

## DAP2 – Heimübung 12

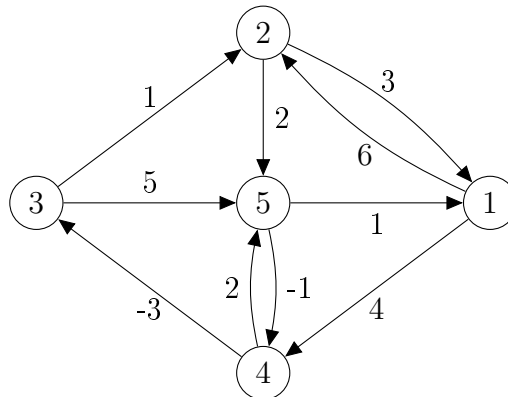
Ausgabedatum: 22.06.2018 — Abgabedatum: Mo. 02.07.2018 bis 12 Uhr

### Abgabe:

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben! Beweise sind nur dort notwendig, wo explizit danach gefragt wird. Eine Begründung der Antwort wird allerdings *immer* verlangt.

### Aufgabe 12.1 (5 Punkte): (Bellman-Ford Algorithmus)

Gegeben sei der folgende gewichtete, gerichtete Graph  $(G, w)$ :



- Das Array  $d[1..5]$  speichert an Position  $i$ ,  $i \in \{1, \dots, 5\}$ , die aktuelle Distanz von Startknoten  $s = 1$  zu Knoten  $i$ . Wenden Sie den Algorithmus von Bellman und Ford auf den gegebenen Graphen an und geben Sie den Inhalt des Arrays  $d$  nach der Initialisierung sowie nach jedem Durchlauf der äußeren **for**-Schleife an. Führen Sie so viele Iterationen dieser **for**-Schleife durch, wie es nötig ist.
- Erläutern Sie in einem kurzen Satz, ob der gegebene Graph negative Zyklen enthält oder nicht. Argumentieren Sie dabei anhand ihrer zuvor berechneten Lösung.

### Aufgabe 12.2 (5 Punkte): (Dijkstra Algorithmus)

Gegeben sei der gewichtete, gerichtete Graph  $(G, w)$  ohne negative Kantengewichte.

- Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen Startknoten  $s$  und einen Zielknoten  $z$  einen kürzesten Weg von  $s$  nach  $z$  berechnet, wobei der Pfad mit ausgegeben werden soll. Sie dürfen den Dijkstra-Algorithmus als Unterfunktion aufrufen, diesen aber nicht verändern. Geben Sie die Worst-Case-Laufzeit ihres Algorithmus in der  $O$ -Notation an und begründen Sie sie.

- b) Wenn man, wie in der Teilaufgabe a), einen kürzesten Weg von einem Startknoten  $s$  zu einem Zielknoten  $z$  berechnen möchte (und nicht zu allen anderen Knoten im Graphen), kann man den Dijkstra-Algorithmus früher abbrechen. Geben Sie an, wann und warum man frühestens abbrechen kann, wenn man vor dem Aufruf des Dijkstra-Algorithmus ein Preprocessing mit Laufzeit  $O(n+m)$  erlaubt ( $n = |V|$  ist die Anzahl der Knoten,  $m = |E|$  ist die Anzahl der Kanten, wobei  $G = (V, E)$ ).

*Hinweis:* Eine Verbesserung der Worst-Case-Laufzeit in  $O$ -Notation ist durch den früheren Abbruch nicht zu erwarten.