technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth,
Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 9

Abgabefrist: 11.06.2018, 12:15 Uhr **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 9.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine in $[a, b]$ stetige und in (a, b) differenzierbare Funktion. Dann gilt:

$$(\exists c \in (a, b).\ f'(c) = 0) \implies (\exists d \in (a, b).\ f''(d) = 0)$$

2. Sei $c \in \mathbb{R}_{>0}$ eine Konstante. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = c^x$. Dann gilt:

$$f'(x) = \ln(c) \cdot c^x$$

3. Es gibt Funktionen, welche weder konvex noch konkav sind.

4. Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$. Sei $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Dann gilt:

$$f \text{ ist entweder konvex oder konkav}$$

Aufgabe 9.2 *Mittelwertsatz* ((1+2)+1 Punkte)

1. Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Ungleichungen für $x \in \mathbb{R}_{>0}$:
   a) $e^x > 1 + x$
   b) $\ln(x) \geq \frac{x-1}{x}$
2. Sei $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x \sin(\ln(x))$. Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}_{>0}$ mit $a \leq b$ gilt:

$$f(b) - f(a) \leq 2(b - a)$$

.

Aufgabe 9.3 *Kurvendiskussion* (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = 4x + \frac{1}{x+1}$. Bestimmen Sie folgende Eigenschaften von f (vgl. Kapitel 5.6 im Skript, S. 91 – 95):

1. Den maximalen Definitionsbereich (Teilmenge von $\mathbb{R}$)
2. Das asymptotische Verhalten an den Rändern des Definitionsbereichs. Bestimmen Sie falls möglich jeweils eine Gerade, welcher sich f in diesen Bereichen annähert.
3. Vorliegende Symmetrien
4. Alle Nullstellen
5. Alle lokalen Extrema
6. Alle Wendepunkte
7. Alle maximalen Intervalle (Teilmengen des Definitionsbereichs), auf denen f
   a) konvex ist
   b) konkav ist
8. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion f anhand der zuvor bestimmten Eigenschaften.

Aufgabe 9.4 *L'Hospital* (2+2 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte, falls diese existieren:

1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin(x^2)}{x(1-e^x)}$
2. $\lim\limits_{x \searrow 0} \exp_x\left(\frac{1}{\ln(\sin(x)^2)}\right)$