Матмодель *Задача двоетапного стохастичного програмування.*

i – номер авіалінії,

k – вид літака, $k = \overline{1..3}$

$\overline{a_i}$ – місячна потреба в пассажироперевозках. Рівномірно розподілена на відрізку $[\gamma_i, \delta_i]$.

b_k – загальне число літаків $k^{\text{ого}}$ типу

c_{ik} – експлуатаційні витрати $k^{\text{ий}}$ тип, на $i^{\text{ій}}$ авіалінії (у тис. грн)

s_i – додаткові організаційні витрати на $i^{\text{ій}}$ авіалінії

x_{ik} – кількість літаків $k^{\text{ого}}$ типу, на $i^{\text{ій}}$ авіалінії

r_k – витрати на простій літака $k^{\text{ого}}$ типу

s_i – додаткові витрати на організацію додаткових літаків на $i^{\text{ій}}$ авіалінії

λ_{ik} – середня кількість пасажирів, яку може перевезти літак $k^{\text{ого}}$ типу, з $i^{\text{ої}}$ авіалінії

Перший етап треба знайти такий план $x = \|x_{ik}\|$, для якого

$$min\, M\left\{\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{3} c_{ik}x_{ik}\right\} \qquad (1)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ik} \le b_k\,, k = \overline{1..3} \qquad (2)$$ обмеження на кількість літаків

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} \ge a_i\,, i = \overline{1..4} \qquad (3)$$ план перевезення

Позначимо обсяг перевезень, який перевіз літак $k^{\text{ого}}$ *типу, з* $i^{\text{ої}}$ *авіалінії через* W_i

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} = W_i\,, i = \overline{1..4} \qquad (4)$$

Введемо вектор компенсації $Y = \|y_i\|$, де $\mathrm{y_i} = a_i - W_i, i = \overline{1..4}$

Та матрицю компенсації $\mathrm{Q}(x, \mathrm{a}) = \sum_{i=1}^{4} Q(x, a_i) = \sum_{i=1}^{4} Q_i(W_i, a_i)$ (5)

де $Q_i(W_i, a_i) = \begin{cases} c_{ik}\left(\dfrac{a_i - W_i}{\lambda_{ip}} + 1\right) + s_i \text{ якщо } a_i \geq W_i; (\text{витрати на дод. літаки}) \\ \sum\limits_{k=1}^{3} r_k x_{ik}, \text{якщо } a_i < W_i. (\text{втрати від простою літака}) \end{cases}$ (6)

Використовуючи відношення (1) – (5) запишемо детермінований еквівалент в такому вигляді:

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{3} c_{ik}x_{ik} + \sum_{i=1}^{4} Q_i(W_i, a_i)\right\} \qquad (7)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ik} \leq b_k, k = \overline{1..3} \qquad (8)$$

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} \geq a_i, i = \overline{1..4} \qquad (9)$$

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} = W_i, i = \overline{1..4}, \qquad (10)$$

$$x_{ik} \geq 0 \qquad (11)$$

Така задача (7) – (11) зводиться до задачі квадратичного програмування

$$\min M\left\{\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{3} c_{ik}x_{ik} + \sum_{i=1}^{4} q_i^{(1)}(\overline{a_i} - W_i) + \sum_{i=1}^{4} \frac{\left(q_i^{(1)} + q_i^{(2)}\right)}{2}(W_i - \gamma_i)^2\right\} \quad (12)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^{4} x_{ik} \leq b_k, k = \overline{1..3} \qquad (13)$$

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} \geq a_i, i = \overline{1..4} \qquad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{3} \lambda_{ik}x_{ik} = W_i, i = \overline{1..4}, \qquad (15)$$

$$x_{ik} \geq 0 \qquad (16)$$