

《第三篇》导学

华中科技大学软件学院 万琳



提纲

- ① 几何阶段的流程
- ② 几何阶段的数学基础



几何阶段的流程

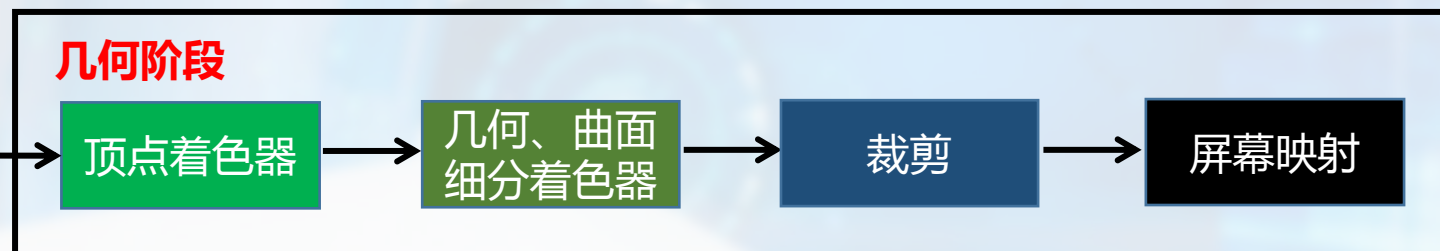
➤视频1：物体显示历险记（节选）

1

几何阶段的流程

➤几何阶段的具体流程

顶点数据
摄像机位置
光照纹理





几何阶段的流程

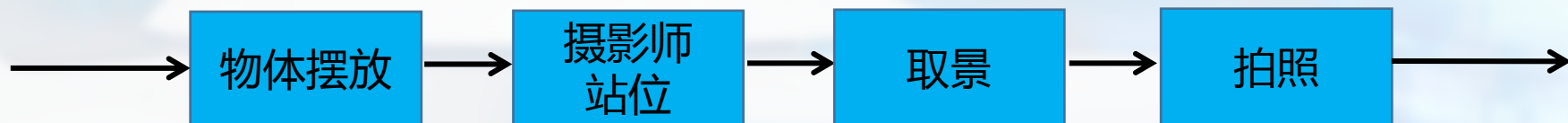
➤ 视频2：拍照

1

几何阶段的流程

➤讨论题：

如果将照相的过程分为物体摆放-站位-取景-拍照这样的四个步骤，那么它们如何与几何阶段的几个过程对应呢？



2

几何阶段的数学基础

- ◆ 向量
- ◆ 坐标系
- ◆ 矩阵运算

2

几何阶段的数学基础

◆ 向量

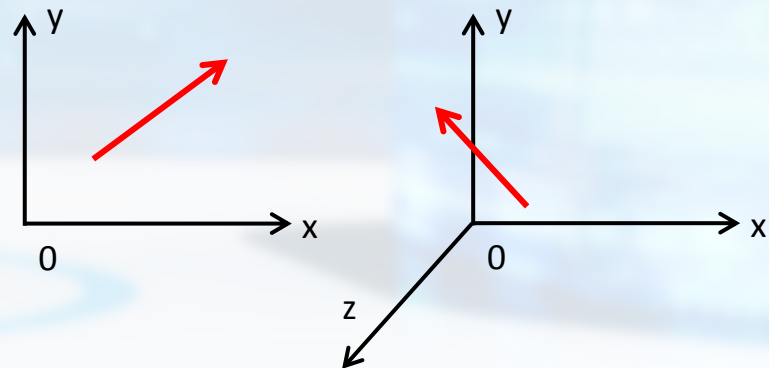
在数学中，向量（也称为欧几里得向量、几何向量、矢量），指具有大小（magnitude）和方向的量。

它可以形象化地表示为带箭头的线段。

箭头所指：代表向量的方向；

线段长度：代表向量的大小。

单位向量：向量大小为1的向量。



2

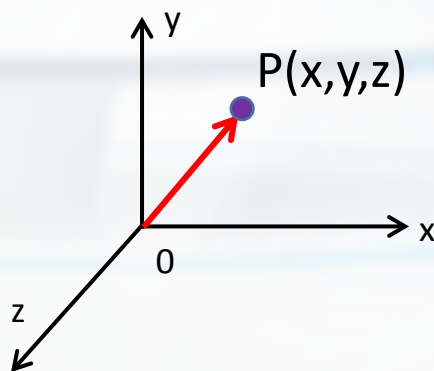
几何阶段的数学基础

◆ 向量

相对的概念：标量

标量：只有大小，没有方向的量叫做数量（在物理学中称标量）。

举例1：点 $P(x,y,z)$ 。



➤ x, y, z 本身是标量

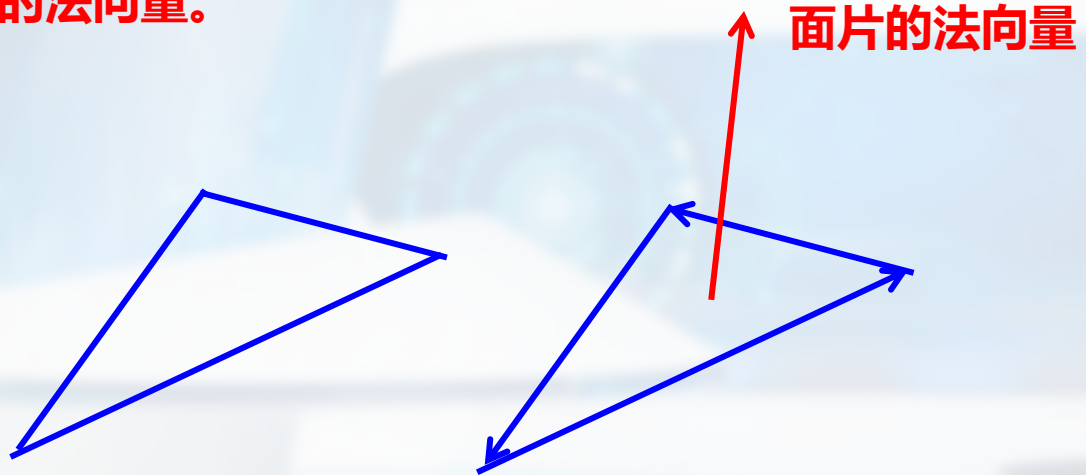
➤ 但是 (x, y, z) 可以看作一个三维向量

2

几何阶段的数学基础

◆ 向量

举例2：面片的法向量。

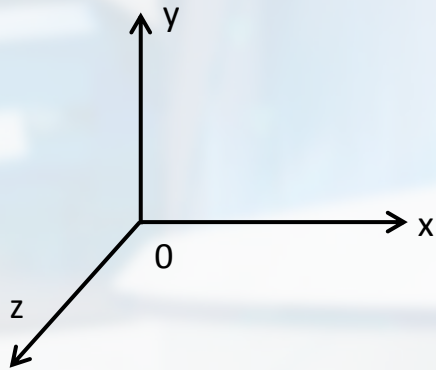


2

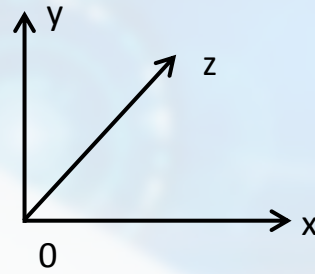
几何阶段的数学基础

◆ 坐标系

➤ 右手系



➤ 左手系

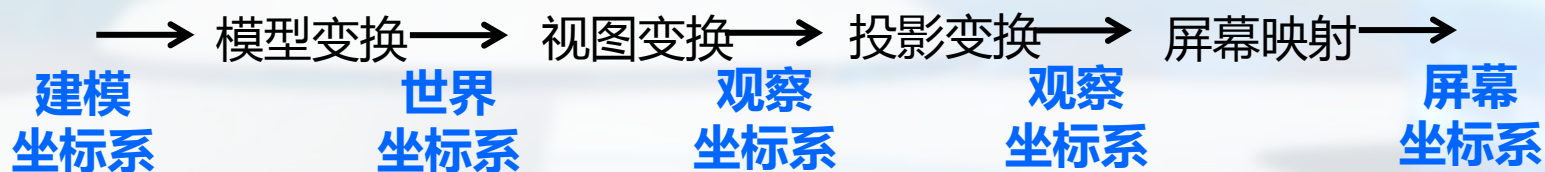


2

几何阶段的数学基础

➤提问

在我们几何阶段涉及的坐标系中，哪些是左手系，哪些是右手系呢？请大家在课程中去发现。



2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵以及矩阵的行数与列数

$$\begin{array}{c} \text{3行} \left\{ \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{array} \right] \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \text{4列} \end{array} \right. \end{array}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵相乘需要满足的条件

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵相乘需要满足的条件

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵相乘需要满足的条件

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵相乘需要满足的条件

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 矩阵相乘需要满足的条件

第一个矩阵的行数=
第二个矩阵的行数

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{bmatrix}$$

列数

行数

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 1×4 矩阵要乘以一个 4×4 的矩阵

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 4×1 矩阵要乘以一个 4×4 的矩阵

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 4×1 矩阵要乘以一个 4×4 的矩阵

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 4×1 矩阵要乘以一个 4×4 的矩阵

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

2

几何阶段的数学基础

◆ 矩阵运算

➤ 提问：T1乘以T2是否等于T2乘以T1？

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

T1

T2

$$a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + a_{14}b_{41}$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

T2

T1

$$b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} + b_{13}a_{31} + b_{14}a_{41}$$



谢谢

软件学院 万琳