.3333 \end{bmatrix}$$

$$\gg p=a.^2 \quad \Rightarrow \quad p = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}^2$$

$$p = \begin{bmatrix} 9 & 9 & 16 \\ 16 & 4 & 36 \end{bmatrix}$$

$$\gg \mathbf{q} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -32 \\ 8 & -4 & 18 \end{bmatrix}$$

$$\gg \mathbf{r} = 2 \cdot \mathbf{b} - 2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r} = 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} - 2$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 & -1.5000 & 254.0000 \\ 2.0000 & 2.0000 & 6.0000 \end{bmatrix}$$

$$\gg \mathbf{s} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 8 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 & -4 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} 1.0000 & -1.0000 & 0.0002 \\ 16.0000 & 0.2500 & 729.0000 \end{bmatrix}$$

B) Operações matriciais

B.1) Multiplicação de matrizes (Linha por Coluna)

$$\begin{matrix} \mathbf{A} & \mathbf{x} & \mathbf{B} & = & \mathbf{C} \\ \mathbf{m,p} & & \mathbf{p,n} & & \mathbf{m,n} \end{matrix}$$

8) Sendo as matrizes $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, faça $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$

$$\mathbf{A}_{2 \times 2} \times \mathbf{B}_{2 \times 3} = \mathbf{C}_{2 \times 3}$$

$\gg \mathbf{A} = [1 \ 2; -3 \ 4];$
 $\gg \mathbf{B} = [2 \ 0 \ 2; 1 \ 1 \ -2];$

$\gg \mathbf{C} = \mathbf{A} * \mathbf{B}$

$\mathbf{C} =$

Multiplicação Linha x Coluna

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \times 2 + 2 \times 1 & 1 \times 0 + 2 \times 1 & 1 \times 2 + 2 \times (-2) \\ -3 \times 2 + 4 \times 1 & -3 \times 0 + 4 \times 1 & -3 \times 2 + 4 \times (-2) \end{bmatrix}$$

```

4   2  -2
-2  4 -14

```

B.2) Operações especiais com matrizes quadradas

9) Sendo $b = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

```
» b=[1 -6; 3 7];
```

```
» b^2           ⇒idem a (b x b)
```

```
ans =
```

```
-17 -48
 24  31
```

```
» b^3           ⇒idem a (b x b x b)
```

```
ans =
```

```
-161 -234
 117  73
```

B.3) Determinante de uma matriz quadrada $\Rightarrow \det(X)$

10) Encontre o determinante da matriz $a = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$

```
» a=[1 6; -3 9];
```

```
» det(a)
```

```
ans =
```

```
27
```

B.4) Inversa de uma matriz $\Rightarrow \text{inv}(X)$ ou X^{-1}

11) Encontre A^{-1} da matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$

```
» a=[1 6; -3 9];
```

```
» inv(a)
```

```
ans =
```

```
0.3333 -0.2222
0.1111 0.0370
```

OBSERVAÇÃO:

Só existe inversa de uma matriz se ela não for singular, ou seja, o determinante dela não for nulo.

12) Encontre o determinante da matriz $b = \begin{vmatrix} 11 & 2 \\ 5,5 & 1 \end{vmatrix}$

```
» b=[11 2;5.5 1]
```

```
b =  
11.0000 2.0000  
5.5000 1.0000
```

```
» inv(b)  
Warning: Matrix is singular to working precision.
```

```
ans =  
Inf Inf  
Inf Inf
```

```
» det(b)  
ans =  
0
```

B.5) Rank de uma matriz (número de linhas não nulas) \Rightarrow **rank(X)**

13) Encontre o número de linhas não nulas do determinante de A.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

```
» A=[1 1 1; 0 0 2; 0 0 0];
```

```
» rank(A)
```

```
ans =  
2
```

B.6) Transposta de uma matriz \Rightarrow (' aposto, apóstrofe, apóstrofo)

14) Encontre a matriz b transposta de $a = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -11 \\ 12 & -3 \end{vmatrix}$

```
» a=[1 2; 0 -11; 12 -3];  
» b=a'
```

```
b =  
1 0 12  
2 -11 -3
```

6.6 Resolução de sistema de equações do tipo SPD

SPD: Sistema Possível Determinado

Sendo o sistema formado por três equações com três variáveis desconhecidas:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 10 \\ -x + 3y + 2z = -5 \\ x - y - z = 1 \end{cases}$$

Pode-se escrever o sistema de três equações na forma de matrizes:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad X = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Então, o sistema de equações pode ser escrito como:

$$AX = B$$

Para encontrar o valor das variáveis desconhecidas basta isolar o vetor X na equação acima, portanto:

$$X = A^{-1}B$$

No Matlab pode-se resolver de duas maneiras:

\Rightarrow MATLAB EDITOR $A=[3 \ 2 \ -1; \ -1 \ 3 \ 2; \ 1 \ -1 \ -1];$ $B=[10; \ -5; \ 1];$ $X=inv(A)*B \Rightarrow$ Utilizando o comando inv	\Rightarrow RESPOSTA $X =$ -18.0000 \Rightarrow valor de x 15.0000 \Rightarrow valor de y -34.0000 \Rightarrow valor de z
\Rightarrow MATLAB EDITOR $A=[3 \ 2 \ -1; \ -1 \ 3 \ 2; \ 1 \ -1 \ -1];$ $B=[10; \ -5; \ 1];$ $X=A \setminus B \Rightarrow$ Utilizando a barra invertida	\Rightarrow RESPOSTA $X =$ -18.0000 \Rightarrow valor de x 15.0000 \Rightarrow valor de y -34.0000 \Rightarrow valor de z

6.7 Autovalores e Autovetores (Álgebra Linear)

Sendo a equação matricial:

$$AX = \lambda X$$

onde

$A_{n \times n}$ é uma matriz quadrada de ordem n ;
 X é um vetor de n linhas;
 λ é um escalar.

O valor de λ para que X seja vetor não nulo é chamado de **autovalores** da matriz A e X é chamado de **autovetores** de A .

1) Sendo a matriz $A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 \\ 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$, encontre seus autovalores e autovetores.

» $A = [1/2 \ 1/4; 1/4 \ 1/2];$

» $[avt, avl] = \text{eig}(A)$ \Rightarrow **Linha com o Comando**

$avt =$

$\begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 \\ -0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix}$ \Rightarrow Colunas com os **autovetores**

$avl =$

$\begin{bmatrix} 0.2500 & 0 \\ 0 & 0.7500 \end{bmatrix}$ \Rightarrow Diagonal com os **autovalores**

OBSERVAÇÃO:

Cada autovalor corresponde a um autovetor, ou seja:

$$\lambda_1 = 0,2500 \Rightarrow X_1 = \begin{bmatrix} 0,7071 \\ -0,7071 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = 0,7500 \Rightarrow X_2 = \begin{bmatrix} 0,7071 \\ 0,7071 \end{bmatrix}$$

6.8 Manipulação de vetores e matrizes

Vetor \Rightarrow 1 coordenada

Matriz \Rightarrow 2 coordenadas

REGRA GERAL

\Rightarrow Operações com sinal ($=$) alteram ou incluem elementos em matrizes ou em vetores.

\Rightarrow Operações sem sinal ($=$) somente retornam os elementos das matrizes ou dos vetores.

6.9 Matrizes especiais

A) Matrizes formadas por zeros

$\Rightarrow \text{zeros}(n^\circ \text{ de linhas}, n^\circ \text{ de colunas})$

\Rightarrow **zeros**(ordem)

Exemplos.

» **zeros(2,4)**

ans =

```
0 0 0 0
0 0 0 0
```

» **zeros(3)**

ans =

```
0 0 0
0 0 0
0 0 0
```

B) Matrizes formadas por 1 (um)

\Rightarrow **ones**(n° de linhas,n° de colunas)

\Rightarrow **ones**(ordem)

Exemplos.

» **ones(4,2)**

ans =

```
1 1
1 1
1 1
1 1
```

» **ones(4)**

ans =

```
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1
1 1 1 1
```

C) Matriz Identidade \Rightarrow **eye**(ordem)

» **eye(3)**

ans =

```
1 0 0
0 1 0
0 0 1
```

2) Sendo as matrizes:

$$a = [10 \quad 20 \quad 30]$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$$

» **a=[10 20 30];**

» **b=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];**

» **c=[10;11;12];**

» a(1) $a = [10 \quad 20 \quad 30]$	ans = 10	⇒Retorna o elemento (1) do vetor (a)
» a(1,3) $a = [10 \quad 20 \quad 30]$	ans = 30	⇒Retorna o elemento (1,3) do da matriz (a)
» b(5) $b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	ans = 5	⇒Retorna o elemento (5) do vetor (b)
» b(3,2) $b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	ans = 8	⇒Retorna o elemento (3,2) da matriz (b)

» c(1) $c = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$	ans = 10	⇒Retorna o elemento (1) do vetor (c)
» c(3,1) $c = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$	ans = 12	⇒Retorna o elemento (3,1) da matriz (c)
» a(1)=0 $a = [10 \quad 20 \quad 30]$	a = 0 20 30	⇒Transforma o elemento (1) do vetor (a) no algarismo 0 (zero)
» a(1,2)=0 $a = [0 \quad 20 \quad 30]$	a = 0 0 30	⇒Transforma o elemento (1,2) da matriz (a) no algarismo 0 (zero)
» b(7)=-11 $b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	b = 1 2 -11 4 5 6 7 8 9	⇒Transforma o elemento (7) da do vetor (b) no algarismo -11
» b(4,4)=-10	b = 1 2 -11 0	⇒Inclui o algarismo 10 no elemento (4,4) na matriz (b) e complementa os demais elementos não existentes com

$b = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -11 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$	algarismo 0 (zero)
» c(2,2)=1 $c = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix}$	c = $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 11 & 1 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$	⇒Inclui o algarismo 1 no elemento (2,2) na matriz (c). e complementa os demais elementos não existentes com algarismo 0 (zero)

3) Sendo a matriz $A_{6 \times 6}$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 \\ 31 & 32 & 33 & 34 & 35 & 36 \end{bmatrix}$$

Execute as seguintes operações:

- Crie uma matriz B formada pela segunda coluna de A;
- Crie uma matriz C formada pela quinta linha de A;
- Crie uma matriz D formada pela terceira e quarta coluna de A;
- Crie uma matriz E formada pela primeira e a última linha de A;
- Crie uma matriz linha F formada pelas duas primeiras linhas de A;

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
A=[ 1 2 3 4 5 6
    7 8 9 10 11 12
    13 14 15 16 17 18
    19 20 21 22 23 24
    25 26 27 28 29 30
    31 32 33 34 35 36];
```

```
B=A(:,2)
C=A(5,:)
D=[A(:,3) A(:,4)]
E=[A(1,:); A(6,:)]
F=[A(1,:) A(2,:)]
```

⇒B recebe todas as linhas e a 2ª coluna de A

⇒C recebe a 5ª linha e todas as colunas de A

⇒RESPOSTA

```
B =
    2
    8
   14
```

20
26
32

C =
25 26 27 28 29 30

D =
3 4
9 10
15 16
21 22
27 28
33 34

E =
1 2 3 4 5 6
31 32 33 34 35 36

F =
1 7 13 19 25 31 2 8 14 20 26 32

6.9 Exercícios propostos

1) Resolva as seguintes operações elemento por elemento envolvendo as matrizes abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -8 & \pi \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & e^2 & \sqrt{2} \\ 11 & 0 & \cos(11,5^\circ) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 3^{2,3} & 5 & 0 \\ 2 & 2 & \ln(12) \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 0 & \pi & \pi^2 \\ 0,5 & -0,5 & -3/4 \end{bmatrix} \quad e \quad E = \begin{bmatrix} -3 \\ 7,5 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

$$a) \quad X = \left[\frac{2B}{2+B} \right]^2 + \frac{e^B}{5B+1}$$

$$b) \quad R = \frac{\sqrt{|A|}}{2A - A^3} - \frac{\log(10A^2)}{A}$$

$$c) \quad Y = \frac{C+D}{C-D^2} - \frac{CD^2}{CD+2/3}$$

$$d) E = \frac{3C - D^2}{\log_2(D^2 + 2)} + \sqrt[3]{\left[\frac{D}{2C + 3}\right]^2}$$

2) Execute, se possível, as seguintes operações matriciais utilizando as matrizes do exercício 1.

- | | | | |
|--------------|------------------|---------------------|------------------|
| a) $\det(A)$ | h) $2C-D$ | o) D^{-1} | v) $E*D$ |
| b) $\det(B)$ | i) $\det(2C-D)$ | p) $\det(C^{-1})$ | w) $D*E$ |
| c) $A+A$ | j) $A \times B$ | q) $C \times B$ | x) D^2 |
| d) $A+B$ | k) $A \times D$ | r) $B \times C$ | y) $\det(C-2D)$ |
| e) $A-3A$ | l) A^{-1} | s) $5B \times (-C)$ | z) $\det(A^2-D)$ |
| f) $A+C$ | m) $(2B)^{-1}$ | t) A^2 | |
| g) $2C+3D$ | n) $(3C-D)^{-1}$ | u) B^2 | |

3) Sendo $A = \begin{vmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 4 & 1 & -9 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$, encontre o valor de E na expressão abaixo;

$$E = \frac{3 \det(A)}{\det(2A)} + \frac{25 \det(2A^{-1})}{\det(A - A^{-1})}$$

4) Sendo $D = \begin{bmatrix} 0 & \log 10 & \log 100 & \log 1000 \\ 1 & \log 20 & \log 200 & \log 2000 \\ 2 & 0 & 2 & -2 \\ 3 & e & e^2 & \ln(100) \end{bmatrix}$, calcule:

$$R = \frac{\det(D^2)}{\det(D^{-1})} + \frac{\det(2D^T - D^{-1})}{\det(D/2)}$$

onde T simboliza a operação transposta.

5) Sendo as matrizes $A = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ \sqrt[3]{5} & \ln(12) \end{vmatrix}$ e $B = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & 3 & -6 \\ 0,5 & \sqrt{3,5} & 2 \end{vmatrix}$, encontre o valor de C.

$$C = \left[\frac{\det(A^2)}{\det(B) - \det(A)} \right]^2 - \left[\frac{\det(3A)}{\det(B^{-1})} \right]^3$$

6) Sendo $X = \begin{vmatrix} -11 & -9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$, encontre o valor da expressão abaixo;

$$W = \frac{\frac{\sqrt{-3 \det(X)}}{\det(3X) + \det(X^2)}}{\det(X^{-1}) - \det(1,5X) - \det(X^2)}$$

7) Sendo $D = \begin{vmatrix} -3 & \log(73) & 0 \\ 0 & e^2 & 0,09 \\ \sqrt{5} & -\sqrt[3]{5} & 1/3 \end{vmatrix}$, encontre o valor da expressão abaixo:

$$E = \frac{\det(2D - D^{-1})}{\det[(D^T)^{-1}]} - \frac{\det(5D^2)}{\det[3D^{-1}]}$$

onde T simboliza a operação transposta.

8) Sendo a matriz abaixo, execute as operações solicitadas utilizando somente comandos do MATLAB:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$$

- a) Encontre a matriz B formada pelas colunas 2 e 3 da matriz A;
- b) Encontre a matriz C formada pelas três primeiras linhas de A;
- c) Encontre a matriz coluna D formada pelas duas primeiras linhas e colunas de A;
- d) Encontre a transposta de C.

9) Sendo $A = \begin{vmatrix} 12 & 11 & 10 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & -5 & 1 \end{vmatrix}$, execute as operações abaixo:

- a) Transforme o elemento A(1,2) no algarismo -5;
- b) Transforme o elemento (3) no algarismo 0 (zero);
- c) Inclua o algarismo -10 nos elementos A(4,2) e A(2,4);
- d) Encontre a matriz B formada pela transposta de A;
- e) Encontre a matriz C formada pelas duas últimas colunas de A;

10) Execute as operações abaixo utilizando os comandos do MATLAB.

- a) Construa a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$;
- b) Transforme os elementos A(1) e A(5) no algarismo 10;
- c) Transforme os elementos A(2,2) e A(3,4) no algarismo 20;
- d) Encontre a matriz linha formada por todas as colunas de A;
- e) Encontre a matriz C formada pelas linhas ímpares de B;
- f) Encontre o determinante da Matriz C se possível.

11) Execute as operações abaixo utilizando os comandos do MATLAB.

a) Construa a matriz $A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 6 \\ 4 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & 5 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

- b) Transforme os elementos A(2) e A(7) no algarismo 0 (zero);
- c) Transforme os elementos A(2,2), A(2,5) e A(5,3) no algarismo 8;
- d) Encontre a transposta de A.
- e) Encontre a matriz B formada pelas linhas ímpares e pelas colunas ímpares de A;
- f) Encontre o determinante de B;
- g) Encontre a matriz C formada pelas linhas pares e pelas colunas pares de A;
- h) Encontre a transposta da Matriz de D que é formada pela segunda e terceira coluna de A.

Sendo as matrizes $A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 2,5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 0 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$, resolva as expressões matriciais

abaixo:

12) $X = \left[\frac{\det(A) - \det(B)}{\det(I + B)} \right]^2$, onde I é a matriz identidade de ordem 3.

13) $Y = \frac{\det(A^{-1}) - \det(IA)}{\det(B^2) - \det(B^T)}$, onde I é a matriz identidade de ordem 2 e T simboliza a operação

transposta. Encontre a resposta no formato 5 dígitos com expoente, ver aula 2.

14) Resolva os sistemas de equações abaixo:

a) $2x + 3y = 1$	b) $3x + 3y = 0$	c) $x + y + z + w = 6$
$-x + y = 1/2$	$2x - y + 5z = 2,5$	$2x - y - z + 2w = 18$
	$y - z = -1$	$3x - 5y + 2z - w = -8$
		$x + 2y + 1,5z - w = -9$

15) Encontre os autovalores e autovetores das matrizes abaixo:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 3 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.10 Respostas dos exercícios propostos

1a) X =

$$\begin{matrix} 1.0\text{e}+003 * \\ 0.0160 & 0.0451 & 0.0012 \\ 1.0720 & 0.0010 & 0.0009 \end{matrix}$$

1b) R =

$$\begin{matrix} 0 & -1.1546 \\ 0.3565 & -0.7065 \end{matrix}$$

1c) Y =

$$\begin{matrix} 3.3333 & -0.5000 & -3.2400 \\ 1.0000 & -4.6856 & -0.1013 \\ 1.1286 & 2.3571 & 2.0702 \end{matrix}$$

1d) E =

$$\begin{matrix} 0.1560 & -0.7843 & -4.2032 \\ 37.5405 & 1.8254 & -12.4684 \\ 5.0870 & 5.0870 & 5.2838 \end{matrix}$$

2a) ans = 19.1416

2b) impossível (matriz B não é quadrada)

2c) ans = $\begin{matrix} 2.0000 & 4.0000 \\ -16.0000 & 6.2832 \end{matrix}$

2d) impossível (A e B não possuem a mesma dimensão)

2e) ans = $\begin{matrix} -2.0000 & -4.0000 \\ 16.0000 & -6.2832 \end{matrix}$

2f) impossível (A e C não possuem a mesma dimensão)

2g) ans = $\begin{matrix} -4.0000 & 6.0000 & 3.0000 \\ 25.0270 & 19.4248 & 29.6088 \\ 5.5000 & 2.5000 & 2.7198 \end{matrix}$

2h) ans = $\begin{matrix} 4.0000 & -2.0000 & -9.0000 \\ 25.0270 & 6.8584 & -9.8696 \\ 3.5000 & 4.5000 & 5.7198 \end{matrix}$

2i) ans = -107.5989

$$2j) \text{ ans} = \begin{pmatrix} 18.0000 & 7.3891 & 3.3741 \\ 66.5575 & -59.1124 & -8.2352 \end{pmatrix}$$

2k) impossível (n° de col. de A é diferente do n° de lin. de D)

$$2l) \text{ ans} = \begin{pmatrix} 0.1641 & -0.1045 \\ 0.4179 & 0.0522 \end{pmatrix}$$

2m) impossível (matriz B não é quadrada)

$$2n) \text{ ans} = \begin{pmatrix} -0.2631 & 0.1004 & -0.2640 \\ 0.5904 & -0.1744 & 0.6537 \\ -0.2913 & 0.0709 & -0.2190 \end{pmatrix}$$

2o) impossível (matriz D é singular $\Rightarrow \det(D)=0$)

$$2p) \text{ ans} = -0.0306$$

2q) impossível (n° de col. de C é diferente do n° de lin. de B)

$$2r) \text{ ans} = \begin{pmatrix} 91.2914 & 39.7737 & 15.5142 \\ 12.9598 & 1.9598 & -30.5650 \end{pmatrix}$$

$$2s) \text{ ans} = \begin{pmatrix} -456.4570 & -198.8685 & -77.5709 \\ -64.7992 & -9.7992 & 152.8249 \end{pmatrix}$$

$$2t) \text{ ans} = \begin{pmatrix} -15.0000 & 8.2832 \\ -33.1327 & -6.1304 \end{pmatrix}$$

2u) impossível (matriz B não é quadrada)

$$2v) \text{ ans} = \begin{pmatrix} 27.0000 \\ 43.3012 \\ -6.7500 \end{pmatrix}$$

2w) impossível (n° de col. de D é diferente do n° de lin. de E)

$$2x) \text{ ans} = \begin{pmatrix} -5.2554 & 7.7158 & 15.6128 \\ 1.9324 & 13.5707 & 45.8059 \\ 1.3138 & -1.9290 & -3.9032 \end{pmatrix}$$

$$2y) \text{ ans} = 199.5254$$

$$2z) \text{ ans} = \begin{pmatrix} 4.5000 & -3.5000 & -8.2500 \\ 37.5405 & -35.7350 & -86.8885 \\ 4.7575 & -7.0407 & -21.3906 \end{pmatrix}$$

$$3) E = 0.3794$$

$$4) R = 7.3040e+003$$

$$5) C = -2.9557e+006$$

$$6) W = -8.5889e-004$$

7) $E = 535.4712$

8) $Y = 0.1255$

9) $Y = 3.6350e-001$

10a) $X =$

$$\begin{pmatrix} -0.1000 \\ 0.4000 \end{pmatrix}$$

10b) $X =$

$$\begin{pmatrix} 1.2500 \\ -1.2500 \\ -0.2500 \end{pmatrix}$$

10c) $X =$

$$\begin{pmatrix} 1.0000 \\ -0.0000 \\ -2.0000 \\ 7.0000 \end{pmatrix}$$

11a)

avt =

$$\begin{pmatrix} 0.8944 & 0.4472 \\ -0.4472 & 0.8944 \end{pmatrix}$$

avl =

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

11b)

avt =

$$\begin{pmatrix} -0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \end{pmatrix}$$

avl =

$$\begin{pmatrix} 3.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 3.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5000 \end{pmatrix}$$

11c)

avt =

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 0.9806 & 0.8427 \\ 0 & 0.1961 & -0.4815 \\ 0 & 0 & 0.2408 \end{pmatrix}$$

avl =

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. ANÁLISE DE DADOS E FUNÇÕES ESTATÍSTICAS

sum(x)	⇒ Realiza a soma de todos os elementos da variável (x).
prod(x)	⇒ Realiza o produto de todos os elementos da variável (x).
max(x)	⇒ Encontra o máximo valor da variável (x).
min(x)	⇒ Encontra o mínimo valor da variável (x).
mean(x)	⇒ Encontra a média dos valores da variável (x).
median(x)	⇒ Calcula a mediana da variável (x)
std(x)	⇒ Calcula o desvio-padrão da variável (x)
var(x)	⇒ Calcula a variância, ou seja, o quadrado do desvio-padrão da variável (x)
sort(x)	⇒ Coloca as colunas da variável (x) na ordem crescente.
sortrows(x)	⇒ Coloca as linhas da variável (x) na ordem crescente.
fliplr(sort(x))	⇒ Coloca as colunas da variável (x) na ordem decrescente.
fliplr(sortrow(x))	⇒ Coloca as linhas da variável (x) na ordem decrescente.

Média: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

Mediana:

valor “do meio” da distribuição, Se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ são ordenados de forma crescente, então a mediana corresponde ao valor da observação:

Desvio Padrão: $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ *se n é ímpar*
média entre $\frac{n}{2}$ *e* $\frac{n+1}{2}$ *se n é par*

Variância: $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

1) Encontre a soma da PA = 1,3,5...99.

» **PA = (1:2:99);**
 » **sum(PA)**

ans =
2500

2) Sendo a série definida por $A(m)=2m-3$ onde $m=1, 2, 3...10$. Encontre o produto dos 10 primeiros termos dessa série.

```
» m = (1:10);
» A = 2*m-3
```

Indexando vetores
 » m = (1:10);
 » A(m) = 2*m-3

```
A =
-1  1  3  5  7  9 11 13 15 17
```

```
» prod(A)
```

```
ans =
-34459425
```

3) Sendo a série definida por $A(m)=m^2-4$ onde $m=0, 1, 2...10$. Encontre a média, a mediana, variância e desvio padrão dos 11 primeiros termos dessa série.

```
» m = (0:10);
» A = m.^2-4
```

Indexando vetores
 » m = (0:10);
 » A(m+1) = m.^2-4

```
A =
-4 -3  0  5 12 21 32 45 60 77 96
```

```
» mean(A)
```

```
ans =
31
```

```
» median(A)
```

```
ans =
```

```
21
```

```
» var(A)
```

```
ans =
```

```
1.1858e+003
```

```
» std(A)
```

```
ans =
```

```
34.4354
```

4) Sendo o vetor $A=[1 \ -3 \ 5 \ -11.5 \ 21 \ 33.5 \ 8 \ -13]$, pede-se:

- a) encontre o máximo valor de A;
- b) encontre o mínimo valor de A;
- c) coloque o vetor A na ordem crescente;

d) coloque o vetor A na ordem decrescente.

```
» A = [1 -3 5 -11.5 21 33.5 8 -13];
```

```
» max(A)
```

```
ans =  
33.5000
```

```
» min(A)
```

```
ans =  
-13
```

```
» sort(A)
```

```
ans =  
Columns 1 through 7  
-13.0000 -11.5000 -3.0000 1.0000 5.0000 8.0000 21.0000  
  
Column 8  
33.5000
```

```
» fliplr(sort(A))
```

```
ans =  
Columns 1 through 7  
33.5000 21.0000 8.0000 5.0000 1.0000 -3.0000 -11.5000  
  
Column 8  
-13.0000
```

5) Encontre o valor de F na equação.

$$F = \sum_{i=1}^{10} \frac{i^2}{2i} = \frac{1^2}{2 \cdot 1} + \frac{2^2}{2 \cdot 2} + \frac{3^2}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{10^2}{2 \cdot 10}$$

```
» i = (1:10);
```

```
» F = (i.^2)./(2*i)
```

```
F =  
Columns 1 through 7  
0.5000 1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000 3.5000  
  
Columns 8 through 10  
4.0000 4.5000 5.0000
```

```
» F = sum(F)
```

```
F =
```

27.5000

Ex.6) Encontre o valor de $n=7!$ Considerando que n é um vetor.

```
» n = (1:7);
» prod(n)
```

```
ans =
    5040
```

Caso contrário

```
» factorial(7)
```

```
ans =

    5040
```

7.2 Indexando Vetores

Em algumas situações é necessário indexar os vetores para armazenar valores em posições pré-estabelecidas, isto é, quando o vetor é dependente de uma variável ou posição.

Ex.7) Encontre o vetor M dado pelas equações abaixo:

$$M = \begin{cases} 2^n / n^2 & \text{se } n \leq 4 \\ n^2 / 2^n & \text{se } n > 4 \end{cases}$$

onde $n=1,2,\dots,8$

⇒ MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
n = (1:4); !! observe que n deve ser inteiro (+)
M(n) = (2.^n)./(n.^2);
```

```
n = (5:8);
M(n) = (n.^2)./(2.^n);
```

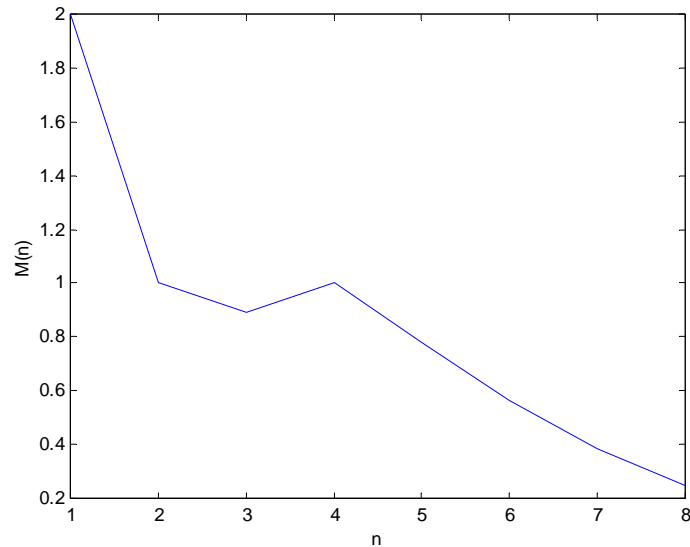
M

⇒ RESPOSTA

```
M =
Columns 1 through 7
    2.0000    1.0000    0.8889    1.0000    0.7813    0.5625    0.3828

Column 8
    0.2500
```

```
» plot(1:8,M)
» xlabel('n')
» ylabel('M(n)')
```



Ex.8) Resolva os exercícios 2 e 3, utilizando a técnica de indexação de vetores.

Exercício 2

Sendo a série definida por $A(m) = 2m - 3$ onde $m = 1, 2, 3 \dots 10$. Encontre o produto dos 10 primeiros termos dessa série.

```
» m = (1:10);  
» A(m) = 2*m-3
```

```
A =  
-1  1  3  5  7  9  11  13  15  17
```

```
» prod(A)
```

```
ans =  
-34459425
```

Exercício 3

Sendo a série definida por $A(m) = m^2 - 4$ onde $m = 0, 1, 2 \dots 10$. Encontre a média dos 6 primeiros termos dessa série.

```
» clc  
» clear all  
» m = (0:10);  
» A(m+1) = m.^2-4
```

```
A =  
-4  -3   0   5  12  21  32  45  60  77  96
```

```
» mean(A(1:6))
```

```
ans =  
5.1667
```

7.3 Administração de arquivo de dados

Exportação de arquivos

<p>save diretório:\fname.ext file –ascii</p> <p>⇒Exporta os dados da matriz file no arquivo fname.ext com o formato ascii com 8 dígitos, armazenando-os na raiz do diretório indicado.</p>
<p>save diretório:\fname.ext file –ascii –double</p> <p>⇒Exporta os dados da matriz file no arquivo fname.ext com o formato ascii com 16 dígitos, armazenando-os na raiz do diretório indicado.</p>
<p>save diretório:\caminho\... \fname.ext file –ascii</p> <p>⇒Exporta os dados da matriz file no arquivo fname.ext com o formato ascii com 8 dígitos, armazenando-os na pasta cujo caminho é dado por diretório:\caminho\... \</p>
<p>save diretório:\caminho\... \fname.ext file –ascii –double</p> <p>⇒Exporta os dados da matriz file no arquivo fname.ext com o formato ascii com 16 dígitos, armazenando-os na pasta cujo caminho é dado por diretório:\caminho\... \</p>

Observação:

Arquivos no formato **ascii** podem ser editados em qualquer editor comum de textos ou dados (*.txt ou *.dat).

Observação: Quando se fala em matriz subentende-se também os vetores

Importação de Arquivos (*.txt ou *.dat)

<p>load diretório:fname.ext</p> <p>⇒Importa a(s) matriz(es) contidas no arquivo fname.txt da raiz do diretório indicado.</p> <p>Para ver o que o arquivo fname.txt contém basta digitar no Matlab (após ele ter sido importado), fname</p> <p>Se você já está no diretório em que está o arquivo basta digitar</p> <p>load fname.ext</p>
<p>load diretório:\caminho\... \fname.ext</p> <p>⇒Importa a(s) matriz(es) contidas no arquivo da pasta cujo caminho é dado por diretório:\caminho\... \</p>

7.4 Comandos de visualização

<code>disp('texto')</code>	⇒ Imprime o texto digitado entre aspas.
<code>disp(X)</code>	⇒ Imprime o conteúdo da variável (x)
<code>disp(['texto',int2str(X)])</code>	⇒ Imprime a variável (X) inteira ao lado do texto digitado, transformando-a em uma string de caracteres.
<code>disp(['texto',num2str(X,N)])</code>	⇒ Imprime a variável (X) real ou complexa ao lado do texto digitado, transformando-a em uma string de caracteres com N dígitos (N máximo=16).
<code>disp(['texto',num2str(X)])</code>	⇒ Quando N não é informado utiliza-se o formato padrão do MATLAB de 4 dígitos após o ponto decimal.

1) Um aluno de engenharia mediu aleatoriamente o diâmetro externo e o interno de alguns anéis de aço com auxílio de um paquímetro. Os valores medidos foram gravados no *notepad* (bloco de notas) em um arquivo denominado **anel.txt**. Nos anéis estão gravados seus respectivos números de identificação. Importe este arquivo de dados da pasta c:\temp e com auxílio do MATLAB.

⇒ JANELA DE COMANDOS

```
» load c:\temp\anel.txt
» anel
```

anel =

```
1.0000 100.0000 50.1000
8.0000 99.9600 49.9800
3.0000 99.9800 50.0200
10.0000 100.0200 50.0200
2.0000 100.0200 50.0200
5.0000 100.0000 50.0400
6.0000 100.0200 50.0000
7.0000 100.0400 50.0400
4.0000 99.9200 50.0800
9.0000 99.9800 50.0000
```

```
importa arquivo anel.txt da pasta
c:\temp
```

Importando Arquivos

1º - Importar o arquivo na janela de comandos para verificar a ordem em que se apresenta os dados.

2º - Importar os dados no MATLAB EDITOR e realizar as mudanças necessárias

2) Dado o exemplo anterior, faça uma tabela com os dados importados e devidamente organizados na ordem crescente.

⇒ MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
load c:\temp\anel.txt
```

%Coloca as linhas da matriz anel na ordem crescente

```
anel = sortrows(anel);
```

%Mostra a tabela

```
disp(' ')
disp(' n°    dext[mm]  dint[mm] ')
disp(' =====')
disp(anel)
```

⇒RESPOSTA

```
    n°    dext[mm]  dint[mm]
=====
    1.0000 100.0000  50.1000
    2.0000 100.0200  50.0200
    3.0000  99.9800  50.0200
    4.0000  99.9200  50.0800
    5.0000 100.0000  50.0400
    6.0000 100.0200  50.0000
    7.0000 100.0400  50.0400
    8.0000  99.9600  49.9800
    9.0000  99.9800  50.0000
   10.0000 100.0200  50.0200
```

3) Dado o exemplo anterior encontre o valor máximo, o valor mínimo e a média dos diâmetros externo e interno.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
load c:\temp\anel.txt
```

%Desacopla as colunas 2 e 3 da matriz anel

```
dext = anel(:,2);
dint = anel(:,3);
```

%Encontra o valor máx., min. e a média do diâmetro externo.

```
dextmax = max(dext);
dextmin = min(dext);
dextmed = mean(dext);
```

%Encontra o valor máx., min. e a média do diâmetro interno.

```
dintmax = max(dint);
dintmin = min(dint);
dintmed = mean(dint);
```

%Imprime a saída dos dados

```
disp([' Diâmetro ext. máx.= ',num2str(dextmax,5)])
disp([' Diâmetro ext. mín.= ',num2str(dextmin,5)])
disp([' Diâmetro ext. médio= ',num2str(dextmed,5)])
disp([' Diâmetro int. máx.= ',num2str(dintmax,5)])
```

```
disp(['  Diâmetro int. mín.= ',num2str(dintmin,5)])
disp(['  Diâmetro int. médio= ',num2str(dintmed,5)])
```

⇒RESPOSTA

```
Diâmetro ext. máx.= 100.04
Diâmetro ext. mín.= 99.92
Diâmetro ext. médio= 99.994
Diâmetro int. máx.= 50.1
Diâmetro int. mín.= 49.98
Diâmetro int. médio= 50.03
```

4) No exemplo 1, sabe-se que a medida padrão do diâmetro externo é 100,00mm e do diâmetro interno é 50,00mm. Grave um arquivo no formato texto (**txt**) contendo o n° do anel, o diâmetro externo e o diâmetro interno com suas respectivas diferenças para os valores padrão apresentados.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
load c:\temp\anel.txt
```

```
anel=sortrows(anel);
```

```
%Desacopla as colunas 1, 2 e 3 da matriz anel
```

```
n_anel = anel(:,1);
dext = anel(:,2);
dint = anel(:,3);
```

```
%Calcula a diferença entre o valor médio e o valor padrão
```

```
dif_ext = 100-dext;
dif_int = 50-dint;
```

```
%Monta a matriz a ser gravada
```

```
resp=[n_anel dext dif_ext dint dif_ext]
```

```
%Salva a matriz resp no arquivo anel2.txt com 8 dígitos
```

```
save c:\temp\anel2.txt resp -ascii
disp(' arquivo salvo ')
```

⇒RESPOSTA

```
resp =
  1.0000 100.0000    0 50.1000    0
  2.0000 100.0200 -0.0200 50.0200 -0.0200
  3.0000 99.9800  0.0200 50.0200  0.0200
  4.0000 99.9200  0.0800 50.0800  0.0800
  5.0000 100.0000    0 50.0400    0
  6.0000 100.0200 -0.0200 50.0000 -0.0200
  7.0000 100.0400 -0.0400 50.0400 -0.0400
  8.0000 99.9600  0.0400 49.9800  0.0400
  9.0000 99.9800  0.0200 50.0000  0.0200
 10.0000 100.0200 -0.0200 50.0200 -0.0200
```

Arquivo anel2.txt (salvo)

```
1.0000000e+000 1.0000000e+002 0.0000000e+000 5.0100000e+001 0.0000000e+000
2.0000000e+000 1.0002000e+002 -2.0000000e-002 5.0020000e+001 -2.0000000e-002
3.0000000e+000 9.9980000e+001 2.0000000e-002 5.0020000e+001 2.0000000e-002
4.0000000e+000 9.9920000e+001 8.0000000e-002 5.0080000e+001 8.0000000e-002
5.0000000e+000 1.0000000e+002 0.0000000e+000 5.0040000e+001 0.0000000e+000
6.0000000e+000 1.0002000e+002 -2.0000000e-002 5.0000000e+001 -2.0000000e-002
7.0000000e+000 1.0004000e+002 -4.0000000e-002 5.0040000e+001 -4.0000000e-002
8.0000000e+000 9.9960000e+001 4.0000000e-002 4.9980000e+001 4.0000000e-002
9.0000000e+000 9.9980000e+001 2.0000000e-002 5.0000000e+001 2.0000000e-002
1.0000000e+001 1.0002000e+002 -2.0000000e-002 5.0020000e+001 -2.0000000e-002
```

5) Um estudante americano utilizando um sistema de medição mediu a temperatura do Deserto do Saara num dia de verão e obteve os seguintes dados.

1	33.8	13	132.7
2		34.34	14 132.7
3		36.14	15 131.8
4		41.0	16 130.48
5		46.4	17 126.76
6		56.3	18 102.5
7		67.1	19 75.38
8		79.34	20 74.3
9		90.32	21 57.56
10		107.6	22 35.6
11		131.54	23 34.167
12		133.6	24 32.0

Salvar na pasta c:\temp
como saara1.txt

Onde as colunas 1 e 3 representam as horas em que foram feitas as leituras das temperaturas e as colunas 2 e 4 representam as respectivas temperaturas em °F. Os resultados foram enviados para seu amigo no Brasil na forma de um arquivo texto, saara1.txt. Pede-se:

a) Salve um novo arquivo denominado saara2.txt com as horas e com suas respectivas temperaturas medidas em °C;

$$\frac{TC}{5} = \frac{TF - 32}{9}$$

⇒MATLAB EDITOR

clear all

clc

%Importa o arquivo saara1.txt

load c:\temp\saara1.txt

%Transforma a 1ª e a 3ª coluna em um único vetor linha

horas=[saara1(:,1)' saara1(:,3)'];

%Transforma a 2ª e a 4ª coluna em um único vetor linha

TF=[saara1(:,2)' saara1(:,4)'];

%Transforma o vetor TF para TC

TC=(TF-32)/9*5;

%Transforma os vetores linha horas e TC em colunas

%armazenando-os na matriz M

M=[horas' TC'];

%Salva a matriz M no arquivo saara2.txt com 8 dígitos

save c:/temp/saara2.txt M -ascii

disp(' arquivo salvo ')

=>RESPOSTAS

Arquivo saara2.txt

```

1.0000000e+000 1.0000000e+000
2.0000000e+000 1.3000000e+000
3.0000000e+000 2.3000000e+000
4.0000000e+000 5.0000000e+000
5.0000000e+000 8.0000000e+000
6.0000000e+000 1.3500000e+001
7.0000000e+000 1.9500000e+001
8.0000000e+000 2.6300000e+001
9.0000000e+000 3.2400000e+001
1.0000000e+001 4.2000000e+001
1.1000000e+001 5.5300000e+001
1.2000000e+001 5.6444444e+001
1.3000000e+001 5.5944444e+001
1.4000000e+001 5.5944444e+001
1.5000000e+001 5.5444444e+001
1.6000000e+001 5.4711111e+001
1.7000000e+001 5.2644444e+001
1.8000000e+001 3.9166667e+001
1.9000000e+001 2.4100000e+001
2.0000000e+001 2.3500000e+001
2.1000000e+001 1.4200000e+001
2.2000000e+001 2.0000000e+000
2.3000000e+001 1.2000000e+000
2.4000000e+001 0.0000000e+000

```

7.5 Exercícios propostos

1) Encontre o valor de E na expressão abaixo.

$$E = \sum_{n=1}^{10} \frac{2n^3 + n^2}{2n - 1}$$

2) Encontre a soma, o produto e a média dos 10 primeiros termos da série formada por:

$$S = \frac{i^3}{3^i - 2^i}$$

3) Encontre a série formada pelos 12 primeiros termos de X fornecida pelas equações abaixo:

$$X = \begin{cases} 2^{m-1} & \Rightarrow \text{para } m \text{ ímpar} \\ -2^{m-1} & \Rightarrow \text{para } m \text{ par} \end{cases} \quad \text{onde } m=1, 2, 3, \dots, 12$$

Obs.: Utilize a técnica de indexação de vetores.

4) No exercício 3 encontre:

a) A soma dos elementos de X;

- b) A média dos elementos de X;
 c) Encontre o vetor Y com os elementos de X na ordem decrescente.

5) Um engenheiro fornece as medidas de um determinado furo de um componente mecânico em cm de acordo com a tabela abaixo. Escreva este arquivo no *notepad* e faça sua manipulação através do MATLAB.

1	10.120	6	10.000
2	10.120	7	10.080
3	10.240	8	10.000
4	10.120	9	9.980
5	10.100	10	10.060

Sabendo que a medida padrão do furo é 100.00 mm. Faça um programa que:

- a) A partir do arquivo dado transforme as medidas de cm para mm;
 b)
 c) Salve um arquivo no formato xls (excel) e outro no formato txt (texto), com três colunas: a primeira com o n° do componente, a segunda com o valor padrão em mm e a terceira com a diferença entre o valor medido e o valor padrão.
- 6) Um aluno de engenharia realizou 12 medições do diâmetro e do comprimento de um cilindro de aço. Os cilindros são numerados de 1 a 12. Infelizmente ele não tomou cuidado ao realizar as medições e pegou os cilindros aleatoriamente tendo os resultados abaixo:

9	30.25	120.10
2	30.20	120.10
7	30.05	119.90
8	30.05	119.00
10	29.95	120.00
3	29.90	120.20
11	30.10	120.10
4	29.80	120.00
5	29.85	119.90
1	30.00	119.95
12	30.25	120.00
6	29.80	120.00

onde: a coluna 1 representa o número do cilindro, a coluna 2 representa o diâmetro e a coluna 3 representa o comprimento cilindro. (todas as dimensões em mm) Sabe-se que a medida padrão do diâmetro é 30,00mm e do comprimento 120,50mm. Pede-se:

- a) Escreva este arquivo (acima) no *notepad* (salve com o nome cilindro1.txt) e faça sua manipulação através do MATLAB.
- b) Elabore um programa que deve salvar um arquivo com 5 colunas denominado cilindro2.txt contendo:
- coluna1 \Rightarrow número do cilindro (na ordem crescente);
 - coluna2 \Rightarrow diâmetro medido;
 - coluna3 \Rightarrow diferença entre o diâmetro medido e a média dos valores medidos;
 - coluna4 \Rightarrow diferença entre o comprimento medido e a média dos valores medidos.

7.6 Respostas dos Exercícios Propostos

1) Resp: $E=446.0666$

2) Soma=6,2259; média=0,6226; produto= $3,8190 \cdot 10^6$

3) $X = [1 \ -2 \ 4 \ -8 \ 16 \ -32 \ 64 \ -128 \ 256 \ -512 \ 1024 \ -2048]$

4a) Soma = -1365

4b) media = -113.7500

4c) $Y = [1024 \ 256 \ 64 \ 16 \ 4 \ 1 \ -2 \ -8 \ -32 \ -128 \ -512 \ -2048]$

8. GRÁFICOS BIDIMENSIONAIS

8.1 Comandos básicos

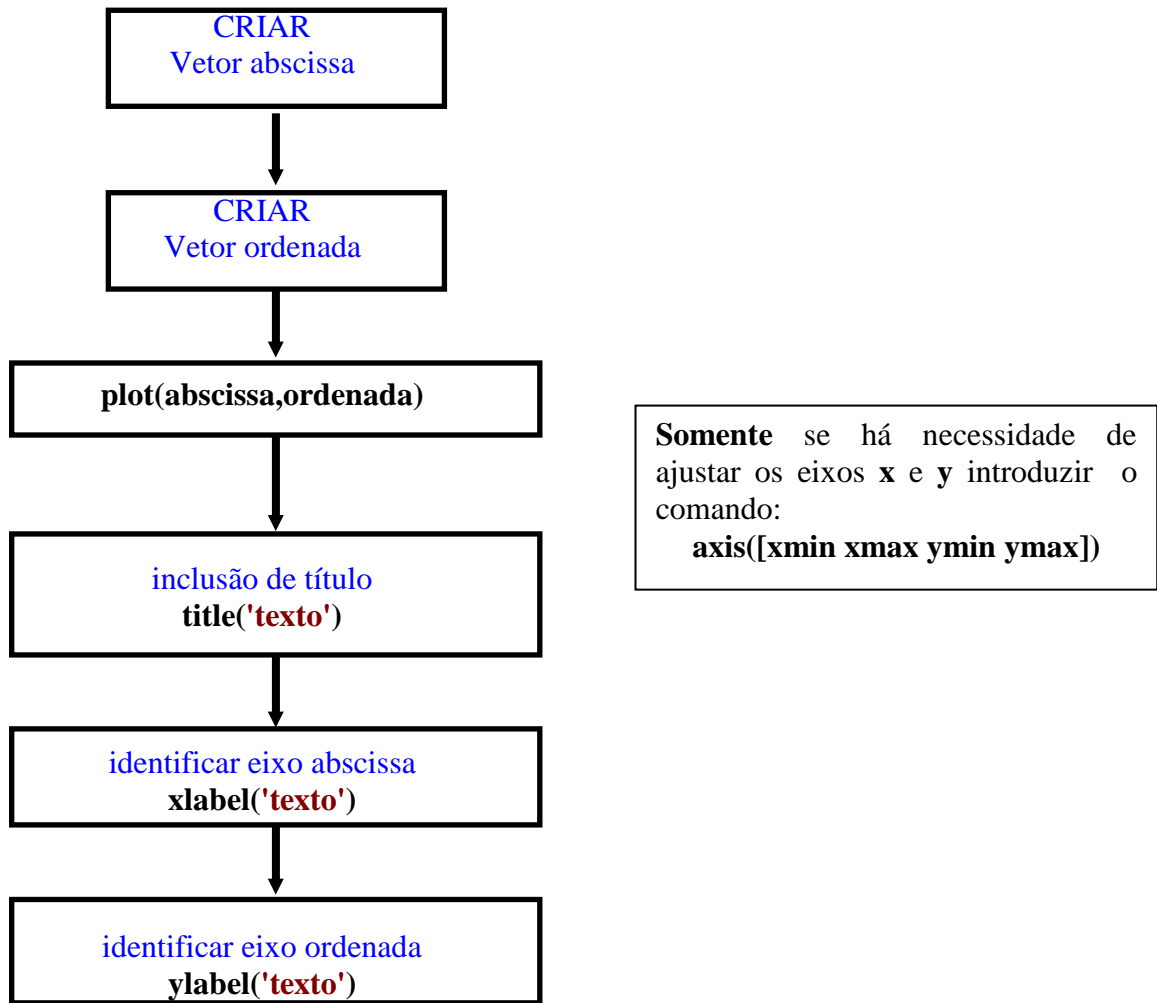
plot(x,y)	⇒ Plota o gráfico do vetor abscissa (x) com seus respectivos elementos no vetor ordenada (y). Os vetores (x) e (y) devem ter a mesma dimensão.
title('texto')	⇒ Insere o texto digitado entre apostos ('texto') na parte superior de gráfico.
xlabel('texto')	⇒ Insere o texto digitado entre apostos ('texto') abaixo da abscissa do gráfico.
ylabel('texto')	⇒ Insere texto digitado entre apostos ('texto') verticalmente na ordenada do gráfico.
Grid	⇒ Insere linhas de grade no gráfico.

8.2 Comandos para formatação

axis([xmin xmax ymin ymax])	⇒ Ajusta as escalas dos eixos (x) e (y) no gráfico.
plot(x,y,'s')	⇒ Plota vários tipos de linha, marcadores e cores. Onde (s) é um ou dois ou três caracteres da tabela abaixo.
u=plot(x,y) set(u,'linewidth',v)	⇒ Ajusta espessura (v) da linha de plotagem do gráfico definido pela variável (u). Onde (v) = 1 – 1,5 – 2,0 – 2,5 - ... ptos.

Cores	Marcas	Linhas
y amarelo	. ponto	- linha continua
m magenta	o círculo	: linha pontilhada
c ciano	x x-mark	-. Traços e pontos
r vermelho	+ plus	-- linha tracejada
g verde	* estrela	
b azul	s quadrado	
w branco	d diamante	
k preto	v triângulo(p/baixo)	
	^ triângulo(p/cima)	
	triângulo(p/esquerda)	
	triângulo(p/direita)	
	pentagrama	
	hexagrama	

A construção de gráficos bidimensionais no MATLAB deve obedecer a seqüência estruturada abaixo:



A) CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

1) Faça o gráfico da função $y = x^3 - 36x$ quando $-8 \leq x \leq 8$.

⇒ **MATLAB EDITOR**

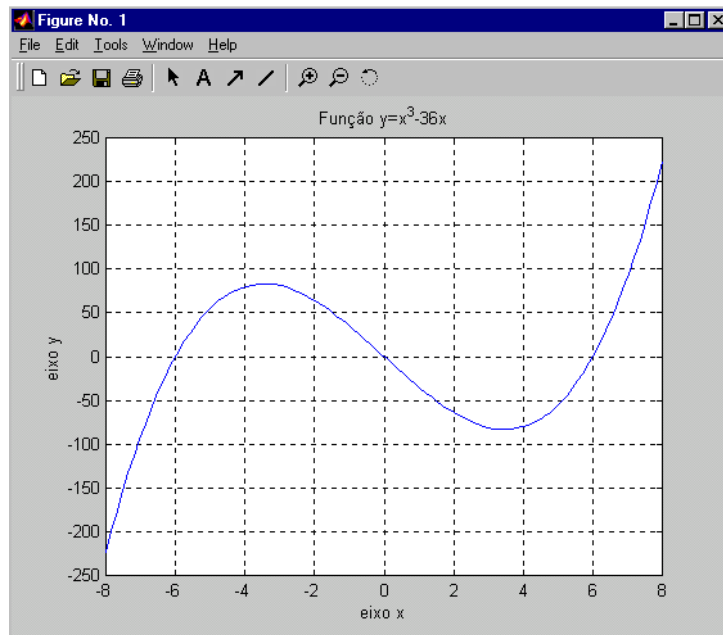
```
clear all
clc
```

```
x=linspace(-8,8,100);
y=x.^3-36*x;
```

```
plot(x,y)
title('Função y=x^3-36x')
xlabel('eixo x')
ylabel('eixo y')
grid
```

Não esqueça de utilizar as operações pontuadas elemento por elemento quando for necessário. (Ver aula 3 - pág. 30)

Cria o vetor x com 100 elementos.



B) AJUSTE DOS EIXOS COORDENADOS

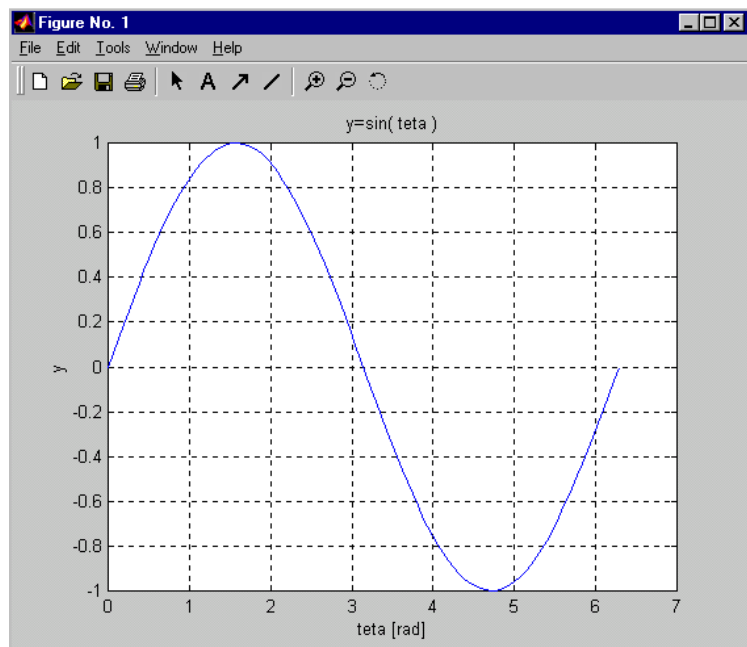
2) Faça o gráfico da função $y=f(\theta)$ sendo $y = \sin(\theta)$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$ rad.

⇒ MATLAB EDITOR

```
clear
clc
```

```
theta=linspace(0,2*pi);
y=sin(theta);
```

```
plot(theta,y)
title('y=sin(theta)')
xlabel('theta [rad]')
ylabel('y')
grid
```



Caracteres usados no Matlab em legendas e títulos de figuras, isto é, usados como um texto.

Caracteres	Resultado	Caracteres	Resultado	Caracteres	Resultado
\alpha	α	\upsilon	υ	\sim	\sim
\beta	β	\phi	Φ	\leq	\leq
\gamma	γ	\chi	χ	\infty	∞
\delta	δ	\psi	ψ	\clubsuit	\clubsuit
\epsilon	ϵ	\omega	ω	\diamondsuit	\diamondsuit
\zeta	ζ	\Gamma	Γ	\heartsuit	\heartsuit
\eta	η	\Delta	Δ	\spadesuit	\spadesuit
\theta	θ	\Theta	Θ	\leftrightarrow	\leftrightarrow
\vartheta	ϑ	\Lambda	Λ	\leftarrow	\leftarrow
\iota	ι	\Xi	Ξ	\uparrow	\uparrow
\Kappa	κ	\Pi	Π	\rightarrow	\rightarrow
\lambda	λ	\Sigma	Σ	\downarrow	\downarrow
\mu	μ	\Upsilon	Υ	\circ	\circ
\nu	ν	\Phi	Φ	\pm	\pm
\xi	ξ	\Psi	Ψ	\geq	\geq
\pi	π	\Omega	Ω	\propto	\propto
\rho	ρ	\forall	\forall	\partial	∂
\sigma	σ	\exists	\exists	\bullet	\bullet
\varsigma	ς	\ni	\ni	\div	\div
\tau	τ	\cong	\cong	\neq	\neq
\equiv	\equiv	\approx	\approx	\aleph	\aleph
\Im	\Im	\Re	\Re	\wp	\wp
\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	\oslash	\oslash
\cap	\cap	\cup	\cup	\supseteq	\supseteq
\supset	\supset	\subseteq	\subseteq	\subset	\subset
\int	\int	\in	\in	\o	\o
\lfloor	\lfloor	\lceil	\lceil	\nabla	∇
\rfloor	\rfloor	\cdot	\cdot	\dots	\dots
\perp	\perp	\neg	\neg	\prime	\prime
\wedge	\wedge	\times	\times	\emptyset	\emptyset
\rceil	\rceil	\surd	\surd	\mid	\mid
\vee	\vee	\varpi	ϖ	\copyright	\copyright
\langle	\langle	\rangle	\rangle		

3) Faça o gráfico da função $y=f(\theta)$ sendo $y = \sin(\theta)$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$ **rad**; e ajuste seus eixos coordenados x e y.

⇒MATLAB EDITOR

clear

clc

theta=linspace(0,2*pi);

y=sin(theta);

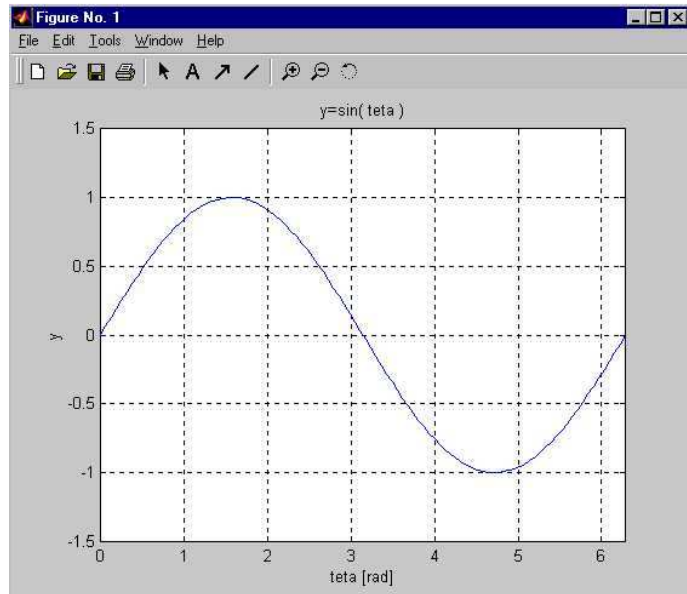
plot(theta,y)

axis([0 2*pi -1.5 1.5]) %altera as escalas dos eixos x e y

```

title('y=sin( theta )')
xlabel('theta [rad]')
ylabel('y')
grid

```



C) MUDANÇA DE CORES, LINHAS E INCLUSÃO DE MARCADORES.

4) Faça o gráfico da função $y = x^3 - 36x$ quando $-8 \leq x \leq 8$ na cor vermelha.

⇒ MATLAB EDITOR

```

clear all
clc

```

```

x=linspace(-8,8);
y=x.^3-36*x;

```

```

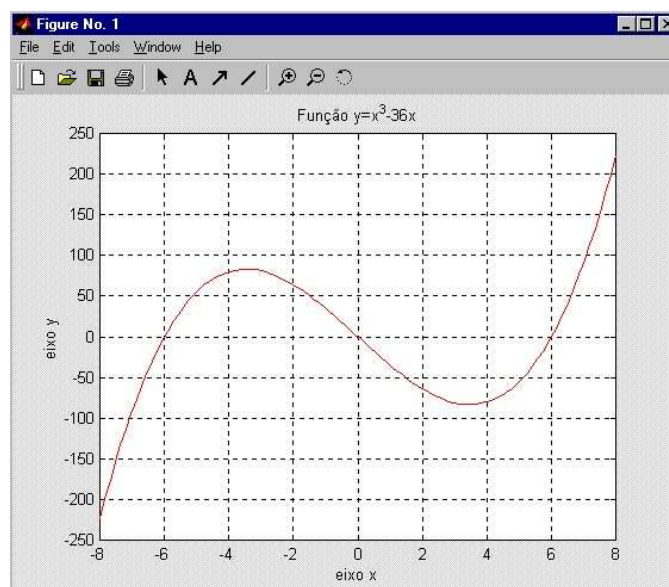
plot(x,y,'r')           %altera a cor da linha para vermelho

```

```

title('Função y=x^3-36x')
xlabel('eixo x')
ylabel('eixo y')
grid

```



5) A matriz R apresenta os dados obtidos em um experimento de MRUV no Laboratório de Física:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10 & 12 & 14 & 16 & 18 \\ 10,0 & -5,5 & -13,3 & -12,0 & -2,5 & 15,0 & 41,0 & 75,5 & 118,5 & 170,0 \end{bmatrix}$$

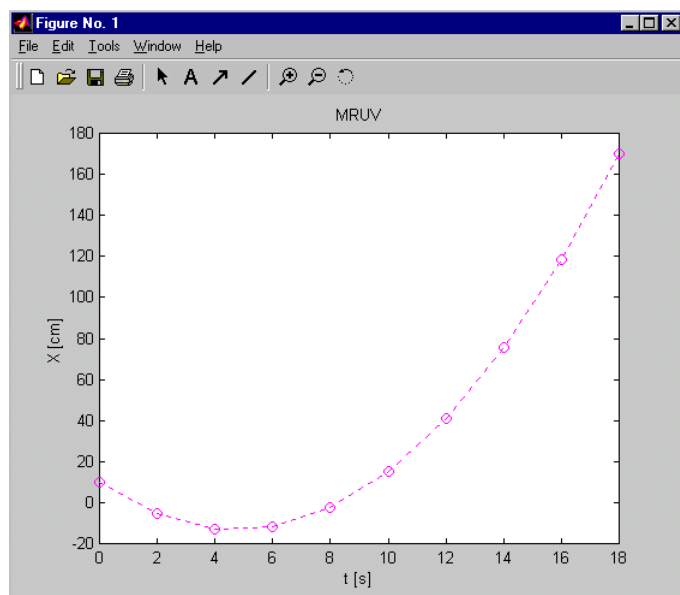
A primeira linha representa o tempo t em [s] e a segunda linha representa o deslocamento X em [cm] de um móvel. Faça o gráfico $X=f(t)$ com linhas pontilhadas, na cor magenta e ressaltando os pontos medidos com círculos.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
t = (0:2:18);
X = [10 -5.5 -13 -12 -2.5 15 41 75.5 118.5 170];
```

```
plot(t,X,'mo:')
title('MRUV')
xlabel('t [s]')
ylabel('X [cm]')
```



D) MUDANÇA DE ESPESSURA DE LINHA

6) Faça o gráfico da função $y = x^3 - 36x$ quando $-8 \leq x \leq 8$ na cor vermelha com espessura de linha 2,5 pontos.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

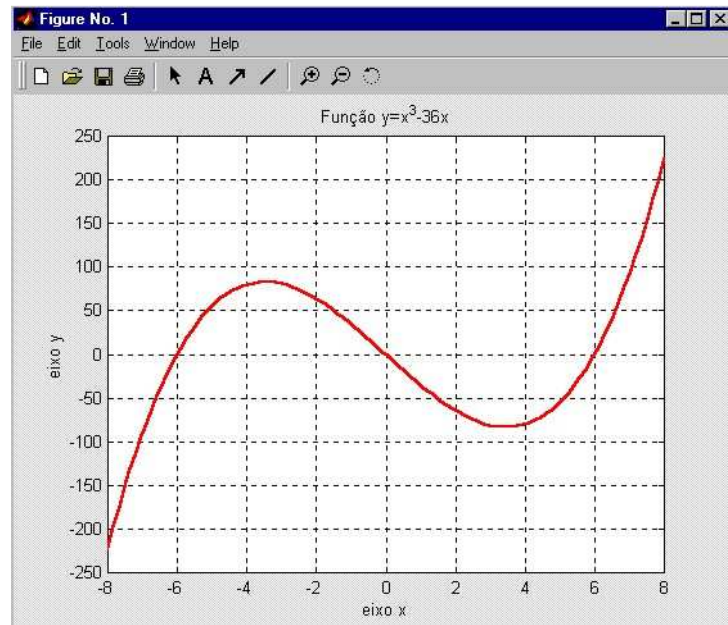
```
x=linspace(-8,8);
y=x.^3-36*x;
```

```
u=plot(x,y,'r')      %altera a cor da linha para vermelho
set(u,'linewidth',2.5) %ajusta a espessura da linha para 2.5 pts
```

```

title('Função y=x^3-36x')
xlabel('eixo x')
ylabel('eixo y')
grid

```



8.3 Gráficos simultâneos

plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3,...)	⇒ Plota os gráficos (x1,y1), (x2,y2), (x3,y3)..., no mesmo par de eixos coordenados.
figure(i)	⇒ Cria uma nova janela gráfica (i). Onde i = 1, 2, 3....
subplot(m,n,p)	⇒ Subdivide uma janela gráfica em m -linhas e n -colunas nas quais pode-se traçar gráficos nas posições p .

Comandos auxiliares:

legend('gráf.1','gráf.2',...)	⇒ Insere legenda no gráfico.
gtext('texto')	⇒ Insere texto com o mouse sob o gráfico.

OBSERVAÇÃO:

Todos os comandos para formatação de linhas (ver pág.60) são válidos para gráficos simultâneos.

E) GRÁFICOS NO MESMO PAR DE EIXOS COORDENADOS

7) Faça os gráficos das funções $y=\sin(\theta)$, $w=\cos(\theta)$ e $z=\tan(\theta)$ em um mesmo par de eixos coordenados, onde $0 \leq \theta \leq 360^\circ$.

⇒ **MATLAB EDITOR**

```

clear all
clc

```

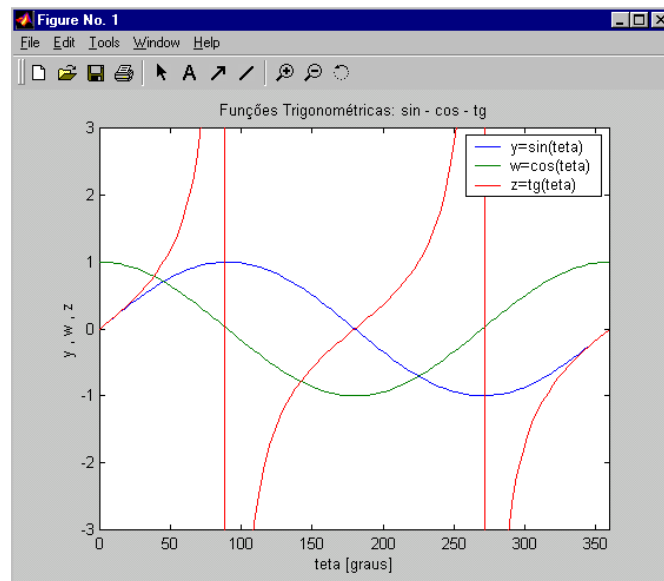
```

theta=linspace(0,360);
y=sin(theta*pi/180);
w=cos(theta*pi/180);
z=tan(theta*pi/180);

plot(theta,y,theta,w,theta,z) %plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3)
axis([0 360 -3 3])
legend('y=sin(theta)', 'w=cos(theta)', 'z=tg(theta)')

title('Funções Trigonômétricas: sin - cos - tg')
xlabel('theta [graus]')
ylabel('y , w , z')

```



8) Repita o exercício anterior trocando o comando **legend** pelo comando **gtext**.

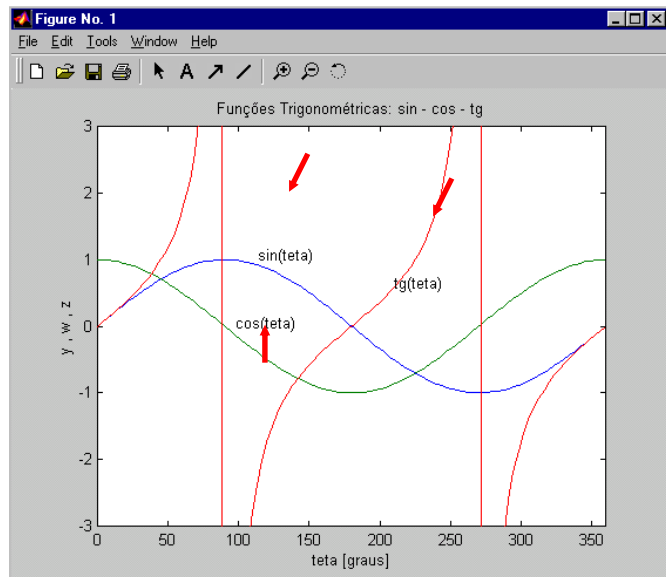
⇒MATLAB EDITOR

```

clear all
clc
teta=linspace(0,360);
y=sin(teta*pi/180);
w=cos(teta*pi/180);
z=tan(teta*pi/180);
plot(teta,y,teta,w,teta,z)
axis([0 360 -3 3])
title('Funções Trigonômétricas: sin - cos - tg')
xlabel('theta [graus]')

```

```
ylabel('y , w , z')
gtext('sin(theta)')
gtext('cos(theta)')
gtext('tg(theta)')
```



F) GRÁFICOS NA MESMA JANELA GRÁFICA

9) Faça os gráficos das funções $y=\sin(\theta)$, $w=\cos(\theta)$ e $z=\tan(\theta)$, onde $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ na mesma janela gráfica e em pares de eixo coordenados diferentes.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
teta=linspace(0,360);
y=sin(teta*pi/180);
w=cos(teta*pi/180);
z=tan(teta*pi/180);
subplot(2,2,1)
plot(teta,y)
axis([0 360 -1.5 1.5])
title('y=sin(teta)')
```

```
subplot(2,2,2)
plot(teta,w)
axis([0 360 -1.5 1.5])
title('w=cos(teta)')
```

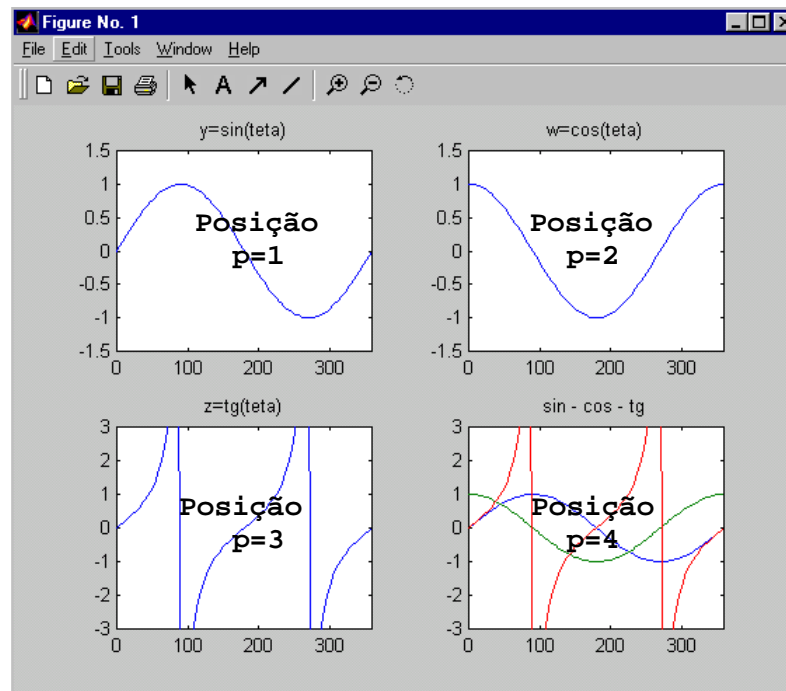
```
subplot(2,2,3)
plot(teta,z)
axis([0 360 -3 3])
title('z=tg(teta)')
```

```
subplot(2,2,4)
plot(teta,y,teta,w,teta,z)
axis([0 360 -3 3])
title('sin - cos - tg')
```


subplot(n,m,p)

n-Colunas

m-Linhas

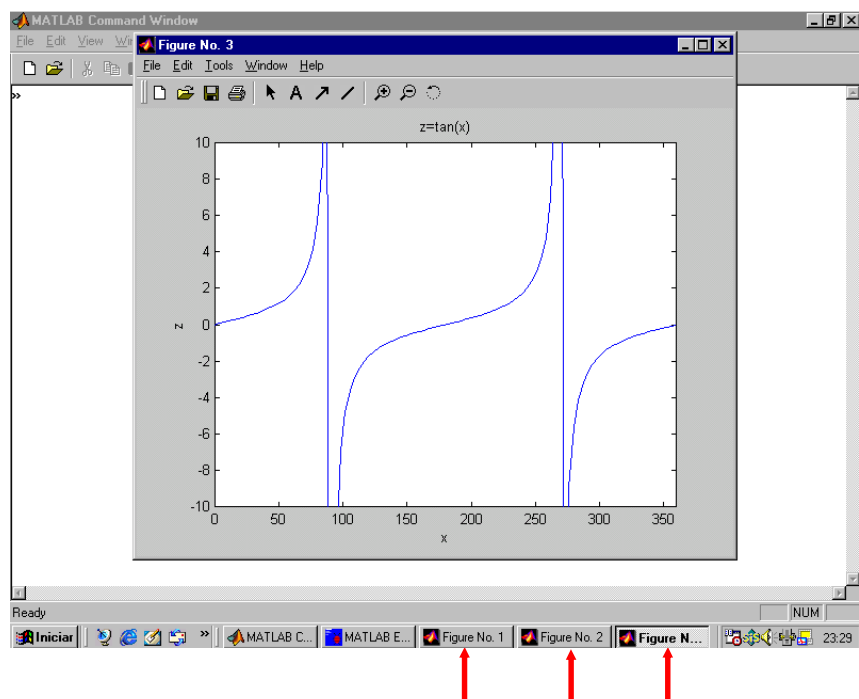


G) GRÁFICOS EM JANELAS GRÁFICAS DISTINTAS

10) Faça os gráficos das funções $y=\sin(\theta)$, $w=\cos(\theta)$ e $z=\tan(\theta)$, onde $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ em três janelas gráficas distintas.

⇒ MATLAB EDITOR

```
clear
clc
theta=linspace(0,360);
y=sin(theta*pi/180);
w=cos(theta*pi/180);
z=tan(theta*pi/180);
figure(1)
plot(theta,y)
axis([0 360 -1.5 1.5])
title('y=sin(theta)')
figure(2)
plot(theta,w)
axis([0 360 -1.5 1.5])
title('w=cos(theta)')
figure(3)
plot(theta,z)
axis([0 360 -10 10])
title('z=tan(theta)')
```



8.4 Exercícios complementares

1) Faça o gráfico da função $y = f(t)$, abaixo, onde $0 \leq t \leq 10$ na cor azul espessura de linha 2 pontos.

$$y = -4t^3 + t^2 + 2t$$

2) Faça o gráfico da função $y = f(x)$, abaixo, onde $-10 \leq x \leq 10$.

$$y = \frac{1}{x}$$

3) Faça o gráfico da função $P = f(x)$ na cor verde utilizando marcador do tipo pentagrama e com linha pontilhada. Sabe-se que:

$$P = \frac{x^5}{x^3 + 1} \quad \text{e} \quad x = [-20 -16 -12 \dots 20]$$

4) Faça o gráfico da função $y=f(t)$ na cor preta com espessura de linha 2,0 pontos.

$$y = (t^2 - 9)(t^2 - 1) \quad \text{e} \quad -4 \leq t \leq 4$$

5) Faça o gráfico de $y=f(z)$, onde:

$$y = (z^2 - 4)e^z \Rightarrow -5 \leq z \leq 2$$

6) Faça o gráfico da função $y=f(x)$ na cor magenta, onde:

$$y = x^4 - 4x^3 + 10 \quad \text{e} \quad -2 \leq x \leq 5$$

7) Um automóvel em MRUV parte de uma posição $X_0 = 25\text{m}$ com aceleração de $-2,25\text{m/s}^2$ e velocidade inicial de $V_0 = 45\text{m/s}$. Faça os gráficos de $X = f(t)$ e $V = f(t)$ em uma mesma janela gráfica um ao lado do outro sabendo que $0 \leq t \leq 30\text{s}$.

8) A amplitude de oscilação de um pêndulo é dado pela equação abaixo:

$$Y = e^{\frac{-\pi t}{25}} [\cos(2\pi t) + \sin(2\pi t)]$$

onde t é o tempo de oscilação em [s] e varia de 0 a 30s

Y é a amplitude de oscilação em [m].

Faça o gráfico de $Y = f(t)$ na cor verde.

9) Um caminhão tem sua posição em km (s) monitorada durante 15 horas conforme a equação $s = 20t^2 - t^3$. Faça o gráfico da posição $s = f(t)$, da velocidade $v = f(t)$ e de sua aceleração $a = f(t)$ em uma mesma janela gráfica e em pares de eixos coordenados diferentes um embaixo do outro. Lembre que $v = ds/dt$ e $a = d^2s/dt^2$.

10) Plote no mesmo par de eixos coordenados as funções $u = \sec(\theta)$, $v = \operatorname{cosec}(\theta)$ e $w = \cotg(\theta)$, sendo $0 \leq \theta \leq 2\pi$ rad.

11) Faça o gráfico da função $X = f(t)$, onde $-10 \leq t \leq 10$.

$$X = \frac{\log[(t + 12)^3]}{(t + 15)}$$

12) Em uma experiência em laboratório de biologia verificou-se que o crescimento de uma determinada colônia de bactérias é dado por:

$$y = \frac{1}{2} \left[(e^t - 3 \cos(10t) + \sin(10t) + 2) \right]$$

onde t é o período de horas e y é n° de bactérias em milhões.

Depois de passar 3,6 horas do início experimento é aplicado um antídoto para aniquilamento total das bactérias. Sabe-se que o decréscimo do número de bactérias é dado pela equação abaixo:

$$y = -(t - 3,64)^2 + 18,9952$$

Quando a experiência chega em sua oitava hora verifica-se que não há mais bactérias vivas, então, pede-se:

- a) faça o gráfico que rege todo o experimento desde seu início até a oitava hora;
- b) o gráfico deve ser plotado na cor vermelha com linha contínua até a aplicação do antídoto;
- c) após a aplicação do antídoto o gráfico deve ser plotado na cor vermelha pontilhada.

13) Em um determinado experimento de física sobre lançamento vertical de projéteis tem-se o alcance máximo (A) de um projétil em função da sua velocidade de disparo (V_0). A matriz R apresenta os dados coletados, onde a 1ª linha representa a velocidade de disparo em m/s e a 2ª coluna representa o alcance (A) em metros.

$$R = \begin{bmatrix} 50 & 75 & 100 & 125 & 150 & 175 & 200 \\ 250 & 550 & 950 & 1550 & 2220 & 3020 & 3950 \end{bmatrix}$$

Em um mesmo par de eixos coordenados, pede-se:

- I) Faça o gráfico de $A=f(V_0)$ com os dados obtidos em R , utilizando linha contínua verde ressaltando os pontos medidos com quadrados.
- II) Faça o gráfico de $A=f(V_0)$ utilizando a equação de lançamento oblíquo de projéteis (abaixo), sabendo que o ângulo de disparo utilizado neste experimento foi de $\alpha=45^\circ$ e a aceleração da gravidade no local é de $g=9,81\text{m/s}^2$. Utilize linha vermelha pontilhada com triângulos.

$$A = \frac{V_0^2}{g} \sin^2(\alpha)$$

- 14) Plote o gráfico da função $v=f(u)$ na cor preta espessura 2,5 pontos, sendo $v = \frac{e^u - e^{-u}}{e^u + e^{-u}}$ e $-5 \leq u \leq 5$

15) Plote o gráfico de $y=f(x)$ sabendo que:

$$x = (a + b) \cos(\theta) - b \cos\left[\frac{a + b}{b} \theta\right]$$

$$y = (a + b) \sin(\theta) - b \sin\left[\frac{a + b}{b} \theta\right]$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$a=1 \text{ e } b=1/3$$

16) Faça o gráfico da função $y=f(t)$, abaixo, na cor vermelha com espessura de linha igual à 2,5ptos.

$$y = \cos(1,5\pi t) + \cos(1,75\pi t) \Rightarrow 4 \leq t \leq 20$$

17) Faça o gráfico da função $h=f(x)$, abaixo, na cor preta e com espessura de linha 2 ptos.

$$h = \frac{1}{(x - 0,3)^2 + 0,01} + \frac{1}{(x - 0,9)^2 + 0,04} - 6 \Rightarrow -0,5 \leq x \leq 1,5$$

18) Plote simultaneamente, em um mesmo par de eixos coordenados, os gráficos das funções $y=f(x)$ e $z=f(x)$, dadas por:

$$y = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \quad \text{e} \quad z = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

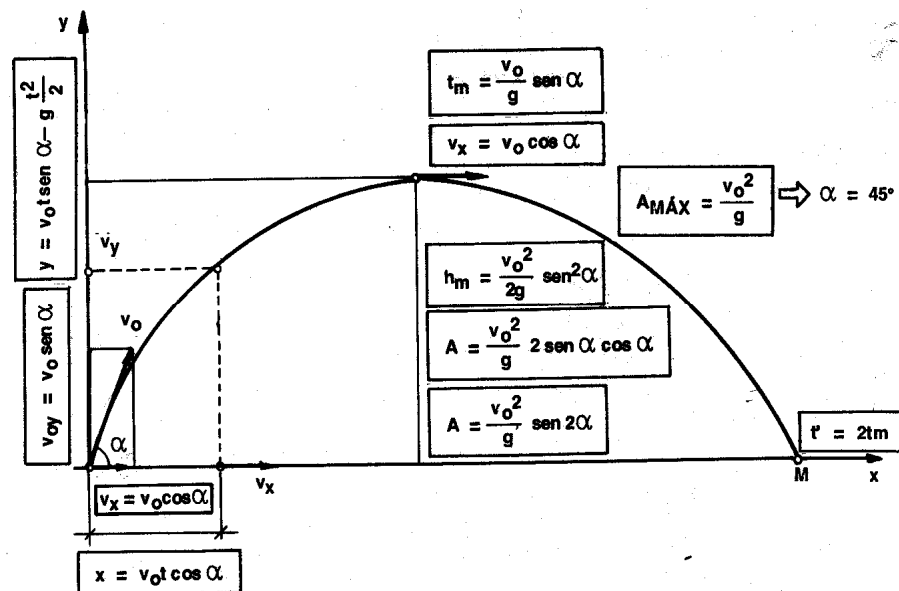
Sendo: $-2 \leq x \leq 2$.

O gráfico deve de conter:

- A curva de y dever ser plotada em vermelho pontilhado e a curva de z em preto pontilhado;
- O gráfico deve conter legenda sabendo que y representa a secante hiperbólica ($\text{sech}(x)$) e z representa o cosseno hiperbólico de x ($\cosh(x)$);

19) O lançamento oblíquo de projéteis obedece as seguintes equações:

Fomulário



Onde:

$h_m \Rightarrow$ altura máxima atingida pelo projétil em [m]; $A \Rightarrow$ alcance do projétil em [m]; $t \Rightarrow$ tempo de viagem do projétil em [s]; $t_m \Rightarrow$ tempo de viagem do projétil para atingir a altura máxima; $t' \Rightarrow$ tempo de viagem do projétil para atingir o alcance do projétil; $v_x \Rightarrow$ componente horizontal da velocidade do projétil; $v_y \Rightarrow$ componente vertical da velocidade do projétil; $x \Rightarrow$ deslocamento horizontal do projétil; $y \Rightarrow$ deslocamento vertical do projétil; $v_0 \Rightarrow$ velocidade de disparo do projétil; $v_{0x} \Rightarrow$ componente horizontal da velocidade de disparo; $v_{0y} \Rightarrow$ componente vertical da velocidade de disparo; $\alpha \Rightarrow$ ângulo de disparo do projétil em [graus]; $g \Rightarrow$ aceleração da gravidade no local em [m/s^2].

Faça um gráfico do deslocamento (x X y), do projétil, para $\alpha=45^\circ$ (alcance máximo) sabendo que a velocidade de disparo do projétil é de $V_0=200$ km/h e $g=9,81$ m/s².

20) Utilizando os comando do MATLAB, faça o gráfico do deslocamento do projétil para um ângulo de disparo (α) de 15° , 30° , 45° , 60° e 75° , no mesmo par de eixos coordenados, sabendo que:

- Velocidade de disparo do projétil $\Rightarrow v_0=200$ km/h
- A aceleração da gravidade no local é de $g=9,81$ m/s²;
- As linhas dos gráficos devem ter espessura de linha 3,0 pontos.

21) Sendo a função:

$$y = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x - 2} \quad \Rightarrow \quad -3 \leq x \leq 4$$

Utilizando-se dos comandos do MATLAB faça o gráfico de $y=f(x)$ na cor preta.

22) Em um experimento no laboratório de física verificou-se que a velocidade $V=f(t)$ de um móvel em três intervalos diferentes é regida pelas equações abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} V = 2,5t \Rightarrow 0 \leq t \leq 10s \\ V = -3t + 55 \Rightarrow 10 \leq t \leq 15s \\ V = \frac{-10t + 400}{25} \Rightarrow 15 \leq t \leq 40s \end{array} \right.$$

onde V e t são a velocidade do móvel em [m/s] e o tempo em [s], respectivamente.

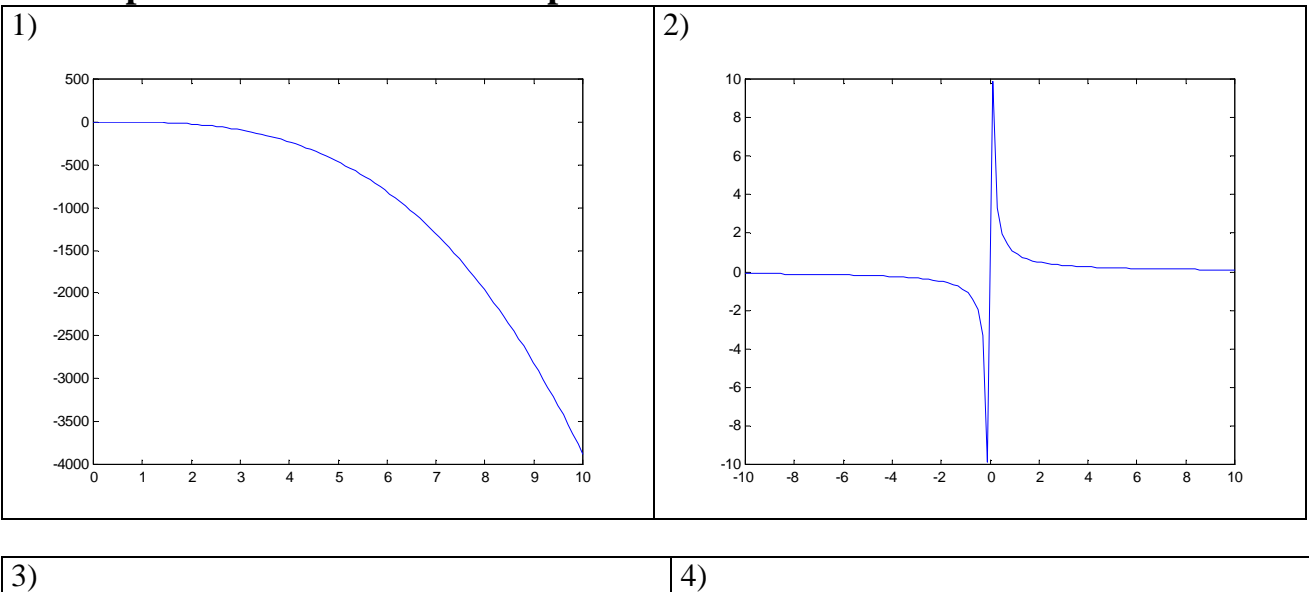
Pede-se:

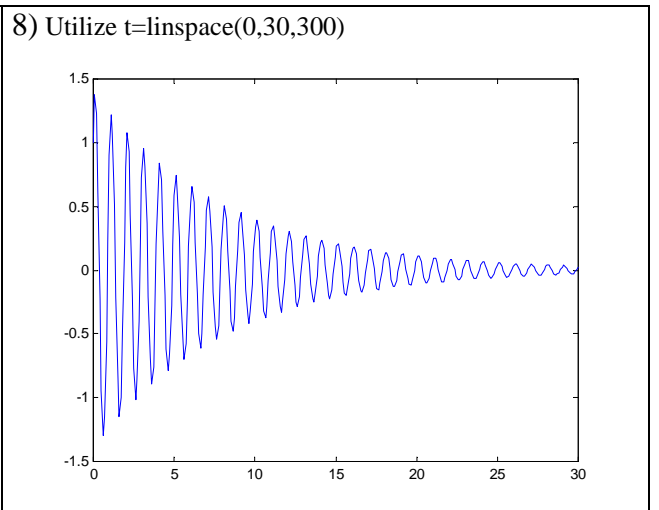
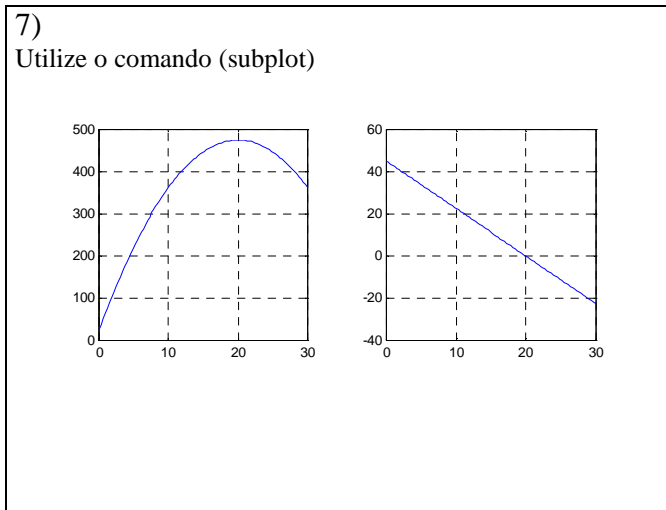
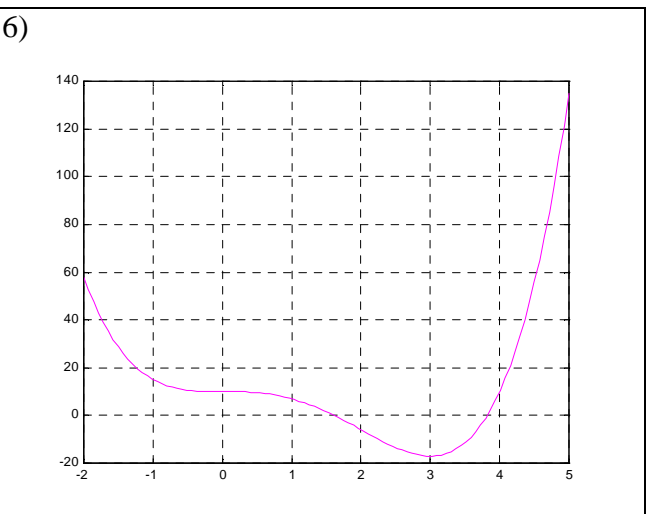
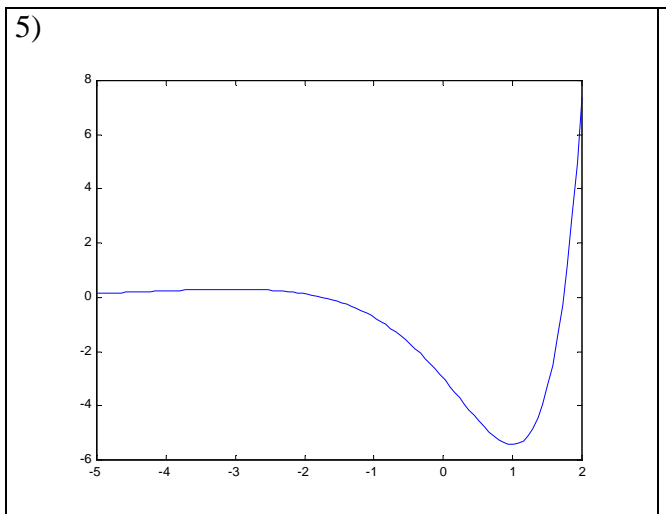
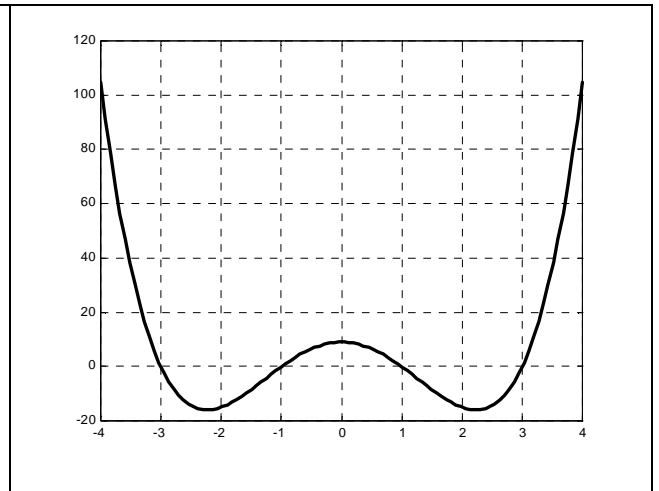
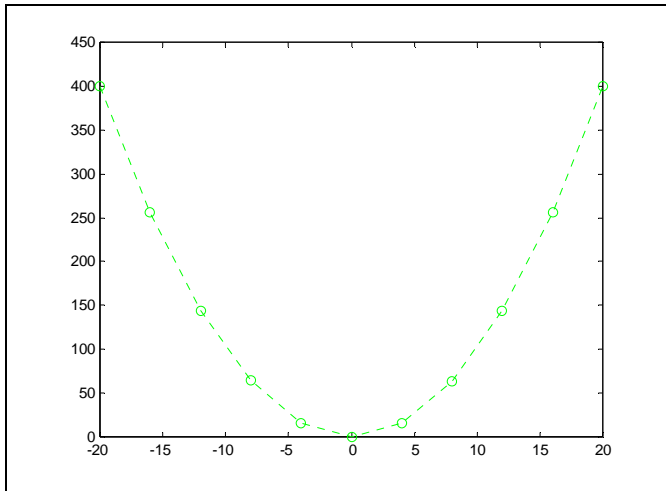
- d) Faça o gráfico de $V=f(t)$ para $0 \leq t \leq 40s$
- e) Cor de Linha: preta
- f) Espessura de linha: 3,0 pontos

23) Faça o gráfico de $y=f(x)$ sabendo que:

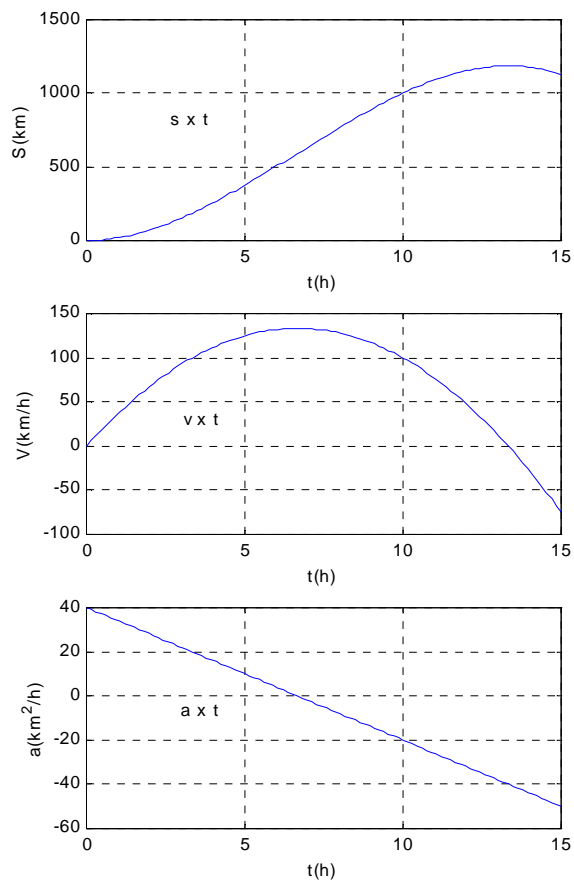
$$\left\{ \begin{array}{l} y = 5x \Rightarrow 0 \leq x \leq 20 \\ y = \frac{-50x + 3600}{35} \Rightarrow 20 \leq x \leq 35 \\ y = 50 \Rightarrow 35 \leq x \leq 55 \\ y = -2x \Rightarrow 55 \leq x \leq 80 \end{array} \right.$$

8.5 Respostas dos Exercícios Complementares

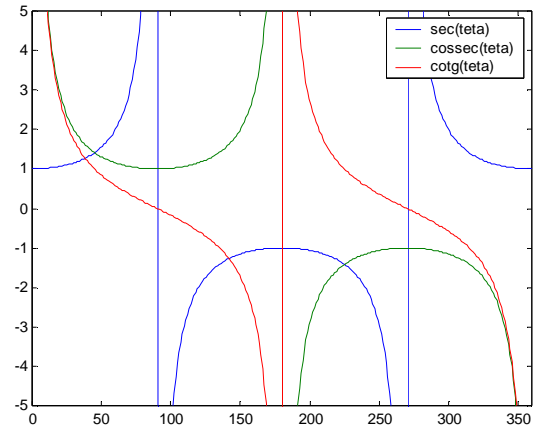




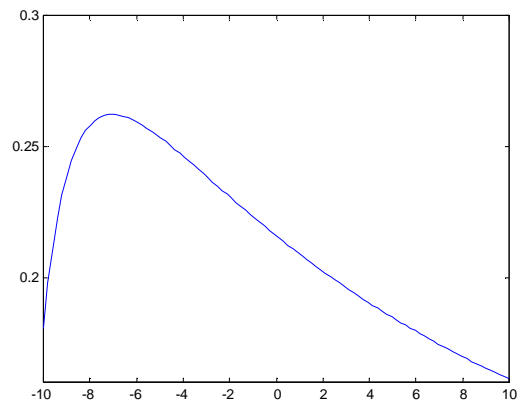
9)



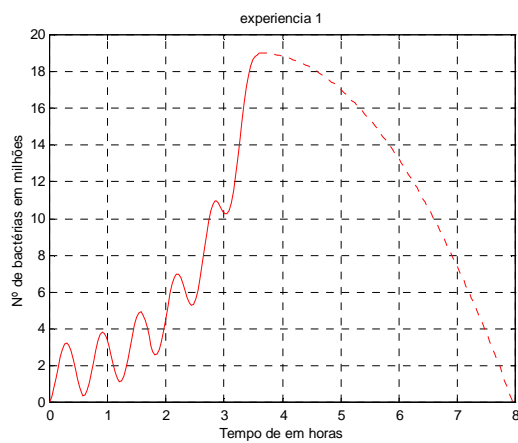
10)



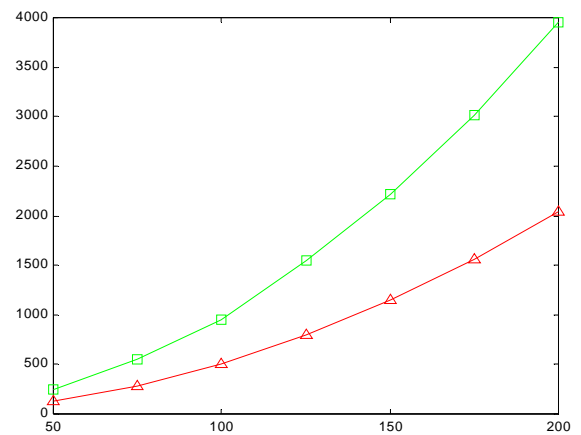
11)



12)

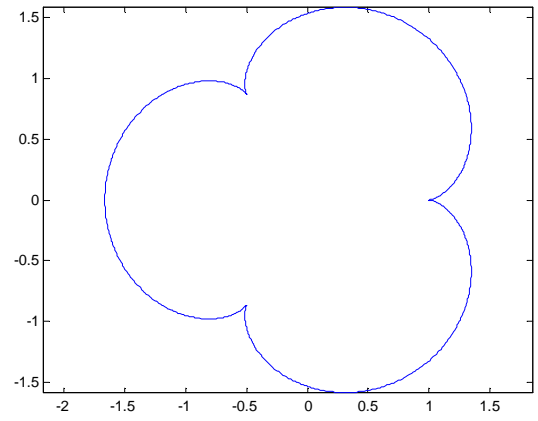
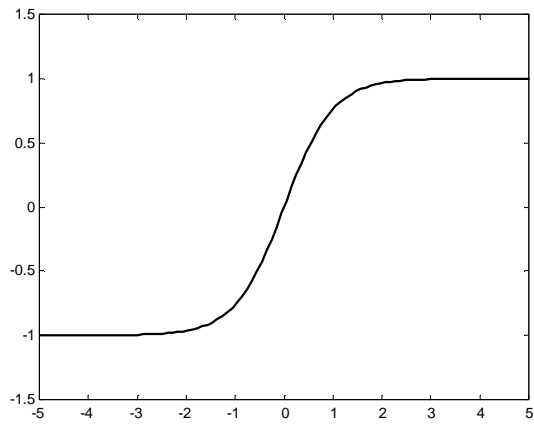


13)

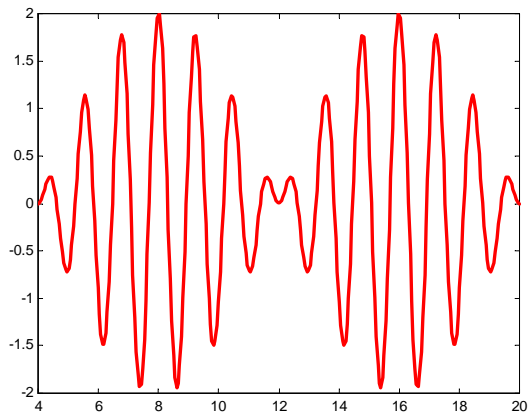


14)

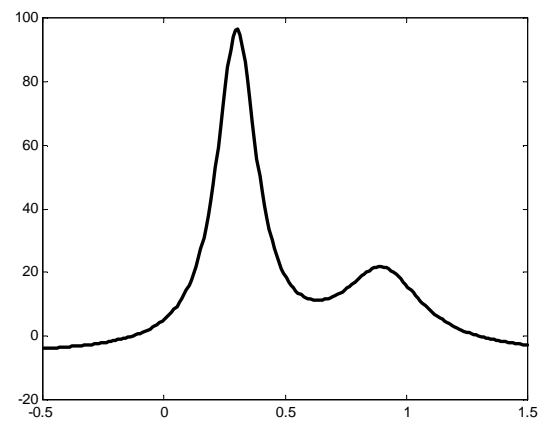
15) Utilize o comando **axis equal** após o comando plot. (consulte help axis)



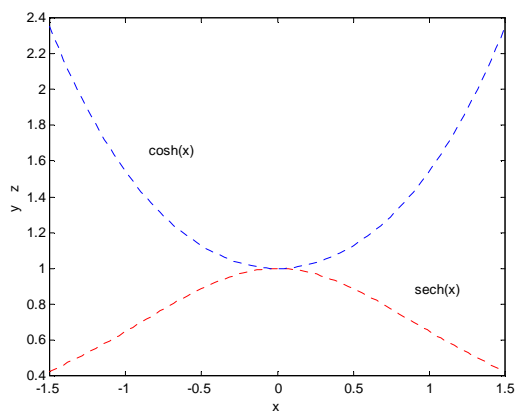
16)



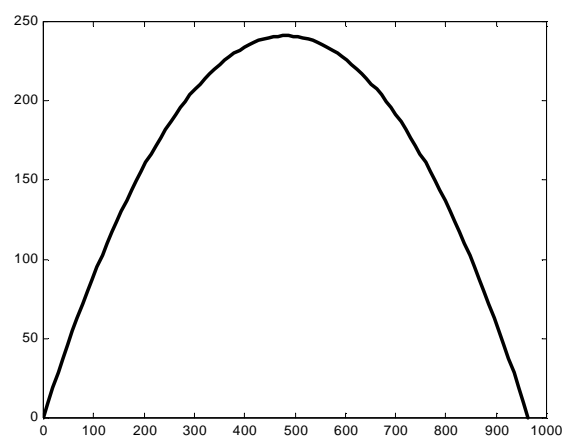
17)



18)

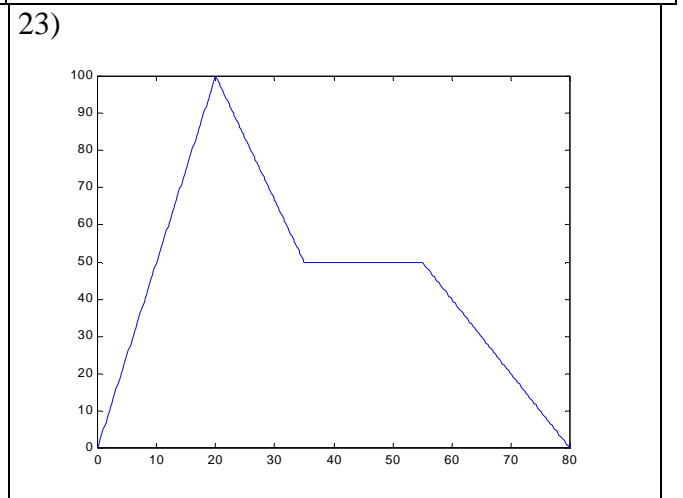
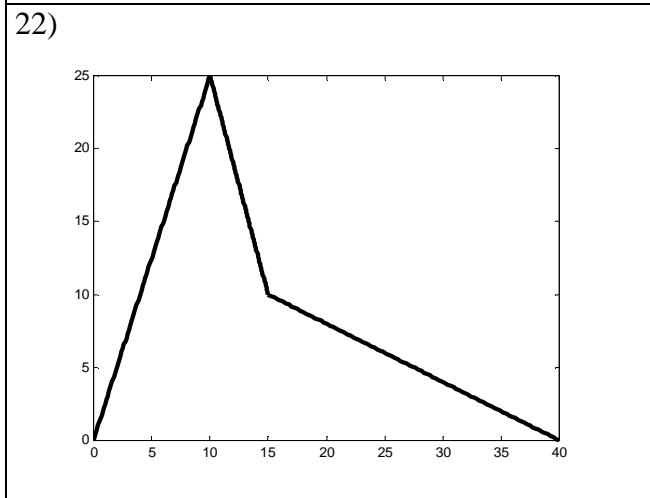
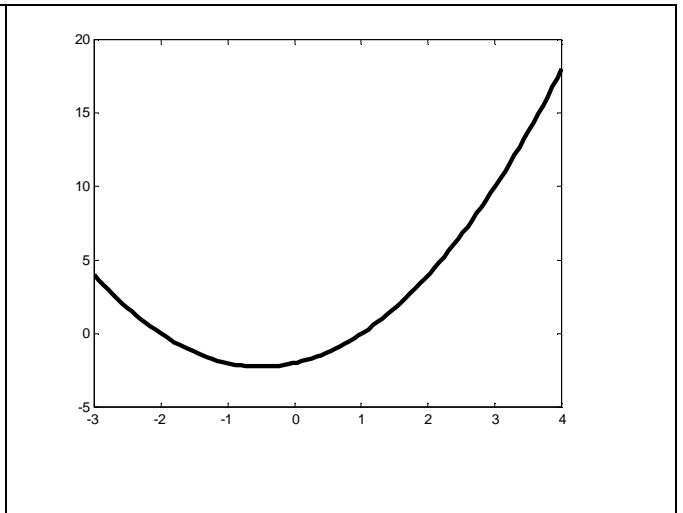
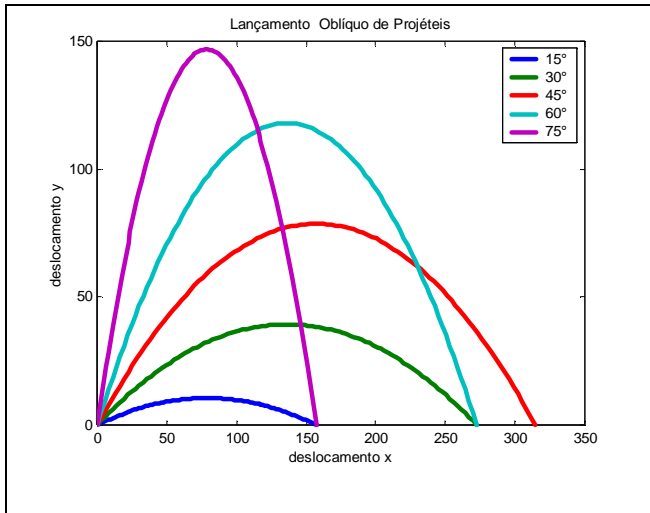


19)



20)

21)

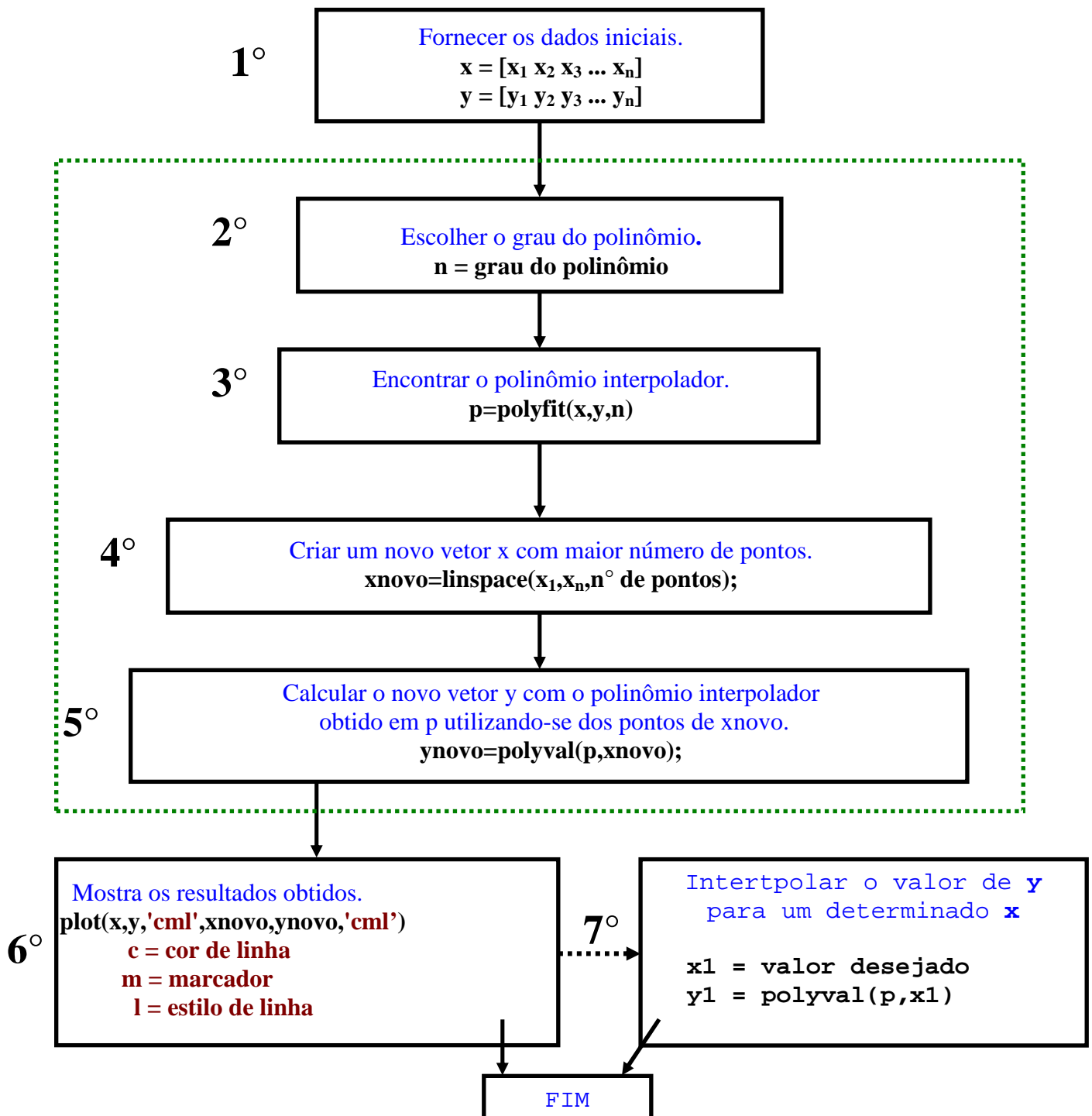


9. AJUSTE DE CURVAS e INTERPOLAÇÃO UNIDIMENSIONAL

9.1 Ajuste de curvas

p=polyfit(x,y,n)

Encontra os coeficientes do polinômio interpolador **p(x)** de ordem **n** obtido através dos vetores **x** e **y**, sendo obrigatoriamente **y=f(x)**. O Ajuste de curvas deve seguir a seguinte estrutura:



1) Sendo considerado os dados abaixo, encontre o polinômio que melhor se ajusta a curva original $y = f(x)$ e faça os gráficos com os valores originais e ajustados.

X	Y
0	-0,84
1	1,61
2	3,28
3	6,16
4	7,10
5	7,34
6	7,66
7	9,56
8	9,48
9	10,14
10	10,20

⇒MATLAB EDITOR

clear all

clc

%Dados originais

1°

x=[0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];

y=[-0.84 1.61 3.28 6.16 7.1 7.34 7.66 9.56 9.48 10.14 10.2];

%Polinômio interpolador

2°

n=2;

← Grau do polinômio interpolador Escolhido.

3°

p=polyfit(x,y,n)

← Encontra os coeficientes do polinômio interpolador de grau **n**.

4°

xnovo=linspace(0,10,50);

← Cria o novo **vetor x** com mais pontos para melhorar a resolução (precisão) do gráfico.

5°

ynovo=polyval(p,xnovo);

← Calcula o novo **vetor y** com o polinômio ajustado a curva original.

%Mostra os resultados

6°

plot(x,y,'o-',xnovo,ynovo,'r:')

title('Curva Ajustada')

xlabel('x')

ylabel('y=f(x)')

← Plota o gráfico com a curva original (em azul) e ajustada (em vermelho).

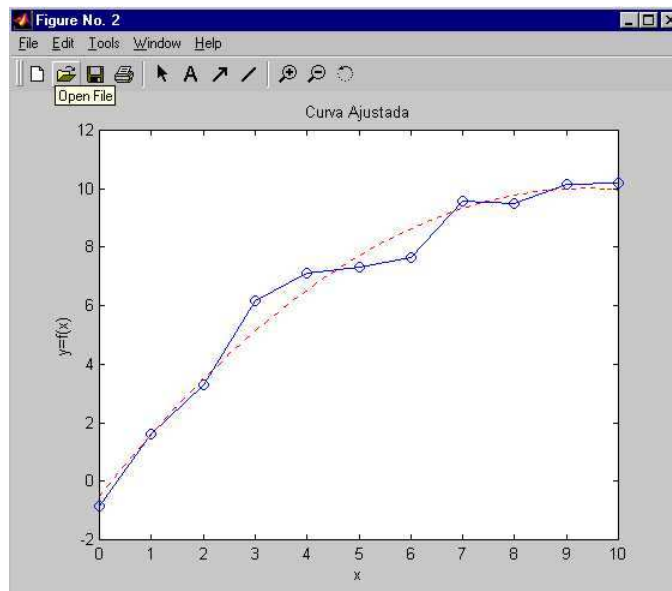
⇒RESPOSTA

p =

-0.1194 2.2417 -0.5133

→ $y(x) = -0,1194x^2 + 2,2417x - 0,5133$

Esta equação somente é valida no intervalo do vetor x, ou seja, $0 \leq x \leq 10$



2) Para o exercício acima encontrar o valor de y para $x=7,25$ utilizando o polinômio interpolador encontrado.

⇒ **MATLAB EDITOR**

$x1 = 7.25$
 $y1 = \text{polyval}(p,x1)$

⇒ **RESPOSTA**

$x1 =$
 7.2500

$y1 =$
 9.4647

← Acrescentar estas duas linhas no final do exemplo anterior.
 7º Etapa (ver pág 132)

9.2 Interpolação unidimensional

Comando:

$\text{ynovo} = \text{interp1}(x,y,xnovo,\text{'método de interpolação'})$

x e y ⇒ **variáveis antigas (base da interpolação);**

$xnovo$ ⇒ **variáveis nova a ser interpoladas;**

ynovo ⇒ variável resultante da interpolação de $xnovo$ na base de interpolação.

'método de interpolação' ⇒ **'linear'** ou

'cubic'

3) De acordo com a tabela abaixo, encontre o valor das grandezas u e v para $n_1 = 1324$ e $n_2 = 1440$ utilizando interpolação linear.

N	u	v
1250	1,211	89,5

1300	1,816	74,4
1350	2,385	69,3
1400	3,002	64,1
1450	3,650	59,0

⇒MATLAB EDITOR

clear all

clc

n=[1300 1350 1400 1450];
u=[1.816 2.385 3.002 3.650];
v=[74.4 69.3 64.1 59.0];

} **Constantes a serem interpoladas**

u1novo=interp1(n,u,1324,'linear')
v1novo=interp1(n,v,1324,'linear')

} **Interpolação para $n_1 = 1324$**

u2novo=interp1(n,u,1440,'linear')
v2novo=interp1(n,v,1440,'linear')

} **Interpolação para $n_2 = 1440$**

⇒RESPOSTA

u1novo =
2.0891

v1novo =
71.9520

u2novo =
3.5204

v2novo =
60.0200

4) Em um experimento de física mediu-se o deslocamento (x) de um corpo em função do tempo (t), e foram encontrados os seguintes valores. Faça o gráfico de $x = f(t)$ e estime um valor para a distância percorrida quando $t = 76s$ e $t = 174s$.

t(s)	x(m)
0	4,9
50	-4,01
100	-5,02
150	-0,8

t(s)	x(m)
200	6,80
250	14,26
300	18,9

⇒MATLAB EDITOR **(ETAPA I)**

clear all

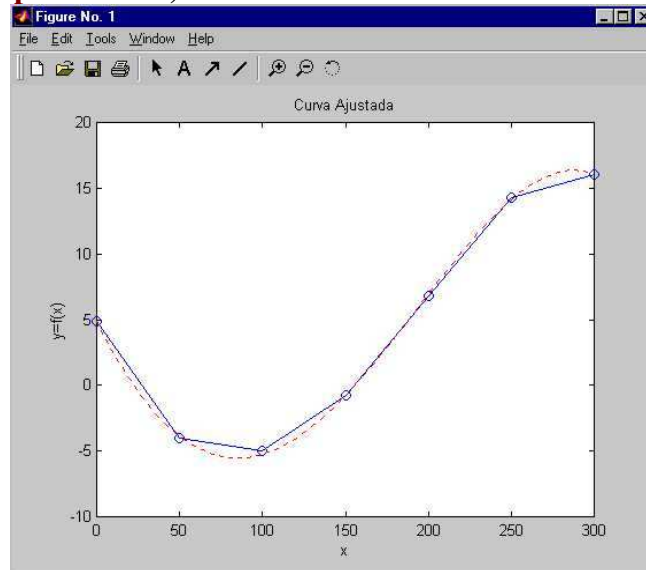
clc

t=[0 50 100 150 200 250 300];
x=[4.9 -4.01 -5.02 -0.8 6.80 14.26 16.0];

plot(t,x,'o-')
title('x=f(t)')
xlabel('t[s] - tempo')

Primeiramente traça-se o gráfico com os dados originais para verificar o tipo de interpolação (aproximação) necessária.

`ylabel('x[m] - distância percorrida')`



⇒MATLAB EDITOR (**ETAPA II**)

```
x1=interp1(t,x,76,'cubic')
x2=interp1(t,x,174,'linear')
```

⇒RESPOSTA

```
x1 =
    -5.3478
x2 =
     2.8480
```

Escolha do tipo de interpolação (cubica ou linear), a partir do gráfico obtido com os dados originais na ETAPA I.

A T E N Ç Ã O

Esta operação realizada incluindo estas duas linhas após o final do programa inicial. (exemplo anterior)

9.3 Exercícios propostos

1) Em um experimento no laboratório de física com vibração de um sistema de amortecimento mola-amortecedor automotivo, obteve-se os seguintes dados:

T(s)	A(cm)	t(s)	A(cm)	t(s)	A(cm)
0	0	16	-0,1	30	7,5
2	1,2	18	-0,6	32	8,4
4	2,3	20	-0,7	34	8,9
6	3,2	22	-0,3	36	8,6
8	3,2	23	0,6	38	8,0
10	2,8	24	1,5	40	7,0
12	1,8	26	3,4		
14	0,8	28	5,5		

Onde t é o tempo em [s] e A é a amplitude de vibração em [cm]. Pede-se:

- I) Encontre o polinômio que melhor represente os dados experimentais no intervalo de $0 \leq t \leq 40s$;
- II) Plote o gráfico de $A=f(t)$ com os dados medidos e através do ajuste com o polinômio obtido em I.

III) Encontre o valor da amplitude de vibração para $t=32,5s$;

2) Verificou-se em um teste de consumo de combustível de um determinado automóvel os seguintes resultados:

Km rodados	Consumo combust.	km rodados	Consumo combust.
X1000	km/l	X1000	km/l
0	7	50	11,2
5	9	55	11,1
10	10,8	60	10,8
15	11	65	10,2
20	11,2	70	8,5
25	11,2	75	8
30	10,9	80	7,1
35	11,1	85	6,8
40	11,0	90	6,2
45	11,5	95	6,0
		100	5,8

Pede-se:

- Plote simultaneamente em um mesmo gráfico :os dados originais (da tabela) e uma curva melhor represente estes dados utilizando o ajuste de curvas;
- Encontre o polinômio interpolador utilizado no ajuste;
- Encontre o consumo para 27000 e 90300 km rodados.

3) Encontre o polinômio interpolador que melhor represente os dados da tabela abaixo sabendo que $Y = f(t)$. A partir disso, estime o valor de Y para $X = 1,52$.

T	Y
0	6.00
0.20	4.00
0.40	3.00
0.60	2.50
0.80	2.00
1.00	1.80
1.20	1.40
1.40	1.00
1.60	0.90
1.80	0.80
2.00	0.80
2.20	0.85
2.40	0.83
2.60	0.96
2.80	1.30
3.00	2.00

4) Encontre o polinômio interpolador para os dados da tabela abaixo sabendo que $x=f(z)$. Plote simultaneamente em um mesmo gráfico os dados originais (da tabela) e uma curva melhor represente estes dados utilizando o ajuste de curvas.

z x

-3.00 -15.00
 -2.33 -3.40
 -1.67 2.05
 -1.00 3.00
 -0.33 1.30
 0.33 -1.32
 1.00 -3.00
 1.67 -2.04
 2.33 3.35
 3.00 15.00

5) Encontre o valor de s para $p_1 = 122\text{kPa}$ e $p_2 = 325\text{kPa}$ de acordo com a tabela abaixo. Utilize os comandos de interpolação linear.

p(kPa)	S(kJ/KgK)
100	542,32
200	618,80
300	689,45
400	755,06
500	825,21

6) Utilizando os comandos de interpolação unidimensional encontre o valor de t para $t_1 = 0,75$; $t_2 = 1,22$; $t_3 = 3,65$ e $t_4 = 4,85$; sabendo que $Y=f(t)$.

t Y
 0 0.00
 0.5 0.02
 1.0 0.27
 1.5 0.16
 2.0 -2.66
 2.5 -10.79
 3.0 -24.06
 3.5 -37.12
 4.0 -39.37
 4.5 -18.30
 5.0 34.09

9.4 Respostas dos Exercícios Propostos

1)
 $p =$

Columns 1 through 4

0.00000038777784 -0.00004677672376 0.00200177758275 -0.03510492679138

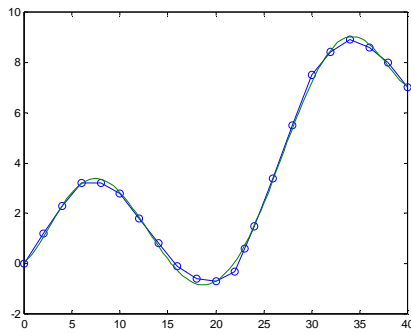
Columns 5 through 7

0.20180762873568 0.19557456464554 0.08291320226615

ou

$3,877 \cdot 10^{-7} x^6 - 4,677 \cdot 10^{-5} x^5 - 2,001 \cdot 10^{-3} x^4 - 0,0351 \cdot 10^{-3} x^3 - 0,201x^2 + 0,195x + 0,0829$

Amplitude de vibração para $t=32,6s \Rightarrow 8.7436 \text{ cm}$



2)
p =

Columns 1 through 4

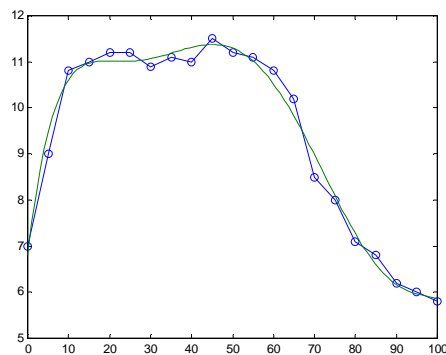
-0.0000000006348 0.00000021628002 -0.00002785051797 0.00169564150937

Columns 5 through 7

-0.05147056097900 0.75225601427762 6.80323097192733

ou

$$6,348 \cdot 10^{-10} x^6 + 2,1628 \cdot 10^{-7} x^5 - 2,785 \cdot 10^{-6} x^4 + 1,695 \cdot 10^{-3} x^3 - 0,0514 x^2 + 0,7522 x + 6,803$$

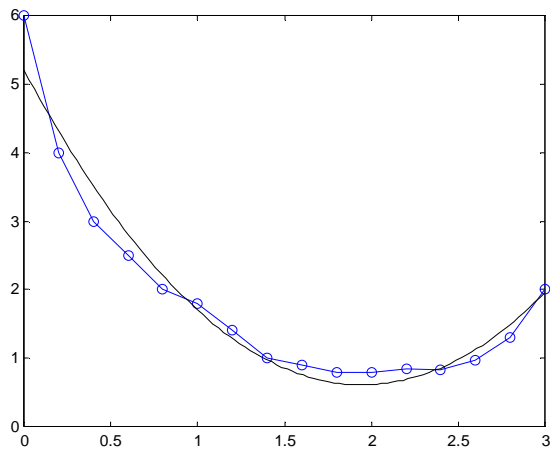


consumo para km=27500 \Rightarrow 11.0286km/l
consumo para km=90300 \Rightarrow 6.14711km/l

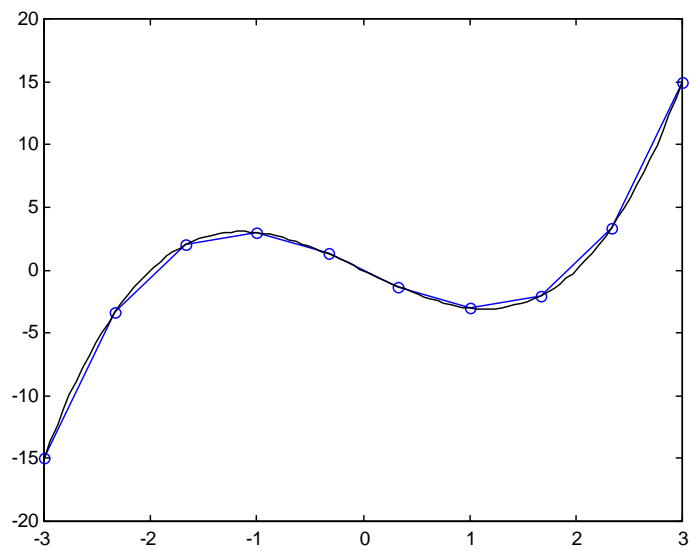
3) p =
1.2135 -4.7252 5.2097

$$Y = 1,2135t^2 - 4,7252t + 5,2097$$

$t=1.52$ e $y=0.8311$



4)



p =

1.0006 -0.0002 -4.0005 -0.0051

5)

$p = 122 \text{ kPa} \Rightarrow s = 559.1456 \text{ kJ/KgK}$

$p = 325 \text{ kPa} \Rightarrow s = 705.8525 \text{ kJ/KgK}$

6)

$t1 = 0.1450$ (linear)

$t2 = 0.2260$ (linear)

$t3 = -39.3241$ (cúbica)

$t4 = 18.3730$ (linear)

10. GRÁFICOS TRIDIMENSIONAIS

10.1 Gráfico de linha

⇒ `plot3(x,y,z)`

1) Faça o gráfico das equações paramétricas abaixo:

$$\begin{cases} x = \sin(t) \\ y = \cos(t) \\ z = t \\ 0 \leq t \leq 10\pi \end{cases}$$

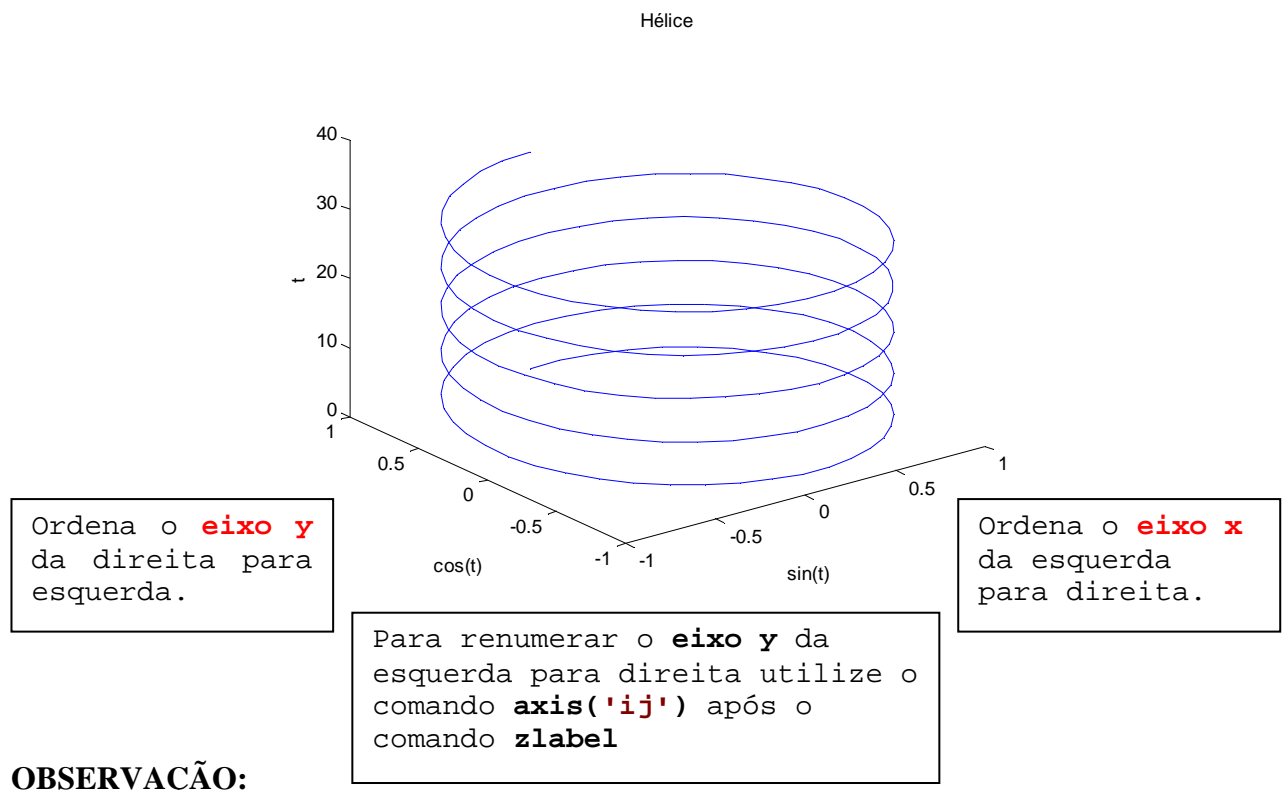
⇒ MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
t=linspace(0,10*pi);
x=sin(t);
y=cos(t);
z=t;
```

```
plot3(x,y,z)      %plot3 cria o gráfico definido por x, y e z.
title('Hélice')
xlabel('sin(t)')
ylabel('cos(t)')
zlabel('t')      %insere título ao eixo z
```

⇒ RESPOSTA



Todos os comandos para gráficos bidimensionais são válidos para gráficos tridimensionais.

Controle de eixos \Rightarrow `axis([xmin xmax ymin ymax zmin zmax])`

Linhas de grade \Rightarrow `grid`

Cores–Marcadores–Linhas \Rightarrow `plot3(x,y,z,'s')`

Subdivisão da janela gráfica \Rightarrow `subplot(m,n,p)`

Espessura de linhas \Rightarrow `set(u,'linewidth',v)`

Inserir legenda \Rightarrow `legend('gráf.1','gráf.2',...)`

Inserir texto sobre o gráfico \Rightarrow `gtext('texto')`

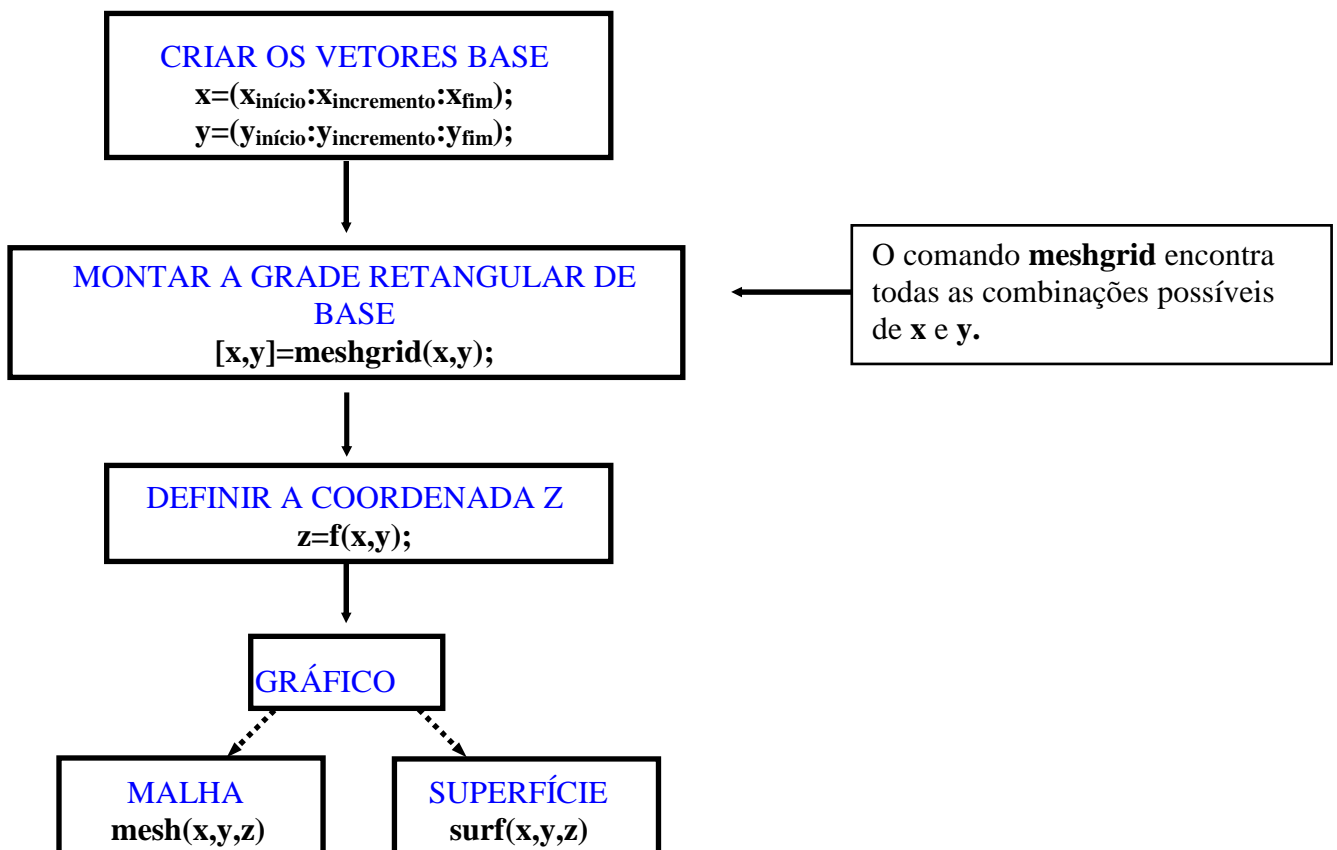
Criação de janelas gráficas \Rightarrow `figure(i)`

Gráficos simultâneos \Rightarrow `plot3(x1,y1,z1,x2,y2,z2,...)`

10.2 Gráficos de rede e de superfície

O MATLAB define uma superfície de **rede** por meio das coordenadas **z** dos pontos correspondentes a uma grade retangular no plano **xy**. Como consequência o gráfico é formado através da união dos pontos adjacentes com linhas retas.

Os gráficos de rede e superfície seguem a seguinte estrutura:



2) Plote o gráfico de $z=f(x,y)$, onde $z = \frac{\sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

\mathbf{R}

Sabendo que $-7,5 \leq x \leq 7,5$ ou $-7,5 \leq y \leq 7,5$.

⇒MATLAB EDITOR

clear all

clc

x=(-7.5:0.5:7.5);

y=x;

[x,y]=meshgrid(x,y);

R=sqrt(x.^2+y.^2)+eps;

z=sin(R)./R;

figure(1)

mesh(x,y,z) %plota o gráfico em rede de $z=f(x,y)$

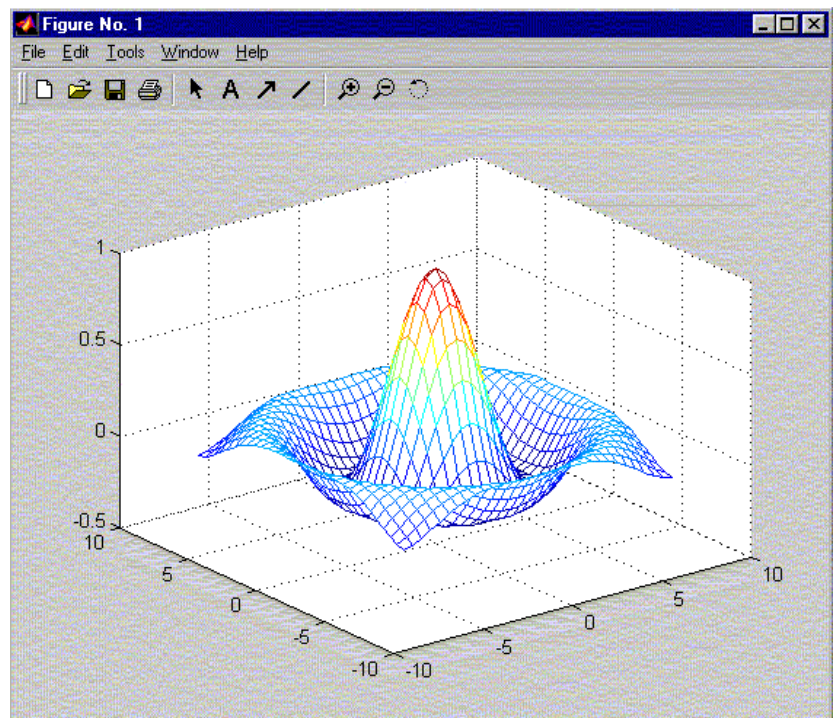
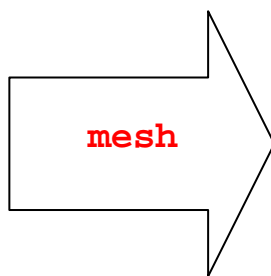
figure(2)

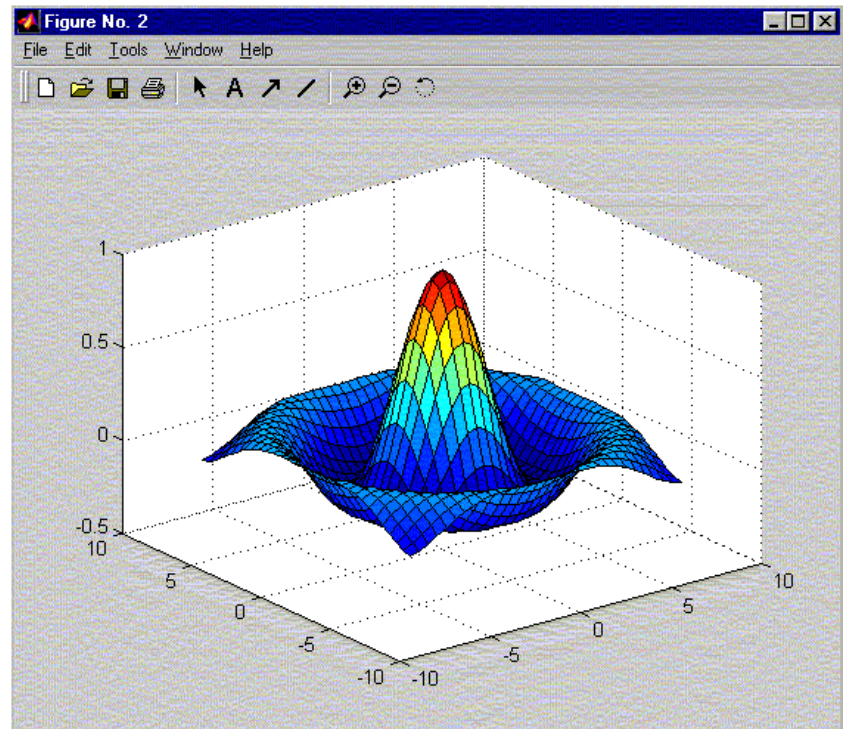
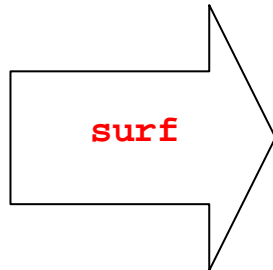
surf(x,y,z) %plota o gráfico de superfície de $z=f(x,y)$

Os pontos do intervalo devem ser uniformemente espaçados.

Cria uma matriz com elementos iguais a $[x,y]$ onde as linhas são cópias do **vetor x** e as colunas são cópias do do **vetor y**.

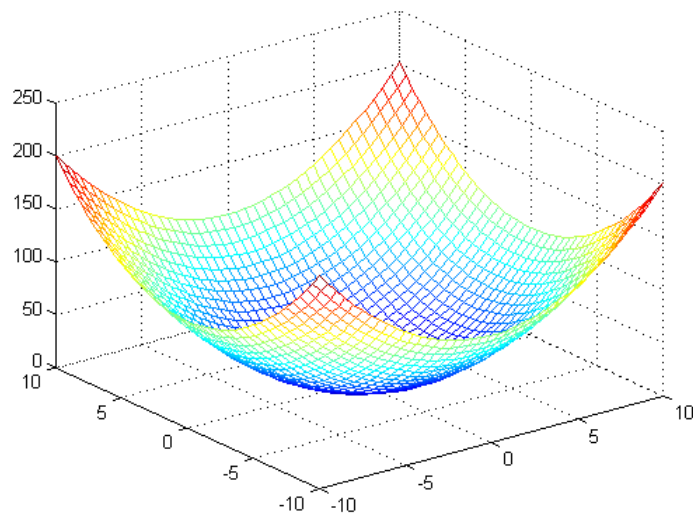
Insere a função **$z=f(x,y)$** e adiciona (**eps=2.2204e-016**) a **R** para evitar a divisão por zero quando **$x=0$** e **$y=0$** .





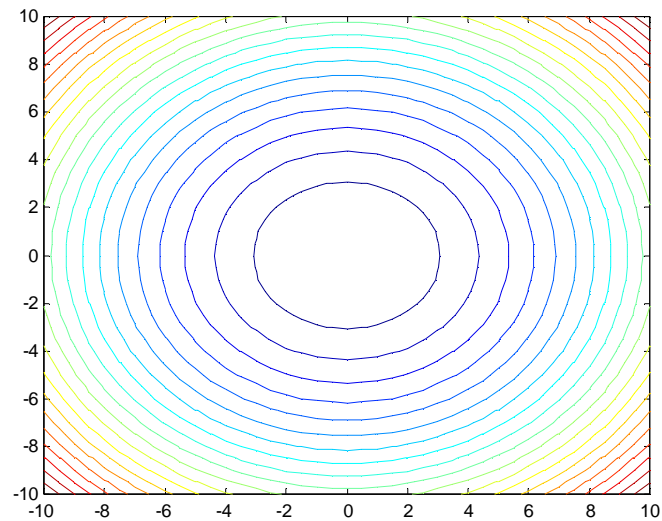
Outro exemplo, para uma malha refinada

```
>> x=-10:0.5:10;
>> y=x;
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> Z=1+X.^2+Y.^2;
>> mesh(X,Y,Z) % gera um gráfico de rede
```

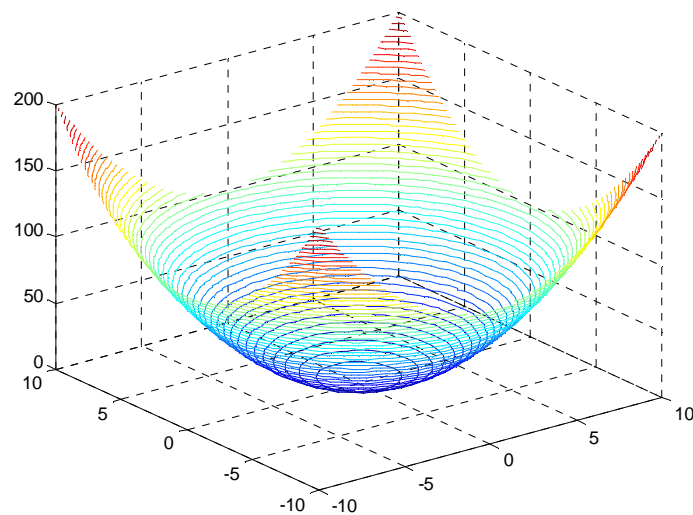


No MATLAB gráficos de curvas de níveis bi e tridimensionais são gerados usando as funções *contour* e *contour3*, respectivamente. Por exemplo,

```
>> contour(X,Y,Z,20) % gera 20 curvas de nível bidimensional
```

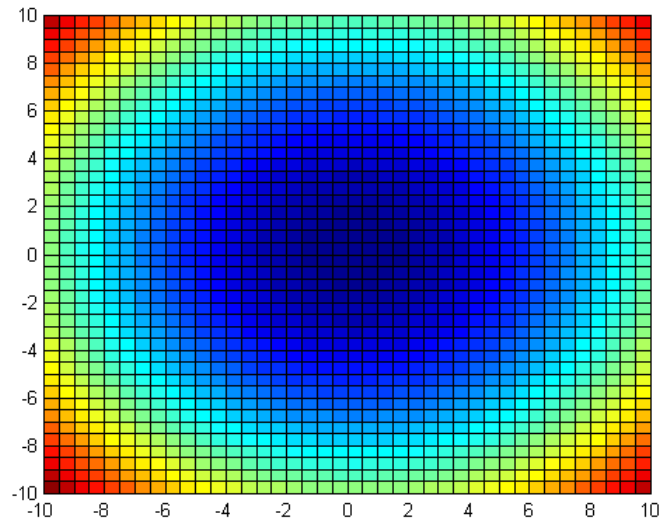


```
>> contour3(X,Y,Z,50) % gera 50 curvas de nível tridimensional
```

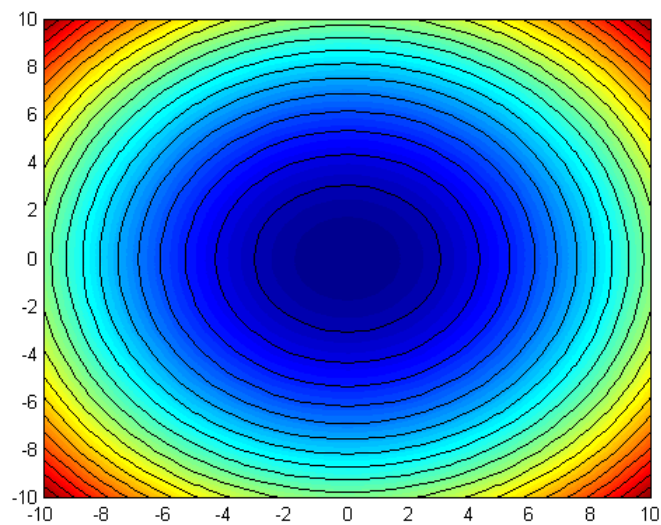



Outra forma interessante de visualizar as informações sobre curvas de nível consiste em usar cores para representar as alturas. A função *pcolor* mapeia a altura em um conjunto de cores e apresenta a mesma informação do gráfico de curvas de nível *contour*, na mesma escala. Uma vez que *pcolor* e *contour* mostram a mesma informação na mesma escala é útil superpor os dois. Assim, a função *shading* será usada para mudar a aparência do gráfico.

```
>> pcolor(X,Y,Z) %gera o gráfico com pseudocores
```

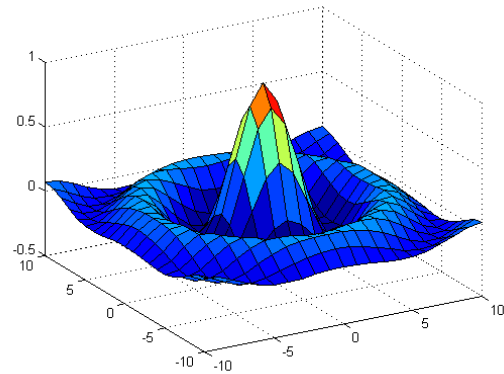
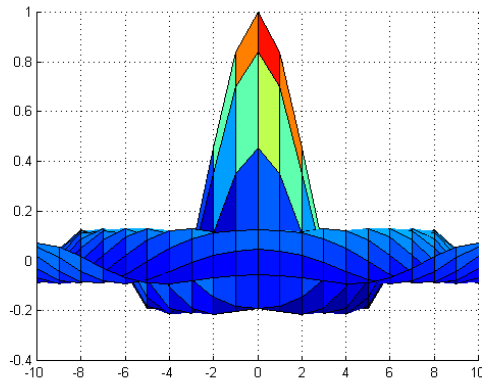
```
>> pcolor(X,Y,Z) % gera o gráfico com pseudocores
>> shading interp % remove a grade de linha
>> hold on % comandos gráficos subsequentes serão adicionados ao gráfico existente
>> contour(X,Y,Z,20,'k') % gera 20 curvas de níveis na cor preta
>> hold off % volta ao padrão
```



O MATLAB permite especificar o ângulo a partir do qual se vê o gráfico tridimensional usando a função `view(azimute, elev)`, onde `azimute` define o ângulo de visão e `elev` a elevação, que descreve o ângulo em graus a partir do qual o gráfico é observado acima do plano `xy`. Outra opção é estando na janela gráfica usar o ícone  clique sobre ele com o mouse e vá até a figura girando-a até a posição desejada.

```
>> x=-10:10; % malha grosseira
>> y = x;
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> f=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
>> Z=sin(f)./f;
>> surf(X,Y,Z)
>> view(0,0)
```

```
>> view(-30,30)
```



Para obter o azimuth e elevação atuais, por exemplo, da figura anterior, usa-se,

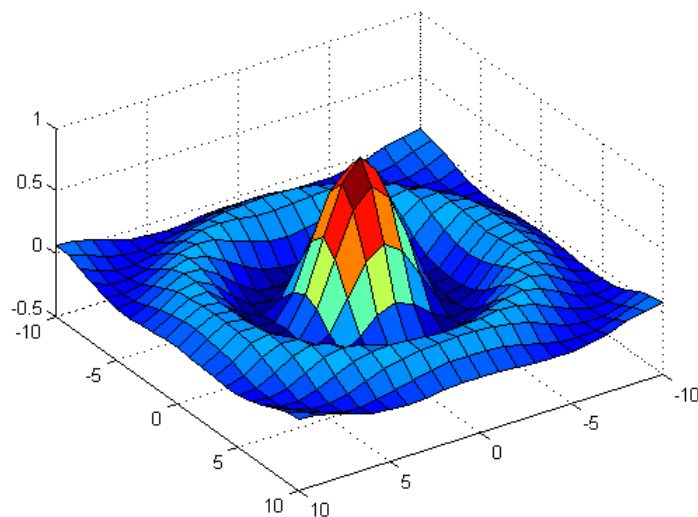
```
>> [az,el]=view
```

```
az =  
-38
```

```
el =  
42
```

A forma `view([x,y,z])` define seu ponto de vista usando um vetor que contém as coordenadas cartesianas (x, y, z) no espaço tridimensional.

```
>> view([2 3 4])
```



Existem muitas funções para tratar gráficos no MATLAB, algumas serão citadas a seguir.

A função `ribbon(x,y)` é semelhante a `plot(x,y)`, a diferença é que as colunas de y são traçadas como faixas em três dimensões.

A função `contourf` traça um gráfico de curvas de nível preenchido onde as áreas entre as curvas de nível são coloridas.

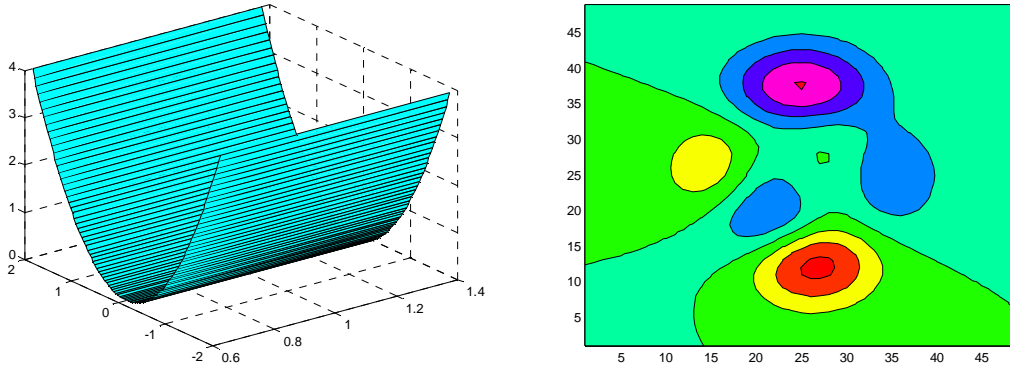
A função `peaks` é uma função de duas variáveis usada como exemplo pelo MATLAB.

```
>> x=linspace(-2,2);
```

```
>> y=x.^2;
```

```
>> ribbon(x,y) % desenha o gráfico em faixas
```

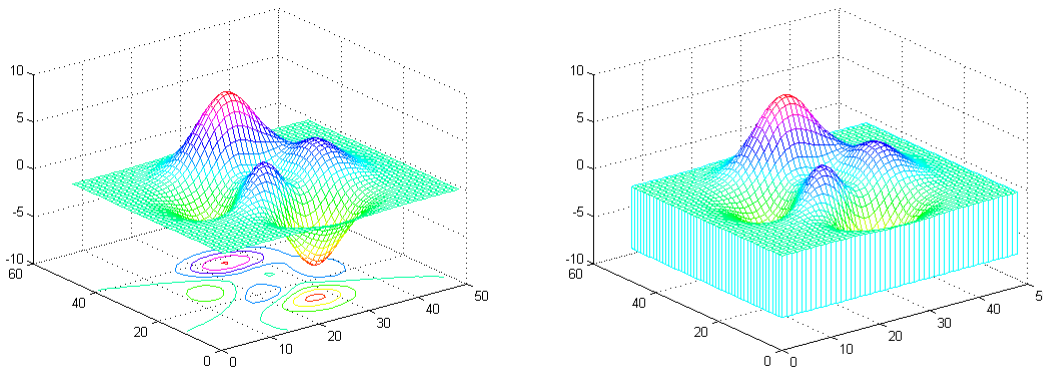
```
>> contourf(peaks)
```



A função *meshc* desenha o gráfico de rede e adiciona um gráfico de curvas de nível abaixo dele. A função *meshz* desenha o gráfico de rede e desenha um gráfico de cortina, ou plano de referência abaixo da rede.

```
>> meshc(peaks)
```

```
>> meshz(peaks)
```



A função *waterfall* é semelhante a função *mesh*, a diferença está nas linhas da rede que aparecem apenas na direção *x*.

A função *surf* desenha um gráfico de superfície e adiciona um gráfico de curvas de nível abaixo dele. A função *surfl* desenha um gráfico de superfície e acrescenta contrastes luminosos a partir de uma fonte de luz. A forma geral é *surfl(x,y,z,S,K)* onde *S* é um vetor opcional em coordenadas cartesianas, $S = [S_x \ S_y \ S_z]$, ou em coordenadas esféricas $S = [az, \ el]$ que especifica a direção da fonte de luz, caso *S* não seja definido o padrão para *S* são 45 graus no sentido anti-horário, a partir do ponto de vista atual. *K* é um vetor opcional e define a contribuição em razão da luz ambiental, da reflexão difusa, da reflexão especular e do coeficiente de espalhamento especular, $K = [k_a \ k_b \ k_s \ k_{\text{espalhamento}}]$.

Observação: Digite uma linha por vez.

```
>> waterfall(peaks)
```

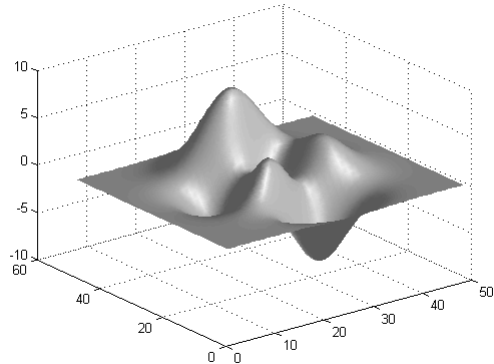
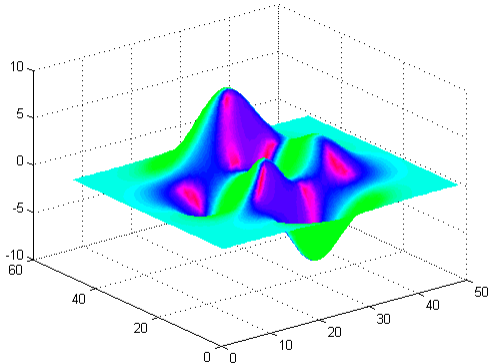
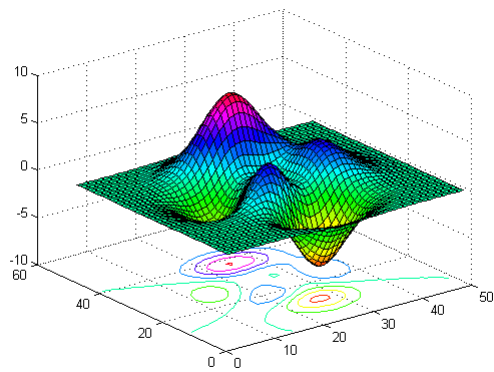
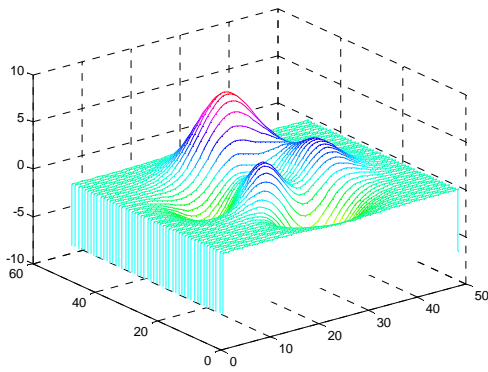
```
>> surf(peaks)
```

```
>> colormap(hsv)
```

```
>> surfl(peaks), shading interp;
```

```
>> colormap(gray)
```

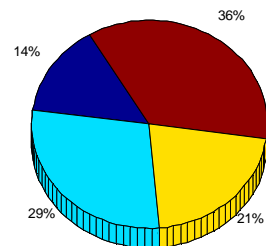
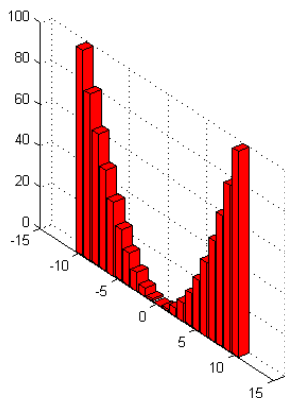
```
>> surfl(peaks), shading interp;
```



As funções *bar3* e *bar3h* são as versões tridimensionais de *bar* e *barh* e *pie3* é a versão tridimensional da função *pie*.

```
>> X=-10:10;
>> Y=X.^2;
>> bar3(X,Y)
```

```
>> pie3([2 4 3 5])
```



O MATLAB define um mapa de cores como uma matriz com três colunas. Cada linha da matriz define uma cor particular, usando números no intervalo de 0 a 1. Esses números especificam o que se costuma chamar de valores RGB, a intensidade das componentes vermelho, verde e azul de uma cor. Alguns exemplos representativos desses valores são apresentados na tabela 6.1. Na tabela 6.2 são apresentadas algumas funções do MATLAB que geram mapas de cores predefinidos.

Tabela 10.1 Alguns valores RGB.

<i>Vermelho</i>	<i>Verde</i>	<i>Azul</i>	<i>Cor</i>
0	0	0	Preto
1	1	1	Branco
1	0	0	Vermelho
0	1	0	Verde
0	0	1	Azul
1	1	0	Amarelo
1	0	1	Magenta
0	1	1	Ciano
0,5	0,5	0,5	Cinza-médio

Tabela 10.2 Funções que geram mapas de cores predefinidos.

<i>Função</i>	<i>Descrição do mapa de cores</i>
Hsv	Escla com cores saturadas
Hot	Preto, vermelho, amarelo, branco
Gray	Escala linear de tons de cinza
None	Escala de tons de cinza levemente azulados
copper	Escala linear de tons acobreados
pink	Tons pastéis de rosa
white	Totalmente branco
flag	Vermelho, branco, azul e preto alternados
jet	Variante do mapa hsv
prism	Prisma
cool	Tons de ciano e magenta
lines	Usa as mesmas cores do comando plot
colorcube	Cubo colorido
summer	Tons de amarelo e verde
autumn	Tons de vermelho e amarelo
winter	Tons de azul e verde
spring	Tons de magenta e amarelo

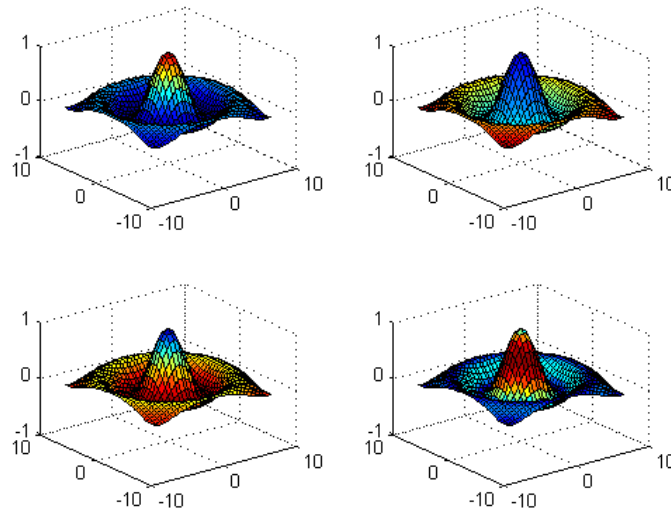
O comando *colormap(M)* define a matriz *M* como o mapa de cores que será usado pela figura atual. Por exemplo, *colormap(cool)* usa uma versão com 64 cores do mapa *cool*, já *colormap([0 0 1])* usa a cor azul.

As funções *plot* e *plot3* não usam mapas de cores, usam as cores da tabela de cores do comando *plot*. A maior parte das demais funções gráficas, como *mesh*, *surf*, *contour*, *fill*, *pcolor* e suas variantes, usam o mapa de cores atual.

A cor pode ser usada para adicionar informação a gráficos tridimensionais se ela for empregada para representar uma quarta dimensão. Veja o exemplo a seguir que apresenta algumas maneiras de se usar as cores para acrescentar novas informações ou para dar ênfase a informações que já fazem parte do gráfico.

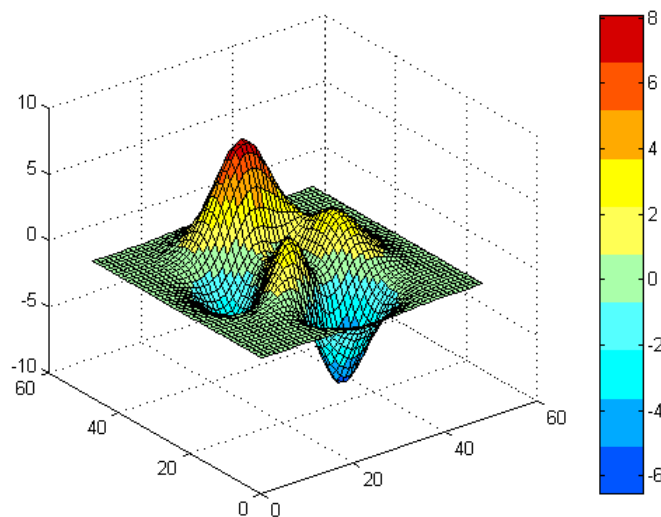
```
>> x=-8:0.5:8;y=x; % cria um conjunto de dados
>> [X,Y]=meshgrid(x,y); % gera uma malha
>> R=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps; % cria dados radiais
>> Z=sin(R)./R; % cria a função (chapéu mexicano)
>> subplot(2,2,1),surf(X,Y,Z), % varia a cor ao longo de z
>> subplot(2,2,2),surf(X,Y,Z,R), % varia a cor com o raio
```

```
>> subplot(2,2,3),surf(X,Y,Z,dZ), % varia a cor com a curvatura
>> [dZdx,dZdy]=gradient(Z); % calcula a inclinação da função
>> dZ=sqrt(dZdx.^2+dZdy.^2); % calcula o módulo da inclinação
>> subplot(2,2,4),surf(X,Y,Z,dZ) % varia a cor com a magnitude da inclinação
```



A função *colorbar* acrescenta à janela de figuras uma barra de cores vertical ou horizontal com uma escala de cores, mostrando como a cor varia ao longo do eixo que é usado para defini-la. A função *colorbar*('h') coloca uma barra de cores horizontal abaixo do gráfico em uso, *colorbar*('v') coloca uma barra de cores vertical à direita de seu gráfico, já *colorbar* sem argumentos acrescenta uma barra vertical de cores, se não houver barras em uso, ou atualiza a barra de cores já existente.

```
>> surf(peaks)
>> colorbar
```

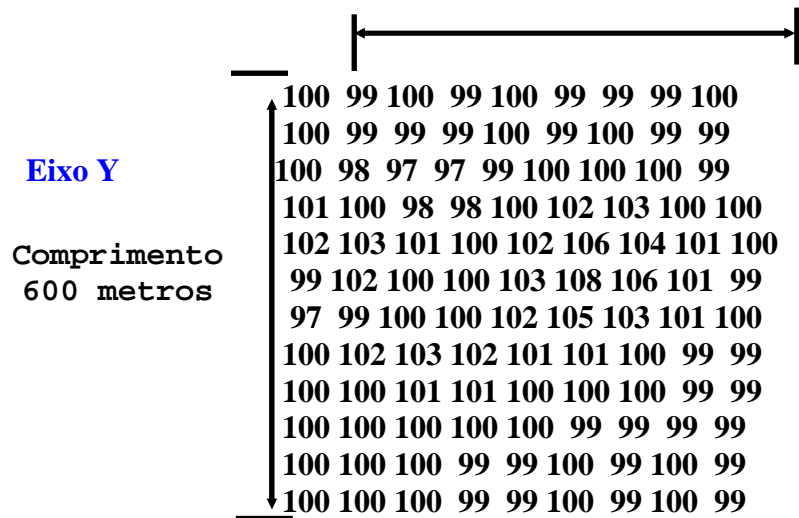


10.3 Gráficos provenientes de uma matriz de dados

3) A matriz abaixo está armazenado a altura do relevo de um terreno com largura de 400 metros e comprimento de 600 m.

Eixo X

Largura 400 metros



⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
```

```
clc
```

```
x=(0:50:400); %O eixo x varia ao longo das colunas de z
```

```
y=(0:50:600); %O eixo y varia ao longo das linhas de z
```

```
z = [100 99 100 99 100 99 99 99 100
      100 99 99 99 100 99 100 99 99
      99 99 98 98 100 99 100 100 100
      100 98 97 97 99 100 100 100 99
      101 100 98 98 100 102 103 100 100
      102 103 101 100 102 106 104 101 100
      99 102 100 100 103 108 106 101 99
      97 99 100 100 102 105 103 101 100
      100 102 103 102 101 101 100 99 99
      100 100 101 101 100 100 100 99 99
      100 100 100 100 100 99 99 99 99
      100 100 100 99 99 100 99 100 99
      100 100 100 99 99 100 99 100 99];
```

```
mesh(x,y,z)
```

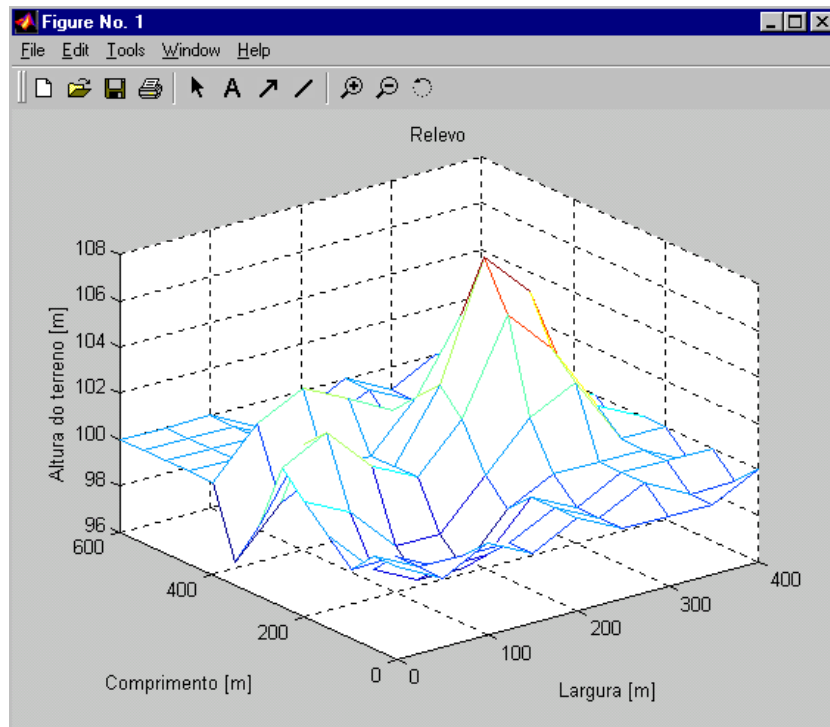
```
title('Relevo');
```

```
xlabel('Largura [m]')
```

```
ylabel('Comprimento [m]')
```

```
zlabel('Altura do terreno [m]')
```

⇒RESPOSTA



10.4 Interpolação Bidimensional

A interpolação bidimensional é fundamentada nas mesmas idéias básicas da interpolação unidimensional. Entretanto, a interpolação bidimensional interpola funções de duas variáveis, ou seja, $z=f(x,y)$.

Comando: `znovo=interp2(x,y,z,xnovo,ynovo,'método de interpolação')`

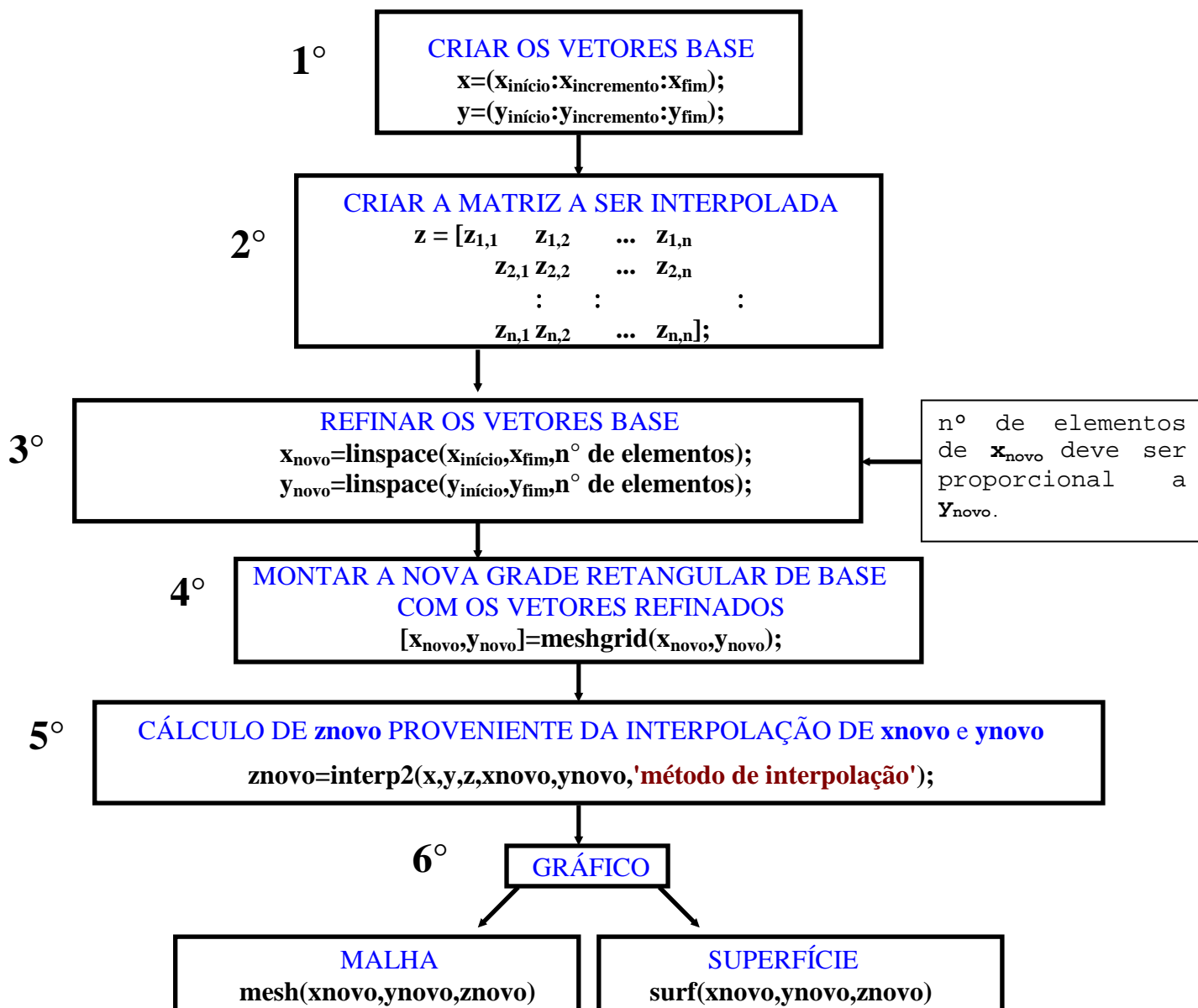
x, y e z \Rightarrow variáveis antigas (base da interpolação);

xnovo e ynovo \Rightarrow variáveis novas a serem interpoladas;

znovo \Rightarrow variável resultante da interpolação de **xnovo** e **ynovo** na base de interpolação.

'método de interpolação' \Rightarrow A interpolação bidimensional **pode ser** do tipo **'linear'** ou **'cubic'** ou **'nearest'**

A interpolação bidimensional deve seguir a seguinte estrutura:



4) Dado o exemplo anterior, (Ex.3), interpole uma nova superfície de malha mais refinada para o relevo do terreno.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

1°

```
x=0:50:400;
y=0:50:600;
```

2°

```
z=[100 99 100 99 100 99 99 99 100
    100 99 99 99 100 99 100 99 99
    99 99 98 98 100 99 100 100 100
    100 98 97 97 99 100 100 100 99
    101 100 98 98 100 102 103 100 100
    102 103 101 100 102 106 104 101 100
    99 102 100 100 103 108 106 101 99
    97 99 100 100 102 105 103 101 100
    100 102 103 102 101 101 100 99 99
    100 100 101 101 100 100 100 99 99
    100 100 100 100 100 99 99 99 99
    100 100 100 99 99 100 99 100 99
    100 100 100 99 99 100 99 100 99];
```

3°

```
xnovo=linspace(0,400,36);
ynovo=linspace(0,600,52);
```

4°

```
[xnovo,ynovo]=meshgrid(xnovo,ynovo);
```

5°

```
znovo=interp2(x,y,z,xnovo,ynovo,'cubic');
```

6°

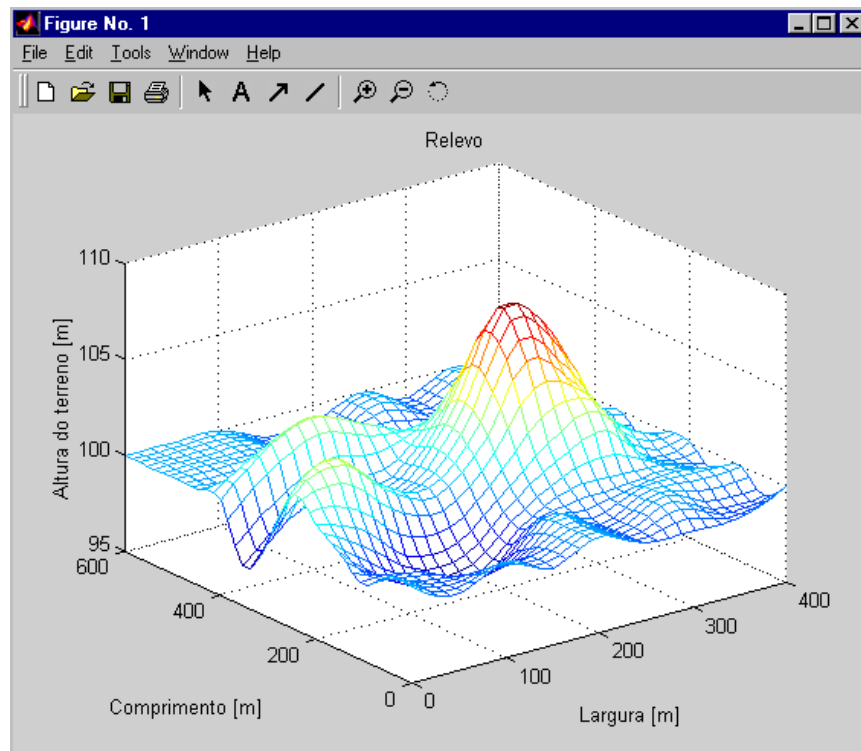
```
mesh(xnovo,ynovo,znovo)
title('Relevo');
xlabel('Largura [m]')
ylabel('Comprimento [m]')
zlabel('Altura do terreno [m]')
```

Eixos **x** e **y** refinados

Malha com todas as combinações para **xnovo** e **ynovo**

A interpolação bidimensional pode ser '**linear**', '**cubic**' ou '**nearest**'.

⇒RESPOSTA



5) Encontre, interpole, o valor da altura do relevo para as coordenadas $(x = 122,5\text{m}, y = 433\text{m})$ e $(x = 300\text{m}, y = 237\text{m})$ do terreno.

⇒MATLAB EDITOR

```
z1=interp2(x,y,z,122.5,433,'cubic')
z2=interp2(x,y,z,300,237,'cubic')
```

← Acrescentar estas duas linhas no final do exemplo anterior.

⇒rESPOSTA

```
z1 =
    101.7862
```

```
z2 =
    103.7188
```

10.5 Exercícios propostos

1) Faça o gráfico de linha dada pelas equações paramétricas abaixo:

$$\begin{cases} x = \sin^2 t \\ y = \cos^2 t \\ z = \sin(t) + \cos(t) \end{cases} \quad \text{onde} \quad -2\pi \leq t \leq 2\pi$$

2) Faça o gráfico de linha (na cor magenta) dada pelas equações paramétricas abaixo:

$$\begin{cases} x = (4 + \sin(20t))\cos(t) \\ y = (4 + \sin(20t))\sin(t) \\ z = \cos(20t) \end{cases} \quad \text{onde} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

3) Faça o gráfico da função $z = f(x,y)$

$$36z^2 - 9x^2 - 4y^2 - 360 = 0$$

onde $-8 \leq x \leq 8$ e $-8 \leq y \leq 8$

4) Faça o gráfico de linha (na cor magenta) dada pelas equações paramétricas abaixo:

$$\mathbf{r}(t) = \cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j} + \sin(2t)\vec{k} \Rightarrow 0 \leq t \leq 2\pi$$

5) Faça o gráfico de linha (utilize linha pontilhada) dada pelas equações paramétricas abaixo:

$$\begin{cases} u = \sin(3t)\cos(t) \\ v = \sin(3t)\sin(t) \\ w = t \end{cases} \quad \text{onde} \quad 0 \leq t \leq 3\pi$$

6) Faça o gráfico de superfície da função $z = f(x,y)$ definida por:

$$z = \frac{xy(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ -10 \leq y \leq 10 \end{cases}$$

7) Faça o gráfico de superfície da função $z = f(x,y)$ definida por:

$$z = e^{-y} \cos(x) \quad \text{onde} \quad \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ -10 \leq y \leq -4 \end{cases}$$

8) Faça o gráfico de superfície da função $z = f(x,y)$ definida por:

$$z = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ -5 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

9) Faça o gráfico de superfície da função $w = f(u,v)$ definida por:

$$w = \frac{1}{2}(\|u\| - \|v\| - |u| - |v|) \quad \text{onde} \quad \begin{cases} -5 \leq u \leq 5 \\ -5 \leq v \leq 5 \end{cases}$$

10) Em um experimento no laboratório de física sobre condução de calor em uma placa de aço de 100cm x 90cm (comprimento x largura) obteve-se o seguinte campo de temperaturas, abaixo:

```

95 96 99 99 77 46 23 23 23 15
95 98 99 99 77 48 23 23 23 15
97 97 100 100 98 79 48 23 23 15
100 100 105 105 77 70 48 30 23 24
104 105 110 110 87 70 48 48 35 30
113 115 117 110 99 89 67 63 57 57
114 116 118 118 110 100 87 83 80 79
117 120 120 120 118 110 99 93 85 97
117 120 140 120 118 110 105 100 99 97
115 119 120 120 117 105 105 100 98 96
115 118 118 118 116 100 100 98 97 95

```

onde as linhas correspondem ao comprimento e as colunas a largura da placa.

Pede-se:

I) Faça os gráficos tridimensionais do campo de temperaturas sem e com interpolação em janelas gráficas separadas;

II) Encontre os valores da temperatura através da interpolação bidimensional nas posições:

Comprimento = 16,5cm e largura = 31,2cm

Comprimento = 88,3cm e largura = 76,4cm

11) Faça o gráfico da função $w=f(u,v)$:

$$w = \frac{-u^2}{9} + \frac{v^2}{16} \quad \text{se } -3 \leq u \leq 3 \quad \text{e} \quad -4 \leq v \leq 4$$

12) Plote o gráfico do (Ex.6) em linha VERDE espessura dois pontos.

13) Faça o gráfico da função $Z=f(x,y)$, onde:

$$Z = \sin(x) \cos(y) + 1 \quad \text{e} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq \pi \\ -\pi \leq y \leq \pi \end{cases}$$

14) Faça o gráfico da função $Z=f(x,y)$, conhecida como Função Banana de Rosenbrock, onde:

$$Z = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2 \quad \text{e} \quad -1,5 \leq x \leq 1,5$$

$$-4 \leq y \leq 10$$

15) Faça o gráfico do exercício anterior utilizando o comando axis ij para plotar sua vista posterior.

16) Faça o gráfico do hiperbolóide de $z=f(x,y)$, sendo:

$$30 + 8x^2 = -6y^2 - 24z \quad \text{e} \quad \begin{matrix} -10 \leq x \leq 10 \\ -10 \leq y \leq 10 \end{matrix}$$

17) A matriz abaixo representa o mapeamento do relevo (altura do relevo) de uma área rural de $x= 360$ metros de largura por $y= 400$ metros de comprimento. Sabe-se que as colunas representam a largura e as linhas o comprimento.

```

10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
11 11 11 11 20 20 20 12 12 12 12 12 12
11 20 20 30 40 65 30 20 20 30 30 20 12
10 20 40 20 20 20 30 40 50 75 25 15 12
12 12 12 12 0 0 15 25 25 35 40 12 12
10 20 20 20 0 0 20 20 20 30 40 15 15
10 5 5 5 10 10 10 10 10 20 30 30 20
10 5 5 5 10 10 12 12 12 12 25 35 20
15 15 15 15 20 20 30 20 20 30 25 20 20
15 15 15 15 30 50 60 30 15 15 25 25 25
15 15 10 10 10 35 30 30 15 15 25 25 25

```

Pede-se:

a) Plote na mesma janela utilizando o comando subplot os seguintes gráficos:

Janela 1 - Gráfico 3d com os dados originais;

Janela 2 - Gráfico 3d com superfície interpolada com 40 elementos em x e 50 elementos em y ;

b) Encontre também a altura do relevo para as coordenadas: $x=105\text{m}$ e $y=325,5\text{m}$.

18) Faça o gráfico de $w=f(u,v)$, sendo:

$$45 - 8u^2 = -6v^2 + 15 - 24w$$

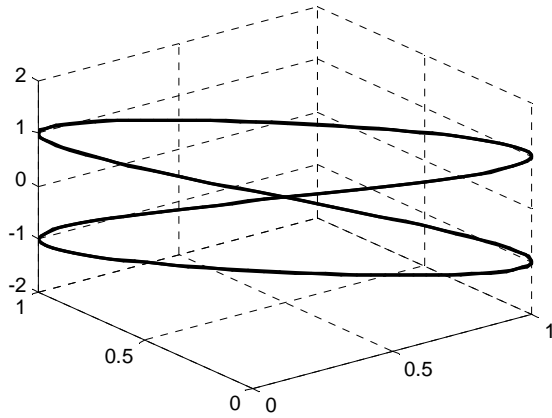
onde $-10 \leq u \leq 10$ e $-10 \leq v \leq 10$

19) Faça o gráfico da função $z=f(x,y)$, onde:

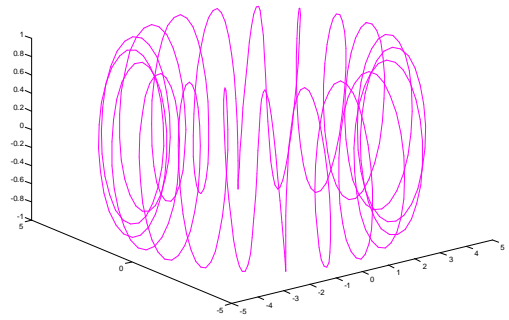
$$z = \frac{1}{1 + x^2 + y^2} \quad \text{e} \quad \begin{matrix} -2 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq y \leq 2 \end{matrix}$$

\Rightarrow RESPOSTAS

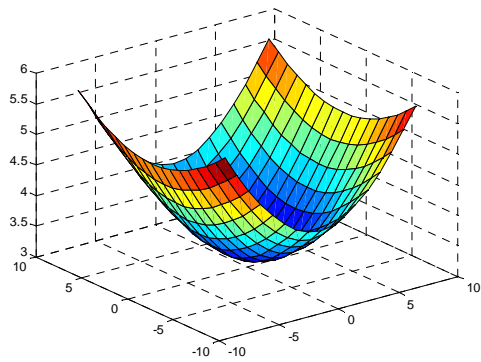
1)



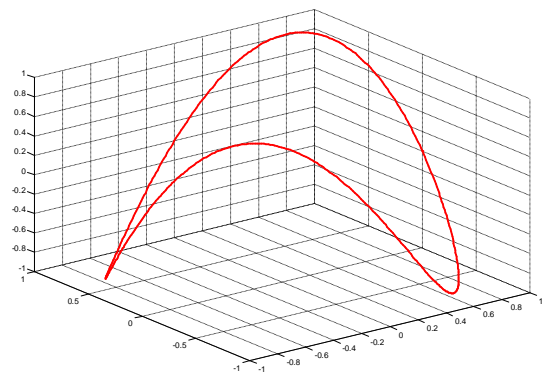
2)



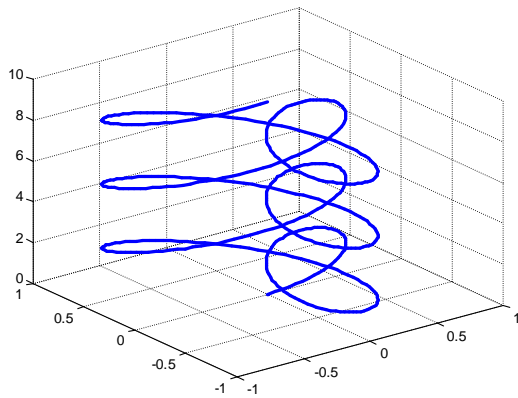
3)



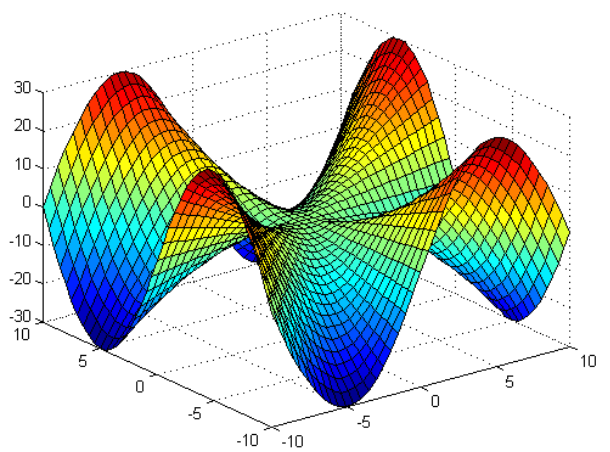
4)



5)

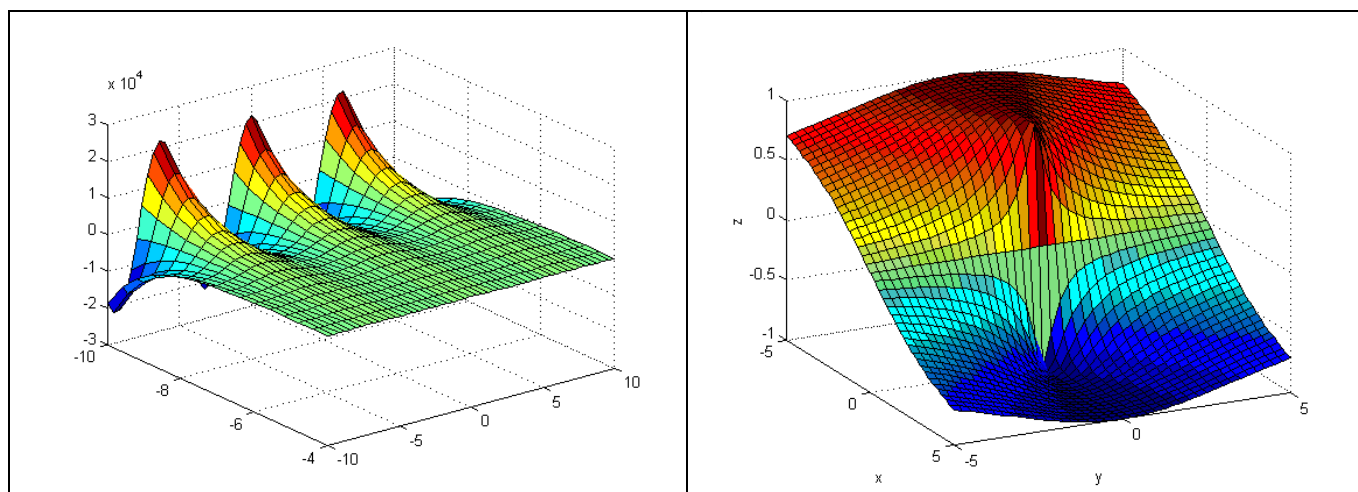


6)

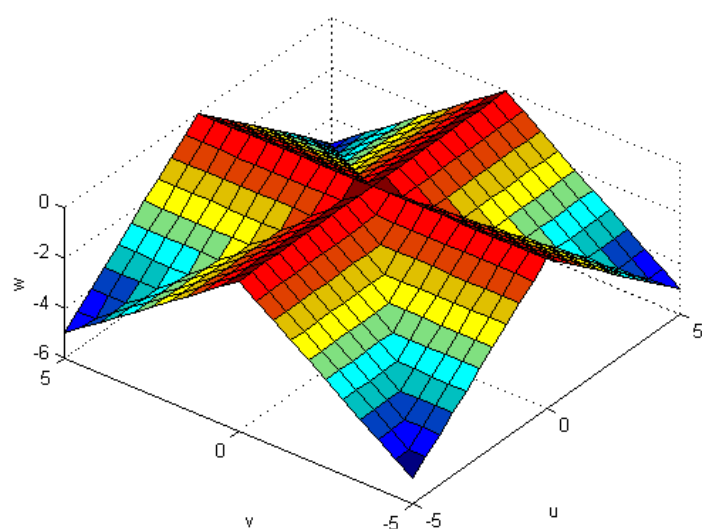


7)

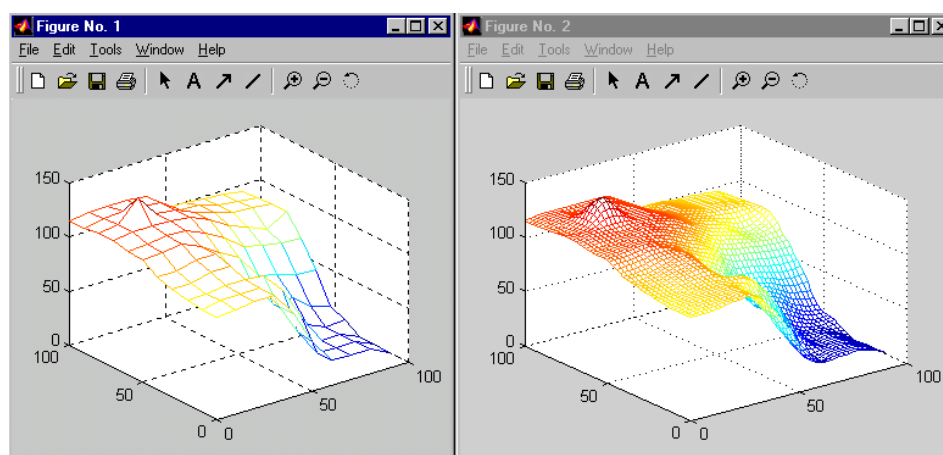
8) Utilize o comando rotate figure



9)

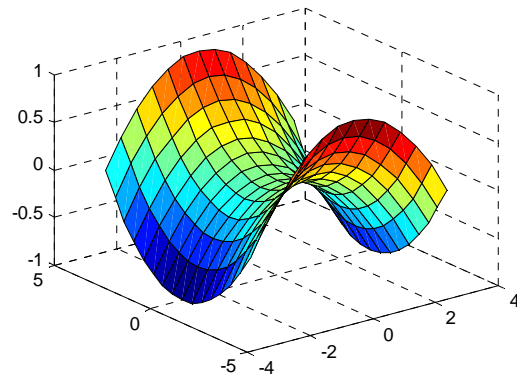


10)

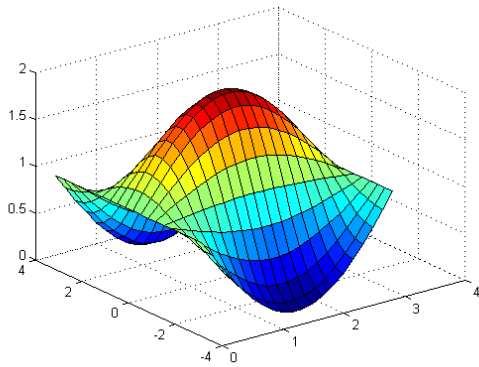


ponto1 = 103.9722
ponto2 = 96.8261

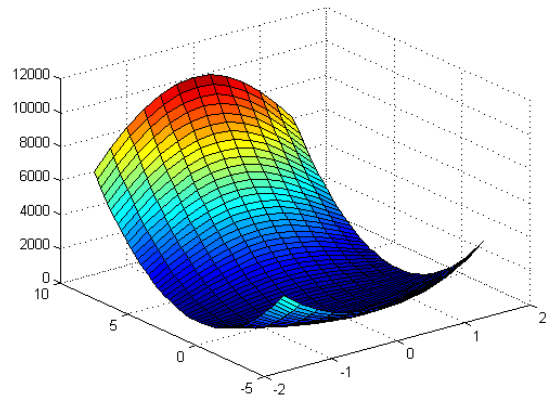
12)



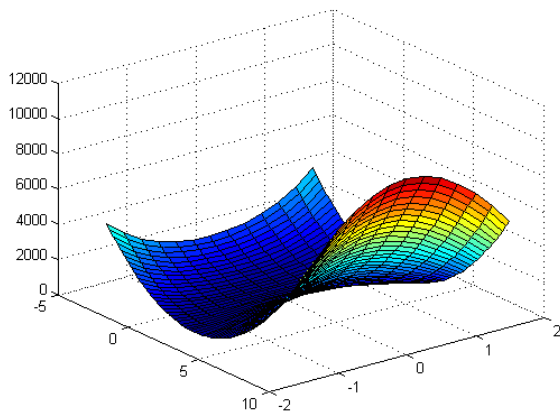
13)



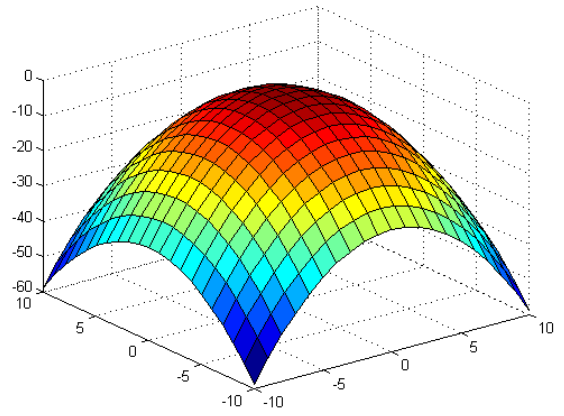
14)



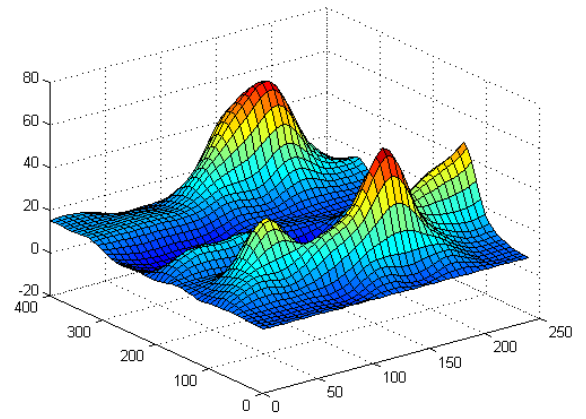
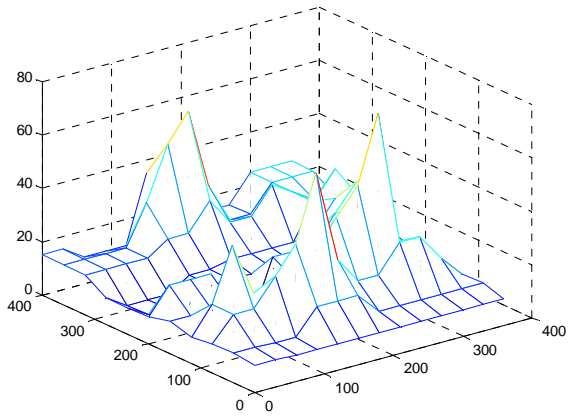
15)



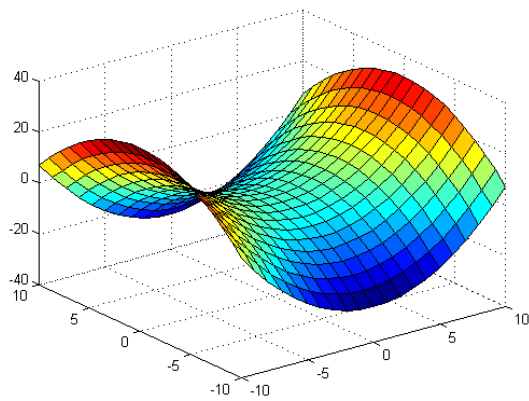
16)



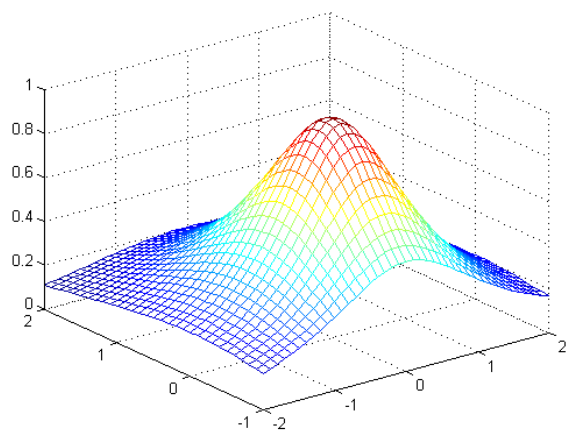
17)



18)



19)



EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1) Sendo $a = 10$ e $b = -1$, encontre o valor de $c = \frac{\sqrt{b^3 - e^2} + 2a + \log(10b + a)}{a + b}$.

2) Sabendo que $m = -10$ e $n = 5\log(3)$, encontre o valor de $x = \frac{3^{5m-n} + e^{-m}}{20 + \sqrt{\frac{n-m}{2}}} + \frac{\sin(2m) + \tan(3n)}{5m + \ln(10n)}$.

Solução no formato de 5 dígitos + expoente,

3) Num triângulo ABC, retângulo em A, a hipotenusa é $a = 20$ cm e $\cos(B) = 0,96$. Calcule o perímetro do triângulo.

4) Determine o valor de a sabendo que $x = [1 \ 1,2 \ 2,5 \ 3,5]$ e $y = [0,4 \ 2 \ 5 \ 10]$. Apresente a solução com 16 dígitos sem expoente.

$$a = \left| \frac{x^3}{y^2} - \frac{x-y}{\sqrt[3]{(2x+y)^2}} + \ln(x/2 + y) - \cos(2/x) \right|$$

5) Dados os vetores $a = (1, -2, 3)$ e $b = (-3, 2, 0)$.

a) Determine $|-2b|$, $|a-b|$, $3a - 2b$, $a \bullet b$ e $a \times b$.

b) Verifique se os vetores a e b são perpendiculares.

c) Calcule: $x = \frac{2a+b}{ab}$, $y = \frac{ab^2 - a^2}{\log(5a+10)} + \frac{e^{(1+ab)}}{4^{3b}}$

6) Ache o ângulo entre os vetores $a = (2, 5, -4)$ e $b = (1, -2, -3)$ em graus. Determine o vetor projeção de a sobre b . Determine a norma do vetor projeção.

$$\theta = \arccos \left(\frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} \right)$$

$$\vec{w} = \text{proj}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2} \vec{b}$$

7) Sendo $\vec{u} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ e $\vec{v} = -\hat{i} + \hat{j}$ vetores, ache:

a) a medida do ângulo entre os vetores \vec{u} e \vec{v} .

b) a medida da projeção do vetor \vec{v} sobre o vetor \vec{u} .

c) a área do paralelogramo limitado pelos vetores \vec{u} e \vec{v} . Area = $\|\vec{u} \times \vec{v}\|$

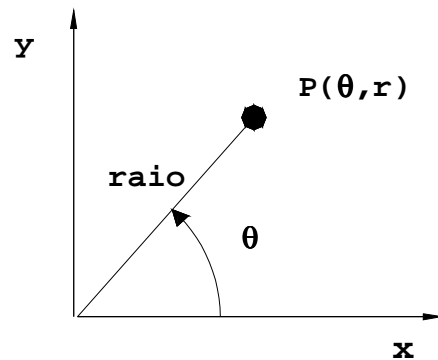
8) Faça o gráfico da função $z = f(x,y)$, onde $z = x \sin\left(\frac{y}{2}\right) + y \sin(2x)$ e $0 \leq x \leq 5\pi$ e $0 \leq y \leq 5\pi$.

9) Desenhe na mesma janela gráfica utilizando o comando *subplot* os seguintes gráficos:

(a) $f(x, y) = \frac{1}{4x^2 + y^2}$ e (b) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ para $-5 \leq x \leq 5$ e $-5 \leq y \leq 5$.

11. GRÁFICOS EM COORDENADAS POLARES

⇒ `polar(theta,raio)`



1) Desenhe o gráfico da função $r=f(\theta)$ conhecida como LEMNISCATA, dada por:

$$r^2 = a^2 \cos(2\theta)$$

onde $a=1$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

⇒ MATLAB EDITOR

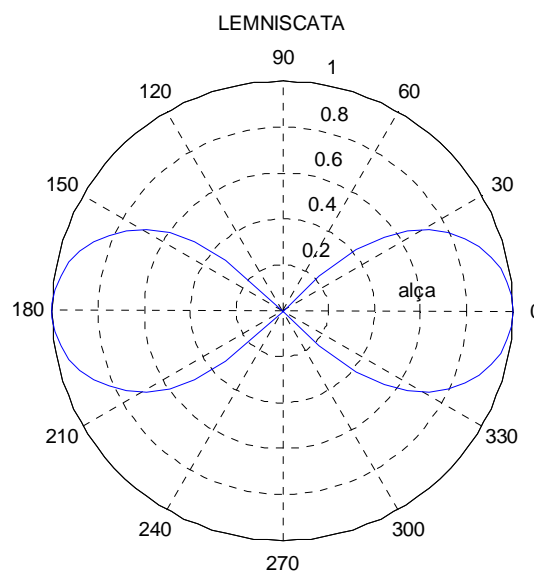
`clear`

`clc`

```
a=1; %raio da alça
theta=linspace(0,2*pi);
r=sqrt(a^2*cos(2*theta));
```

```
polar(theta,r)
title('LEMNISCATA')
```

⇒ RESPOSTA



2) Desenhe o gráfico com os dados armazenados na matriz **came** em coordenadas polares sabendo que: as colunas ímpares são as coordenadas angulares em graus e as colunas pares são as coordenadas lineares em cm.

⇒MATLAB EDITOR

clear

clc

```
came=[ 0    9.0 120    8.5 250    5.4
      10   9.0 130    8.25 260    5.5
      20   9.0 140    7.75 270    5.85
      30   9.0 150    7.25 280    6.25
      40   9.0 160    6.75 290    6.75
      50   9.0 170    6.25 300    7.25
      60   9.0 180    5.85 310    7.75
      70   9.0 190    5.5 320    8.25
      80   9.0 200    5.4 330    8.5
      90   8.95 220    5.3 340    8.75
     100   8.9 230    5.3 350    8.9
     110   8.75 240    5.3 360    8.95];
```

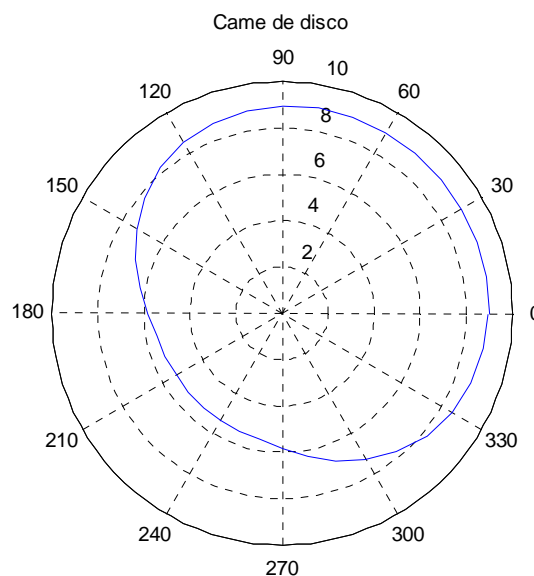
%Desacopla a matriz came em dois vetores linha: theta e raio

theta = [came(:,1)' came(:,3)' came(:,5)']

raio = [came(:,2)' came(:,4)' came(:,6)']

polar(theta*pi/180,raio)

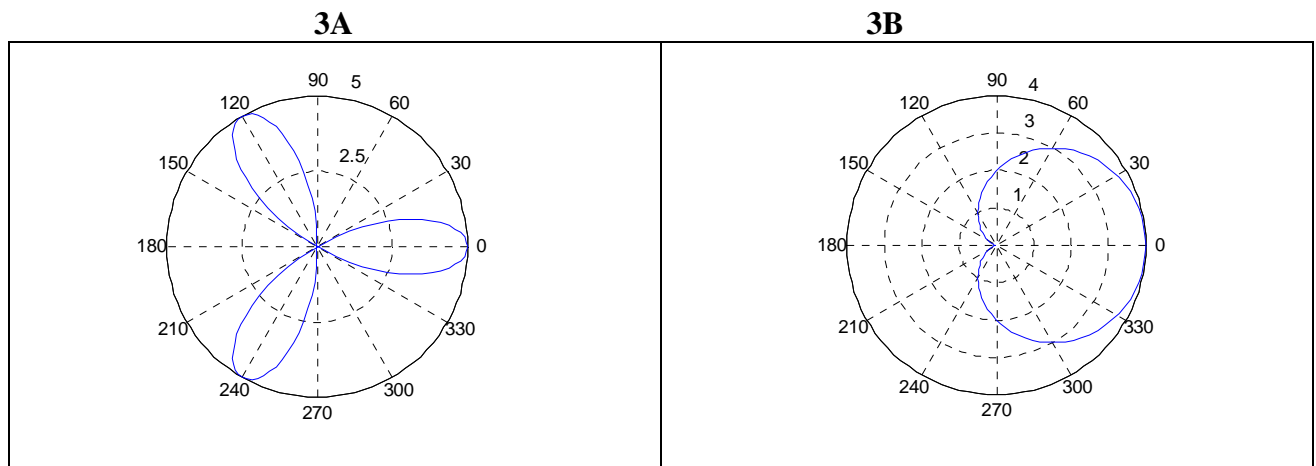
title('Came de disco')



3) Desenhe o gráfico $r=f(\theta)$ em coordenadas polares das equações abaixo:

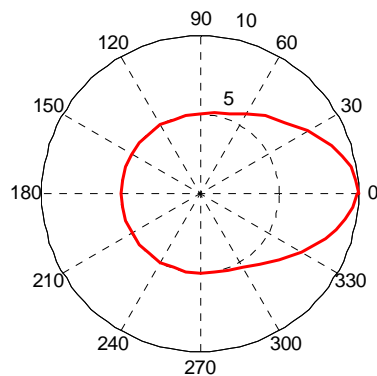
a) Rosa de três folhas $\Rightarrow r = a \cos(3\theta)$ quando $a=5$ e $0 \leq \theta \leq \pi$

b) Cardióide $\Rightarrow r = a(1 + \cos \alpha)$ quando $a=2$ e $0 \leq \alpha \leq 2\pi$



4) Desenhe o gráfico em linha vermelha (espessura 2 pontos) com os dados armazenados na matriz **dados** em coordenadas polares sabendo que: as colunas ímpares são as coordenadas angulares em graus e as colunas pares são as coordenadas lineares em cm.

```
dados = [ 0      10.0  60 5.8 140    5.0 230    5.0 310    5.8
          5      9.9  70 5.4 150    5.0 240    5.0 320    6.5
          10     9.7  80 5.2 160    5.0 250    5.0 330    7.4
          15     9.3  90 5.0 170    5.0 260    5.0 340    8.4
          20     8.8 100  5.0 180    5.0 270    5.0 345    8.9
          30     7.9 110  5.0  190    5.0 280    5.0 350    9.3
          40     7.0 120  5.0 200    5.0 290    5.2 355    9.7
          50     6.4 130  5.0 220    5.0 300    5.4 360    9.9]
```



12. Polinômios

12.1 Representação de polinômios

No MATLAB, um polinômio é representado por um **vetor linha** contendo seus coeficientes em ordem **decrecente**.

$$1) p = 2x^4 - 12x^3 + 25x + 116$$

» `p=[2 -12 0 25 116]`

`p =`
`2 -12 0 25 116`

$$2) y = -3x^5 + x^3 - 4x + 12$$

» `y=[-3 0 1 0 -4 12]`

`y =`
`-3 0 1 0 -4 12`

OBSERVAÇÃO:

Complementa-se os termos faltantes com o algarismo zero.

12.2 Raízes de um polinômio

⇒ `roots(x)`

$$3) p = 4x^2 - 3x - 1$$

» `p=[4 -3 -1];`
 » `roots(p)`

`ans =`
`1.0000`
`-0.2500`

$$4) y = 5x^5 - 10x^4 + x^3 - x^2 + 10$$

» `y=[5 -10 1 -1 0 10];`
 » `roots(y)`

`ans =`
`1.7258`
`1.3377`
`-0.0928 + 0.9890i`
`-0.0928 - 0.9890i`
`-0.8780`

} Raízes
complexas
conjugadas

12.3 Operações básicas

Sendo dois polinômios distintos:

$$\begin{cases} a(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4 \\ b(x) = x^3 + 4x^2 - 9x + 16 \end{cases}$$

A) MULTIPLICAÇÃO ⇒ `conv(x1,x2)`

$$a \times b = (x^3 + 2x^2 - 3x + 4) \times (x^3 + 4x^2 - 9x + 16)$$

```
» a=[1 2 -3 4];
» b=[1 4 -9 16];
» c=conv(a,b)
```

```
c =
    1     6    -4   -10    75   -84    64
```

O resultado acima é $\Rightarrow c(x) = x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 10x^3 + 75x^2 - 84x + 64$

B) ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

O MATLAB não possui função direta para somar polinômios. O operador padrão de soma ou subtração podem ser utilizados se os dois vetores polinomiais **a(x)** e **b(x)** possuírem a mesma dimensão.

$$a + b = (x^3 + 2x^2 - 3x + 4) + (x^3 + 4x^2 - 9x + 16)$$

```
» d=a+b
```

```
d =
    2     6   -12    20
```

$$\longrightarrow d(x) = 2x^3 + 6x^2 - 12x + 20$$

$$a - b = (x^3 + 2x^2 - 3x + 4) - (x^3 + 4x^2 - 9x + 16)$$

```
» e=a-b
```

```
e =
    0    -2     6   -12
```

$$\longrightarrow e(x) = -2x^2 + 6x - 12$$

OBSERVAÇÃO:

Quando dois polinômios forem de ordens diferentes, aquele que tiver menor ordem deve ser preenchido com zeros, com o objetivo de torná-los da mesma ordem do polinômio de ordem mais alta.

$$f = c + d = (x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 10x^3 + 75x^2 - 84x + 64) + (2x^3 - 6x^2 - 12x + 20)$$

```
» f=c+[0 0 0 d] ← c(x) possui 7 elementos e d(x) 4 elementos
```

```
f =
    1     6    -4    -8    81   -96    84
```

O resultado acima é $\Rightarrow f(x) = x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 8x^3 + 81x^2 - 96x + 84$

C) DIVISÃO $\Rightarrow [q,r]=deconv(x_1,x_2)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} a(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 4 \end{array} \right.$$

Sendo dois polinômios distintos:

$$b(x) = 2x - 1$$

$$a \div b = (x^3 + 2x^2 - 3x + 4) \div (2x - 1)$$

» `a=[1 2 -3 4];`
 » `b=[2 -1];`
 » `[q,r]=deconv(a,b)`

$$\begin{array}{r} a \quad \overline{) \quad b} \\ r \quad \quad q \end{array}$$

q =

$$0.5000 \quad 1.2500 \quad -0.8750 \longrightarrow q(x) = 0,5x^2 + 1,25x - 0,8750$$

r =

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 3.1250 \longrightarrow r(x) = \frac{3,125}{2x - 1}$$

OBSERVAÇÃO:

O polinômio do denominador (**b**), nunca pode começar com o algarismo zero.

12.4 Derivadas

A derivada **dy/dx** (derivada de y em relação a x), de um polinômio **y=f(x)** é dada pelo comando:

polyder(y)

1) Sendo o polinômio $y(x) = 2x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 10x + 1$, encontre o valor de $\frac{dy}{dx}$:

» `y=[2 -4 3 0 -10 1];`
 » `dy=polyder(y)`

dy =

$$10 \quad -16 \quad 9 \quad 0 \quad -10 \longrightarrow \frac{dy}{dx} = 10x^4 - 16x^3 + 9x^2 - 10$$

2) Para o mesmo polinômio do exemplo 1 calcule o valor de $\frac{d^2y}{dx^2}$:

» `d2y=polyder(dy)`

d2y =

$$40 \quad -48 \quad 18 \quad 0 \longrightarrow \frac{dy}{dx} = 40x^3 - 48x^2 + 18x$$

ou

» `d2y=polyder(polyder(y))`

$$d^2y = \begin{matrix} 40 & -48 & 18 & 0 \end{matrix}$$

12.5 Cálculo de polinômios

O cálculo do valor numérico do polinômio $p(x)$ resultante da substituição do vetor x em $p(x)$ dado por:

$$r = \text{polyval}(p,x)$$

onde r armazena o resultado dessa substituição.

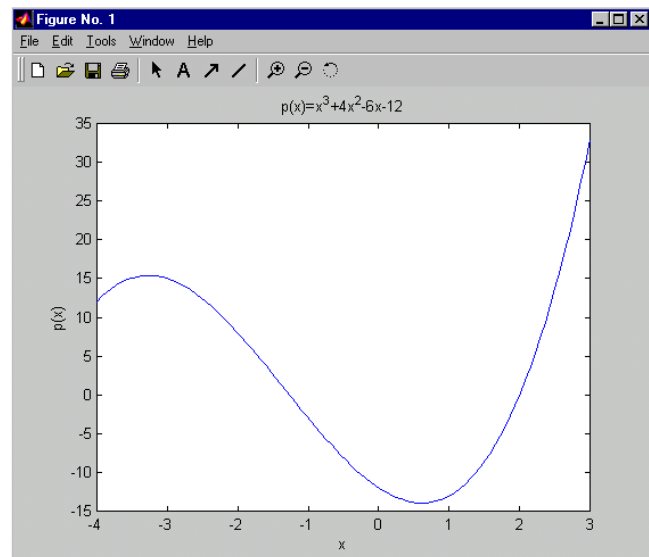
3) Faça o gráfico da função $p(x) = x^3 + 4x^2 - 6x - 12$, onde x varia de $[-4,3]$;

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
x=linspace(-4,3);
p=[1 4 -6 -12];
r=polyval(p,x);
```

```
plot(x,r)
title('p(x)=x^3+4x^2-6x-12')
xlabel('x')
ylabel('p(x)')
```



⇒MATLAB EDITOR (SOLUÇÃO SIMPLIFICADA – AULA 05)

```
clear all
clc
x=linspace(-4,3);
p=x.^3+4*x.^2-6*x-12;
plot(x,p)
title('p(x)=x^3+4x^2-6x-12')
xlabel('x')
ylabel('p(x)')
```

12.6 Exercícios propostos

1) Encontre as raízes dos seguintes polinômios:

a) $x^3 - 3x^2 - 7x + 12$

b) $7x^5 + 3x^4 + 2x - 10$

2) Dados os polinômios

$$a(x) = -2x + 4 \quad b(x) = x^6 - 3x^4 + 3x^3 - x + 7$$

$$c(x) = 2x^3 - 4x^2 + x + 9 \quad d(x) = 2x - 1$$

execute as operações abaixo:

a) $a + b$	f) $a \times b$	j) $b - c$	l) $\frac{d(a \times c)}{dx}$	m) $\frac{d^2(c)}{dx^2}$
b) $b - a$	g) c / a	k) $\frac{d(b)}{dx}$		
c) $a + d$	h) b / c			
d) $a - d$	i) $a + c$			
e) $c \times d$				

3) Faça o gráfico do polinômio abaixo com utilizando a função polyval quando $-1,5 \leq t \leq 2,5$.

$$p(t) = t^5 - t^4 - 7t^2 - 10$$

12.7 Respostas dos exercícios propostos

1.a)

ans =
4.0000
1.3028
-2.3028

1.b)

ans =
-0.9836 + 0.6647i
-0.9836 - 0.6647i
0.2914 + 0.9877i
0.2914 - 0.9877i
0.9558

2.a)

ans =
1 0 -3 3 0 -3 11 $\Rightarrow x^6 - 3x^4 + 3x^3 - 3x + 11$

2.b)

ans =
1 0 -3 3 0 1 3 $\Rightarrow x^6 - 3x^4 + 3x^3 + x + 3$

2.c)

ans =
0 3 $\Rightarrow 0x + 3$

2.d)

ans =
-4 5 $\Rightarrow -4x + 5$

2.e)

ans =
4 -10 6 17 -9 $\Rightarrow 4x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 17x - 9$

2.f)

ans =

$$\begin{array}{cccc} -4 & 10 & -4 & \\ \Rightarrow -4x^2 + 10x - 4 \end{array}$$

2.g)

q =

$$\begin{array}{cccc} -1.0000 & 0 & -0.5000 & \end{array}$$

r =

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 11 \end{array}$$

$$\Rightarrow -x^2 - 0,5 + \frac{11}{-2x + 4}$$

2.h)

q =

$$\begin{array}{cccc} 0.5000 & 1.0000 & 0.2500 & -0.7500 \end{array}$$

r =

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & -12.2500 & -2.5000 & 13.7500 \end{array}$$

$$\Rightarrow -0,5x^3 + x^2 + 0,25x - 0,75 + \frac{-12,25x^2 - 2,5x + 13,75}{2x^3 - 4x^2 + x + 9}$$

2.i)

ans =

$$\begin{array}{cccc} 2 & -4 & -1 & 13 \\ \Rightarrow 2x^3 - 4x^2 - x + 13 \end{array}$$

2.j)

ans =

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & -3 & 1 & 4 & -2 & -2 \\ \Rightarrow x^7 - 3x^4 + x^3 + 4x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

2.k)

ans =

$$\begin{array}{cccc} 6 & 0 & -12 & 9 & 0 & -1 \\ \Rightarrow -x^5 - 12x^3 + 9x^2 - 1 \end{array}$$

2.l)

ans =

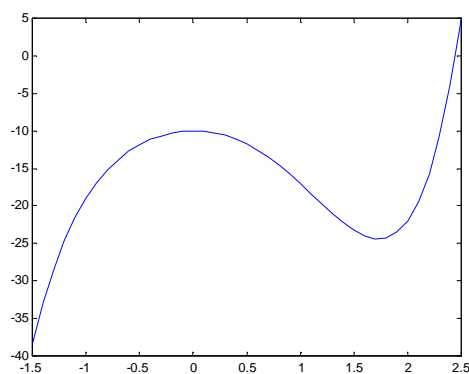
$$\begin{array}{cccc} -16 & 48 & -36 & -14 \\ \Rightarrow -16x^3 + 48x^2 - 36x - 14 \end{array}$$

2.m)

ans =

$$\begin{array}{cc} 12 & -8 \\ \Rightarrow 12x - 8 \end{array}$$

3)



13. MATEMÁTICA SIMBÓLICA

13.1 Representação e visualização de variáveis simbólicas

a=sym('a')	⇒Armazena em a variável simbólica a .
syms a b c,...	⇒Cria mais de uma variável simbólica, é equivalente a: a=sym('a') b=sym('b') c=sym('c')
pretty(x)	⇒Faz a visualização da expressão simbólica. (É um comando facultativo que ajuda a visualização de resultados simbólicos)

1) Implemente a expressão simbólica $z = 2x + 3y^2$ utilizando o comando **sym**.

⇒MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=sym('y'); z=2*x+3*y^2	⇒RESPOSTA z = 2*x+3*y^2
--	---

2) Implemente a expressão simbólica $w = \frac{2v}{u} + \sqrt{\frac{p}{u+v}}$ utilizando o comando **syms** e faça sua visualização utilizando o comando **pretty**.

⇒MATLAB EDITOR clear all clc syms u v p w=2*v/u+sqrt(p/(u+v)); pretty(w)	⇒RESPOSTA / p \1/2 2 v/u + ----- \u + v/
--	--

3) Sendo a função simbólica $f = \frac{2x^2}{x + \sqrt{2x}}$, faça sua visualização utilizando o comando **pretty**.

⇒MATLAB EDITOR	⇒RESPOSTA
----------------	-----------

<pre>clear all clc x=sym('x'); f=(2*x^2)/(x+sqrt(2*x)); pretty(f)</pre>	$\frac{2x^2}{x + 2^{1/2}x^{1/2}}$
---	-----------------------------------

Observação:

Pode-se implementar uma expressão simbólica digitando-a entre apostos (' '). Entretanto, o comando pretty não pode ser utilizado e a expressão digitada deve ser dependente de uma única variável como por exemplo: y=f(x).

13.2 Substituição de variáveis

⇒ subs(f,antiga,nova)

A) Substituindo uma única variável.

O comando **subs** substitui na função simbólica **f** a variável **nova** (numérica ou não) na variável **antiga** (simbólica).

4) Sendo a função $f = \frac{2x^2}{x + \sqrt{2x}}$ onde $x=2,5$. Encontre o valor numérico de f utilizando os recursos de matemática simbólica do MATLAB.

⇒MATLAB EDITOR	⇒RESPOSTA
<pre>clear all clc x=sym('x'); f=(2*x^2)/(x+sqrt(2*x)); subs(f,x,2.5)</pre>	<pre>ans = 2.6393</pre>

B)Substituindo mais de uma variável.

5) Sendo a função $f = \frac{2xy^2}{y-x}$, pede-se:

a)Faça a visualização da expressão utilizando o comando pretty;

b)Encontre o valor numérico de f utilizando os recursos de matemática simbólica do MATLAB sabendo que x e y valem 3 e -5 , respectivamente.

⇒MATLAB EDITOR	⇒RESPOSTA
<pre>clear all clc</pre>	<pre>2</pre>

<pre>syms x y f=(2*x*y^2)/(y-x); pretty(f) f1=subs(f,x,3) f2=subs(f1,y,-5)</pre>	$\frac{2xy^2}{y-x}$ $f1 = \frac{6y^2}{y-3}$ $f2 = -18.7500$
--	---

13.3 Derivadas.

diff(f,v)	⇒Calcula a derivada da função f em relação a variável v , ou seja: $\frac{df}{dv}$
diff(f,v,n)	⇒Calcula a derivada de ordem n da função f em relação a variável v , ou seja: $\frac{d^n f}{dv^n}$

13.4 Comando simplify

simplify(f)	⇒Executa a simplificação da função f proveniente de qualquer operação simbólica.
--------------------	--

6) Encontre a $\frac{dy}{dx}$ da função y dada por: $y = x^2 + \frac{2}{x}$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=x^2+2/x; dy=diff(y,x) pretty(dy)</pre>	⇒RESPOSTA $dy = \frac{2x^2 - 2}{x^2}$
--	--

7) Encontre a $\frac{dy}{dx}$ da função y dada por: $y = \frac{x^3 - \cos(x)}{x}$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc</pre>	⇒RESPOSTA $\frac{2x^3 - 3}{x^2}$
--	-------------------------------------

<pre>x=sym('x'); y=(x^3-cos(x))/x; dy=diff(y,x); pretty(dy)</pre>	$\frac{3x + \sin(x)}{x^2} - \frac{\cos(x)}{x}$
--	--

8) Simplifique o resultado simbólico do exemplo acima utilizando o comando simplify.

<pre>=>MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=(x^3-cos(x))/x; dy=diff(y,x); dy=simplify(dy) pretty(dy)</pre>	<pre>=>RESPOSTA</pre> $\frac{2x^3 + x \sin(x) + \cos(x)}{x^2}$
---	---

9) Encontre a $\frac{d^2y}{dx^2}$ da função y dada por: $y = \frac{x+1}{x}$

<pre>=>MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=(x+1)/x; d2y=diff(y,x,2); pretty(d2y) d2y=simplify(d2y); pretty(d2y)</pre>	<pre>=>RESPOSTA</pre> $-\frac{2}{x^2} + 2\frac{x+1}{x^3}$ $\frac{2}{x^3}$
---	--

10) Encontre a derivada $\frac{dy}{da}$ cuja função y é definida por: $y = \frac{xa^2 + 3ax}{a}$

<pre>=>MATLAB EDITOR clear all clc syms x a y=(x*a^2+3*a*x)/a; dy=diff(y,a); pretty(dy)</pre>	<pre>=>RESPOSTA</pre> $\frac{2ax + 3x^2}{a^2} + 3x$
--	--


```
dy=simplify(dy);
pretty(dy)
```

Observe que a solução acima é equivalente a:

$$\frac{2ax + 3x}{a} - \frac{xa^2 + 3ax}{a^2} = \frac{2xa^2 + 3xa - xa^2 - 3xa}{a^2} = \frac{xa^2}{a^2} = x$$

13.5 Comandos rats e eval

rats(x)	⇒Transforma a variável numérica x em um número racional.
eval(x)	⇒Transforma a variável numérica x racional em um número real.

11) Encontre a $\frac{dy}{dx}$ ($x = 3,2$) da função y definida por:

$$y = \frac{x^2 + 3x + 11}{x - 1}$$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=(x^2+2*x+11)/(x-1); dy=diff(y,x); resp1=subs(dy,x,3.2) resp2=rats(resp1) resp3=eval(resp2)</pre>	⇒RESPOSTA <pre>resp1 = -1.8926 resp2 = -229/121 resp3 = -1.8926</pre>
---	--

12) Encontre a $\frac{dy}{dx}$ ($x = 10$) da função y definida por: $y = \log(x)$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=log10(x); dy=diff(y,x); pretty(dy) resp=subs(dy,x,10)</pre>	⇒RESPOSTA <pre>1125899906842624 ----- 1/x 2592480341699211 resp = 0.0434</pre>
--	--

A derivada de $y = \log(x)$ é equivalente a:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x'}{x \log(e)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x \log(e)} = \frac{1}{\log(e)} \frac{1}{x}$$

$$\text{onde } \frac{1}{\log(e)} = \frac{1125899906842624}{2592480341699211} = 0,4343$$

13) Encontre a $\frac{d^2y}{da^2}$ ($x = 10, a = \frac{\pi}{4}$) da função y definida por:

$$y = \sin^2(3ax)$$

\Rightarrow MATLAB EDITOR <pre>clear all clc syms a x y=sin(3*a*x)^2; d2y=diff(y,a,2); resp1=subs(d2y,x,10); resp2=subs(resp1,a,pi/4)</pre>	\Rightarrow RESPOSTA resp = -1800
--	---

13.6 Integrais definidas e indefinidas

int(f,v)	\Rightarrow Calcula a integral indefinida da função f em relação a variável v , ou seja: $\int f dv$
int(f,v,a,b)	\Rightarrow Calcula a integral definida da função f em relação a variável v , avaliada entre o limite inferior a e o limite superior b , ou seja: $\int_a^b f dv$

14) Encontre o valor de $y = \int \frac{x}{x+1} dx$

\Rightarrow MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=x/(x+1); itg=int(y,x)</pre>	\Rightarrow RESPOSTA itg = x - log(x+1) Equivalente a $x - \ln(x + 1)$
---	---

15) Encontre o valor de $y = \int \left[\sqrt{x} + \frac{1}{x^3} \right] dx$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=sqrt(x)+1/x^3; itg=int(y,x); pretty(itg)</pre>	⇒RESPOSTA $\frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \frac{1}{x^2}$
---	--

16) Encontre o valor de $y = \int \cos^2(a) da$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc a=sym('a'); y=cos(a)^2; itg=int(y,a); pretty(itg)</pre>	⇒RESPOSTA $\frac{1}{2} \cos(a) \sin(a) + \frac{1}{2} a$
--	--

17) Encontre o valor de $y = \int_{-2}^3 \frac{x^3}{x+3} dx$

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=x^3/(x+3); itg=int(y,x,-2,3);</pre>	⇒RESPOSTA $\text{itg} = \frac{295}{6} - 27 \log(2) - 27 \log(3)$
--	---

Equivalente a: $\frac{295}{6} - 27 \ln(2) - 27 \ln(3)$

18) Encontre o valor numérico da integral do Exemplo 17

⇒MATLAB EDITOR <pre>clear all clc x=sym('x'); y=x^3/(x+3);</pre>	⇒RESPOSTA $\frac{295}{6} - 27 \log(2) - 27 \log(3)$ resp =
--	---

<pre>itg=int(y,x,-2,3); pretty(itg) resp=eval(itg)</pre>	0.7892
---	--------

13.7 Comando solve

A) Raízes de uma equação simbólica

19) Determine as raízes da equação do segundo grau: $x^2 - 2x - 15$

<pre>⇒MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=x^2-2*x-15; resp=solve(y)</pre>	<pre>⇒RESPOSTA resp = [-3] ⇒ raiz x₁ [5] ⇒ raiz x₂</pre>
---	--

20) Encontre o valor de x para que satisfaça a equação $4 \cos(x) = 0$

<pre>⇒MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=4*cos(x); resp=solve(y)</pre>	<pre>⇒RESPOSTA resp = 1/2*pi</pre>
---	---

21) Encontre o valor de x para que satisfaça a equação $4 \cos(x) + \sin(x) = 1$

<pre>⇒MATLAB EDITOR clear all clc x=sym('x'); y=4*cos(x)+sin(x)-1; resp1=solve(y)</pre>	<pre>⇒RESPOSTA resp = [1/2*pi] [-atan(15/8)]</pre>
---	--

22) Encontre o valor numérico da resposta anterior.

<pre>⇒MATLAB EDITOR clear all clc</pre>	<pre>⇒RESPOSTA resp1 = [1/2*pi]</pre>
---	---

<pre> x=sym('x'); y=4*cos(x)+sin(x)-1; resp1=solve(y) resp2=eval(resp1) resp3=resp2*180/pi </pre>	<p style="text-align: center;">[-atan(15/8)]</p> <pre> resp2 = 1.5708 -1.0808 resp3 = 90.0000 ⇒ 90° -61.9275 ⇒ -61.9275° ou 298.0725° </pre>
--	---

B) Resolução de um sistema de equações lineares

23) Resolva o sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 4x + y = -3 \end{cases}$$

⇒MATLAB EDITOR	⇒RESPOSTA
<pre> clear all clc syms x y eq1=x+y-3; eq2=4*x+y+3; [x,y]=solve(eq1,eq2) </pre>	<pre> x = -2 y = 5 </pre> <p>⇒ O matlab apresenta a solução na ordem crescente, de acordo com a ordem de procedência das variáveis nas equações.</p>

24) Resolva o sistema de equações que segue:

Sistema
possível e
determinado

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 3z = -1 \end{cases}$$

⇒MATLAB EDITOR	⇒RESPOSTA
<pre> clear all clc syms x y z eq1=x+y-z-4; eq2=x+2*y+3*z-2; eq3=-3*x-3*y+3z+3; [x,y,z]=solve(eq1,eq2,eq3) </pre>	<pre> x = 1 y = 2 z = -1 </pre>

25) Resolva o sistema de equações que segue:

Sistema possível e indeterminado
--

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x + 2y - 2z = 8 \\ 2x + 3z = -1 \end{cases}$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
syms x y z
```

```
eq1=x+y-z-4;
eq2=2*x+2*y-2*z-8;
eq3=2*x+3*z+1;
```

```
[x,y,z]=solve(eq1,eq2,eq3)
```

⇒RESPOSTA

```
x =
    -3/2*z-1/2

y =
    5/2*z+9/2

z =
    z
```

26) Resolva o sistema de equações que segue:

Sistema impossível

$$\begin{cases} 2a - b = 0 \\ 2a - b = -1 \end{cases}$$

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
syms a b
```

```
eq1=2*a-b;
eq2=2*a-b+1;
```

```
[a,b]=solve(eq1,eq2)
```

⇒RESPOSTA

Warning: Explicit solution could not be found.

> In C:\MATLAB\toolbox\symbolic\solve.m at line 130

In C:\MATLAB\toolbox\symbolic\@sym\solve.m at line 49

a =

[empty sym]

b =

[]

13.7 Exercícios Propostos

1) Encontre a derivada $\frac{dy}{dx}$ das funções simbólicas abaixo:

a) $y = x^5 - 3x^2 - x + 11$

b) $y = \frac{3x^2 - x}{1 - x}$

c) $y = \cos(x) / \sin(x)$

d) $y = \frac{\cos^2 x + 1}{\sin(x)}$

e) $y = \frac{\sqrt{x-1}}{e^x}$

f) $y = \sec^2(x)$

g) $y = \frac{\cos \sec(x)}{x}$

2) Encontre a derivada $\frac{dy}{dz}$ das funções simbólicas abaixo:

a) $y = \frac{xz}{z+x} - \frac{x^2 z}{z-1}$

b) $y = \frac{\tan(xz^2 w)}{z}$

3) Dada as funções abaixo:

$$f = \frac{ax^2 + \sqrt{3ax}}{xa^2}$$

$$g = 3^{wz} \cos(wz) \quad h = -a^3 x^5 + 3a^3 x^2 + ax^3$$

Resolva:

a) $\frac{df}{dx}$

b) $\frac{df}{da} (a = \frac{1}{2}; x = 1)$

c) $\frac{dg}{dw}$

d) $\frac{dg}{dz} (z = \frac{\pi}{6}; w = \frac{\pi}{3})$

e) $\frac{d^3 h}{dx^3}$

f) $\frac{d^2 h}{da^2} (a = -1; x = 3,5)$

4) Resolvas as integrais abaixo.

a) $\int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$

b) $\int \left[\frac{3}{4} z^3 - \frac{7}{8} z^2 \right] dz$

c) $\int \tan(x) dx$

d) $\int_{-3}^1 (x^2 + \sqrt{x^2 + 1}) dx$

e) $\int_{\pi/3}^{\pi} e^y \cos(4y) dy$

5) Encontre o valor das variáveis (x ou θ) nas equações abaixo utilizando o comando solve:

$$a) -\frac{2}{15}x^3 - \frac{6}{5}x^4 + \frac{8}{5}x^3 + \frac{8}{3} = 0$$

$$b) -6x^4 + 32x^3 - 56x^2 + 32x = 0$$

$$c) 3^{(x^2+1)} + 3^x = 27$$

$$d) \log(x+1) + \log(x-1) = 2$$

$$e) \sin(\theta^2 - \theta - \pi/4) = 1/2$$

$$f) 2^{\log_2 x^2} = 1/4$$

$$g) 7^{-3x+6} = 1/343$$

$$h) 4^{x^2+2} + 3 \cdot 2^{x^2+3} = 160$$

$$i) 3^{x+2} - \frac{9}{3^x} = 8 \cdot 3^x$$

$$j) (1/3)^{\log_2(\log_5 x)} = 3$$

6) Discuta e resolva os sistema de equações abaixo, utilizando o comando solve.

$$a) \begin{cases} 4x - y = 0 \\ x + y + z + w = 5 \\ 2x - y - 2w = -1 \\ 3z + 2w = \frac{1}{2} \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3m + n - 3o = 2 \\ m + \frac{1}{3}n - o = \frac{2}{3} \\ m + 3n = 4 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y + 2z = 32 \\ 5x - y + 2z = 0 \\ -3x - 3y - 6z = 1 \end{cases}$$

RESPOSTAS:

$$1a) \frac{4}{5x^2 - 6x - 1}$$

$$1b) \frac{-6x + 3x^2 + 1}{2(-1 + x)}$$

$$1c) \frac{\cos(x)}{-1 - \frac{2}{\sin(x)}}$$

$$1d) \frac{\cos(x)(\cos(x) - 3)}{-1 + \cos(x)}$$

$$1/2$$

$$1e) \frac{(-3 + 2x) \exp(-x)}{-1/2 - \frac{1/2}{(x-1) \sin(x)}}$$

$$1f) \quad \frac{2}{\cos(x)^3}$$

$$1g) \quad \frac{\cos(x) x + \sin(x)}{x^2 (-1 + \cos(x))}$$

$$2a) \quad \frac{x^2 (2z^2 - 2z + 1 + 2xz + x^2)}{(z+x)^2 (z-1)^2}$$

$$2b) \quad \frac{2(1 + \tan(xz)w)^2 xw - \tan^2(xz)w^2}{z^2}$$

3a)

$$\frac{2x(a x)^{1/2} - 3}{a x (a x)^{1/2}}$$

3b)

-18.6969

3c)

$$\frac{(wz)^3}{z \log(3) \cos(wz) - 3} \sin(wz) z$$

3d)

0.7963

3e)

$$-60 a^3 x^2 + 6 a$$

3f)

2.9308e+003

4a)

$$\frac{2}{5} x^{5/2} + \frac{4}{3} x^{3/2} + 2 x^{1/2}$$

4b)

$$\frac{3}{16} z^4 - \frac{7}{24} z^3$$

4c)

$$-\log(\cos(x))$$

4d)

16.1338

4e)

2.0257

5a) [-10]

[2]

[-1]

5b) [0]

[4/3]

[2]

[2]

5c)

1.3553

5d)

10.0499

5e)

100.1873°

-42.8915°

5f) -0.5000 e 0.5000

5g) 3

5h) 1.4142135623730950488016887242097

5i) 1

5j) 2.2361

6a) SPD

$$x = -1/2 \quad y = 1 \quad z = 4 \quad w = 1/2$$

6b) SPI

$$m = -3*n+4 \quad n = n \quad o = -8/3*n+10/3$$

6c) SI

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1) Desenhe todos os gráficos de $r = f(\theta)$ em coordenadas polares na mesma janela gráfica.
 $r = \cos(a\theta)$ quando $a = 2, 3$ e 5 , $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Escolha uma cor diferente e uma linha diferente para cada gráfico.

2) Dado os polinômios

$$p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 12$$

$$f(x) = 5x^5 - 2x^4 + 3x$$

$$g(x) = 10x^3 + 2x^2 + 10x + 9$$

execute as operações abaixo (+, -, conv, [q,r]=deconv(a,b), polyder, polyval):

a) $p + g$

b) $p - g$

c) $f + g$

d) f/g

e) $p \times g$

f) $\frac{d(p)}{dx}$

g) $\frac{d(p \times g)}{dx}$

h) $\frac{d^2(g)}{dx^2}$

i) p/g

j) $p(2)$

14. OPERADORES RELACIONAIS E LÓGICOS

14.1 Operadores de decisão

A finalidade dos operadores lógicos e relacionais é fornecer respostas do tipo Falso/Verdadeiro a perguntas. A saída de todas as expressões lógicas e relacionais produz:

\Rightarrow **1** para VERDADEIRO

\Rightarrow **0** para FALSO

Tipo	Descrição	Operador
Relacionais	Menor que	<
	Menor ou igual a	<=
	Maior que	>
	Maior ou igual a	>=
	Igual a	==
	Diferente de	~=
Lógicos	E	&
	Ou	
	Não	~

» **a=(1:8)**

a =

1 2 3 4 5 6 7 8

» **b=(2:3:20)**

b =

2 5 8 11 14 17 20

» **a>4** $\Rightarrow a > 4$

ans =

0	0	0	0	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8

» **b>=5** $\Rightarrow b \geq 5$

ans =

0	1	1	1	1	1	1
2	5	8	11	14	17	20

» $(b \geq 5) \& (b < 13)$ $\Rightarrow (5 \leq b < 13)$

0	1	1	1	0	0	0
2	5	8	11	14	17	20

OBSERVAÇÃO:

No exemplo acima, nunca faça:

» $(5 \leq b < 13)$ \Rightarrow é diferente de $(5 \leq b < 13)$ visto no Cálculo

1	1	1	1	1	1	1
2	5	8	11	14	17	20

» $(b \leq 6) | (b \geq 12)$ $\Rightarrow (b \leq 6)$ ou $(b \geq 12)$

ans =

1	1	0	0	1	1	1
2	5	8	11	14	17	20

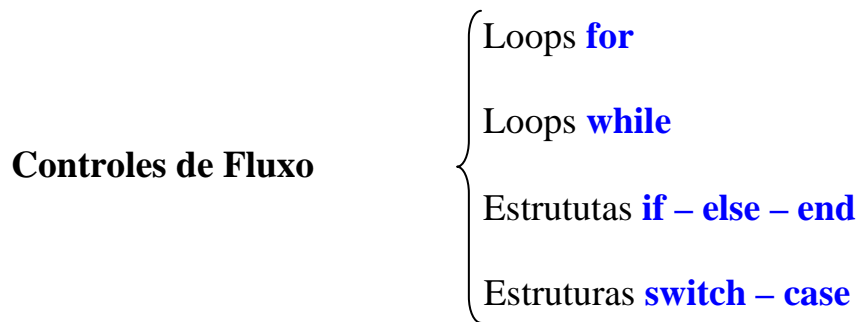
» $z = (b \neq 8) \& (b \leq 12)$ $\Rightarrow (b \neq 8)$ e $(b \leq 12)$ (indexando a resposta na variável **z**)

z =

1	1	0	1	0	0	0
2	5	8	11	14	17	20

15. CONTROLES DE FLUXO

Permitem a execução de comandos, com base em estruturas de tomada de decisões.



15.1 Loops **for**

Os loops **for** possibilitam que uma série de comandos seja repetida por um determinado número de vezes pré-definido. A forma geral é:

```
for vetor
    |comandos...
end
```

Os **comandos** entre as instruções **for** e **end** são executados uma vez para cada elemento do **vetor**.

1) Crie um vetor dado pela expressão $A(m)=2m-5$ onde $m=1,2,...,10$, utilizando o loop **for**.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
for m=1:10
    A(m)=2*m-5;
end
A
```

⇒RESPOSTA

```
A =
    -3    -1     1     3     5     7     9    11    13    15
```

⇒TRADUÇÃO

```
clear all
clc
```

```
for m=1
    A(1) = 2*1 - 5 = -3;
    looping
```

```
for m=2
    A(2) = 2*2 - 5 = -1;
    looping
```

```
for m=3
    A(3) = 2*3 - 5 = 1;
```

loopings

```
for m=10
    A(10) = 2*10 - 5 = 15;
end
A
```

```
clear all
clc

for m=1:10
    A(m)=2*m-5;
end
A
```

2) Crie a matriz M de ordem 4 dada pela expressão $M(i,j)=2i-j$, utilizando os loops **for**.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
for i=1:4
    for j=1:4
        M(i,j)=2*i-j;
    end
end
```

%Cria as linhas
%Cria as colunas

M

⇒RESPOSTA

```
M =
    1    0   -1   -2
    3    2    1    0
    5    4    3    2
    7    6    5    4
```

⇒TRADUÇÃO

```
clear all
clc
```

```
for i=1
    for j=1
```

$M(1,1) = 2*1 - 1 = 1;$

looping j

for j=2

$M(1,2) = 2*1 - 2 = 0;$

looping j

for j=3

$M(1,3) = 2*1 - 3 = -1;$

looping j

for j=4

$M(1,4) = 2*1 - 4 = -2;$

end

looping i

for i=2

for j=1

$M(2,1) = 2*2 - 1 = 3;$

loopings j

for j=4

$M(1,4) = 2*2 - 4 = -2;$

end

loopings i

for i=4

for j=1

$M(4,1) = 2*4 - 1 = 7;$

loopings j

for j=4

$M(4,4) = 2*4 - 4 = 4;$

end

end

M

```
clear all
clc

for i=1:4
    for j=1:4
        M(i,j)=2*i-j;
    end
end

M
```

Ex.3) Encontre a valor de E na expressão abaixo utilizando o loop **for**.

$$E = \sum_{n=0}^{10} \frac{n^{(n+1)}}{n!}$$

⇒MATLAB EDITOR


```
clear all
clc

for n=0:10
    E(n+1) = n^(n+1)/factorial(n);
end
```

```
E=sum(E)
```

⇒RESPOSTA

E =

4.2219e+004

Se o factorial não está disponível, fazer da seguinte forma:

```
clear all
clc
for n=0:10
    aux(n+1)=prod(1:n) % este é o factorial
    E(n+1) = n^(n+1)/aux(n+1);
end
```

⇒TRADUÇÃO

```
clear all
clc
```

```
for n=0
    E(0+1) = 00+1/0! = 1
    looping
```

```
for n=1
    E(1+1) = 11+1/1! = 1
    looping
```

```
for n=2
    E(2+1) = 22+1/2! = 4

    loopings
```

```
for n=10
    E(10+1) = 1010+1/10! = 2.7557e+004
end
```

$E = E(1)+E(2)+E(3)+\dots+E(11) = 1+1+4+\dots+2.7557e4 = 4.2219e+004$

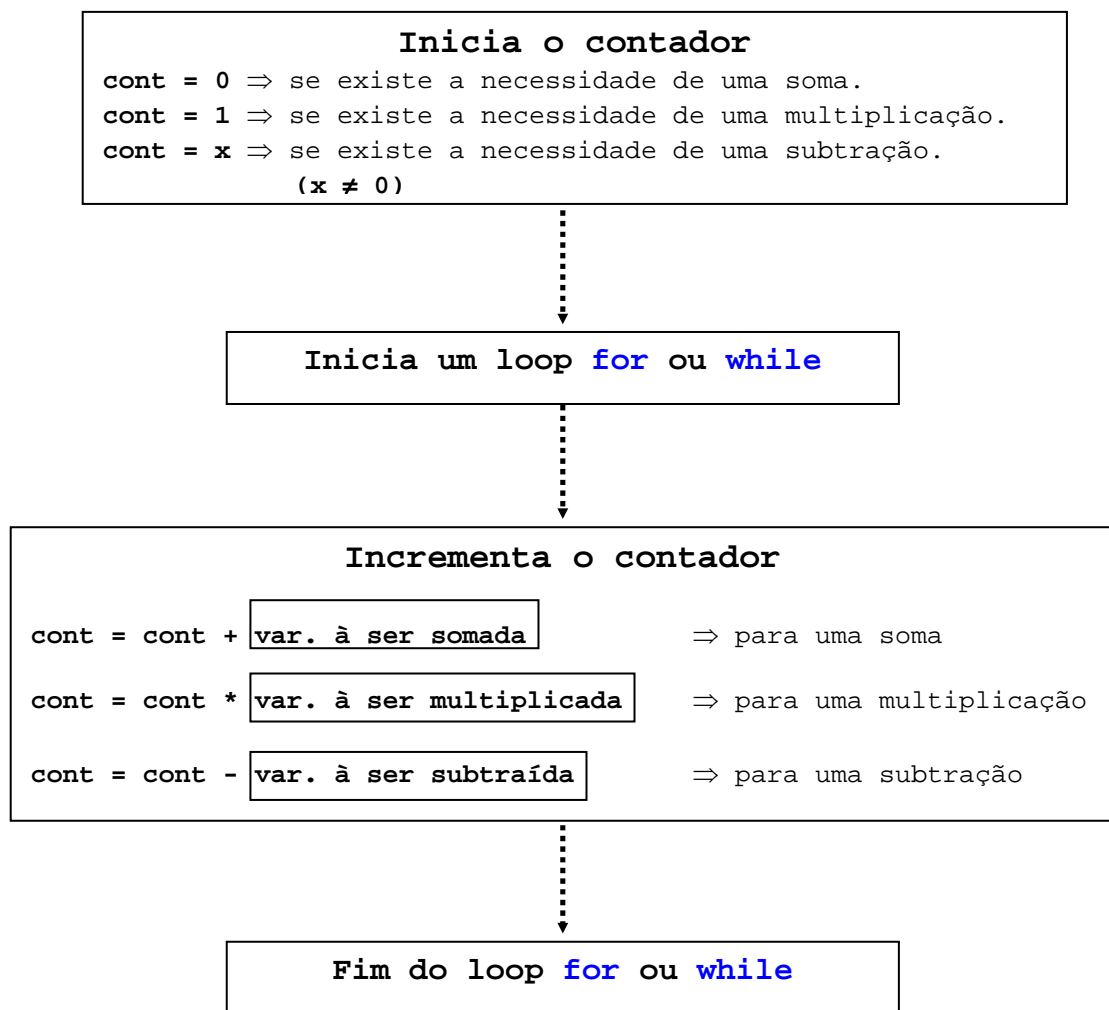
```
clear all
clc

for n=0:10
    E(n+1) = n^(n+1)/factorial(n);
end

E=sum(E)
```

15.2 Contadores

Os contadores sempre são utilizados para incrementar uma determinada variável dentro de um loop (**for** ou **while**) e geralmente possuem a seguinte estrutura:



4) Encontre a soma dos termos da PA definida por (1; 2,5; 4; ...; 41,5).
 Utilize o loop **for** e um contador para realizar a soma dos termos da PA.

<p>⇒MATLAB EDITOR</p> <pre> clear all clc PA=(1:1.5:41.5); n=length(PA) soma=0; for i=1:n; soma = soma +PA(i); end soma </pre>	<p>⇒RESPOSTA</p> <p>n =</p> <p>28</p> <p>soma =</p> <p>595</p>
--	--

O comando `length(PA)` encontra a maior dimensão do vetor PA, ou seja encontra o n° de termos do vetor PA.

⇒TRADUÇÃO

```

clear all
clc
  
```

PA = (1, 2.5, 4, 5.5, 7, 8.5,...41.5);
n = 28

soma=0; \Rightarrow inicia o contador

for i=1

soma = soma + PA(1) = 0+1 = 1; \Rightarrow incrementa o contador
looping para realizar a soma

for i=2

soma = soma + PA(2) = 1+2.5 = 3.5;
looping

for i=3

soma = soma + PA(3) = 3.5+4 = 7.5;
looping

for i=4

soma = soma + PA(4) = 7.5+5.5 = 13;
loopings



for i=28

soma = soma + PA(28) = 553.5+41.5 = 595;
end

soma = 595

```
clear all
clc

PA=(1:1.5:41.5);
n=length(PA)

soma=0;

for i=1:n;
    soma = soma +PA(i);
end

soma
```

5) Encontre o valor de (7!). Utilize o loop **for** e um contador para realizar o fatorial de 7.

\Rightarrow MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
n=7
```

```
prod=1;
```

```
for i=1:n;
```

```
    prod = prod*i;
```

```
end
```

```
fatorial=prod
```

\Rightarrow RESPOSTA

```
n =
```

```
7
```

```
fatorial =
```

```
5040
```

⇒TRADUÇÃO

```
clear all
clc
```

```
n=7
```

```
prod=1;  ⇒ inicia o contador
```

```
for i=1
```

```
    prod = prod * i = 1*1 = 1;  ⇒ incrementa o contador
    looping                      para realizar o produto
```

```
for i=2
```

```
    prod = prod * i = 1*2 = 2;
    looping
```

```
for i=3
```

```
    prod = prod * i = 2*3 = 6;
    looping
```

```
for i=4
```

```
    prod = prod * i = 6*4 = 24;
```

```
loopings
```

```
for i=7
```

```
    prod = prod * i = 720*7 = 5040;
```

```
end
```

```
fatorial = prod = 5040
```

```
clear all
clc

n=7
prod=1;

for i=1:n;
    prod = prod*i;
end

fatorial=prod
```

15.3 Loops **while**

Os loops **while** permitem que um comando seja repetido um número indefinido de vezes, enquanto uma condição lógica seja satisfeita. A forma geral é:

```
while expressão
```

```
    comandos...
```

```
end
```

Os **comandos** entre as instruções **while** e **end** são executados enquanto todos os elementos da expressão sejam verdadeiros.

1) Calcule o fatorial de um número qualquer utilizando o loop **while**.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

⇒TRADUÇÃO

```
clear all
clc
```

```
n=8
```

<pre> n=input('Fatorial de n = '); fat=1; while n > 1 fat=fat*n; n=n-1; end disp(['n! = ',num2str(fat)]) ⇒RESPOSTA Fatorial de n = 8 n! = 40320 </pre>	<pre> fat=1; while 8 > 1 (verdadeiro) fat = fat * n = 1 * 8 = 8 n = n - 1 = 8 - 1 = 7 looping while 7 > 1 (verdadeiro) fat = fat * n = 8 * 7 = 56 n = n - 1 = 7 - 1 = 6 looping while 6 > 1 (verdadeiro) fat = fat * n = 56 * 6 = 336 n = n - 1 = 6 - 1 = 5 loopings ↓ while 1 > 1 (falso) end n! = 40320 </pre>
--	--

15.4 Estruturas if-else-end

Em diversas situações, as seqüências de comandos têm de ser executadas condicionalmente, com base em um teste relacional. Essa lógica é implementada por meio de uma das três formas da estrutura **if-else-end**.

1º Tipo **if** expressão
 ↓
 comandos...
 ↓
 end

Os **comandos**, entre as instruções **if** e **end** são executados se todos os elementos na **expressão** forem verdadeiros.

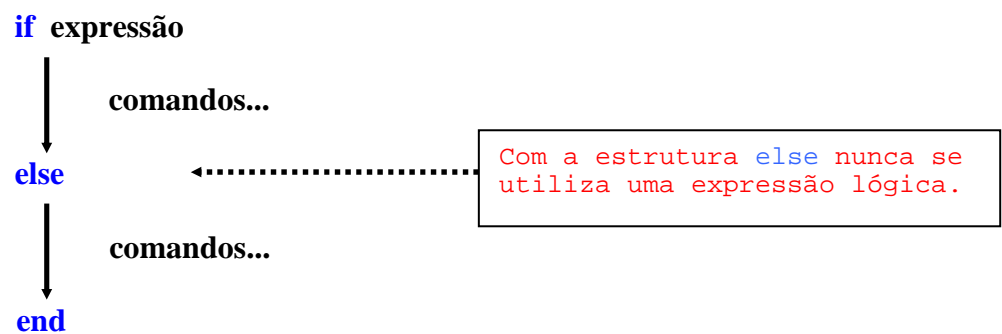
1) Construa a matriz A(3,3) dada pela expressão abaixo utilizando-se das estruturas **if-end**:

$$A(i, j) = \begin{cases} 2i + j & \Rightarrow i \geq j \\ 2i - j & \Rightarrow i < j \end{cases}$$

<pre> ⇒MATLAB EDITOR clear all clc for i=1:3 for j=1:3 if i >= j A(i,j)=2*i+j; </pre>	<pre> ⇒TRADUÇÃO clear all clc for i=1 for j=1 if 1 >= 1 (verdadeiro) A(1,1)=2*1+1=3 end if 1 < 1 (falso) end </pre>
---	--

<pre> end if i < j A(i,j)=2*i-j; end end end A ⇒RESPOSTA A = 3 0 -1 5 6 1 7 8 9 </pre>	<pre> for j=2 if 1 >= 2 (falso) end if 1 < 2 (verdadeiro) A(1,2)=2*1-2=0 end for j=3 if 1 >= 3 (falso) end if 1 < 3 (verdadeiro) A(1,3)=2*1-3=-1 end end for i=2 for j=1 </pre>
--	--

2º Tipo



O primeiro grupo de comandos é executado se a **expressão** for verdadeira; o segundo grupo de comandos é realizado se a **expressão** for falsa.

2) Construa a matriz A(3,3) dada pela expressão abaixo utilizando-se das estruturas **if-else-end**:

$$A(i, j) = \begin{cases} 2i + j \Rightarrow i \geq j \\ 2i - j \Rightarrow i < j \end{cases}$$

<pre> ⇒MATLAB EDITOR clear all clc for i=1:3 for j=1:3 if i >= j A(i,j)=2*i+j; else A(i,j)=2*i-j; end end end </pre>	<pre> ⇒TRADUÇÃO for i=1 for j=1 if 1 >= 1 (verdadeiro) A(1,1)=2*1+1=3 else end for j=2 if 1 >= 2 (falso) </pre>
---	--

<pre> end end A ⇒RESPOSTA A = 3 0 -1 5 6 1 7 8 9 </pre>	<pre> else A(1,2)=2*1-2=0 end for j=3 if 1 >= 2 (falso) else A(1,3)=2*1-3=-1 end end for i=2 for j=1 ⋮ ↓ </pre>
--	--

3) Crie um programa para verificar se três lados quaisquer formam um triângulo. Teste o programa com: (a=3, b=4, c=5) e (a=1, b=1, c=11).

⇒MATLAB EDITOR

```

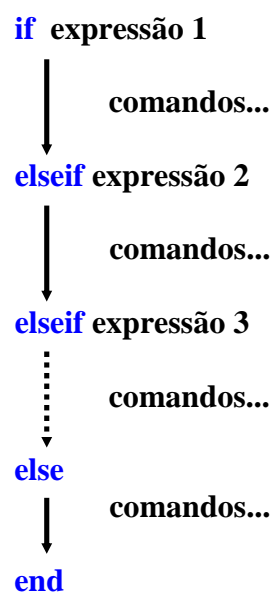
clear all
clc
a=input('digite o lado a =');
b=input('digite o lado b =');
c=input('digite o lado c =');
if (a+b>c)&(a+c>b)&(b+c>a)
    disp('Os três lados formam um triângulo')
else
    disp('Os três lados não formam um triângulo')
end

```

⇒RESPOSTA

<pre> digite o lado a =3 digite o lado b =4 digite o lado c =5 Os três lados formam um triângulo </pre>	<pre> digite o lado a =1 digite o lado b =1 digite o lado c =11 Os três lados não formam um triângulo </pre>
---	--

3º Tipo



Somente os comandos associados à primeira **expressão** verdadeira são executados; as **expressões** relacionais seguintes não são testadas e o resto da estrutura **if-else-end** é ignorada. Além disso, não é necessário que o comando final **else** esteja presente.

4) Estude o sinal do discriminante ($\Delta = b^2 - 4ac$) de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2+bx+c=0$ utilizando-se das estruturas **if – else – end**.

⇒MATLAB EDITOR (RESOLUÇÃO 1)

```
clear all
clc
```

```
a=input('digite o valor de a = ');
b=input('digite o valor de b = ');
c=input('digite o valor de c = ');
```

```
delta = b^2-4*a*c;
```

```
if delta >0
    disp('Duas raízes reais e diferentes')
```

```
elseif delta==0
    disp('Duas raízes reais e iguais')
```

```
else
    disp('Duas raízes complexas')
```

```
end
```

⇒RESPOSTA

```
digite o valor de a = 2
digite o valor de b = 2
digite o valor de c = -2
Duas raízes reais e diferentes
```

}

Teste para $2x^2+2x-2$

```
digite o valor de a = 1
digite o valor de b = 4
digite o valor de c = 4
Duas raízes reais e iguais
```

}

Teste para x^2+4x+4

```
digite o valor de a = 1
digite o valor de b = 0
digite o valor de c = 4
Duas raízes complexas
```

}

Teste para x^2+4

⇒MATLAB EDITOR (RESOLUÇÃO 2)

```
clear all
clc
```

```
a=input('digite o valor de a = ');
b=input('digite o valor de b = ');
c=input('digite o valor de c = ');
```



```

delta = b^2-4*a*c;

if delta >0
    disp('Duas raízes reais e diferentes')

elseif delta==0
    disp('Duas raízes reais e iguais')

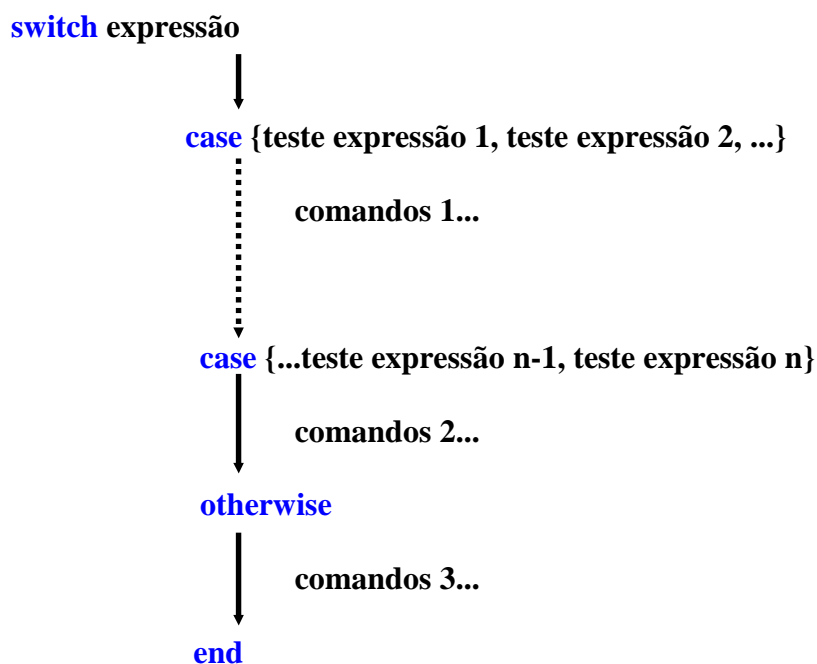
elseif delta <0
    disp('Duas raízes complexas')

end

```

15.5 Estruturas switch - case

A estrutura **switch - case** é utilizada quando seqüências de comandos devem ser condicionalmente executadas, com base no uso repetido de um teste de igualdade com um argumento comum. A estrutura tem a forma:



A **expressão** deve ser um escalar ou uma string de caracteres. Sendo assim, na estrutura apresentada acima, a **expressão** é comparada com **teste expressão 1** no primeiro comando **case**. Se eles são iguais, executa-se **comandos 1...** e o restante dos comandos antes da declaração **end** são omitidos. Se a primeira comparação não é verdadeira, a segunda é considerada e assim sucessivamente até que seja encontrada uma igualdade. Se todas as comparações **cases** são falsas, o **comando 3...** que segue o comando **otherwise** (que é opcional) é executado. Note que essa implementação da estrutura **switch-case** não permite que mais de um grupo de comando seja executado.

1) Faça um programa de conversão de unidades de velocidades, de m/s para km/h, ou para ft/s, ou para mph, sabendo que:

$$1m/s = 3,6km/h = 3,28084ft/s = 2,2369mph$$

***Teste o programa para $45m/s \Rightarrow mph$ e $45m/s \Rightarrow m/h$.

⇒MATLAB EDITOR

```
clear all
clc
```

```
mps=input('Digite o valor da velocidade em m/s = ');
unid=input('Digite a unidade final desejada = ','s');
```

```
switch unid
```

```
case{'kph','km/h','KPH'}
    resp=mps*3.6;
```

```
case{'ft/s','FT/S','pps'}
    resp=mps*3.28084;
```

```
case{'mph','MPH'}
    resp=mps*2.2369;
```

```
otherwise
    resp = 0;
end
```

```
if resp==0
    disp('Unidade Desconhecida !!!')
else
    disp(['Valor convertido = ',num2str(resp)])
end
```

⇒RESPOSTA

Digite o valor da velocidade em m/s = 45

Digite a unidade final desejada = mph

Valor convertido = 100.6605

⇒RESPOSTA

Digite o valor da velocidade em m/s = 45

Digite a unidade final desejada = m/h

Unidade Desconhecida !!!

⇒TRADUÇÃO 1

```
clear all
clc
mps=45;
unid=mph;

switch unid

case{'kph'(F),'km/h'(F),'KPH'(F)}

case{'ft/s'(F),'FT/S'(F),'pps'(F)}
```

⇒TRADUÇÃO 2

```
clear all
clc

mps=45;
unid=m/h;

switch unid

case{'kph'(F),'km/h'(F),'KPH'(F)}
```

<pre> case{'mph'(V),'MPH'(F)} resp = 45*2.2369 = 100.6605; otherwise end if resp==0 (Falso) else Valor convertido = 100.6605 End </pre>	<pre> case{'ft/s'(F),'FT/S'(F),'pps'(F)} case{'mph'(F),'MPH'(F)} otherwise ↓ resp = 0 ↓ end if resp==0 (verdadeiro) Unidade Desconhecida !!! else end </pre>
---	---

15.6 Comandos especiais

pause ⇒ Interrompe a execução do MATLAB e espera <enter> para reinicialização;.

pause(N) ⇒ Interrompe a execução do MATLAB por N segundos.

break ⇒ Interrompe a execução de qualquer controle de fluxo.

Exemplos:

1) Método da bissecção

Seja $f(x)$ contínua em $[a, b]$ e tal que $f(a).f(b) < 0$.

1) Dados iniciais:

a) intervalo inicial $[a, b]$

b) precisão ϵ

2) $k = 0$ (contador de iterações)

3) $f_a = f(a)$, $f_b = f(b)$

4) Se $(b - a) < \epsilon$, então escolha $\bar{\lambda}$ para qualquer $x \in [a, b]$, fim.

5) Senão $x = \frac{a+b}{2}$

6) $f_x = f(x)$

7) Se $f_a \cdot f_x > 0$, faça $a = x$, $f_a = f_x$,

Senão $b = x$, $f_b = f_x$,

8) $k = k+1$ e vá para o passo 4.

2) Método das cordas

Seja $f(x)$ contínua em $[a, b]$ e tal que $f(a).f(b) < 0$.

1) Dados iniciais

a) intervalo inicial $[a, b]$

b) precisão ϵ

2) $k = 0$ (contador de iterações)

3) $f_a = f(a)$, $f_b = f(b)$

4) Se $(b - a) < \epsilon$, então escolha $\bar{\lambda}$ para qualquer $x \in [a, b]$, fim.

- 5) $x = \frac{a.fb - b.fa}{fb - fa}$
- 6) $fx = f(x)$
- 7) Se $fa*fx > 0$, faça $a = x$, $fa = fx$,
Senão $b = x$, $fb = fx$,
- 8) $k = k+1$ e vá para o passo 4.

3) Método do ponto fixo (ou da iteração linear)

Seja $f(x)$ contínua em $[a, b]$ e tal que $f(a).f(b) < 0$ e considere a equação equivalente $x = F(x)$ (função de iteração). Supor que a hipótese $|F'(x)| < 1$ para todo $x \in [a, b]$ esteja satisfeita.

- 1) Dados iniciais
 - a) precisão ϵ
 - c) x (aproximação inicial da raiz)
 - d) Calcular $Fx = F(x)$
 - e) $k = 0$ (contador de iterações)
- 2) Se $|fx| < \epsilon$ então escolha $\bar{\lambda} = x$, fim.
- 3) Senão $x = F(x)$,
 $fx = f(x)$
 $k = k+1$ e volte ao passo 2

4) Método de Newton-Raphson

Seja $f(x)$ contínua em $[a, b]$. Supor que as condições $f(x)$ e $f''(x)$ sejam não nulas e preservem o sinal em $[a, b]$, $f(x_0)*f''(x_0) > 0$, $f'(x) \neq 0$ estejam satisfeitas.

- 1) Dados iniciais
 - a) precisão ϵ
 - b) x (aproximação inicial da raiz)
 - c) Calcular $fx = f(x)$ e $dfx = f'(x)$.
 - d) $k = 0$ (contador de iterações)
- 2) Se $|fx| < \epsilon$ então escolha $\bar{\lambda} = x_0$, fim.
- 3) Senão $x = x - \frac{fx}{dfx}$
 $fx = f(x_k)$
 $dfx = f'(x)$
 $k = k+1$ e volte ao passo 2.

Faça um programa para cada um dos métodos anteriores (4 métodos) obtendo a raiz do exemplo que segue, usando os comandos for, while, input etc. A seguir um programa é feito para o método da bisseção usando while.

A capacidade calorífica (C_p) do O_2 na faixa de temperatura entre 298-1500K apresenta a seguinte equação, em função da temperatura,

$$C_p(T) = 7,16 + 10^{-3}T - \frac{0,4 \cdot 10^5}{T^2}$$

onde T está em K e C_p em cal/mol.K. Determine qual a temperatura (K) em que a capacidade calorífica do O_2 é de 8,15 cal/mol.K.

Se $C_p = 8,15$ a equação fica:

$$f(T) = -0,99 + 10^{-3}T - \frac{0,4 \cdot 10^5}{T^2} = 0$$

Solução: $T = 1027,86 \text{ K}$

No editor de textos para o método da bisseção

```
clc
clear all
%% metodo da bisseção

a=input('o valor de a = ')
b=input('o valor de b = ')

fa=-0.99+1e-3*a-0.4e5/a^2;
fb=-0.99+1e-3*b-0.4e5/b^2;

k=0; %contador de iterações

if(fa*fb) > 0

    disp('o intervalo [a,b] não é correto, mude-o')
else
    while(abs(b-a)>0.0001)
        x=(a+b)/2;
        fx=-0.99+1e-3*x-0.4e5/x^2;
        if(fa*fx)>0
            a=x;
            fa=fx;
        else
            b=x;
            fb=fx;
        end
        k=k+1
    end
    disp(['a raiz é x =',num2str(x)])
end
```

15.7 Exercícios propostos

1) Encontre o produto dos termos da serie definida por $A(j)=2j/4$ onde $j=1,2,3,...,10$ utilizando controles de fluxo.

2) Utilizando-se de controles de fluxo monte a matriz $A(i,j)$ de ordem 5 definida por:

$$A(i, j) = \begin{cases} i + j^2 \Rightarrow i < j \\ 2 - i \Rightarrow i = j \\ i - j^2 \Rightarrow i > j \end{cases}$$

3) Faça um programa para determinar o fatorial de um número n qualquer utilizando o loop for para o cálculo do fatorial, lembre-se que:

a) não existe fatorial de números negativos e números racionais;

- b) $0! = 1$;
 c) $1! = 1$;
 d) $n \leq 21$;

4) No exercício anterior calcule o fatorial de n utilizando o loop while.

5) A série de Fibonacci é formada pela seguinte sequência:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

Mostre e calcule a soma dos 20 primeiros termos da série utilizando-se dos controles de fluxo.

6) Elabore um programa utilizando controles de fluxo para formar e calcular o valor de S nas expressões abaixo:

$$\text{a) } S = \frac{1}{1} + \frac{2}{4} + \frac{3}{9} + \frac{4}{16} + \frac{5}{25} + \frac{6}{36} \dots + \frac{10}{100}$$

$$\text{b) } S = \frac{1}{1} - \frac{2}{4} + \frac{3}{9} - \frac{4}{16} + \frac{5}{25} - \frac{6}{36} \dots - \frac{12}{124}$$

7) Encontre a matriz literal A(8x8), sabendo que:

$$A(i, j) = \begin{cases} a \Rightarrow \text{se } i < 4 \\ b \Rightarrow \text{se } i \geq 4 \end{cases}$$

8) Encontre a soma de uma série de números digitados aleatoriamente utilizando controle de fluxo.

9) Encontre o maior número de uma série de números digitados aleatoriamente utilizando controle de fluxo.

10) Separe os números ímpares dos pares de uma série de números digitados aleatoriamente utilizando controle de fluxo.

11) Se $n=1, 2, 3 \dots 20$, encontre a soma dos 20 primeiros termos da serie abaixo. Utilize os controles de fluxo.

$$\text{Se } n = 1, 3, 5 \dots \Rightarrow A(n) = -2^n/n^2$$

$$\text{Se } n = 2, 4, 6 \dots \Rightarrow A(n) = 2^n/n^2$$

12) Utilizando o loop for encontre o valor de X nas equações abaixo, sendo $i=1, 2, \dots, 100$

$$\text{a) } X = \prod_i \frac{i^3 - 4i^2 - 1}{i^2}$$

$$\text{b) } X = \sum_i \frac{(i+1)(i-1)}{\sqrt{i}}$$

13) Faça um programa utilizando os controles de fluxo para colocar em ordem crescente três números quaisquer.

14) Faça um programa utilizando os controles de fluxo para colocar em ordem decrescente três números quaisquer.

15) Sendo a PG dada por (1,-2,4,...32768), encontre o valor médio e a soma dos termos desta PG utilizando controles de fluxo e contadores.

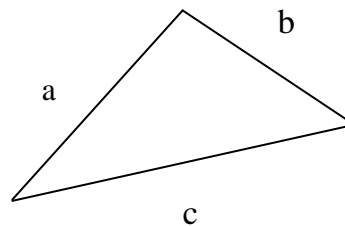
16) Faça um programa para transformação de dimensões em metros para milímetros, ou para centímetros, ou para pés, ou para polegadas utilizando as estruturas switch – case. Sebe-se que:

$$1m = 1000mm = 100cm = 3,2808\text{ ft} = 39,37\text{ in}$$

17) Dado três lados de um triângulo. Faça um programa para determinar se os três lados fornecidos formam um triângulo. Se afirmativo, verifique se o triângulo é isósceles, escaleno ou equilátero e calcule a sua respectiva área.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$



18) O metano apresenta a seguinte equação do calor específico em função da temperatura, na faixa entre 298 e 1500K:

$$C_p = 3,381 + 18,044 \cdot 10^{-3} T - 4,3 \cdot 10^{-6} T^2$$

onde T está em K e C_p em cal/mol.K. Determine a temperatura (K) para a qual a capacidade calorífica do CH_4 vale 15 cal/mol.K.

Solução: $T = 794,26\text{ K}$

19) Calcule o volume ocupado por 0,5 mol de CO_2 a 180°C , 9 atm e $R = 8,314\text{ Pa}\cdot\text{m}^3/\text{mol}\cdot\text{K}$.

(a) usando a equação dos gases ideais, $PV = nRT$;

(b) usando a equação de Van der Waals, expressa por:

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

onde a e b são constantes específicas para cada gás, apresentadas na tabela 1:

Tabela 1 – Constantes de Van der Waals.

Gás	$a[\text{Pa}(\text{m}^3/\text{g}\cdot\text{mol})^2]$	$b[\text{m}^3/\text{g}\cdot\text{mol}]$
Ar	$1,348 \times 10^{-1}$	$3,66 \times 10^{-5}$
NH_3	$4,426 \times 10^{-1}$	$3,73 \times 10^{-5}$
CO_2	$3,648 \times 10^{-1}$	$4,28 \times 10^{-5}$
H_2	$0,248 \times 10^{-1}$	$2,46 \times 10^{-5}$
CH_4	$2,279 \times 10^{-1}$	$4,28 \times 10^{-5}$
N_2	$1,365 \times 10^{-1}$	$3,86 \times 10^{-5}$
O_2	$1,378 \times 10^{-1}$	$3,19 \times 10^{-5}$
Vapor d'água	$5,553 \times 10^{-1}$	$3,06 \times 10^{-5}$

É necessário mudar a temperatura para Kelvin, $T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$ e a pressão para Pascal através da relação, $1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$.

Solução: (a) $V = 0,002065679 \text{ m}^3$ (b) $V = 0,00203853 \text{ m}^3$

20) A pressão de vapor de uma substância em função da temperatura ou a temperatura em função da pressão de vapor pode ser dada através de várias correlações. Uma das correlações bastante simples é a equação de Antoine, que apresenta 3 constantes empíricas (que para a água são: $A = 18,3036$, $B = 3816,44$ e $C = 4613$) que relacionam uma variável ($P(\text{mmHg})$ ou $T(K)$) em função da outra (T ou P).

$$\ln(P^{\text{sat}}) = A - \frac{B}{T + C}$$

Existem correlações mais complexas que relacionam pressão de vapor de uma substância e temperatura. Uma destas correlações está apresentada a seguir.

$$\ln(P^{\text{sat}}) = A + \frac{B}{T + C} + D \ln(T) + ET^F$$

Na primeira equação se for fornecida a pressão de saturação, pode-se obter diretamente a temperatura. No entanto, na segunda equação, isso não é possível, sendo necessário o uso de um dos métodos numéricos para obter zeros de funções, para encontrar a temperatura. Para a pressão em kPa e temperatura em K, as constantes da segunda equação para a água são $A = 65,9278$; $B = -7,22753 \cdot 10^3$; $C = 0$; $D = -7,17695$; $E = 4,031 \cdot 10^{-6}$ e $F = 2$ e para o etano são $A = 4,40101 \cdot 10^1$; $B = -2,56882 \cdot 10^3$; $C = 0$; $D = -4,97635$; $E = 1,46447 \cdot 10^{-5}$; $F = 2$ (Cutlip e Shachan, 1999). Calcule a temperatura do etano para a qual a pressão de vapor é de 250 mmHg.

É necessário mudar a pressão para kPa através da relação, $760 \text{ mmHg} = 101,325 \text{ kPa}$.

Solução: $T = 166,0982356 \text{ K}$

21) Para o etano, a equação que calcula a energia livre de Gibbs em função da temperatura é apresentada a seguir:

$$G = a + bT + cT^2 + dT^3 + eT^4$$

Para a temperatura em K, na faixa entre $25^{\circ}C$ e $426,85^{\circ}C$, a energia livre de Gibbs, em kJ/kg-mol tem os valores das constantes $a = -8,5787 \cdot 10^4$; $b = 1,6858 \cdot 10^2$; $c = 2,6853 \cdot 10^{-2}$ e $d = e = 0$. Calcule a temperatura para a qual a energia livre de Gibbs vale $1,902 \cdot 10^3 \text{ kJ/kg-mol}$ de etano.

É necessário mudar a temperatura para Kelvin, $T(K) = T(^{\circ}C) + 273,15$ para obter o intervalo onde está a raiz.

Solução: $T = 483,0018 \text{ K}$

16. INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO

Alguns destes comandos já foram utilizados anteriormente nas outras aulas. Contudo são apresentados novamente aqui.

16.1 Comandos básicos

<code>x=input('texto');</code>	⇒Comando input é utilizado para entrada de valores numéricos via teclado sempre acompanhado de (;). Imprime o texto entre aspas e armazena o valor digitado na variável x .
<code>x=input('texto','s');</code>	⇒Comando input é utilizado para entrada de strings de caracteres via teclado sempre acompanhado de (;). Imprime o texto entre aspas e armazena a string digitada na variável x .
<code>disp('texto')</code>	⇒Imprime o texto entre aspas.
<code>%texto</code>	⇒Insere comentários no programa que são ignorados pelo MATLAB, usando o símbolo de porcentagem.
<code>disp(['texto',int2str(x)])</code>	⇒Imprime a variável (x) inteira ao lado do texto digitado, transformando-a em uma string de caracteres.
<code>disp(['texto',num2str(x,N)])</code>	⇒Imprime a variável (x) real ou complexa ao lado do texto digitado, transformando-a em uma string de caracteres com N dígitos (N máximo=17).
<code>disp(['texto',num2str(x)])</code>	⇒Quando N não é informado utiliza-se o formato padrão do MATLAB de 4 dígitos após o ponto decimal.
<code>ctrl+c</code>	⇒Comando para encerrar execução de alguma operação no MATLAB antes do fim, usado principalmente se houver algum problema de execução.
<code>pause(n)</code>	⇒Pausa a execução do MATLAB por (n) segundos.
<code>pause</code>	⇒Pausa a execução do MATLAB até nova instrução via teclado seja fornecida ⇒ <enter> .
<code>...</code>	⇒Indica que a linha de comando continua na próxima linha.

16.2 Estrutura dos programas

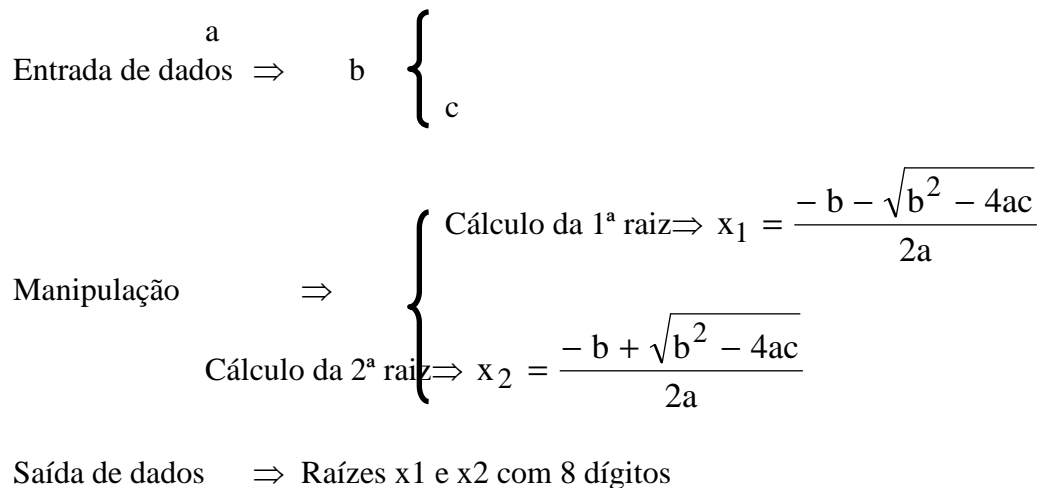
Os programas realizados no MATLAB devem obedecer a seguinte estrutura:



1) Crie um programa para cálculo das raízes de uma equação do 2º grau no formato $ax^2 + bx + c = 0$, onde as raízes, (com 8 dígitos sem ponto decimal) são dadas pela equação de Báskara:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Estrutura do programa:



\Rightarrow MATLAB EDITOR (SOLUÇÃO 1)

%Programa para resolução de equações do 2º Grau

%Salvar o programa com o nome: raizes1

clear all

clc

disp('Programa para resolução de equações do 2º Grau')

disp('no formato ax^2+bx+c=0')

disp('')

%-----Entrada-----

a = input('Entre com o valor de a= ');

b = input('Entre com o valor de b= ');

c = input('Entre com o valor de c= ');

disp('')

%-----Manipulação-----

delta=b^2-4*a*c;

x1=(-b-sqrt(delta))/(2*a);

x2=(-b+sqrt(delta))/(2*a);

%-----Saída-----

disp('Raízes da equação')

disp(['x1= ', num2str(x1,8)])

disp(['x2= ', num2str(x2,8)])

⇒RESPOSTA

**Programa para resolução de equações do 2º Grau
no formato $ax^2+bx+c=0$**

Entre com o valor de a= 2

Entre com o valor de b= 2

Entre com o valor de c= -8

Raízes da equação

x1= -2.5615528

x2= 1.5615528

⇒MATLAB EDITOR (SOLUÇÃO 2)

%Programa para resolução de equações do 2º Grau

%Salvar o programa com o nome: raizes2

clear all

clc

disp('Programa para resolução de equações do 2º Grau')

disp('no formato $ax^2+bx+c=0$ ')

disp('')

%-----Entrada-----

a = input('Entre com o valor de a= ');

b = input('Entre com o valor de b= ');

c = input('Entre com o valor de c= ');

disp('')

%-----Manipulação-----

delta=b^2-4*a*c;

x1=(-b-sqrt(delta))/(2*a);

x2=(-b+sqrt(delta))/(2*a);

%-----Saída-----

disp('Raízes da equação')

disp(['x1= ', num2str(x1,8)])

disp(['x2= ', num2str(x2,8)])

%-----Rotina de Reinicialização-----

opc1=5;

while (opc1~=2)

disp('')

disp('-----Escolha uma opção-----')

disp('Digite 1 para Reiniciar programa')

disp('Digite 2 para Finalizar programa')

```

opc1 = input('Digite a opção escolhida= ');

if opc1==1
    raizes2      %nome do arquivo
elseif opc==2
    clc
end
end
end

```

⇒ RESPOSTA

Programa para resolução de equações do 2º Grau
no formato $ax^2+bx+c=0$

Entre com o valor de a= 2

Entre com o valor de b= 2

Entre com o valor de c= -8

Raízes da equação

x1= -2.5615528

x2= 1.5615528

-----Escolha uma opção-----

Digite 1 para Reiniciar programa

Digite 2 para Finalizar programa

Digite a opção escolhida= 2

2) Crie um programa para transformação de unidades conforme o esquema abaixo:

$$1\text{m} \Leftrightarrow 1000\text{mm} \Leftrightarrow 39,37\text{in (polegadas)}$$

onde o usuário deve fornecer o valor numérico a ser convertido e sua unidade.

Estrutura do programa:

Entrada de dados ⇒ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Valor numérico a ser convertido} \\ \text{Unidade do valor numérico} \end{array} \right.$

Manipulação ⇒ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Cálculo do valor em [m]} \\ \text{Cálculo do valor em [mm]} \\ \text{Cálculo do valor em [in]} \end{array} \right.$

Saída de dados ⇒ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Valor em [m]} \\ \text{Valor em [mm]} \\ \text{Valor em [in]} \end{array} \right.$

⇒ MATLAB EDITOR

```

%Programa para transformação de unidades m <=> mm <=> in
%Salvar o programa com o nome: transf
clear all
clc

disp(' ')
disp(' Programa para transformação de unidades. ');
disp(' ')
disp(' Transforma m <=> mm <=> in ');
disp(' ')

%-----Entrada-----

a=input('Insira o valor a ser convertido = ');
b=input('Insira a unidade inicial= ', 's');
disp(' ')

%-----Manipulação-----

switch b

case{'m', 'metros'}
    m=a;
    mm=a*1000;
    in=a*39.37;
case{'mm', 'milimetros'}
    m=a/1000;
    mm=a;
    in=a/1000*39.37;
case{'in', 'polegadas'}
    m=a/39.37;
    mm=a/39.37*1000;
    in=a;
otherwise
    disp('***Unidade desconhecida***')
    m='???';
    mm='???';
    in='???';
end

%-----Saída-----

disp(['Metros [m] = ',num2str(m,17)])
disp(['Milimetros [mm] = ',num2str(mm,17)])
disp(['Polegadas [in] = ',num2str(in,17)])

```



```

%-----Rotina de Reinicialização-----
opc1=5;
while (opc1~=2)
    disp(' ')
    disp('-----Escolha uma opção-----')
    disp('Digite 1 para Reiniciar programa')
    disp('Digite 2 para Finalizar programa')
    opc1 = input('Digite a opção escolhida= ');

    if opc1==1
        transf %nome do arquivo mãe
    elseif opc==2
        clc
    end
end

```

⇒RESPOSTA 1

Programa para transformação de unidades.

Transforma m <=> mm <=> in

Insira o valor a ser convertido = 10000

Insira a unidade inicial = mm

Metros [m] = 10

Milímetros [mm] =10000

Polegadas [in] = 393.69999999999999

-----Escolha uma opção-----

Digite 1 para Reiniciar programa

Digite 2 para Finalizar programa

Digite a opção escolhida=2

»

⇒RESPOSTA 2

Programa para transformação de unidades.

Transforma m <=> mm <=> in

Insira o valor a ser convertido = 10000

Insira a unidade inicial= pol

*****Unidade desconhecida*****

Metros [m] = ???

Milímetros [mm] = ???

Polegadas [in] = ???

-----Escolha uma opção-----

Digite 1 para Reiniciar programa

Digite 2 para Finalizar programa

Digite a opção escolhida= 2

A SEÇÃO A SEGUIR É IMPORTANTE

16.3 Criando subrotinas - **function**

A) Criando uma **function**

Pode-se criar funções específicas (subrotinas) de seu interesse no Matlab. Tais funções são seqüências de comandos que aceitam vários parâmetros de entrada e retornam vários parâmetros de saída. Possuem forma geral:

```
function [Ps1, Ps2,...] = nome_funcao(Pe1, Pe2,...)

comandos...
```

Tradução:

Ps1, Ps2, ... ⇒ Parâmetros de saída;

nome_função ⇒ Nome da função;

Pe1, Pe2, ... ⇒ Parâmetros de entrada;

comandos... ⇒ Comandos que devem ser executados pela função.

Observação:

A **function** deve ser salva no mesmo diretório onde está o arquivo mãe e com o mesmo **nome_funcao**.

B) Acessando uma **function**

Para chamar uma **function** dentro de um programa, deve-se usar a mesma estrutura utilizada em sua criação, ou seja:

```
[Ps1, Ps2,...] = nome_funcao(Pe1, Pe2,...)
```

1) Crie uma **function** para o cálculo de raízes do 2º grau e implemente-a no programa 1 – solução 2.

⇒ MATLAB EDITOR

%function raiz2grau

%Retorna as raízes x1 e x2 da equação

%do segundo grau do tipo $ax^2+bx+c = 0$

```
function[x1,x2]=raiz2grau(a,b,c)
```

```
disp('Programa para resolução de equações do  
disp(' no formato ax^2+bx+c=0')  
disp(' ')
```

```
delta=b^2-4*a*c;  
x1=(-b-delta)/(2*a);  
x2=(-b+delta)/(2*a);
```

Observação:
Sempre salvar arquivo com o mesmo nome da **function**, isto é, para este exemplo: raiz2grau.

- 2) Construa uma **function** utilizando os controles de fluxo para colocar em ordem decrescente 3 números quaisquer.
- 3) Construa uma **function** utilizando os controles de fluxo para colocar em ordem crescente n números quaisquer.
- 4) Construa uma function para o método das cordas passando a,b e precisão. Siga o algoritmo que segue.

Dados iniciais:

- f) intervalo inicial [a, b]
 - g) precisão ϵ
 - h) $k = 0$ (contador de iterações)
 - i) $fa = f(a)$, $fb = f(b)$
- 2) Se $f(a) \times f(b) > 0$, Imprimir “A raiz não pertence a este intervalo”.
Senão
 - 3) Enquanto $(b - a) > \epsilon$

$$x = \frac{a \times fb - b \times fa}{fb - fa}$$

$$fx = f(x)$$
 Se $fa \times fx > 0$ então

$$a = x, fa = fx$$
 Senão $b = x, fb = fx$

$$k = k + 1$$
 Imprimir o valor de x após a convergência

16.4 Exercícios propostos

OBS: Quando possível use **function**, observe que dentro do código não pode haver **clc** e **clear all** depois de chamar a **function**, caso contrário as variáveis serão limpas.

- 1) Elabore um programa para fornecer o peso (massa) ideal de uma pessoa. Este programa deve ter como dados de entrada a altura e o sexo de da pessoa utilizando as seguintes fórmulas:

Para homens $\Rightarrow P = 72,7h - 58$

Para mulheres $\Rightarrow P = 62,1h - 44,7$

Onde h é a altura da pessoa.

2) Elabore um programa para verificar o desconto do imposto de renda e do recolhimento do INSS incidente sobre o salário de uma pessoa. Sabe-se que:

Tabela 1 - IRPF

Base de cálculo (R\$)	Alíquota %	Parcela a deduzir (R\$)
Até 1.058,00	-	-
De 1.058,01 até 2.115,00	15,0	158,70
Acima de 2.115,00	27,5	423,08

Tabela 2 - INSS

Salário-de-contribuição (R\$)	Alíquota para fins de recolhimento ao INSS (%)
até R\$ 720,00	7,65 %
de R\$ 720,01 até R\$ 1.200,00	9,00 %
de R\$ 1.200,01 até R\$ 2.400,00	11,00 %

*** Dados de janeiro de 2004

O usuário deve fornecer a valor do salário bruto e o programa deve fornecer o valor do salário líquido e os valores do desconto do INSS e do IRPF.

Exemplos:

1) Salário bruto: R\$ 700,00

$\Rightarrow \text{INSS} = 7,65\% \text{ de R\$700,00} = \text{R\$53,55}$

$\Rightarrow \text{IRPF} = \text{Salário bruto} - \text{INSS} = \text{R\$646,45}$

IRPF \Rightarrow isento (tab.1)

Salário líquido: $\text{R\$ 700,00} - (\text{IRPF} + \text{INSS}) = \text{R\$646,45}$

2) Salário bruto: R\$ 1200,00

$\Rightarrow \text{INSS} = 9,00\% \text{ de R\$1200,00} = \text{R\$108,00}$

$\Rightarrow \text{IRPF} = \text{Salário bruto} - \text{INSS} = \text{R\$1092,00}$

IRPF $\Rightarrow 15\% \text{ de R\$1092,00} - \text{R\$158,70} = \text{R\$5,10}$

Salário líquido: $\text{R\$ 1200,00} - (\text{IRPF} + \text{INSS}) = \text{R\$1086,90}$

3) Salário bruto: R\$ 2800,00

$\Rightarrow \text{INSS} = 11,00\% \text{ de R\$2400,00} = \text{R\$264,00}$

$\Rightarrow \text{IRPF} = \text{Salário bruto} - \text{INSS} = \text{R\$2536,00}$

IRPF $\Rightarrow 27,5\% \text{ de R\$2536,00} - \text{R\$423,08} = \text{R\$274,32}$

Salário líquido: $\text{R\$ 2800,00} - (\text{IRPF} + \text{INSS}) = \text{R\$2261,68}$

3) Elabore uma function para o cálculo do desconto de INSS.

4) Elabore uma function para o cálculo do desconto do IRPF.

5) Elabore uma function para a rotina de reinicialização.

6) Faça um programa para encontrar raízes de uma equação do terceiro grau do tipo $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. Sabendo que as raízes são x_1 , x_2 e x_3 , dadas pelas expressões abaixo, se e somente se $a=1$:

$$Q = \frac{3c - b^2}{9} \quad R = \frac{9bc - 27d - 2b^3}{54}$$

$$D = Q^3 + R^2 \quad M = R + \sqrt{D} \quad N = R - \sqrt{D}$$

Se $M \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \text{Se } M \geq 0 \Rightarrow S = \sqrt[3]{M} \\ \text{Se } M < 0 \Rightarrow S = -\sqrt[3]{|M|} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{Se } N \geq 0 \Rightarrow T = \sqrt[3]{N} \\ \text{Se } N < 0 \Rightarrow T = -\sqrt[3]{|N|} \end{cases}$$

Se $M \in \mathbb{N} \notin \mathbb{R}$

$$\begin{cases} S = \sqrt[3]{M} \\ T = \sqrt[3]{N} \end{cases}$$

$$x_1 = S + T - \frac{1}{3}b$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}b + \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S-T)$$

$$x_3 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}b - \frac{1}{2}i\sqrt{3}(S-T)$$

**Mais detalhes: <http://mathworld.wolfram.com/CubicFormula.html>

EXEMPLOS:

$$\text{a) } x^3 + 3x^2 + 3x - 4 \begin{cases} x_1 = 0,7100 \\ x_2 = -1,8550 + 1,4809i \\ x_3 = -1,8550 - 1,4809i \end{cases}$$

$$\text{b) } x^3 + 11x^2 - 20x - 12 \begin{cases} x_1 = -12,5208 \\ x_2 = 2,0000 + 0,0000i \\ x_3 = -0,4792 - 0,0000i \end{cases}$$

7) Elabore uma function para encontrar as raízes de uma equação do 3º grau do tipo $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, do exercício 1.

8) Faça um programa para implementação da function acima. O usuário deve fornecer os valores de a, b, c e d.

9) Elabore um programa para conversão de temperaturas de °C(graus Celsius) para °F(graus Fahrenheit) e K (Kelvin), sabendo que:

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5}$$

Obs.: O usuário deve fornecer o valor da temperatura inicial, a unidade da temperatura inicial e a temperatura final desejada;

10) Sendo **A**, a matriz principal dos coeficientes, **B** a matriz das respostas, **D** o determinante da matriz principal e (**Dx**, **Dy**, **Dz**) são os determinantes das matrizes secundárias (**Ax**, **Ay**, **Az**), respectivamente. Faça um programa para resolver um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas onde o usuário deve fornecer somente a matriz A e B, considerando que:

- ⇒ Sistema é SPD se $D \neq 0$;
- ⇒ Se $D=0$ e Dx ou Dy ou Dz é igual a zero, o sistema é SPI;
- ⇒ Se $D=0$ e Dx , Dy e Dz são diferentes de zero, o sistema é SI.

Caso o sistema SPD encontre o valor de cada incógnita.

Exemplo:

$$\text{SPD} \begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ x + 2y - 2z = -5 \end{cases}$$

a) Entradas $\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}$

b) Montar as matrizes secundárias trocando-se os coeficientes de x, y e z pela matriz resposta para encontrar as respectivas matrizes secundárias.

$$Ax = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -5 & 2 & -2 \end{bmatrix}, Ay = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \end{bmatrix} \text{ e } Az = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

c) Calcular $D = \det(A)$, $Dx = \det(Ax)$, $Dy = \det(Ay)$ e $Dz = \det(Az)$

d) Verificar se o sistema é SPD, ou SPI, ou SI. Caso seja SPD encontre os valores das incógnitas através de:

$$x = \frac{Dx}{D}, y = \frac{Dy}{D} \text{ e } z = \frac{Dz}{D}$$

e) O sistema acima é SPD com respostas são $x=1$, $y=-1$ e $z=2$

***Teste também para os sistemas abaixo.

$$\text{SI} \begin{cases} 3x + 5y + 5z = 1 \\ x - 4y - 4z = 0 \\ 5x + 2y + 2z = 2 \end{cases} \quad \text{SPI} \begin{cases} -3x + 5y + 5z = 1 \\ 6x - 10y - 10z = -2 \\ -12x + 20y + 20z = 4 \end{cases}$$

11) Elabore um programa para realizar a resolução de um sistema de equações de no máximo 5 equações e 5 incógnitas conforme diretrizes do exercício 10.

12) Faça um programa para encontrar as raízes de uma equação do 4º grau do tipo: $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Desde que $a=1$, as raízes são dadas por:

$$x_1 = -\frac{1}{4}b + \frac{1}{2}R + \frac{1}{2}D$$

$$x_2 = -\frac{1}{4}b + \frac{1}{2}R - \frac{1}{2}D$$

$$x_3 = -\frac{1}{4}b - \frac{1}{2}R + \frac{1}{2}E$$

$$x_4 = -\frac{1}{4}b - \frac{1}{2}R - \frac{1}{2}E$$

Onde

$$R = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - c + F}$$

$$D = \begin{cases} \text{Se } R \neq 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}b^2 - R^2 - 2c + \frac{1}{4}(4bc - 8d - b^3)R^{-1}} \\ \text{Se } R = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}b^2 - 2c + 2\sqrt{F^2 - 4e}} \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} \text{Se } R \neq 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}b^2 - R^2 - 2c - \frac{1}{4}(4bc - 8d - b^3)R^{-1}} \\ \text{Se } R = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{4}b^2 - 2c - 2\sqrt{F^2 - 4e}} \end{cases}$$

F é a **raiz real** da equação de 3º grau abaixo:

$$y^3 + my^2 + ny + o = 0 \quad \begin{cases} m = -c \\ n = d \cdot b - 4e \\ o = 4c \cdot e - d^2 - b^2e \end{cases}$$

**Mais detalhes: <http://mathworld.wolfram.com/QuarticEquation.html>

Exemplos:

$$x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 12x + 2 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -3.6688 \\ x_2 = 0,9142 + 1,6057i \\ x_3 = 0,9142 - 1,6057i \\ x_4 = -0,1597 \end{array} \right.$$

$$-12x^4 - 46x^3 - 52x^2 - 16x \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = -1,3333 \\ x_4 = -0,5000 \end{array} \right.$$

13) No programa acima utilize uma function para o cálculo de F.

14) Elabore um programa para venda de automóveis onde o usuário têm três opções de venda:

Opção 1 \Rightarrow Venda à vista.

a) Com 3,6% de desconto se o automóvel custar menos que R\$25000,00.

b) Com 3,2% de desconto para os demais automóveis.

Opção 2 \Rightarrow pode vender um automóvel com 50% de entrada e o restante em 24 vezes com juros de 1,89%

Opção 3 \Rightarrow pode vender um automóvel com 20% de entrada e o restante em 36 vezes com juros de 2,29%

$$P = F \left[\frac{J(1+J)^M}{(1+J)^M - 1} \right]$$

onde:

F é o montante a ser financiado;

J é o índice percentual de juros a ser aplicado no financiamento dividido por 100;

M é o número de meses do financiamento;

P é a parcela mensal a ser paga.

a) Utilize como **variáveis de entrada** para seu programa:

PT \Rightarrow preço de tabela do automóvel

opcao \Rightarrow opção de venda (1 ou 2 ou 3)

b) Utilize como **variáveis de saída** para seu programa:

Considerando uma venda à vista:

PV \Rightarrow preço de venda à vista

Considerando uma venda à prazo:

E \Rightarrow o valor da entrada necessário para financiamento

F \Rightarrow o montante a ser financiado.

P \Rightarrow o valor da parcela mensal a ser paga.

PT \Rightarrow valor total do veículo (entrada + valor financiado)

c) Teste seu programa com as opções abaixo:

1) Venda à vista com preço de tabela menor que R\$25000,00

PT = R\$20000,00

opcao = 1 (venda à vista)

PV = R\$19280,00

2) Venda à vista com preço de tabela maior que R\$25000,00

PT = R\$32000,00

opcao = 2 (venda à vista)

PV = R\$30976,00

3) Venda à prazo em 24 vezes

PT = R\$34000,00

opcao = 1 (venda à prazo em 24 vezes)

E = R\$17000,00

F = R\$17000,00

P = R\$ 887,65

PT = R\$ 38303,54

4) Venda à prazo em 36 vezes

PT = R\$34000,00

opcao = 3 (venda à prazo em 36 vezes)

E = R\$6800,00

F = R\$27200,00

P = R\$1117,46

PT = R\$ 47028,63

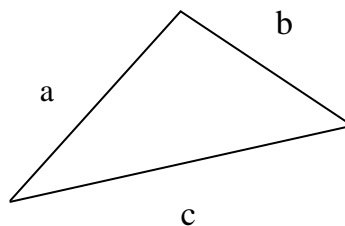
15) Elabore um programa de conversão de coordenadas polares para retangulares e vice-versa.

16) Elabore um programa para jogar o jogo da velha com o computador.

17) Dado três lados de um triângulo. Faça um programa para determinar se os três lados fornecidos formam um triângulo. Se afirmativo, verifique se o triângulo é isósceles, escaleno ou equilátero e calcule a sua respectiva área.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$



17. FUNÇÃO **FPRINTF**

Esta função exibe um ou mais valores juntamente com o texto relacionado e permite ao programador controlar a maneira como os valores são exibidos. A forma geral dessa função é,

fprintf(format, dados)

onde format é uma cadeia de caracteres descrevendo a maneira como os dados devem ser exibidos e dados é composto por um ou mais escalares ou matrizes para exibição.

A cadeia de caracteres format contém texto a ser apresentado, mais caracteres especiais descrevendo o formato dos dados. Por exemplo, a função

```
fprintf('O valor de pi = %f\n', pi)
```

```
>> O valor de pi = 3.141593
```

```
fprintf('O valor de pi = %.2f\n', pi)
```

```
>> O valor de pi = 3.14
```

Observação: A função fprintf tem uma limitação bastante significativa: ela somente exibe a porção real de um valor complexo. Essa limitação pode levar a resultados enganosos quando os cálculos produzem respostas complexas. Nesses casos é melhor usar a função **disp**.

% f são denominados caracteres de conversão
 \n são caracteres de escape

Alguns são apresentados na Tabela que segue

Tabela – Caracteres de formatação para a função fprintf

<i>Caracteres de formatação</i>	<i>Resultados</i>
%d	Exibe valor como inteiro
%e	Exibe valor em formato exponencial
%f	Exibe valor em formato de ponto flutuante
%g	Exibe valor em formato de ponto flutuante ou exponencial – o que for mais curto
\n	Muda de linha

17.1 Exercícios Propostos

1) O que fazem os seguintes conjuntos de declarações? Qual a saída de cada um deles?

```
a) raio = input('Enter circle radius: \n')
   area = pi*raio^2;
   str = ['A área é ` num2str(area)'];
   disp(str);
```

```
b) valor = int2str(pi);
   disp(['O valor é ` valor `!']);
```

```
c) valor = 123.4567e2;
fprintf(`valor = %e \n`, valor);
fprintf(`valor = %f \n`, valor);
fprintf(`valor = %g \n`, valor);
fprintf(`valor = %2.4f \n`, valor);
```

2) Se uma bola estacionária é lançada da altura h_0 acima da superfície da terra, com velocidade vertical v_0 , a posição e a velocidade da bola como função do tempo serão dadas pelas equações

$$h(t) = gt^2/2 + v_0t + h_0$$

$$v(t) = gt + v_0$$

onde g é a aceleração da gravidade ($-9,81 \text{ m/s}^2$), h é a altura acima da superfície da terra (assumindo ausência de atrito do ar) e v é a componente vertical da velocidade.

- Escreva um programa que solicite ao usuário a altura inicial da bola em metros e a velocidade da bola em m/s.
- Desenhe a altura e a velocidade como função do tempo. Não deixe de incluir as legendas e título dos eixos apropriados no desenho

3) Use uma function para calcular a distância entre quaisquer dois pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) especificados pelo usuário. Use-o para calcular a distância entre os pontos (2, 3) e (8, -5).

4) A força requerida para comprimir uma mola linear é dada pela equação

$$F = kx$$

onde F é a força em N e k é a constante da mola em N/m. A energia potencial armazenada na mola comprimida é dada pela equação

$$E = kx^2/2$$

onde E é a energia em J. A informação a seguir é a respeito de quatro molas,

	Mola 1	Mola 2	Mola 3	Mola 4
Força (N)	20	24	22	20
k (N/m)	500	600	700	800

Determine a compressão de cada mola e a energia potencial armazenada em cada uma delas. Qual mola tem mais energia potencial armazenada?

5) Escreva um programa para ler uma nota de aluno (numérica) e associar uma letra a ela, segundo a tabela a seguir:

nota > 95	A
$95 \geq \text{nota} > 86$	B
$86 \geq \text{nota} > 76$	C
$76 \geq \text{nota} > 66$	D
$66 \geq \text{nota} > 0$	F

6) (a) Avalie a função $f(x,y)$ para quaisquer dois valores especificados pelo usuário para x e y , com a função $f(x,y)$ definida como segue. Imprima o valor obtido para a função na tela do computador.

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x + y, & x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y^2, & x \geq 0, y < 0 \\ x^2 + 2y, & x < 0, y \geq 0 \\ x^2 + y^2, & x < 0, y < 0 \end{cases}$$

(b) No mesmo programa avalie a função $f(x,y)$ para $-5 \leq x \leq 5$ e $-5 \leq y \leq 5$ e faça o gráfico da função identificando todos os elementos do Matlab já vistos a respeito de gráficos.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1. Primeiro resolva manualmente depois resolva no computador. Qual a diferença entre os resultados?

Use os valores $N = 2, 3, 10, 16$ para o algoritmo abaixo:

$$X = 1/N$$

Para $i = 1$ até 100 faça

$$X = (N+1)X - 1$$

Fim para

Escreva X

2. Dado um vetor formado por 10 números positivos quaisquer. Identifique quantos números são múltiplos de 3, 5 e 7. Separe estes elementos em conjuntos distintos assim como os elementos que não pertencem a nenhum dos conjuntos anteriores.

3. A seguir apresenta-se a densidade (kg/m^3) do óleo de motor (sem uso) em função da temperatura (K). Leia estes dados a partir de um arquivo. Faça o gráfico e obtenha um polinômio com grau adequado para ajustar-se a estes dados. Faça o gráfico novamente usando os dados ajustados. Calcule a média e desvio padrão da viscosidade da glicerina. Obtenha o valor máximo e mínimo do conjunto de dados.

T(K)	273	280	290	300	310	320
ρ (kg/m^3)	899,1	895,3	890	884,1	877,9	871,8

4. Crie uma matriz A de ordem 5 cujos elementos da primeira linha sejam unitários, os elementos da segunda linha sejam múltiplos de 2, os elementos da terceira linha sejam múltiplos de 3 e os demais elementos sejam 5. Obtenha a soma, média e desvio padrão dos elementos da matriz A . Calcule o determinante da matriz. Por que tal determinante é nulo? Explique.

5. Considere a progressão geométrica 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... e um inteiro positivo n . Deseja-se:

a) Imprimir os n primeiros termos;

b) Calcular e imprimir a soma dos n primeiros termos da PG sem utilizar a fórmula da soma

6. A sequência de cálculos abaixo deve ser feita manualmente (usando frações, não divida-as) e posteriormente no computador. Existe diferença entre as duas formas de solução?

$$H = \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{2}{3} - H$$

$$Y = \frac{3}{5} - H$$

$$E = (X+X+X) - H$$

$$F = (Y+Y+Y+Y+Y) - H$$

$$G = E/F$$

7. Elabore um programa de conversão de unidades.