technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstuhl 4

Clara-Maria Kohlpoth (B.Sc.)
Philipp Dittrich (B.Sc.)
Christopher Riesner (B.Sc.)

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
PowerLernTage

Die hier gestellten Aufgaben sind *beispielhaft*. Keine Gewähr auf Vollständigkeit, Richtigkeit, Lösbarkeit. Die Punktezahlen sind plausibel erscheinende Vorschläge.

Dieses Blatt behandelt Stetigkeit und Differentierbarkeit im $\mathbb{R}^n$.

Aufgabe MD.1 (4 Punkte) *Stetigkeit im* $\mathbb{R}^2$

Untersuchen Sie die Funktion auf Stetigkeit in ihrem Definitionsbereich.

$$f(x,y) = \begin{cases} \sin(x) \cdot \sin(\frac{1}{y}) & \text{falls } (x,y)^T \neq (0,0)^T \\ 0 & \text{falls } (x,y)^T = (0,0)^T \end{cases}$$

Aufgabe MD.2 (5 Punkte) *Unstetigkeit*

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(x,y) \;=\; \begin{cases} \dfrac{x^3\,y}{x^6 - y^3} & \text{für } y \neq x^2 \\ 0 & \text{für } y = x^2 \end{cases}$$

im Punkt $(0,0)$ nicht stetig ist.

Aufgabe MD.3 (3 Punkte) *Ableiten im* $\mathbb{R}^n$

Bestimmen Sie die ersten partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x,y,z) = z\,\cos(x+y) - e^{x\,y} + \frac{1}{x\,z} \;\; .$$

Aufgabe MD.4 (7 Punkte) *Kurvendiskussion im* $\mathbb{R}^n$

Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) \;=\; x^4 + 3\,y^3 - x^2 - y.$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion f. Geben Sie für jeden dieser kritischen Punkte an, ob f dort ein Extremum besitzt und wenn ja, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

Aufgabe MD.5 (7 Punkte) *Kurvendiskussion im* $\mathbb{R}^n$

Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) | x = 0 \vee y = 0\} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) \;=\; x^2 + 2\,y^2 - \frac{1}{2}\,\ln(x^2 \cdot y^2).$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion f. Geben Sie für jeden dieser kritischen Punkte an, ob f dort ein Extremum besitzt und wenn ja, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

Bestimmen Sie das Randverhalten von f für $\binom{x}{y} \to \binom{0}{0}$.