

DAP2 – Heimübung 13

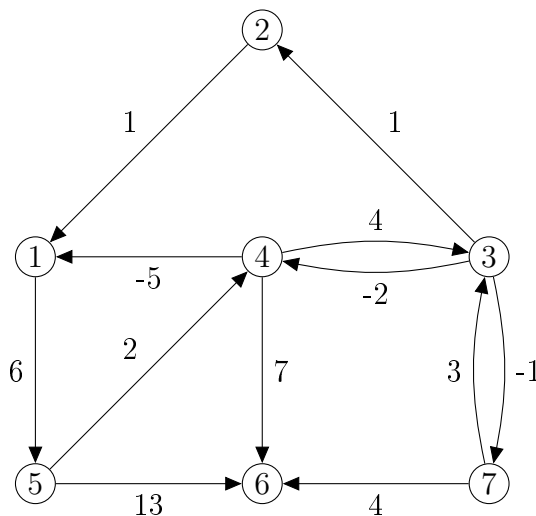
Ausgabedatum: 29.06.2018 — Abgabedatum: Mo. 09.07.2018 bis 12 Uhr

Abgabe:

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben! Beweise sind nur dort notwendig, wo explizit danach gefragt wird. Eine Begründung der Antwort wird allerdings *immer* verlangt.

Aufgabe 13.1 (5 Punkte): (Floyd-Warshall-Algorithmus)

- a) Führen Sie den Floyd-Warshall-Algorithmus für den folgenden Graphen $G = (V, E)$ aus. Geben Sie dabei nach der Initialisierung, also für $k = 0$, und nach jeder Iteration k der äußersten **for**-Schleife die Distanzmatrix $D^{(k)}$ an.

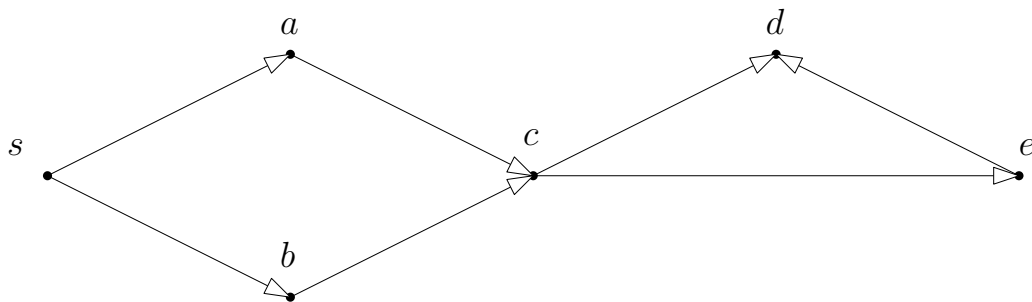


- b) Im Floyd-Warshall-Algorithmus benutzen wir die Distanzmatrizen $D^{(k)}$, $0 \leq k \leq n$. Zeigen Sie, dass man mit genau einer Distanzmatrix D auskommen kann? Geben Sie dazu die entsprechende Modifikation am Pseudocode an und begründen Sie die Korrektheit dieser Modifikation.

Aufgabe 13.2 (5 Punkte): (Graphenalgorithmen)

Gegeben sei ein gerichteter azyklischer Graph $G = (V, E)$ und der Startknoten $s \in V$. Uns interessiert die Anzahl der unterschiedlichen Pfade von s zu allen anderen Knoten aus V . Sei $P(u)$ die Anzahl der Pfade zum Knoten $u \in V$.

Im unten abgebildeten Graph ist z. B. $P(c) = 2$ und $P(d) = 4$.



- Für alle Knoten $u \in V$ mit $(u, v) \in E$ sei $P(u)$ berechnet. Wie kann man $P(v)$ berechnen?
- Entwerfen Sie einen Algorithmus `AnzahlPfade(V, E, s)`, der die Anzahl unterschiedlicher Pfade $P(u)$ vom Startknoten s zu jedem Knoten $v \in V$ berechnet. Beschreiben Sie den Algorithmus zunächst mit eigenen Worten. Setzen Sie den Algorithmus dann in Pseudocode um. Für die volle Punktzahl wird ein Algorithmus erwartet, dessen Laufzeit durch $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ beschränkt ist.
- Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Algorithmus.