technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth,
Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 12

Abgabefrist: 02.07.2018, 12:15 Uhr **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 12.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Stammfunktion für $f(x) = 4x^3 - \frac{1}{x} + 1$ ist $F(x) = x^4 - \ln(x) + x$.
2. Für $a, b \in \mathbb{R}$ und $f, F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $(F(x))' = f(x)$ gilt:
$$F(a) - F(b) = \int_a^b -f(x)\,\mathrm{d}x$$
3. Es gilt: $\displaystyle\int \frac{u'(x) + v'(x)}{\sqrt{u(x) + v(x)}}\,\mathrm{d}x = 2\sqrt{u(x) + v(x)} + c$, für ein $c \in \mathbb{R}$ und $u, v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig auf $\mathbb{R}$.
4. Das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_0^{e^5} \ln(x)\,\mathrm{d}x$ konvergiert gegen e^5.

Aufgabe 12.2 *Substitution/ Partielle Integration* (1+1+1+1 Punkte)

Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen alle Stammfunktionen. Überprüfen Sie anschließend Ihr Ergebnis durch Ableiten:

1. $f : \mathbb{R} \to [-1, 1]$, $f(x) = \sin^2(x)\cos(x)$
2. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\sin(x^2)$
3. $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2\ln(x)$
4. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 4xe^{2x+1}$

Aufgabe 12.3 *Uneigentliche Integrale* (2+2 Punkte)

Bestimmen Sie folgende uneigentlichen Integrale, falls sie existieren:

1. $\displaystyle\int_0^\infty 2xe^{-2x}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \ln(\sin(x))\cos(x)\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 12.4 *Uneigentliche Integrale/ Partialbruchzerlegung* (2+2 Punkte)

Benutzen sie die Partialbruchzerlegung, um die Brüche aufzuteilen. Bestimmen Sie im Anschluss die folgenden uneigentlichen Integrale, falls sie existieren:

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{x^2-5x-6}\,\mathrm{d}x$
2. $\displaystyle\int_0^1 \frac{12}{x^3+2x^2-x-2}\,\mathrm{d}x$

   Hinweis: Für die Partialbruchzerlegung kann folgende Faktorisierung genutzt werden:
   $x^3+2x^2-x-2=(x+1)(x-1)(x+2)$.