technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth, Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 6

Abgabefrist: Dienstag, 22.05.2015, 10:15 Uhr **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 6.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, f(x) = x + 1$ ist bijektiv.
2. Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot x + |x|$ ist bijektiv.
3. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x|$ ist stetig auf $\mathbb{R}$.
4. Seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt

$$g \circ f \text{ ist stetig in } a \iff g \text{ ist stetig in } a \text{ und } f \text{ ist stetig in } a$$

Aufgabe 6.2 *Polynome* (2+2 Punkte)

1. Bestimmen Sie alle Nullstellen von $x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$. Raten Sie dazu mindestens eine Nullstelle und führen Sie eine Polynomdivision durch.
2. Bestimmen Sie mithilfe der Polynomapproximation (siehe Beispiel 4.3 im Vorlesungsskript) ein Polynom dritten Grades mit den Stützstellen $(1, \frac{14}{3}), (0, 4), (-1, \frac{22}{3})$ und $(3, -6)$. Verwenden Sie die Stützstellen in der gegebenen Reihenfolge. Bitte behalten Sie die Bruchdarstellung bei!
   Die Zahlen sind so gewählt, dass keine komplizierten Brüche auftreten.

Aufgabe 6.3 *Injektivität, Surjektivität* (2+2 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} x^2 - c & \text{falls } x \leq 0 \\ -x + c & \text{falls } x > 0 \end{cases}$ und sei $c \in \mathbb{R}$.

1. Für welche $c \in \mathbb{R}$ ist f injektiv?
2. Für welche $c \in \mathbb{R}$ ist f surjektiv?

Aufgabe 6.4 *Stetigkeit* (2+2 Punkte)

1. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \begin{cases} -2x^2 - 5x & \text{falls } x < -2 \\ |x| & \text{falls } -2 \leq x \leq 1 \\ 3x & \text{falls } x > 1 \end{cases}.$

   Bestimmen Sie, an welchen Stellen $a \in \mathbb{R}$ die Funktion f stetig ist. Geben Sie die Lösung als Intervall oder Vereinigung von Intervallen an.

2. Zeigen Sie mit der ε-δ-Definition, dass $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ mit $f(x) = \sqrt{x}$ auf dem gesamten Definitionsbereich stetig ist. Beweisen oder widerlegen Sie, dass f auch auf dem gesamten Definitionsbereich gleichmäßig stetig ist.