

裁剪思想（下）： 聪明的Liang-Barsky算法

华中科技大学软件学院 万琳



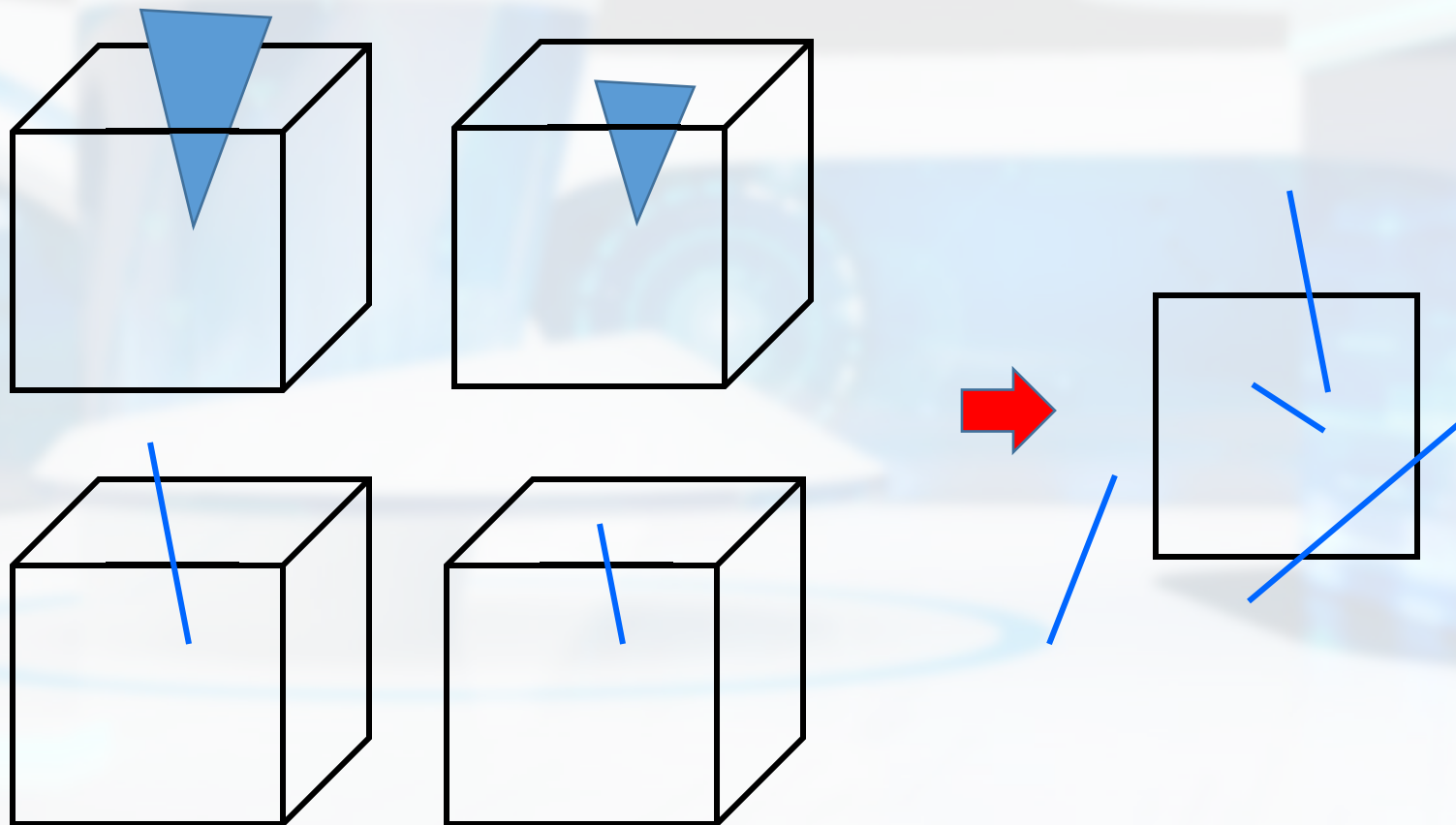
提纲

- ① Liang-Barsky裁剪的思想
- ② Liang-Barsky裁剪的实例

1

Liang-Barsky裁剪的思想

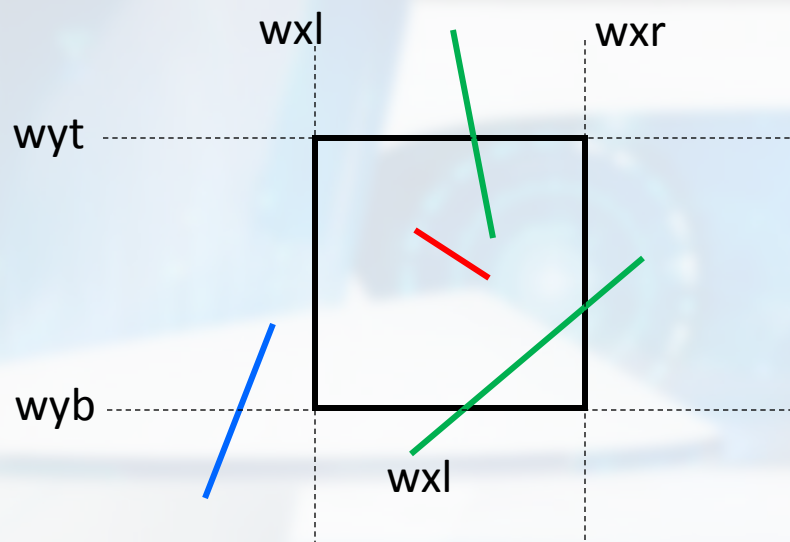
裁剪问题：



1

Liang-Barsky裁剪的思想

要解决的问题：对直线段 $p_1(x_1, y_1)p_2(x_2, y_2)$ 进行裁剪



1

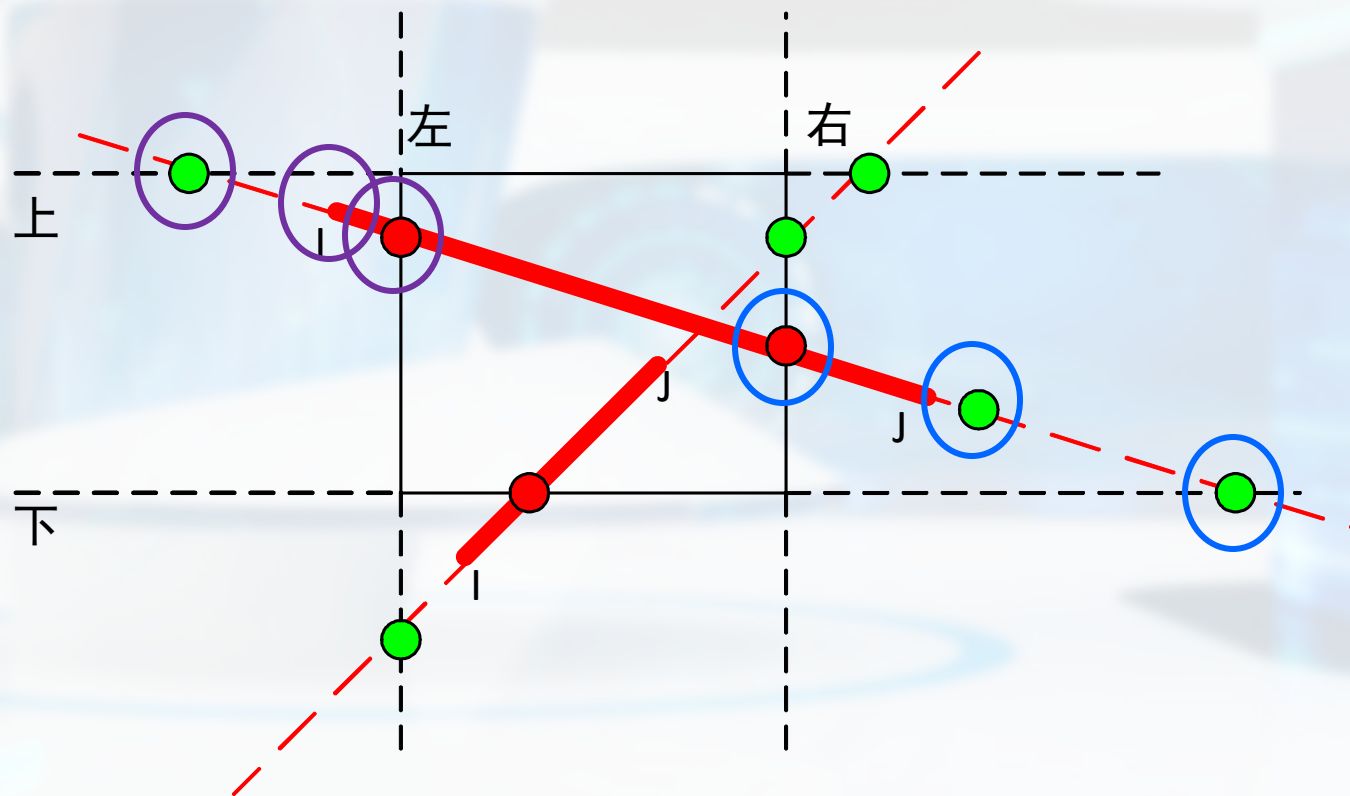
Liang-Barsky裁剪的思想



1

Liang-Barsky裁剪的思想

分析： $I(x_1, y_1)$ 和 $J(x_2, y_2)$

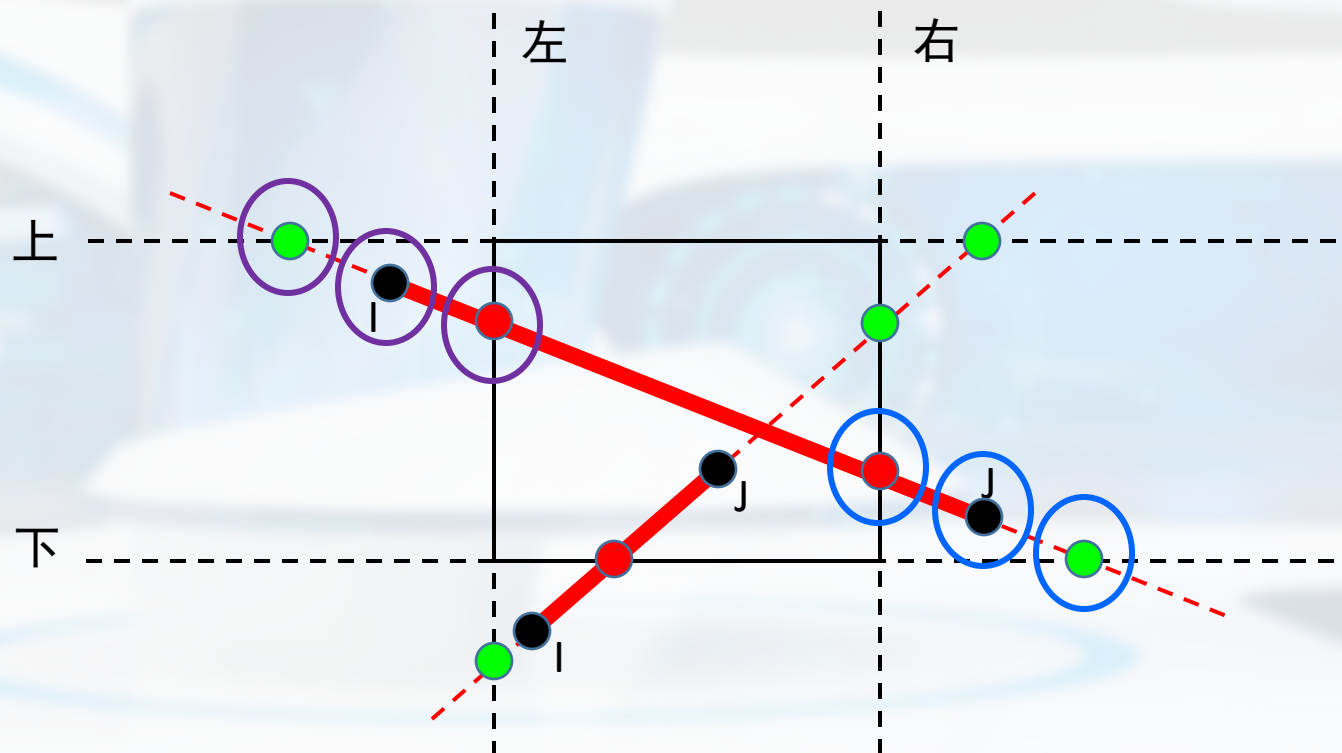


将线段看成有方向性：外到内 内到外

1

Liang-Barsky裁剪的思想

分析： $I(x_1, y_1)$ 和 $J(x_2, y_2)$



将线段看成有方向性：外到内 内到外

1

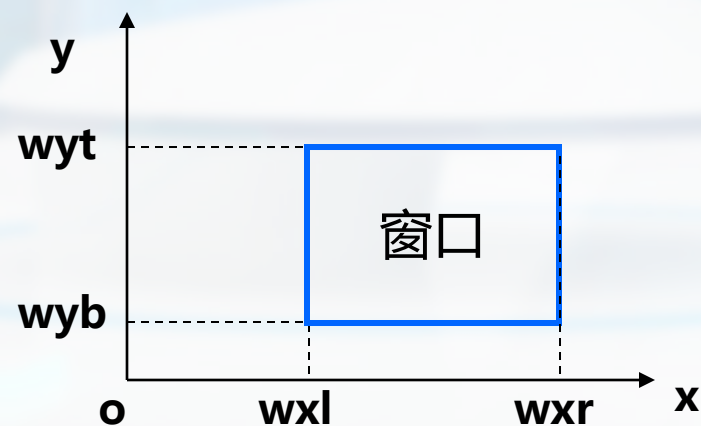
Liang-Barsky裁剪的思想

任意直线段I (X_1, Y_1) J (X_2, Y_2) 的参数方程：

$$\begin{aligned}x &= x_1 + u \cdot (x_2 - x_1) \\ y &= y_1 + u \cdot (y_2 - y_1)\end{aligned}$$

$$0 \leq u \leq 1$$

给定裁剪窗口：



1

Liang-Barsky裁剪的思想

如果任一点在窗口内则：

$$\begin{aligned}wxl &\leq x_1 + u \cdot (x_2 - x_1) \leq wxr \\ wyb &\leq y_1 + u \cdot (y_2 - y_1) \leq wyt\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}u \cdot (x_1 - x_2) &\leq x_1 - wxl && \text{左边界} \\ u \cdot (x_2 - x_1) &\leq wxr - x_1 && \text{右边界} \\ u \cdot (y_1 - y_2) &\leq y_1 - wyb && \text{下边界} \\ u \cdot (y_2 - y_1) &\leq wyt - y_1 && \text{上边界}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}p_1 &= x_1 - x_2 & q_1 &= x_1 - wxl \\ p_2 &= x_2 - x_1 & q_2 &= wxr - x_1 \\ \text{令：} p_3 &= y_1 - y_2 & q_3 &= y_1 - wyb \\ p_4 &= y_2 - y_1 & q_4 &= wyt - y_1\end{aligned}$$

$$u \cdot p_k \leq q_k \quad k=1,2,3,4$$

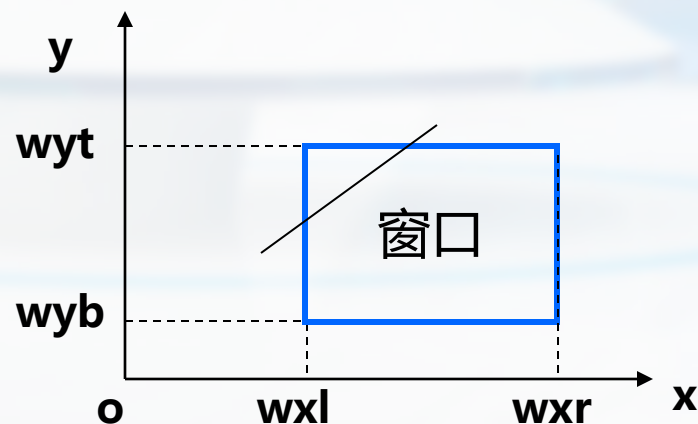
1

Liang-Barsky裁剪的思想

$u \cdot p_k \leq q_k$ 其中： $k=1,2,3,4$

- ❖ 取 “=” 时求得的 u 对应的是直线与窗口边界的交点
- ❖ 1、2、3、4分别对应左、右、下、上边界
- ❖ $u=0$ 和 1 时分别对应直线的起点和终点

那么，请问裁剪后的两端点是哪些点？

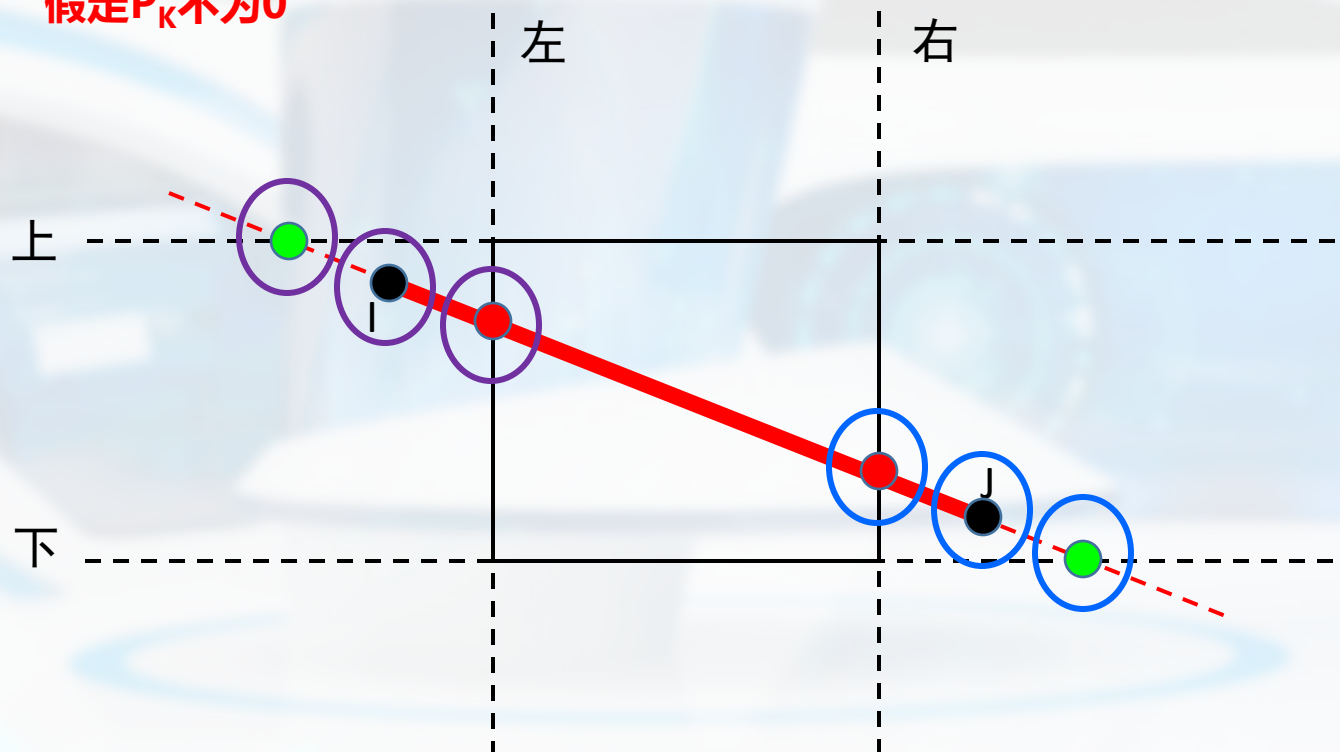


1

Liang-Barsky裁剪的思想

分析：裁剪的本质

假定 P_k 不为0



$$U_{\text{one}} = \max(0, u_{k|pk < 0}, u_{k|pk < 0})$$

$$U_{\text{two}} = \min(1, u_{k|pk > 0}, u_{k|pk > 0})$$

例如：对于IJ

P_1, P_4 小于0 U_{one} 在0、 u_1 、 u_4 取大者

P_2, P_3 大于0 U_{two} 在1、 u_2 、 u_3 取小者

限制条件：

如果 $U_{\text{one}} \leq U_{\text{two}}$ 取可求得两端点

1

Liang-Barsky裁剪的思想

如果 $U_{one} > U_{two}$ 表明什么？

学校

教室



1

Liang-Barsky裁剪的思想

如果 $U_{one} > U_{two}$ 表明什么？

学校



1

Liang-Barsky裁剪的思想

如果 $U_{one} > U_{two}$ 表明什么？

学校

教室



1

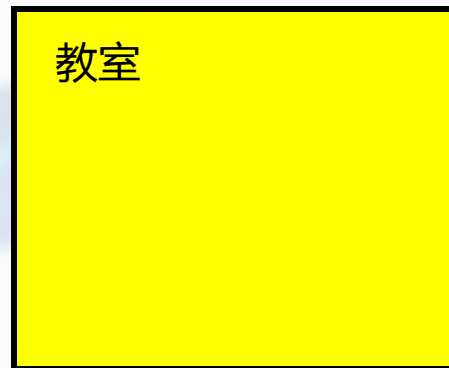
Liang-Barsky裁剪的思想

如果 $U_{one} > U_{two}$ 表明什么？

◆先离开



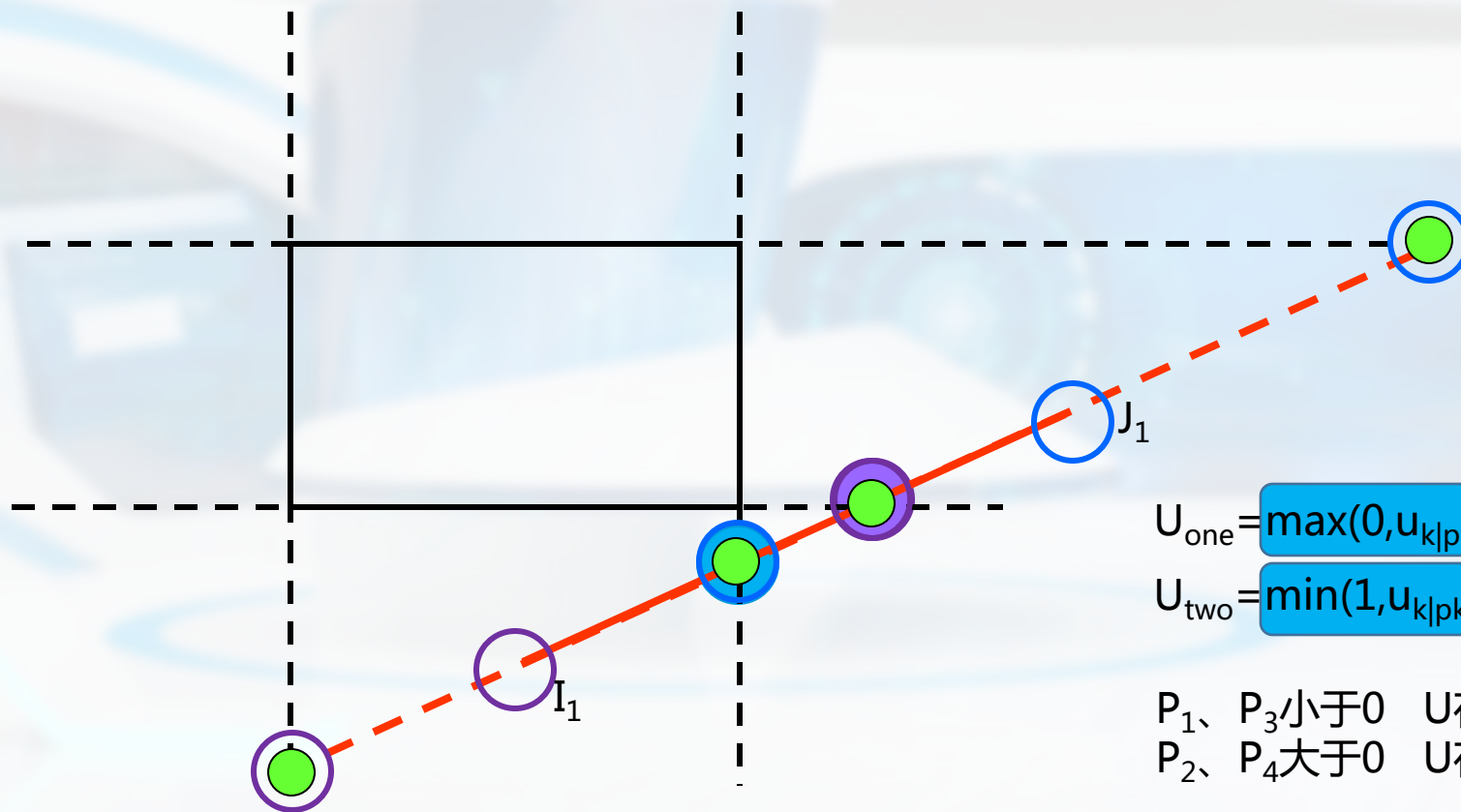
◆再进入



1

Liang-Barsky裁剪的思想

如果 $U_{one} > U_{two}$ 表明什么？



$$U_{one} = \max(0, u_{k|pk < 0}, u_{k|pk < 0})$$

$$U_{two} = \min(1, u_{k|pk > 0}, u_{k|pk > 0})$$

P_1, P_3 小于 0 U 在 0、 U_1 、 U_3 取大者

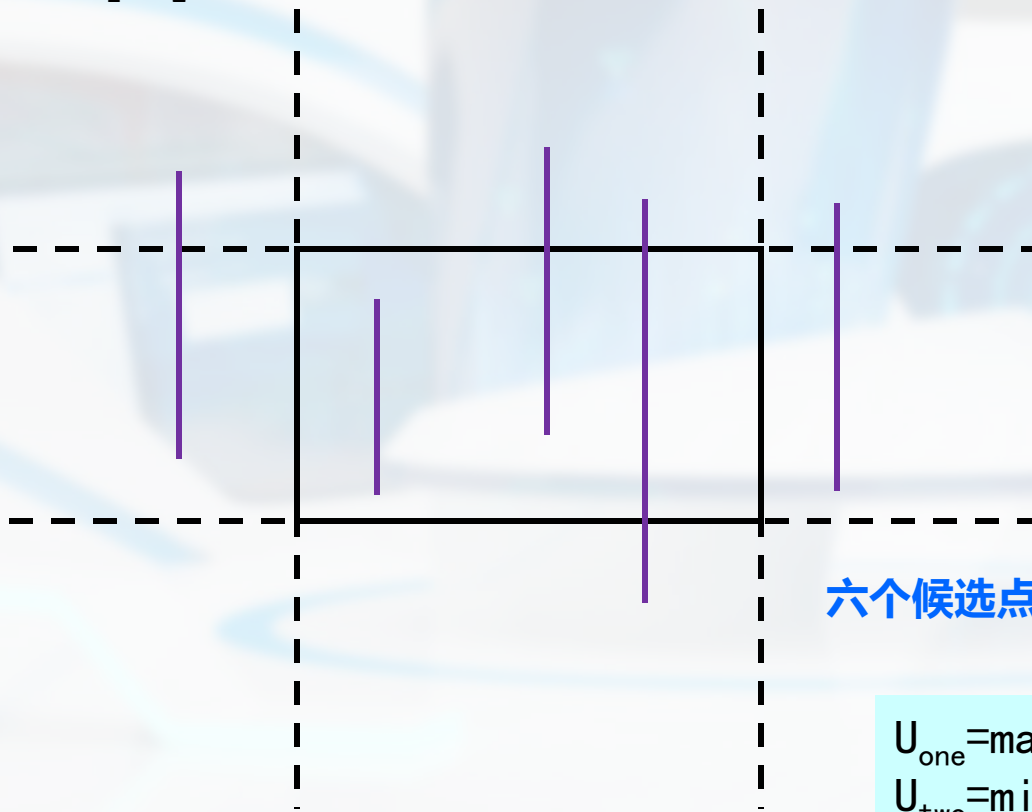
P_2, P_4 大于 0 U 在 1、 U_2 、 U_4 取小者

1

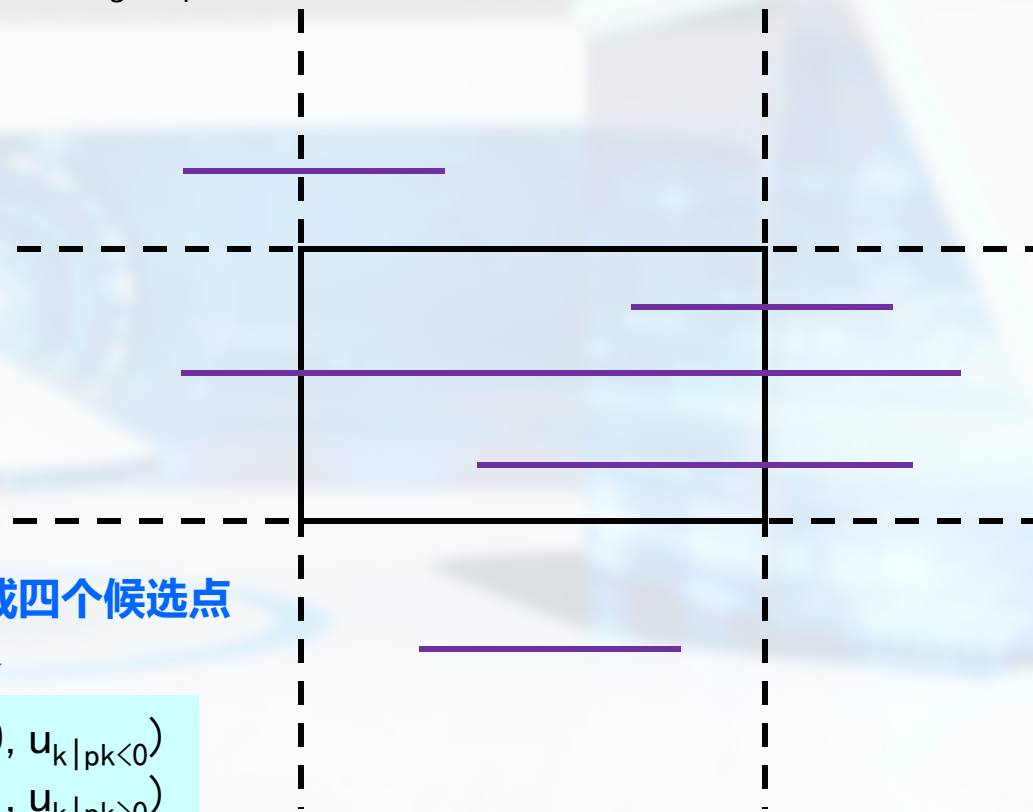
Liang-Barsky裁剪的思想

特殊处理： P_k 为0

◆ $p_1=p_2=0$ 直线段与窗口左右边界平行



◆ $p_3=p_4=0$ 直线段与窗口左右边界平行



六个候选点变成四个候选点



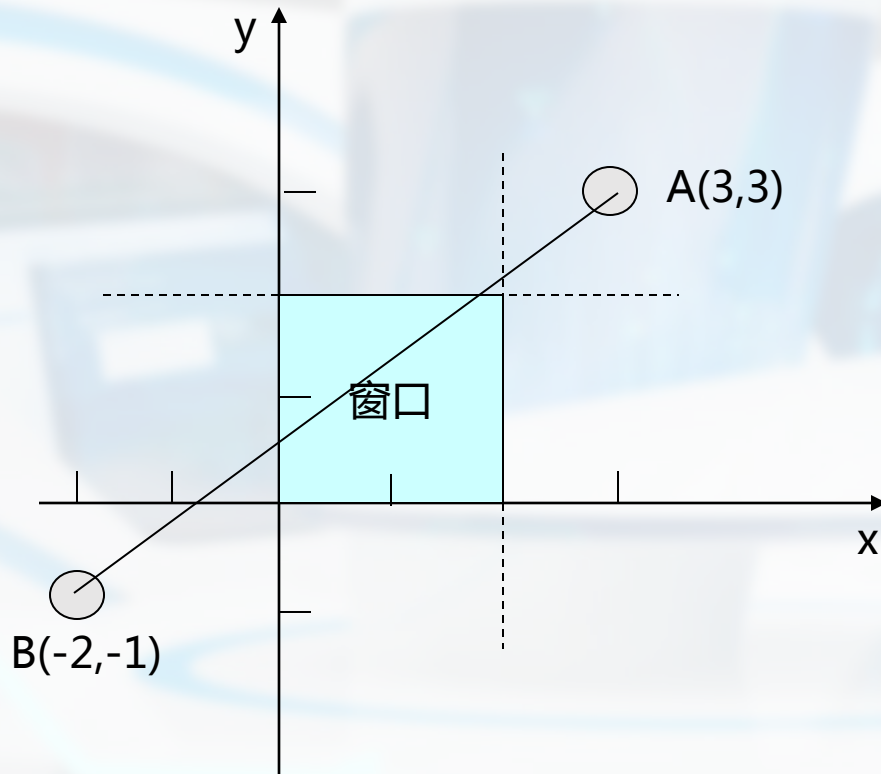
$$U_{\text{one}} = \max(0, u_k | p_k < 0)$$

$$U_{\text{two}} = \min(1, u_k | p_k > 0)$$

2

Liang-Barsky裁剪的实例

实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。



解：

直线段AB的参数方程为：

$$\begin{aligned}x &= 3 + u \cdot (-2 - 3) \\ y &= 3 + u \cdot (-1 - 3)\end{aligned} \quad (0 \leq u \leq 1)$$

即：

$$\begin{aligned}x &= 3 - 5u \\ y &= 3 - 4u\end{aligned} \quad (0 \leq u \leq 1)$$

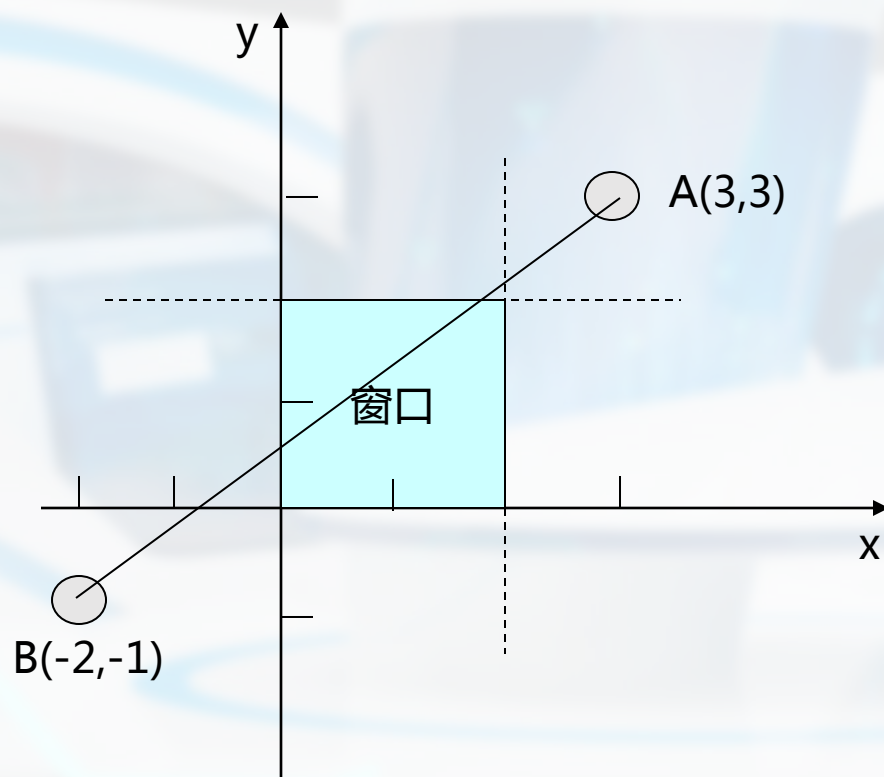
这里：

$$\begin{aligned}w_{xl} &= 0, w_{xr} = 2 \\ w_{yb} &= 0, w_{yt} = 2\end{aligned}$$

2

Liang-Barsky裁剪的实例

实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。



因此：

$$p_1 = x_1 - x_2 = 5 > 0$$

$$p_2 = x_2 - x_1 = -5 < 0$$

$$p_3 = y_1 - y_2 = 4 > 0$$

$$p_4 = y_2 - y_1 = -4 < 0$$

$$q_1 = x_1 - wxl = 3$$

$$q_2 = wxr - x_1 = -1$$

$$q_3 = y_1 - wyb = 3$$

$$q_4 = wyt - y_1 = -1$$

可见P均不为0

直线段与窗口边界的交点计算如下：

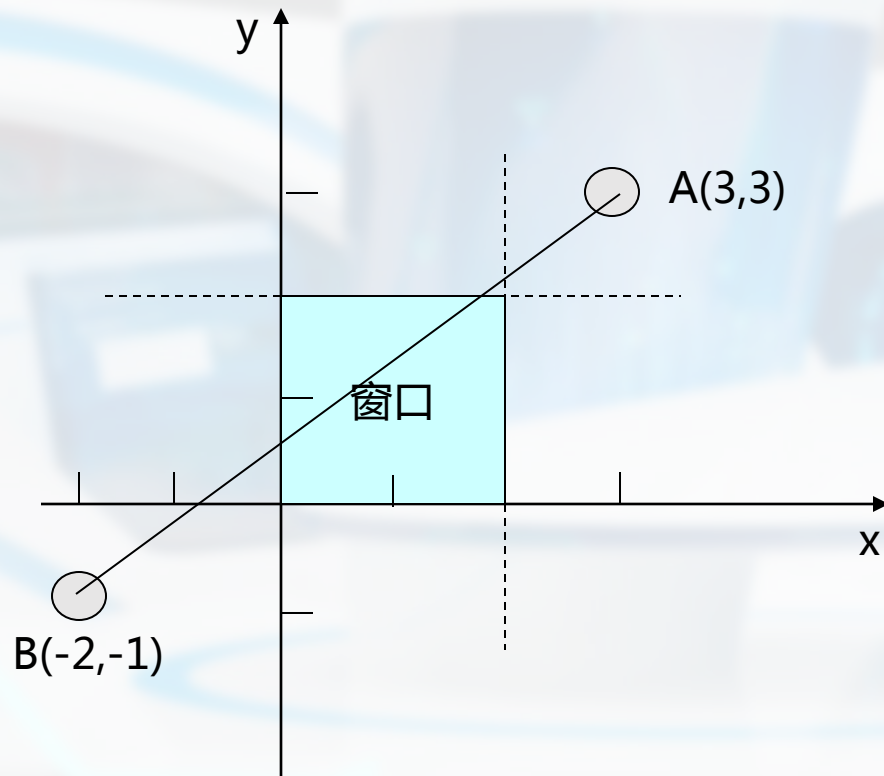
$$u_k \cdot p_k = q_k \quad k=1,2,3,4$$

$$\text{则 } u_1=0.6, u_2=0.2, u_3=0.75, u_4=0.25$$

2

Liang-Barsky裁剪的实例

实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。



由于有：

p_1 、 p_3 大于0， p_2 、 p_4 小于0

$$U_{\text{one}} = \max(0, u_{k|pk < 0}, u_{k|pk < 0})$$

$$U_{\text{two}} = \min(1, u_{k|pk > 0}, u_{k|pk > 0})$$

因此：

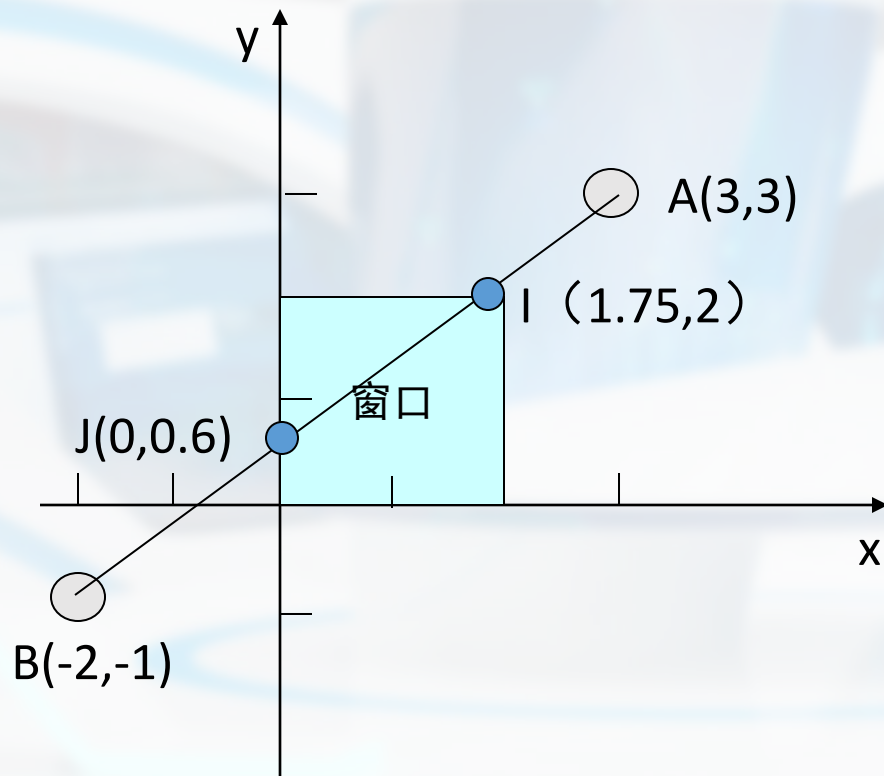
$$U_{\text{one}} = \max(0, u_2, u_4) = \max(0, 0.2, 0.25) = 0.25$$

$$U_{\text{two}} = \min(1, u_1, u_3) = \min(1, 0.6, 0.75) = 0.6$$

2

Liang-Barsky裁剪的实例

实例：试用liang-barsky算法裁剪图中的线段AB。



可见 $U_{\text{one}} < U_{\text{two}}$, 它们分别对应输出直线段的起点和终点

由于有：

$$x = 3 - 5u$$

$$y = 3 - 4u$$

因此：

U_{one} 对应的交点为I (1.75, 2)

U_{two} 对应的交点为J(0, 0.6)

裁剪后输出线段的端点即为I (1.75, 2) 和 J(0, 0.6) , 四舍五入后为I (2, 2) 和 J(0, 1)。



谢谢

软件学院 万琳