Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth,
Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 14

Abgabefrist: 16.07.2018, 12:15 Uhr **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Hinweis: Dies ist das letzte Übungsblatt. Die Aufgabe 14.4 ist eine freiwillige Bonusaufgabe. Durch die freiwillige Bearbeitung können Zusatzpunkte zum Erreichen der Studienleistung erzielt werden.

Aufgabe 14.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Menge $M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$ ist offen.
2. Gegeben $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Um Stetigkeit von f in $(0,0)$ zu zeigen, reicht es aus, eine Folge $(x_n, y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n, y_n) = (0,0)$ zu finden, für die gilt $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n, y_n) = f(0,0)$.
3. Die Hesse-Matrix einer zweimal stetig differenzierbaren Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ist symmetrisch.
4. Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = t + 4$ ist Lösung der Differentialgleichung $\dot{x} = x - t - 3$ mit der Nebenbedingung $x(0) = 4$.

Aufgabe 14.2 *Punktmengen* (2+2 Punkte)

Stellen Sie folgende Teilmengen des $\mathbb{R}^2$ grafisch dar und begründen Sie die jeweilige Darstellung. Geben Sie jeweils an, ob es sich um eine offene Menge handelt.

1. $M_1 = \{(\sin(\ln^3(t)), \cos(\ln^3(t))) \in \mathbb{R}^2 \mid t \in \mathbb{R}_{>0}\}$
2. $M_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[4n]{(x^4)^n + (y^4)^n} < 1\}$

Aufgabe 14.3 *Stetigkeit im $\mathbb{R}^n$* (2+2 Punkte)

1. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x \cdot \sin(y^6)}{x^4+y^8} & \text{falls } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{falls } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Zeigen Sie, dass f in $(0,0)$ nicht stetig ist.

2. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} \cos(\ln(|y|) \cdot x) \cdot \exp(x + \ln(|y|)\cos(y)) & \text{falls } y \neq 0 \\ 0 & \text{falls } y = 0 \end{cases}$$

   Zeigen Sie, dass f in $\mathbb{R}^2$ stetig ist.

Bonusaufgabe 14.4 *Differenzierbarkeit im $\mathbb{R}^2$* (2+2 Punkte)

Berechnen Sie alle lokalen Extrema folgender Funktionen, falls vorhanden:

1. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = x^3 - xe^y$
2. Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = 3x^3 - 36x + xy^2$