technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth,
Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 11

Abgabefrist: 25.06.2018, 12:15 Uhr **Block:** 2

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 11.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \int_0^x e^{y^2}\,dy$ ist stetig.
2. Für alle $f, g \in R[a, b]$, mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a < b$ gilt: $\int\limits_a^b f(x)\,dx \cdot \int\limits_a^b g(x)\,dx = \int\limits_a^b f(x) \cdot g(x)\,dx$
3. Es existiert ein $\tilde{x} \in (0, \frac{\pi}{4})$ mit
$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x) + \frac{\sin^2(x)}{\cos(x)}\,dx = \frac{\pi}{4\cos(\tilde{x})}$$
4. Für jede Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f \in R[a, b]$ $(a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b)$ gilt: $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$.

Aufgabe 11.2 *Partielle Integration* (2+2 Punkte)

Bestimmen Sie zu folgenden Funktionen alle Stammfunktionen. Überprüfen Sie anschließend Ihr Ergebnis durch Ableiten:

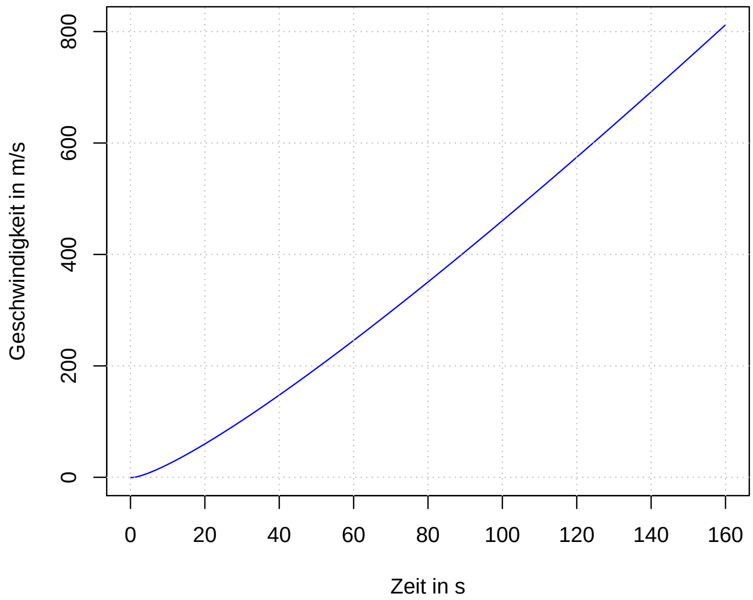
1. $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$
2. $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x}}$

Aufgabe 11.3 *Flächenberechnung* (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 4x^3 - 4x + 5$. Sei g die Gerade, die parallel zur x-Achse verläuft und f im Wendepunkt schneidet. Berechnen Sie den Inhalt der eingeschlossenen Fläche zwischen f und g.

Aufgabe 11.4 *Anwendung der Integration und des Taylorpolynoms* (2+2 Punkte)

Die Geschwindigkeit einer Rakete beim senkrechten Abheben sei durch die Funktion $v : (0, 160] \to \mathbb{R}$ mit $v(x) = x \ln(x)$ gegeben (vgl. Abbildung, Zeiteinheit ist s und Geschwindigkeit m/s).



1. Bestimmen Sie näherungsweise die Höhe der Rakete in km nach den ersten 2,5 Minuten. Runden Sie auf eine Nachkommastelle.

   Hinweis: Als Approximation dürfen Sie e^5 s ≈148,41 s ≈ 2,5 Minuten verwenden.

2. Berechnen Sie eine Approximation von $v(x)$ mit dem Taylorpolynom zweiter Ordnung im Entwicklungspunkt e^4 bis auf eine Nachkommastelle. Wie verändert sich die Näherung der Höhe, wenn man diese Approximation als Grundlage nimmt?

   Hinweis: Für die Berechnung der Faktoren in dem quadratischen Taylorpolynom dürfen Sie den Taschenrechner verwenden.