

九 微波布拉格衍射

【目的要求】

1. 了解与学习微波产生的基本原理以及传播和接收等基本特性。
2. 观测微波衍射、干涉等实验现象。
3. 观测模拟晶体的微波布拉格衍射现象。
4. 通过迈克耳逊实验测量微波波长。

【实验简介】

微波波长从 1m 到 0.1mm，其频率范围从 300MHz~3000GHz，是无线电波中波长最短的电磁波。微波波长介于一般无线电波与光波之间，因此微波有似光性，它不仅具有无线电波的性质，还具有光波的性质，即具有光的直线传播、反射、折射、衍射、干涉等现象。微波的波长比普通的电磁波要短得多，因此，其反射、辐射、传播与接收器件都有自己的特殊性。它的波长又比 X 射线和光波长得多，如果用微波来仿真“晶格”衍射，发生明显衍射效应的“晶格”可以放大到宏观的尺度。

微波通常由能够使电子产生高频集体振荡的器件（如调速管或固态微波信号发生器等）产生。微波的检测可用检波二极管将微波信号转变为直流信号并直接由电表指示。由于微波的波长与测量、传输设备的线度有相同的数量级，传统的电阻、电容、电感等元件由于辐射效应和趋肤效应都不再适用，必须用专门设计的微波元件如波导管、波导元件、谐振腔等来代替。这些专门设计的波导器件用来传输和存储特定波长范围和偏振特性一定的微波。

本实验的重点是观察微波照射到人工制作的晶体模型时的衍射，用来模拟 X 射线在真实晶体上的衍射现象，并验证布拉格衍射公式。为了加深对微波干涉、衍射和偏振等现象的了解，我们还安排了如下的选做实验：微波的单缝衍射、双缝干涉和迈克尔孙干涉三个实验。

【实验仪器与用具】

DHMS-1 型微波光学综合实验仪一套（图 1），包括：X 波段微波信号源、微波发生器、发射喇叭、接收喇叭、微波检波器、检波信号数字显示器、可旋转载物平台和支架，以及实验用附件（反射板、分束板、单缝板、双缝板、晶体模型、读数机构等）。



图 1 微波光学综合实验仪

- | | | | | |
|-------------|---------------|--------------|-----------|------------|
| 1. X 波段信号源 | 2. 固定臂 | 3. 长支柱 | 4. 紧固蝶形螺丝 | 5. 信号源传输电缆 |
| 6. 频率调节旋钮 | 7. 功率调节旋钮 | 8. 发射器喇叭 | 9. 指针 | |
| 10. 载物圆台 | 11. 圆形支架 | 12. 短支柱 | 13. 接收器喇叭 | |
| 14. 接收旋转部件 | 15. 接收器信号输出插座 | 16. 检流计调零电位器 | | |
| 17. 检流计电源开关 | 18. 检流计信号输入插座 | 19. 转动臂 | 20. 紧固螺杆 | |
| 21. 移动装置 | 22. 圆形底盘 | 23. 水平调节机脚 | 24. 模拟晶格 | |
| 25. 玻璃板 | 26. 反射板 | 27. 单缝板 | 28. 双缝板 | |

【实验原理】

1. 微波的产生和接收

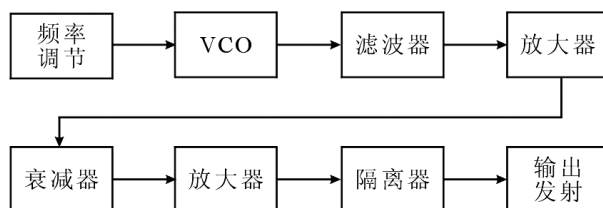


图 1 微波产生的原理框图

本实验使用的微波发生器是采用电调制方法实现的，优点是应用灵活，参数调配方便，适用于多种微波实验,其工作原理框图见图 2。微波发生器内部有一个电压可调控制的 VCO，用于产生一个 4.4GHz-5.2GHz 的信号，它的输出频率可以随输入电压的不同作相应改变，经过滤波器后取二次谐波 8.8GHz-9.8GHz，经过衰减器作适当的衰减后，再放大，经过隔离器后，通过探针输出至波导口，再通过 E 面天线发射出去。

接收部分采用检波/数显一体化设计。由 E 面喇叭天线接收微波信号，传给高灵敏度的检波管后转化为电信号，通过穿心电容送出检波电压，再通过 A/D 转换，由液晶显示器显示微波相对强度。

2. 微波布拉格衍射实验

1. 晶体结构

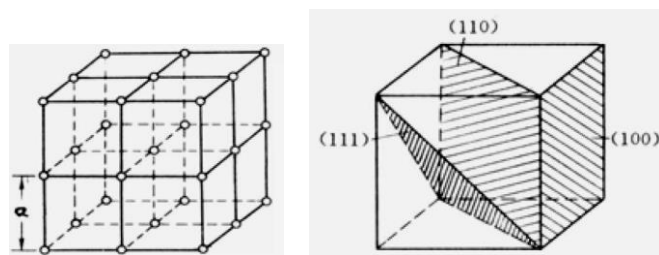


图 3 (a) 立方晶格模型，(b) 晶面指数。

组成晶体的原子或分子按一定规律在空间周期性排列。其中最简单的结构，是组成晶体的原子在直角坐标中沿 x、y、z 三个方向，按固定的距离 a 在空间依序重复排列，形成简单的立方点阵，如图 3 所示，原子间距 a 称为晶格常数。组成晶体的原子可以看成分别处在一系列相互平行而且间距一定的平面族上，这些平面称为晶面。当然，晶面有许多不同的取法，其中最重要也是最常用的有三种，如图 3 (b) 所示，这些晶面分别称为 (100) 面、(110) 面、(111) 面，圆括号中的三个数字称为晶面指数。其中 (100) 面的法线方向指向坐标轴方向，相邻两个 (100) 面的间距等于晶格常数 a ；(110) 面的法线方向沿坐标平面中正方形的对角线方向，相邻两个 (110) 面的间距为 $a/\sqrt{2}$ ；(111) 面的法线沿正立方体的体对角线方向，相邻两个 (111) 面的间距为 $a/\sqrt{3}$ 。当然，还有许许多多更复杂的取法形成其他取向的晶面族。一般而言，晶面指数为 (n_1, n_2, n_3) 的晶面族，其相邻的两个晶面间距 $d = a / \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$ 。

2. 布拉格衍射

如同光波入射到二维的平面光栅要受到光栅的衍射，电磁波入射到晶体也要受到晶体的衍射。二维光栅对光的衍射实质上是平面上各个小孔的衍射波相干叠加的结果。如今，取代平面上小孔的是三维空间中原子组成的格点，可看作是一个三维的光栅网络。晶体对电子波衍射

的实质是每个格点上的原子产生的散射波的相干叠加。它们的相干叠加的第一步可看作是同一晶面上各个原子发出的散射波的相干叠加，形成每一个晶面的衍射波；第二步是同一晶面族的不同晶面的衍射波之间的相干叠加。

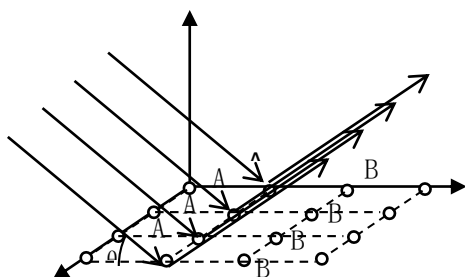


图 4 同一个晶面的散射波示意图。

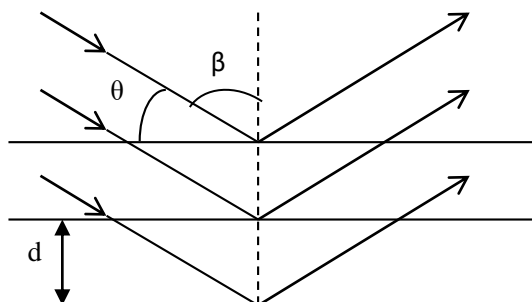


图 5 不同晶面的散射波示意图。

处在同一平面上的和原子组成一个晶面，它们的散射波相干叠加的结果遵从反射定律，反射角等于入射角，如图 4 所示；而从间隔为 d 的相邻两个晶面反射的两束波的程差为 $2d\sin\theta$ ， θ 为入射角与晶面的夹角，如图 5 所示。显然只有满足

$$2d \sin \theta = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

时，才能形成干涉极大。方程 (1) 称为晶体衍射的布拉格条件，如果改成通常习惯使用的入射角 β 表示，布拉格条件可写为：

$$2d \cos \beta = k\lambda, k = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

布拉格条件给出观察到衍射极大的入射角与衍射角方向，如果布拉格条件得到满足，每一个晶面族在特定方向产生一个衍射极大，从实验上测得衍射极大的方向角 β ，并且知道波长 λ ，从布拉格条件可求出晶面间距 d ，通过进一步分析可以确定晶格常数 a 。反之，若已知晶格常数 a ，可求出波长 λ 。

实际晶体的晶格常数为 10^{-10}m 数量级，为了观察到晶体对电磁波的衍射，晶格常数与电磁波的波长必须是同一数量级，这正是 X 射线的波长范围，因此通常用 X 射线在晶体上的衍射来研究晶体的结构。由于 X 射线衍射仪价格昂贵，实际晶体衍射结果的分析处理也比较复杂，因此本实验用比较简单而且直观的晶体模型代替看不见的实际晶体的复杂结构，用比较便宜而且直观的晶体模型代替看不见的实际晶体的复杂结构，用比较便宜的微波分光仪代替昂贵的 X 射线衍射仪模拟晶体对 X 射线的衍射，学习 X 射线衍射的原理和方法。

由于不同晶面族的曲线不同，晶面间隔也不相同，因此当入射波的方向及波长固定、晶体的取向也固定时，不同取向的晶面不能同时满足布拉格条件，甚至没有一族晶面能够满足布拉格条件。为了观察到尽可能多的衍射极大，得到尽可能多的关于晶体结构的信息，在研究晶体

结构的实际工作中，采用不同的办法：转动晶体，采用多晶或粉末样品（二者都包含大量取向不同的微小晶体）代替单晶、采用包含波长连续变化的 X 射线代替波长单一的 X 射线。在本模拟实验中，使用入射方向固定、波长单一的微波及单晶模型，从而采用转动晶体模型和接收喇叭的方向，类似布拉格父子当初（1913 年）采用的方法。

因微波的波长可在几厘米，所以可用一些铝制的小球模拟微观原子，制作晶体模型。具体方法是将金属小球用细线串联在空间有规律地排列，形成如同晶体的简单立方点阵。各小球间距 d 设置为 4cm（与微波波长同数量级）左右。此时就可以用微波与晶体模型进行布拉格衍射的实验，验证公式（1）和（2）。

3. 微波的单缝衍射实验

当一平面微波入射到一宽度和微波波长可比拟的一狭缝时，在缝后就要发生如光波一般的衍射现象。同样中央零级最强，也最宽，在中央的两侧衍射波强度将迅速减小，如图 6 和图 7 所示。

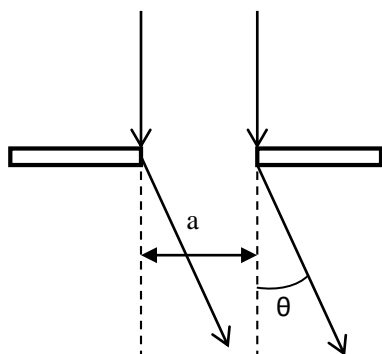


图 6 单缝衍射示意图

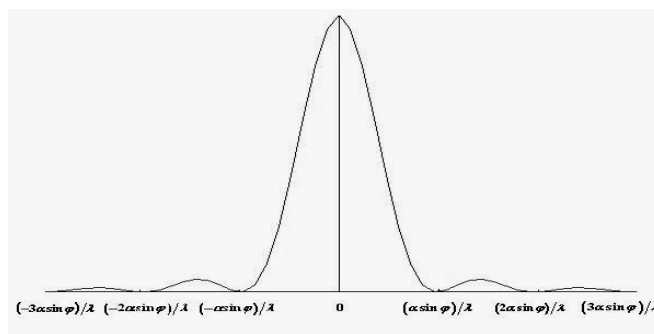


图 7 单缝衍射强度分布

根据光的单缝衍射公式推导可知，如为一维衍射，微波单缝衍射图样的强度分布规律也为：

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \mu}{\mu^2} \quad \mu = \frac{\pi \alpha \sin \varphi}{\lambda} \quad (3)$$

式中 I_0 是中央主极大中心的微波强度， α 为单缝的宽度， λ 是微波的波长， φ 为衍射角，

$\sin \mu^2 / \mu^2$ 常叫做单缝衍射因子，表征衍射场内任一点微波相对强度的大小。一般可通过测量衍射屏上从中央向两边微波强度变化来验证公式（3）。同时与光的单缝衍射一样，当

$$\alpha \sin \varphi = \pm \kappa \lambda \quad \kappa = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (4)$$

时，相应的 φ 角位置衍射度强度为零。如测出衍射强度分布如图 7 则可依据第一级衍射最小值所对应的 φ 角度，利用公式（4），求出微波波长 λ 。

4. 微波的双缝干涉实验

当一平面波垂直入射到一金属板的两条狭缝上，狭缝就成为次级波波源。由两缝发出的次级波是相干波，因此在金属板的背后面空间中，将产生干涉现象。当然，波通过每个缝都有衍射现象。因此实验将是衍射和干涉两者结合的结果。为了只研究主要来自两缝中央衍射波相互干涉的结果，令双缝的缝宽 α 接近 λ ，例如： $\lambda=3.2\text{cm}$ 。 $\alpha=4\text{cm}$ 。当两缝之间的间隔 b 较大时，干涉强度受单缝衍射的影响小，当 b 较小时，干涉强度受单缝衍射影响大。干涉加强的角度为：

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{k \cdot \lambda}{\alpha + b} \right) \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

干涉减弱的角度为：

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda}{\alpha + b} \right) \quad k=1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

5. 微波的迈克尔逊干涉实验

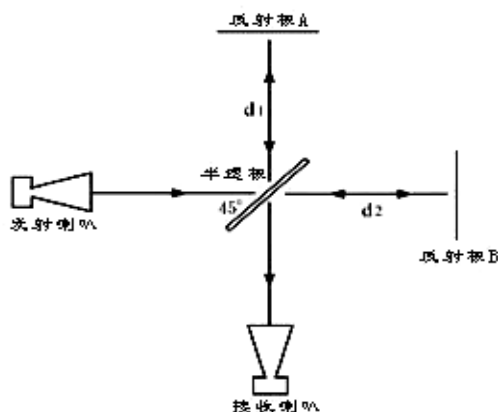


图 8 迈克尔逊干涉原理示意图

在微波前进的方向上放置一个与波传播方向成 45° 角的半透射半反射的分束板（如图 8）。将入射波分成一束向金属板 A 传播，另一束向金属板 B 传播。由于 A、B 金属板的全反射作用，两列波再回到半透射半反射的分束板，回合后到达微波接收器处。这两束微波同频率，在接收器处将发生干涉，干涉叠加的强度由两束波的程差（即位相差）决定。当两波的相位差为 $2k\pi$, ($k=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 时，干涉加强；当两波的相位差为 $(2k+1)\pi$ 时，则干涉最弱。当 A、B 板中的一块板固定，另一块板可沿着微波传播方向前后移动，当微波接收信号从极小（或极大）值到又一次极小（或极大）值，则反射板移动了 $\lambda/2$ 距离。由这个距离就可求得微波波长。

【可在“磁致伸缩效应实验”中观看光学迈克尔逊干涉仪结构】

6. 微波的偏振实验

电磁波是横波，它的电场强度矢量 E 和波的传播方向垂直。如果 E 始终在垂直于传播方向的平面内某一确定方向变化，这样的横电磁波叫线极化波，在光学中也叫偏振光。如一线极化电磁波以能量强度 I_0 发射，而由于接收器的方向性较强（只能吸收某一方向的线极化电磁波，相当于一光学偏振片，如图 9。发射的微波电场强度矢量 E 如在 P_1 方向，经接收方向为 P_2 的接收器后（发射器与接收器类似起偏器和检偏器），其强度 $I = I_0 \cos^2 \alpha$ ，其中 α 为 P_1 和 P_2 的夹角。这就是光学中的马吕斯（Malus）定律，在微波测量中同样适用。

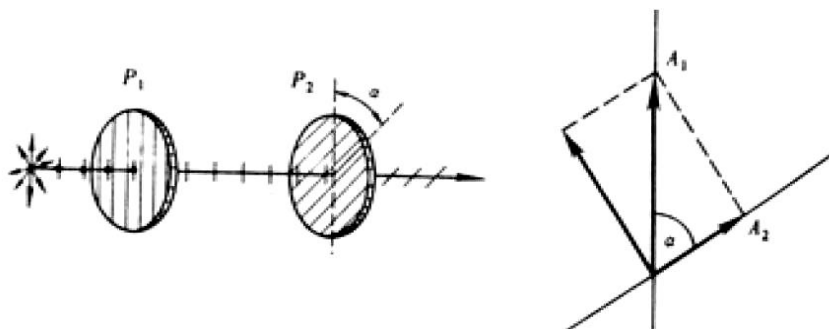


图 9 光学中的马吕斯定律

【实验内容】

1. 测量微波的双缝干涉，计算微波的波长，并与频谱分析仪测量的波长结果相比较；
2. 观察布拉格衍射，测量晶面（100）面和（110）面的布拉格衍射。利用测量得到的布拉格角度和晶格常数，估算相应的微波波长，并与频谱分析仪测量的波长结果相比较；
3. 迈克尔逊干涉实验，观察干涉现象，计算微波的波长，并与频谱分析仪测量的波长结果相比较。

实验准备：将实验仪器放置在水平桌面上，调整底座四只脚使底盘保持水平。调节保持发射喇叭、接收喇叭、接收臂、活动臂为直线对直状态，并且调节发射喇叭，接收喇叭的高度相同。连接好 X 波段微波信号源、微波发生器间的专用导线，将微波发生器的功率调节旋钮逆时针调到底，即微波功率调至最小，通电并预热 10 分钟。

具体的实验内容如下：

1. 微波的单缝衍射（选做）

仪器连接时，按需要先调整单缝衍射板的缝宽，转动载物台，使其上的 180 刻线与发射臂的指针一致，然后把单缝衍射板放到载物台，并使狭缝所在平面与入射方向垂直，利用弹簧压片把单缝的底座固定在载物台上。

转动接收臂使其指针指向载物台的 0 刻线，打开振荡器的电源，并调节衰减器，使接收电表的指示在 100-150mV 之间。然后转动接收臂，每隔 2° 记下一次接收信号的大小。为了准确测量波长，要仔细寻找衍射极小的位置。当接收臂已转到衍射极小附近时，可把衰减器转到零的位置，以增大发射信号提高测量的灵敏度。

根据记录数据，画出单缝衍射强度与衍射角度的关系曲线。并根据微波衍射强度一级极小角度和缝宽 α ，计算微波波长 λ 和其百分误差（表中 $U_{\text{左}}$ 、 $U_{\text{右}}$ 是相对于 0 刻度两边对应角度的电压值）。

数据记录：

φ (°)	0	3	6	9	12	15	……
$U_{\text{左}}$ (mV)							
$U_{\text{右}}$ (mV)							

2. 微波的双缝干涉

按需要调整双缝干涉板的缝宽。将双缝干涉板安置在支座上时，应使双缝板平面与载物圆台上 90° 指示线一致。转动小平台使固定臂的指针在小平台的 180° 处。此时相当于微波从双缝干涉板法线方向入射。这时让活动臂置小平台 0° 处，调整信号使液晶显示器显示较大，然后在 0° 线的两侧，每改变 2 度读取一次液晶显示器的读数，并记录下来，然后就可以画出双缝干涉强度与角度的关系曲线。在曲线对应的一级极大、零级极小、一级极小处开展间隔 1° 的精细扫描，并根据微波衍射强度一级极大、零级极小、一级极小的角度和缝宽 α ，计算微波波长 λ 和其百分误差。

数据记录：

φ (°)		0	2	4	6	8	10	12	14	16	...	80
U(mv)	左侧											
	右侧											

3. 布拉格衍射

实验时将支架从载物台上取下，模拟铝球要调节，使上下应成为一方形点阵，各金属球点阵间距相同（4 mm）。由已知的晶格常数 a 和微波波长 λ ，并根据公式可以算出（100）面和（110）面衍射极大的入射角 β ，测量估算值附近且满足入射角等于反射角条件 β 与衍射强度 I 的关系曲

线，写出衍射极大的入射角与理论结果进行比较、分析与讨论。由布拉格衍射测量结果和晶格常数 a ，计算微波波长 λ ，并与已知微波波长比较与讨论。

下面以 (100) 面时的实验为例，详细说明实验步骤如下：将模拟晶体架插在载物平台上的四颗螺柱上，这样便使所研究的晶面 (100) 法线正对小平台上的 0 线，固定臂指针对准一侧的 0° 线，接收臂指针对准另一侧 180 线。顺时针转动载物台一定刻度（如 30 度），此时固定臂指针指向负方向 30°，即入射角为负方向 30°；同时把接收臂顺时针转动到正方向 30°，这样便满足入射角和发射角相等且关于晶面法向量对称，都为 30°。实验时每隔 2° 记录一次，在估计发生衍射极大处可适当增加测试点。为了避免两喇叭之间波的直接入射，入射角 β 取值范围最好在 30° 到 80° 之间，寻找一级衍射最大。

数据记录：

入射角 (°)	30	33	36	39	42	45	48	……	80
反射角									
U(mV)									

4. 迈克尔逊干涉实验

在微波前进的方向上放置一玻璃板，使玻璃板面与载物圆台 45° 线在统一面上，固定臂指针指向 90 刻度线，接收臂指针指向 0 刻度线（如图 3）。按实验要求如图安置固定反射板、可移动反射板、接收喇叭。使固定反射板固定在大平台上，并使其法线与接收喇叭的轴线一致。可移动反射板装在一旋转读数机构上后，然后移动旋转读数机构上的手柄，使可移反射板移动，测出 $n+1$ 个微波极小值。并同时从读数机构上读出可移反射板的移动距离 L （注意：旋转手柄要慢，并注意回程差的影响）。波长满足： $\lambda = 2L/n$

数据记录：

最小点读数 (mm)							
---------------	--	--	--	--	--	--	--

5. 微波偏振实验

按实验要求调整喇叭口面相互平行正对共轴。调整信号使显示器接近满度，然后旋转接收喇叭短波导的轴承环（相当于偏转接收器方向），每隔 5° 记录检流计的读数。直至 90°。就可得到一组微波强度与偏振角度关系数据，验证马吕斯定律。注意，做实验时应尽量减少周围环境的影响。

数据记录：

转角	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
理论	200	193.97	176.6	150.0	117.4	82.64	50.0	23.4	6.03	0
实验										

【注意事项】

1. 实验前要先检查电源线是否连接正确。
2. 电源连接无误后，打开电源使微波源预热 10 分钟左右。
3. 实验时，先要使两喇叭口正对，可从接收显示器看出（正对时示数最大）。
4. 为减少接收部分电池消耗，在不需要观测数据或实验结束时，要把显示开关关闭。
5. 如发射器/接收器与支柱内杆松动，需先松开蝶形螺丝后拧紧支杆调整方位后再度拧紧蝶形螺丝。

【思考题】

1. 各实验内容误差主要影响是什么？
2. 金属是一种良好的微波反射器。其它物质的反射特性如何？是否有部分能量透过这些物质还是被吸收了？比较导体与非导体的反射特性。
3. 为避免每台仪器微波间的干扰，使用吸波材料对每套设备进行了微波屏蔽，请问吸波材料的工作机理是什么？与屏蔽微波波长的关系是什么？
4. 假如预先不知道晶体中晶面的方向，是否会增加实验的复杂性？又该如何定位这些晶面？

【参考文献】

- [1] 吕斯骅，段家牴。新编基础物理实验，北京：高等教育出版社，2006。
- [2] DHMS-1A 微波光学综合实验仪说明书