

Abgabe bis spätestens am Montag, 19.11.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsfur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 3.1 [Eigenschaften des Folgerungsoperators]

4 Punkte

Beurteilen Sie für jede der folgenden Eigenschaften der Folgerungsrelation \models , ob sie gilt oder nicht.

- Falls eine Eigenschaft gilt, beweisen Sie sie.
- Falls eine Eigenschaft nicht gilt, demonstrieren Sie dies an einem geeigneten Gegenbeispiel.

Dabei seien Φ, Ψ jeweils beliebige aussagenlogische Formelmengen und ψ, χ beliebige aussagenlogische Formeln.

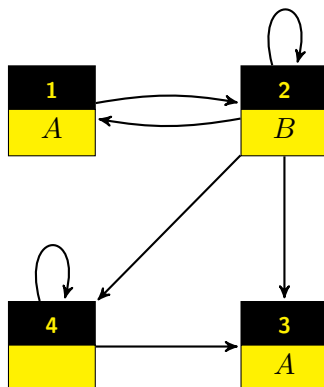
- a) Wenn $\Phi \cup \Psi \models \chi$ gilt, dann gilt auch $\Phi \models \chi$.
- b) Wenn $\Phi \models \psi$ und $\Phi \cup \{\psi\} \models \chi$ gilt, dann gilt auch $\Phi \models \chi$.
- c) Wenn $\Phi \models \chi$ und $\Psi \models \chi$ gilt, dann gilt auch $\Phi \cap \Psi \models \chi$.

Aufgabe 3.2 [Modallogische Auswertung und Modellierung]

7 Punkte

- a) Werten Sie alle Teilformeln von $\varphi = \Box(A \vee B) \rightarrow \Diamond B$ in allen Welten der folgenden Kripkestruktur aus. (1 Punkt)

Kripkestruktur:



Auswertungstabelle:

	1	2	3	4
A	✓	✗	✓	✗
B	✗	✓	✗	✗
$A \vee B$				
$\Box(A \vee B)$				
$\Diamond B$				
$\Box(A \vee B) \rightarrow \Diamond B$				

- b) Eine Menge von Bahnverbindungen werde durch eine Kripkestruktur $\mathcal{K} = (V, E, P)$ modelliert. Dabei sei V die Menge der Bahnstationen und die Relation E enthalte ein Paar (s, t) genau dann, wenn eine Bahn direkt (ohne Zwischenhalt) von s nach t fährt. Jede Station $s \in V$ ist mit einer Teilmenge $P(s) \subseteq \{F, I, U\}$ beschriftet, wobei die Variablen folgende Eigenschaften repräsentieren:

- **F**: In der Nähe der Station befindet sich ein **Flughafen**.
- **I**: In der Nähe der Station befindet sich eine **Innenstadt**.
- **U**: In der Nähe der Station befindet sich eine **Universität**.

(6 Punkte)

(i) Beschreiben Sie natürlichsprachlich, welche Bedingung die Formel $(\Diamond U \wedge \Box U) \rightarrow (U \vee I)$ modelliert. [1 Punkt]

(ii) Modellieren Sie die folgenden Eigenschaften durch modallogische Formeln über Kripketrukturen der beschriebenen Form.

1. Ein Flughafen ist nach ein oder zwei Zwischenhalten erreichbar, nicht jedoch mit weniger Zwischenhalten.
2. Es gibt eine direkte Verbindung zu einer Station, die entweder in der Nähe einer Universität ist oder von der aus direkt nur Verbindungen zu Stationen in der Nähe einer Innenstadt bestehen.
3. Wenn alle Stationen, zu denen es direkte Verbindungen gibt, in der Nähe von Innenstädten sind, dann ist die aktuelle Station selbst in der Nähe einer Innenstadt oder es gibt von ihr eine direkte Verbindung zu einer Station in der Nähe eines Flughafens. Andernfalls handelt es sich um eine Station in der Nähe einer Universität.

(5 Punkte)

Aufgabe 3.3 [Äquivalenzen und Normalformen]

4 Punkte

a) Beweisen Sie die Äquivalenz von

- $\varphi = (A \wedge C) \vee (\Box \Diamond A \wedge \Box \neg B) \vee (A \wedge \neg C)$ und
- $\psi = \Diamond(\Diamond A \rightarrow B) \rightarrow A$

durch eine Folge von Äquivalenzumformungen. Sie dürfen hierbei ausnutzen, dass für jede aussagenlogische Formel φ die Äquivalenzen $\varphi \vee \perp \equiv \varphi \equiv \perp \vee \varphi$ (Neutralität) gelten. (1 Punkt)

b) Beurteilen Sie, ob die folgende Formel erfüllbar ist.

$$\varphi = \Box(\neg C \rightarrow A) \wedge \left((\Diamond(A \wedge \neg C) \vee \Diamond(B \wedge \neg \Box D)) \wedge \neg \Diamond C \right)$$

Formen Sie dazu zunächst φ äquivalent in eine Formel φ' in NNF um. Erstellen Sie dann ein saturiertes Tableau zu φ' . Beachten Sie dabei:

- Wählen Sie dabei in jedem Schritt einen unmarkierten Knoten, der sich möglichst nah an der Wurzel befindet.
- Markieren Sie durch Pfeile, welche Knoten im Tableau aus welchen Knoten durch Anwendung einer \Box -Regel hervorgehen.

Entscheiden Sie schließlich anhand des Tableaus, ob φ' und φ erfüllbar sind. Falls ja, leiten Sie aus dem Tableau ein Modell ab. (3 Punkte)