# 1 Linhas de Transmissão

Para modelarmos uma linha de transmissão, podemos representá-la com um modelo simples utilizando modelos concentrados, em que representam a linha como uma junção de vários circuitos em série em um comprimento $\Delta Z$, assim como mostra a figura Figura 1.

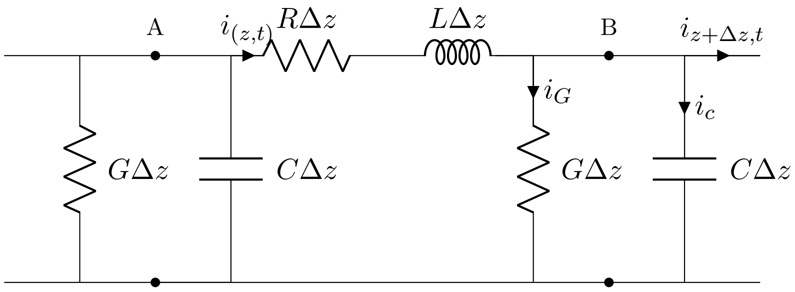


Figura 1: Circuito equivalente a linha de transmissão no pedaço de linha de comprimento $\Delta z$ com $R\Delta z$ representado as perdas do condutor em Ohms, a condutância $G\Delta z$ representado as perdas do dielétrico em siemens, a indutância $L\Delta z$ do condutor em henrys e a capacitância $C\Delta z$ em farads.

Aplicando a lei de kirchoff das tensões no trecho $\Delta z$, obteremos:

$$v(z,t) = i(z,t)R\Delta Z + \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} L\Delta z + v(z+\Delta z, t)$$

Dividino por $\Delta z$ e rearrajando:

$$-\frac{v(z+\Delta,t) - v(z,t)}{\Delta z} = Ri(z,t) + L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

Mas sabemos que:

$$\lim_{\Delta z \to 0} \frac{v(z+\Delta,t) - v(z,t)}{\Delta z} = \frac{\partial v(z,t)}{\partial z}$$

Logo:

$$-\frac{\partial v(z,t)}{\partial z} = Ri(z,t) + L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \tag{1}$$

Vamos agora determinar a outra equação equivalente a Equação 1, fazendo uso da equação de Kirchhoff nos nós da ponto $B$.

$$i(z,t) = i_G(z+\Delta z,t) + i_C(z+\Delta z,t) + i(z+\Delta z,t)$$

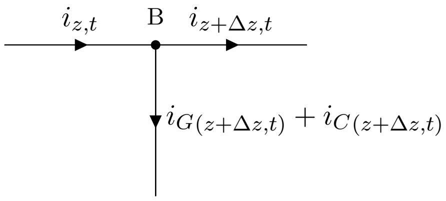


Figura 2: Correntes entrando e saindo o nó $B$

Mas sabemos que:

$$i_G(z + \Delta Z, t) = v(z + \Delta z, t)G\Delta Z$$
$$i_C(z + \Delta z, t) = \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} C\Delta z$$

Que substituindo resulta em:

$$i(z, t) = v(z + \Delta z, t)G\Delta z + \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} C\Delta z + i(z + \Delta z, t)$$

Reescrevendo e divindo por $\Delta z$,

$$-\frac{i(z + \Delta z, t) - i(z, t)}{\Delta z} = v(z + \Delta z, t)G + \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} C$$

Observar que:

$$\lim_{\Delta z \to 0} \left[ \frac{i(z + \Delta z, t) - i(z, t)}{\Delta z} \right] = \frac{\partial i(z, t)}{\partial z}$$

Se temos que,

$$v(z + \Delta z) = v(z) + \frac{\partial v(z)}{\partial z} \Delta z$$

Podemos concluir que:

$$\begin{aligned}
\frac{i(z + \Delta z, t) - i(z, t)}{\Delta z} &= v(z + \Delta z, t)G + \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t} C \\
&= G \left[ v(z, t) + \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z \right] + C \left[ \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t \partial z} \Delta z \right] \\
&= \left( G + C \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[ v(z, t) + \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z \right]
\end{aligned}$$

Que para $\Delta z \to 0$ se torna:

$$-\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = Gv(z, t) + C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$