

遇见非规则（上）： 自然的奥秘——分形几何

华中科技大学软件学院 万琳





提纲

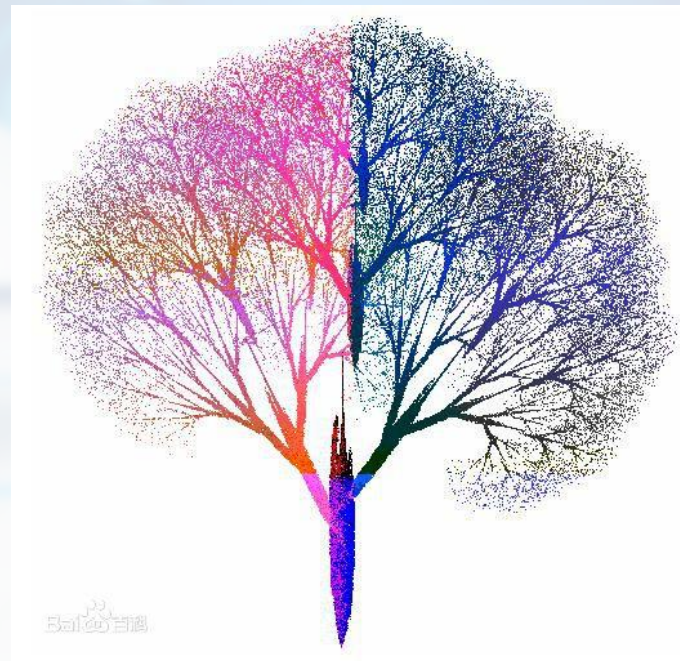
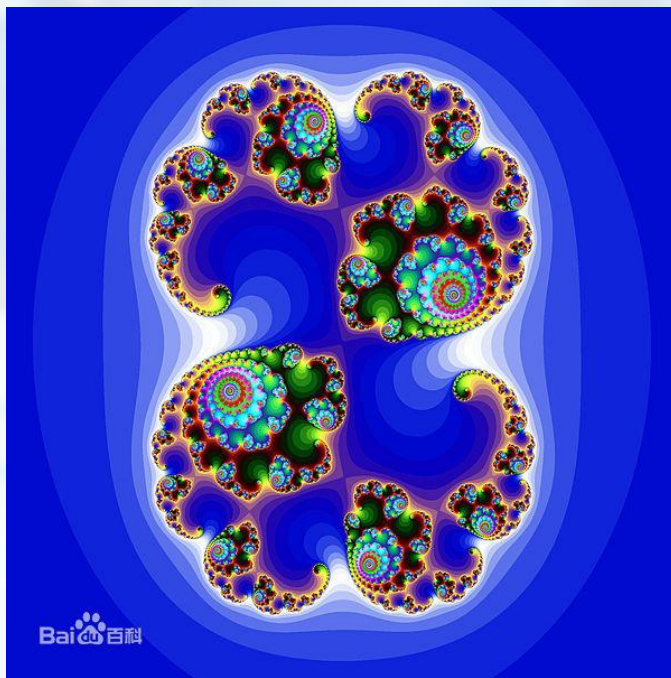
- ① 什么是分形几何？
- ② 分数维造型方法
- ③ 形状语法
- ④ 分数维造型程序思想：递归

1

什么是分形几何？

“谁不知道熵概念就不能被认为是科学上的文化人，将来谁不知道分形概念，也不能称为有知识。”

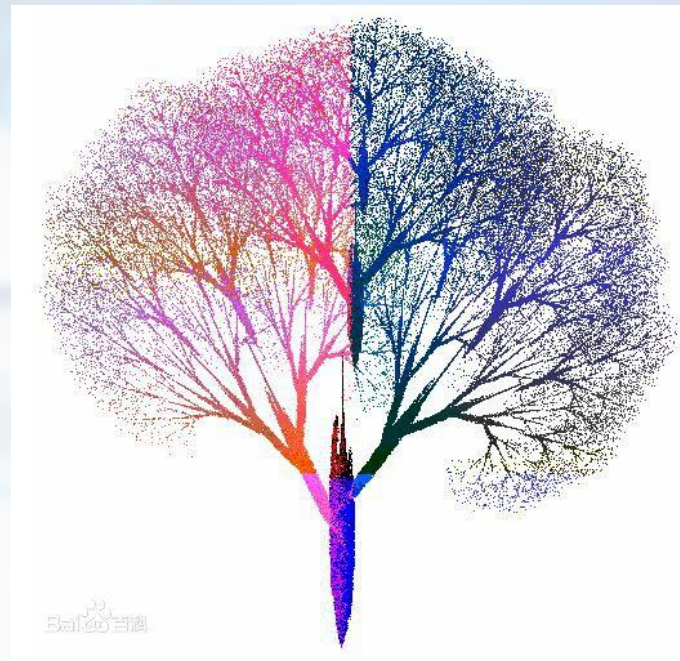
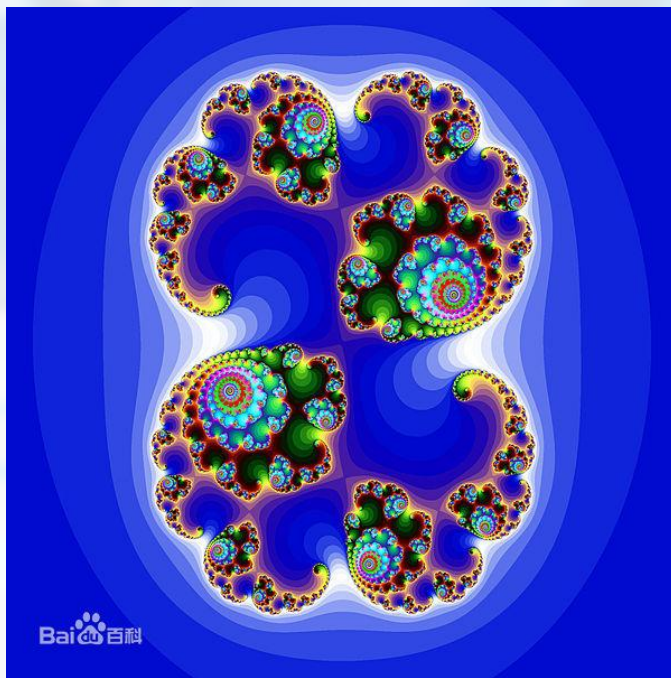
——物理学家惠勒



1

什么是分形几何？

分形，具有以非整数维形式充填空间的形态特征。通常被定义为“一个粗糙或零碎的几何形状，可以分成数个部分，且每一部分都（至少近似地）是整体缩小后的形状”，即具有自相似的性质。



1

什么是分形几何？



芒德勃罗

分形，具有以非整数维形式充填空间的形态特征。通常被定义为“一个粗糙或零碎的几何形状，可以分成数个部分，且每一部分都（至少近似地）是整体缩小后的形状”，即具有自相似的性质。

分形（Fractal）一词，是芒德勃罗创造出来的，其原意具有不规则、支离破碎等意义。

1

什么是分形几何？

分形名字fractal的由来

据芒德布罗教授自己说，fractal一词是1975年夏天的一个寂静夜晚，他在冥思苦想之余偶翻他儿子的拉丁文字典时，突然想到的。

此词源于拉丁文形容词fractus，对应的拉丁文动词是frangere（“破碎”、“产生无规碎片”）。此外与英文的fraction（“碎片”、“分数”）及fragment（“碎片”）具有相同的词根。

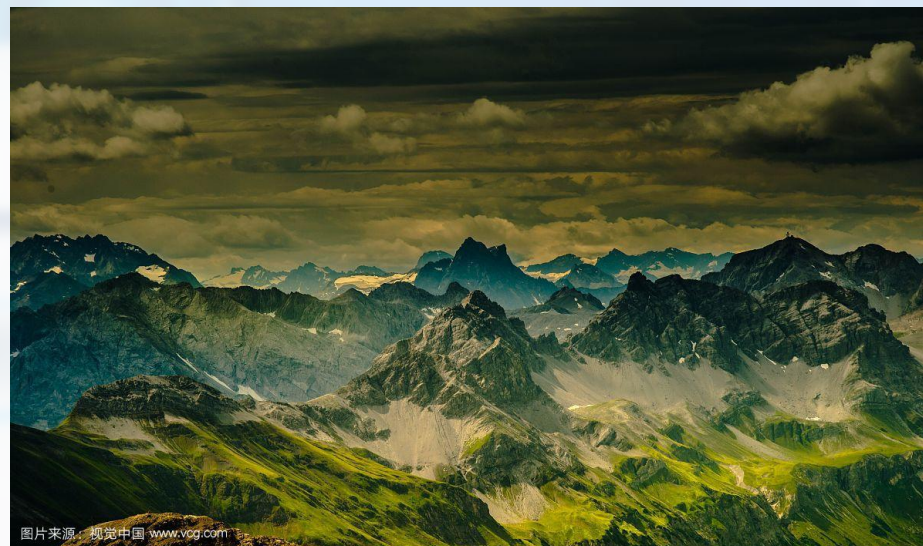
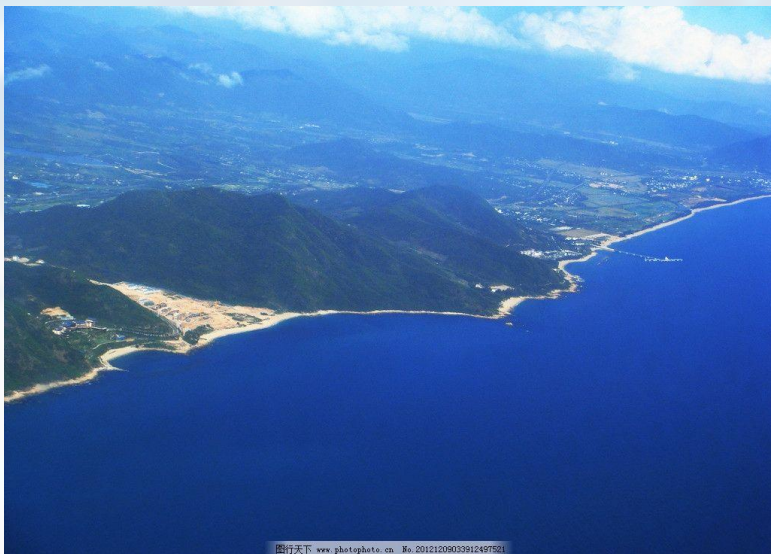
因此，取拉丁词之头，英文之尾的fractal，本意是不规则的、破碎的、分数的。

1

什么是分形几何？

分形描述的对象

芒德布罗是想用此词来描述自然界中传统欧几里德几何学所不能描述的一大类复杂无规的几何对象。例如，弯弯曲曲的海岸线、起伏不平的山脉，粗糙不堪的断面，变幻无常的浮云，九曲回肠的河流，纵横交错的血管，令人眼花缭乱的满天繁星等。



1

什么是分形几何？

分形几何与传统几何相比的特点：

- (1) **不规则**：从整体上看，分形几何图形是处处不规则的。例如，海岸线和山川形状，从远距离观察，其形状是极不规则的。
- (2) **自相似**：在不同尺度上，图形的规则性又是相同的。上述的海岸线和山川形状，从近距离观察，其局部形状又和整体形态相似，它们从整体到局部，都是自相似的。

由于这种现象在自然界普遍存在，因此分形几何学又被称为描述大自然的几何学。

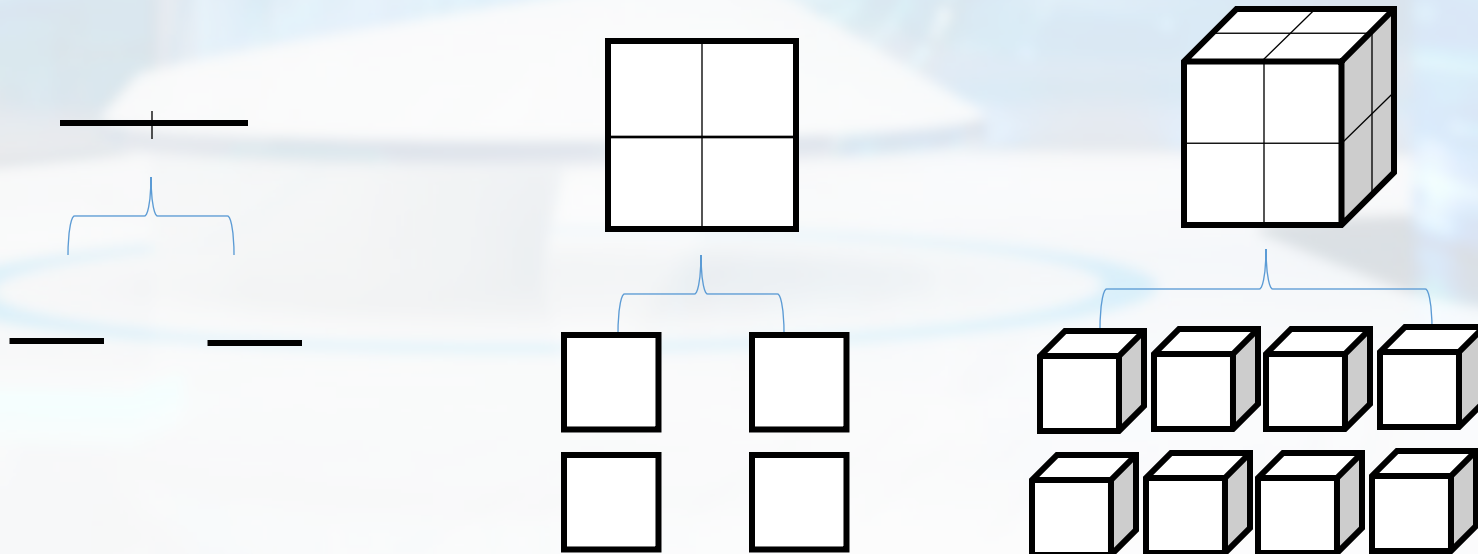
1

什么是分形几何？

分形维数的概念：

我们首先画一个线段、正方形和立方体，它们的边长都是1。将它们的边长二等分，此时，原图的线度缩小为原来的 $1/2$ ，而将原图等分为若干个相似的图形。

其线段、正方形、立方体分别被等分为 2^1 、 2^2 和 2^3 个相似的子图形，其中的指数1、2、3，正好等于与图形相应的经验维数。



1

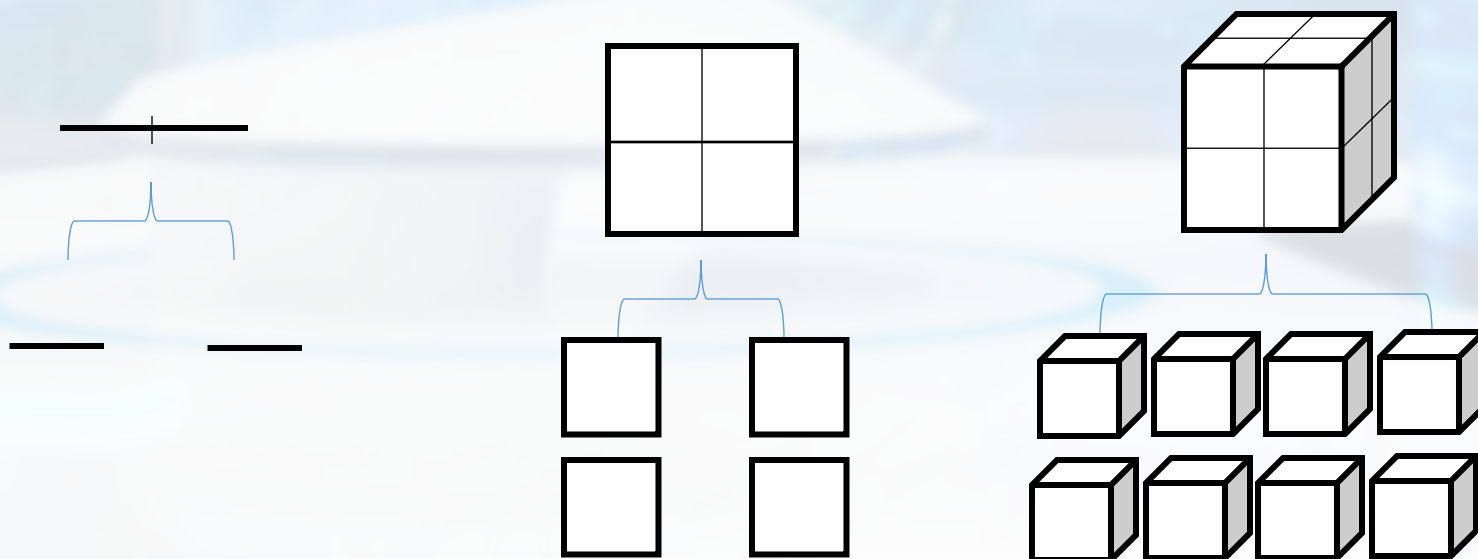
什么是分形几何？

分形数维的概念：

一般说来，如果某图形是由把原图缩小为 $1/a$ 的相似的 b 个图形所组成，
则有： $a^D=b$ 。

其中，指数 D 就是分形维数，也称为相似性维数。

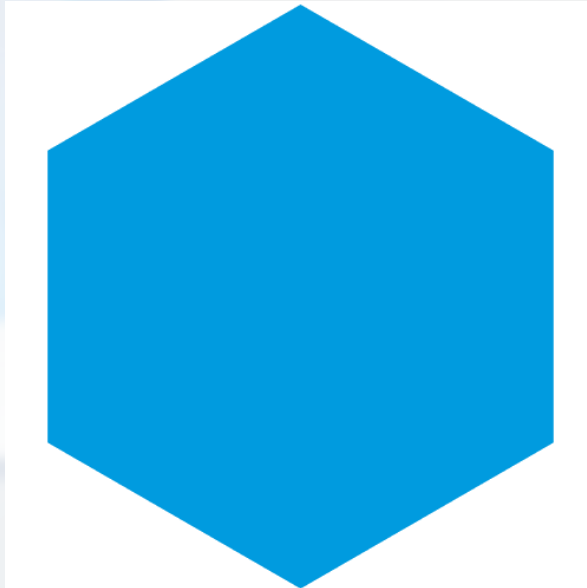
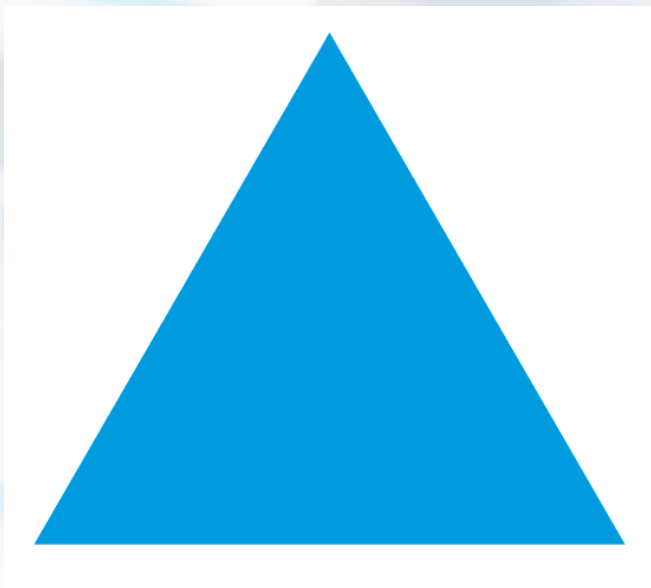
D 可以是整数，也可以是分数。



2

分数维造型

分数维造型的概念：以分形几何为基础的造型技术。



2

分数维造型

分形的定义：

分形几何物体具有一个基本特征：无限的自相似性。

无限的自相似性是指物体的整体和局部之间细节的无限重现。

分数维造型：

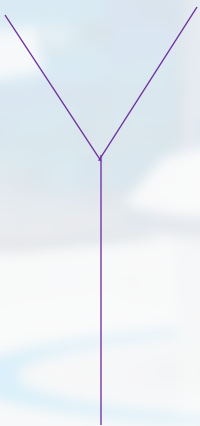
- 分形维数，又称分数维数
- 生成过程：**初始生成元(initiator)**、**生成元(generator)**

2

分数维造型

分数维造型：

- 分形维数，又称分数维数
- 生成过程：初始生成元(initiator)、生成元(generator)



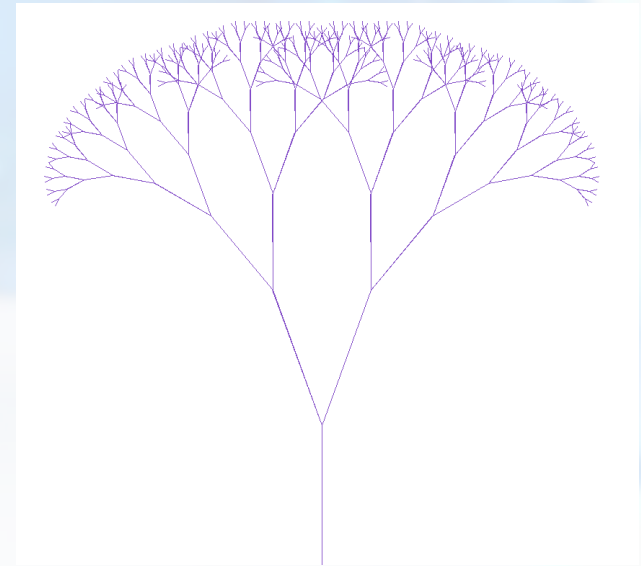
(a)初始生成元



(b)一次迭代



(c)二次迭代



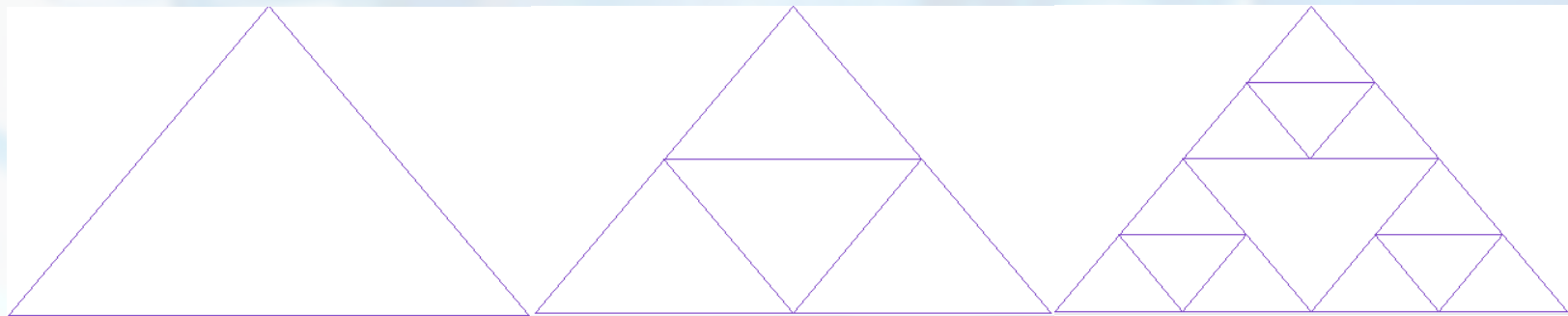
2

分数维造型

分数维造型：

- 分形维数，又称分数维数
- 生成过程：初始生成元(initiator)、生成元(generator)

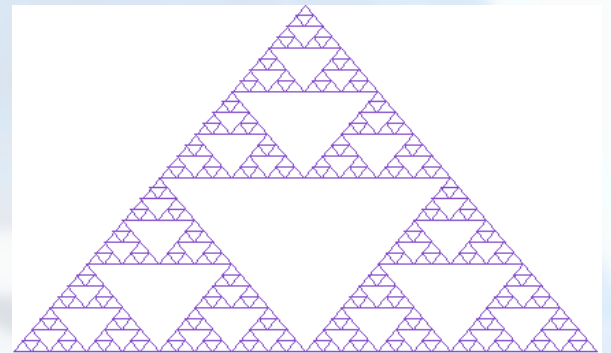
著名的谢尔宾斯基三角形



初始生成元

一次迭代

二次迭代

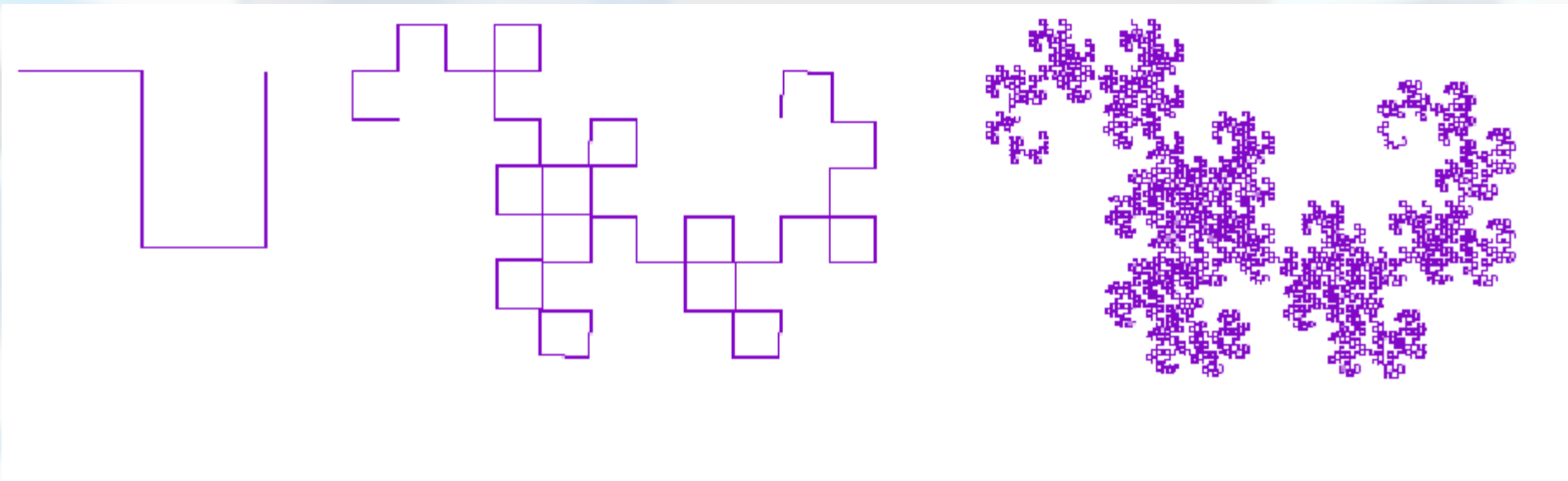


五次迭代

2

分数维造型

分数维造型实例：



一次、五次、六次迭代的龙骨曲线

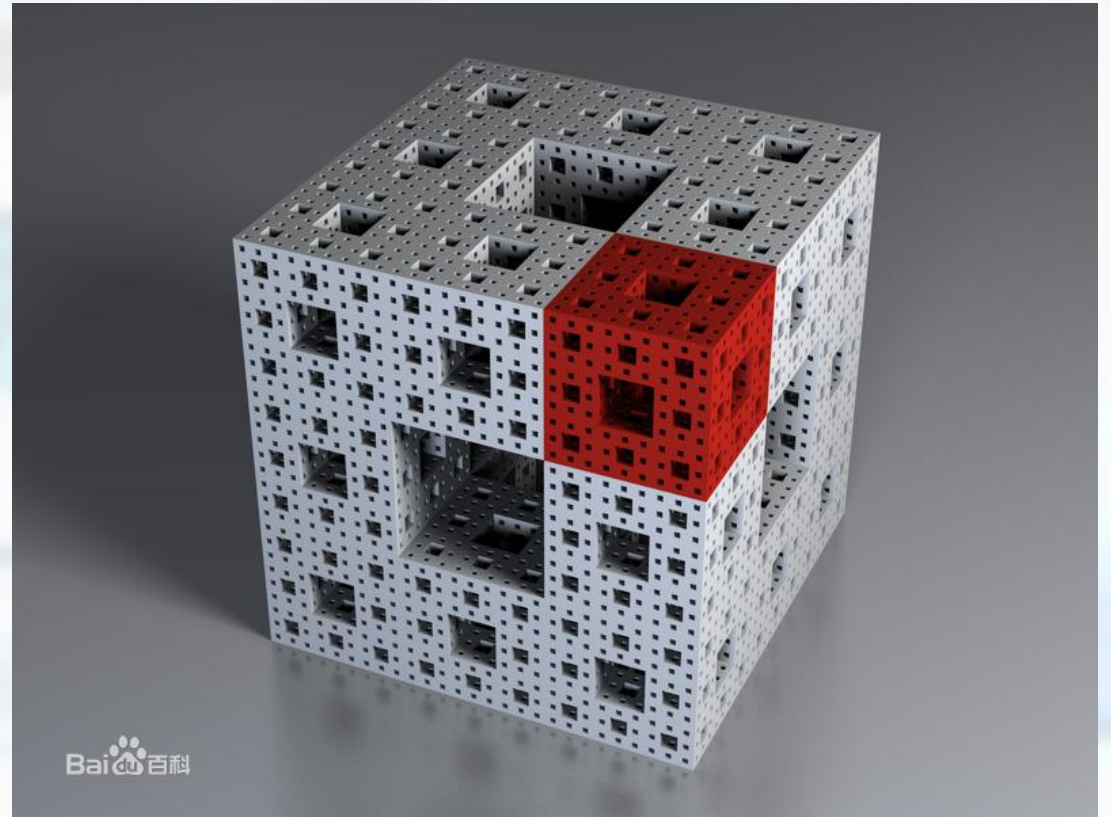
2

分数维造型

分数维造型实例：



蕨菜叶

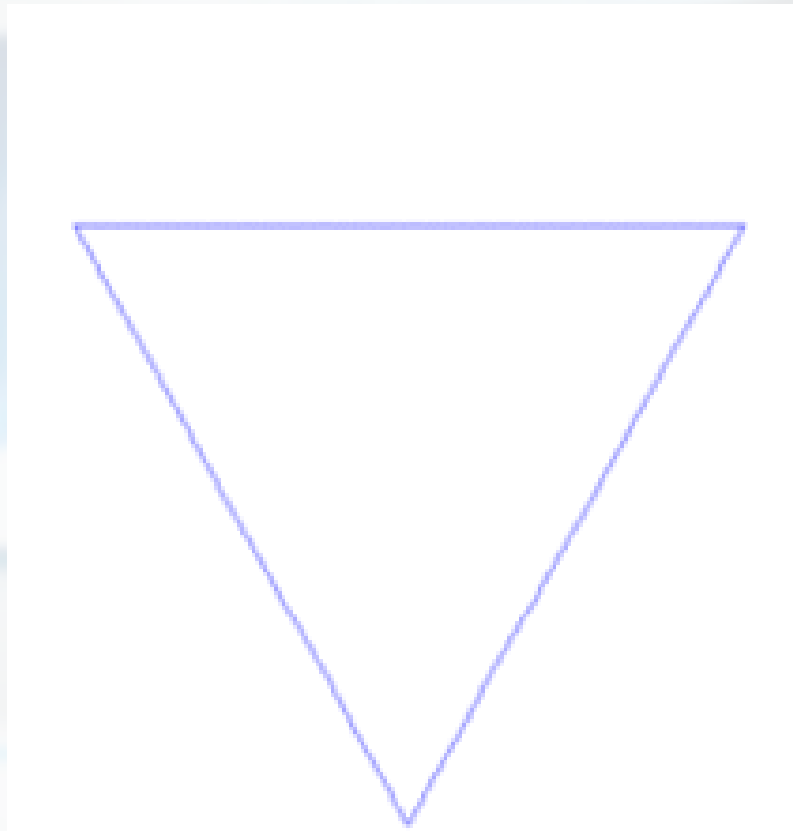


门格海绵

2

分数维造型

分数维造型实例：



科赫Koch雪花曲线

3

形状语法

形状语法 (shape grammars) : 给定一组产生式规则, 形状设计者可以在从给定初始物体到最终物体结构的每一次变换中应用不同的规则。

L语法

例子: Koch 雪花曲线

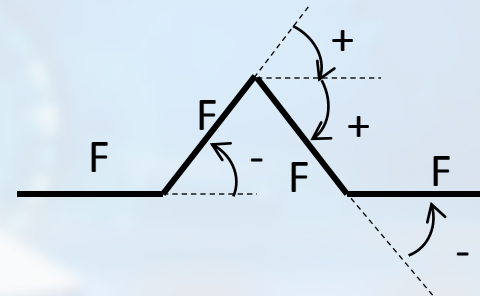
几何解释

- F : 向前画一条线
- + : 右转
- - : 左转

n=0 F



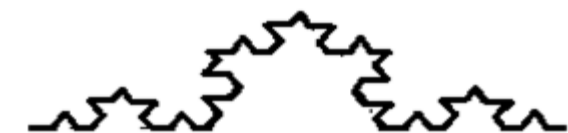
n=1 F-F++F-F



n=2 F-F++F-F-F-F++F-F++F-F++F-F-F-F++F-F



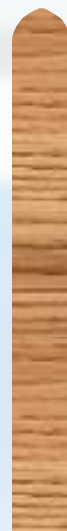
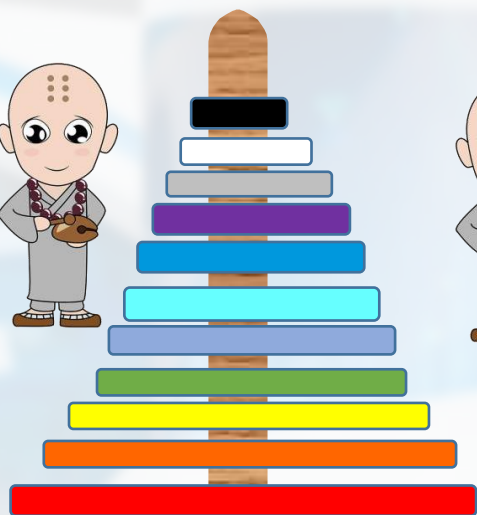
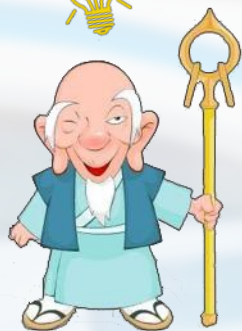
n=3



4

分数维造型程序思想：递归

汉诺塔问题



A

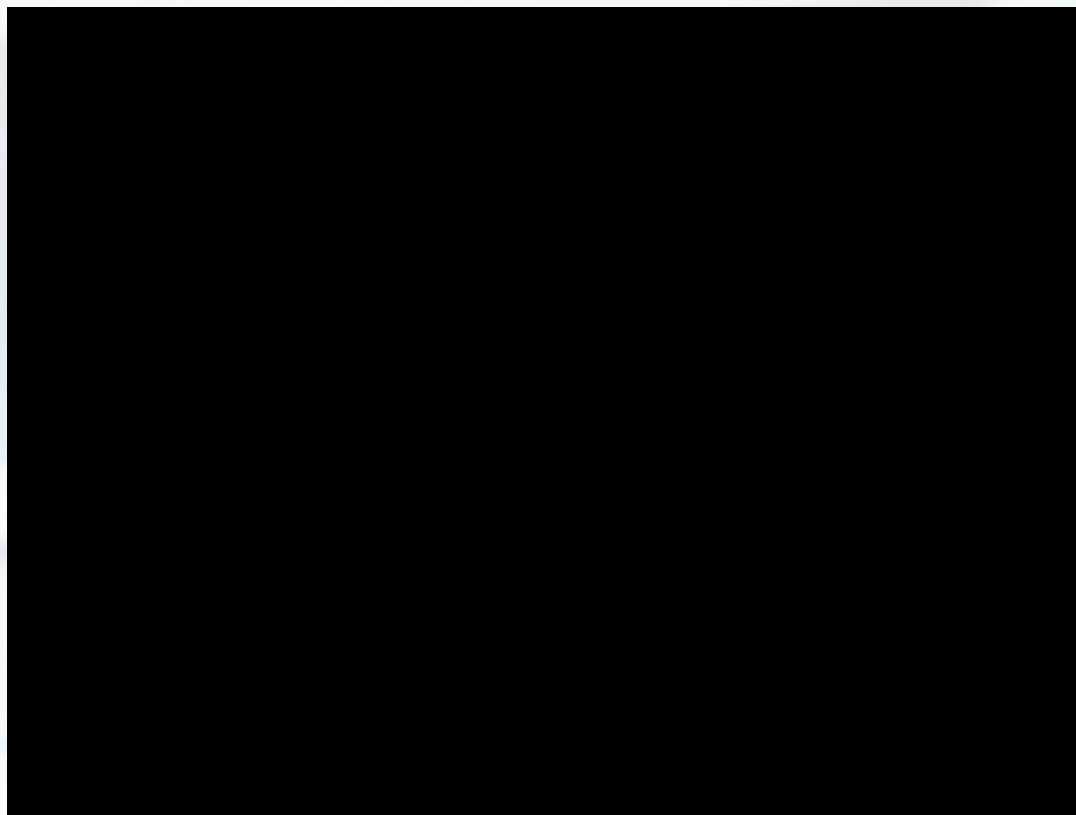
B

C

4

分数维造型程序思想：递归

汉诺塔问题



《猩球崛起》

4

分数维造型程序思想：递归

To iterate is to human, to recurse , divine.
人理解迭代，神理解递归。

——L. Peter Deutsch



谢谢

软件学院 万琳