

DAP2 – Heimübung 3

Ausgabedatum: 20.04.2018 — Abgabedatum: Mo. 30.04.2018 bis 12 Uhr

Abgabe:

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben! Beweise sind nur dort notwendig, wo explizit danach gefragt wird. Eine Begründung der Antwort wird allerdings *immer* verlangt.

Aufgabe 3.1 (5 Punkte): (Korrektheitsbeweis: Schleifeninvariante und Induktion)

Die Fibonacci-Zahlen sind definiert durch

$$F_n := \begin{cases} 0 & \text{falls } n = 0 \\ 1 & \text{falls } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{falls } n > 1 \end{cases} .$$

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus, der die Eingabevariable n sowie die Variablen a und b verwendet, die natürliche Zahlen speichern können.

FibProduct(**int** n):

1. $a \leftarrow 1$
2. $b \leftarrow 0$
3. **for** $i \leftarrow 1$ **to** n **do**
4. $a \leftarrow a + b$
5. $b \leftarrow a - b$
6. **return** $a \cdot b$

Beweisen Sie, dass der Algorithmus bei Eingabe einer natürlichen Zahl n das Produkt der beiden Fibonacci-Zahlen F_n und F_{n+1} berechnet.

- a) Formulieren Sie zunächst für die **for**-Schleife eine Invariante. Beweisen Sie dann die Korrektheit Ihrer Schleifeninvariante.
- b) Zeigen Sie dann die Korrektheit des Programms, d. h., zeigen Sie, dass das Programm bei Eingabe einer natürlichen Zahl n den Wert des Produktes $F_n \cdot F_{n+1}$ ausgibt.

Aufgabe 3.2 (5 Punkte): (Korrektheitsbeweis mit Rekursion)

Betrachten Sie das folgende rekursive Programm, das eine natürliche Zahl $n \geq 1$ erhält.

BerechneWas(n):

```
1 if  $n=1$  then  
2   return 16  
3 else  
4   return  $2n + 5 + \text{BerechneWas}(n - 1)$ 
```

Stellen Sie eine Behauptung darüber auf, was dieses Programm bei Eingabe einer natürlichen Zahl n berechnet, und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Behauptung mittels vollständiger Induktion.