GET-Übung Nr. 5

Nr. 5.1

a) geg: $d = 5cm = 0{,}05m$ → Plattenabstand

$U = 1kV = 1000V$

ges: $\vec{E}$-Feld

$$E = \frac{U}{d} = \frac{1\times10^3 V}{0{,}05m} = \underline{\underline{20\ kV/m}}$$

b) geg: $Q = 100mC = 100\times10^{-3}C$ → Ladung

$A = 0{,}1m^2$ → Plattenfläche

ges: D → Verschiebungsflussdichte

$$D = \frac{Q}{A} = \frac{100\times10^{-3}C}{0{,}1m^2} = 1\frac{C}{m^2} = \underline{\underline{1\ As/m^2}}$$

→ eine Art Flächenladungsdichte

c) geg: $E = 5000\ V/m$

$\varepsilon_0 = 8{,}86\times10^{-12}\ As/Vm$ → Influenzkonstante

$\varepsilon_{r1} = 1$ → ε_r (Luft)

$\varepsilon_{r2} = 2$ → ε_r (Teflon)

relative Dielektrizitätskonstante

ges: D_1 → Luft

D_2 → Teflon

$$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$$

$$D_1 = 8{,}86\times10^{-12}\ As/Vm \cdot 1 \cdot 5000\ V/m$$

$$= \underline{\underline{44{,}3\times10^{-9}}}\left[\frac{As}{m^2} = \frac{C}{m^2}\right]$$

$$D_2 = \varepsilon_0 \cdot 2 \cdot 5000\ V/m = \underline{\underline{88{,}6\times10^{-9}\ C/m^2}}$$

d) geg: $C = 1\mu F = 1\times10^{-6}F$

$U = 500V$

ges: Q

$$Q = C\cdot U = 1\times10^{-6}F \cdot 500V = \underline{\underline{0{,}5mC}}$$

e) geg: $D = 20cm \Leftrightarrow r = 0{,}1m$ → Plattendurchmesser/-radius

$A = \pi r^2 = 0{,}031m^2$

$d = 2cm = 2\times10^{-2}m$

$\varepsilon_r = 2{,}5$

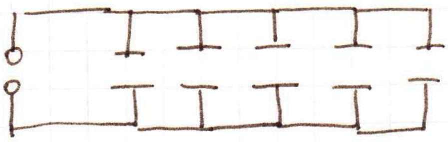
ges: C

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A/d = 8{,}86 \times 10^{-12}\ \frac{As}{V\cancel{m}} \cdot 2{,}5 \cdot \frac{0{,}031\,m^{\cancel{2}}}{2 \times 10^{-2}\,\cancel{m}}$$

$$= 34{,}3 \times 10^{-12} \left[\frac{As}{V} = F\right] = \underline{\underline{34{,}3\,pF}}$$

f) geg: 5 Kondensatoren in Parallelschaltung

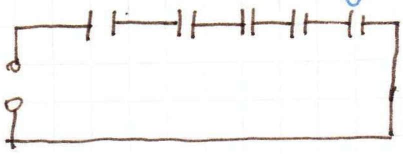
$C = 45\,\mu F$



ges C_{ges}

$$C_{ges,\,parallel} = \Sigma_{C_i} = 5 \cdot C = \underline{\underline{225\,\mu F}}$$

g) ges: 5 Kondensatoren in Reihenschaltung



ges: C_{ges}

$$C_{ges,\,reihe} \Rightarrow \frac{1}{C_{ges}} = \Sigma \frac{1}{C_i} \qquad \frac{1}{C_{ges}} = \frac{5}{C}$$

$$C_{ges,R} = \frac{C}{5} = \frac{45\,\mu F}{5} = \underline{\underline{9\,\mu F}} \qquad C_{ges} = C/5$$

h) geg: $C = 3\,nF$

$U = 3\,kV$

ges: W_{el}

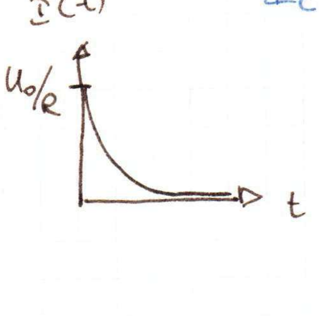
$$W_{el} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{3 \times 10^{-9}\,F \cdot (3 \times 10^3\,V)^2}{2} = \underline{\underline{13{,}5 \times 10^{-3}\,J}}$$

i) ges: Wann ist der Kondensator vollständig geladen?

theoretisch nie: Aufladeverhalten des Kondensators:

$$I_c(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{(-t/RC)}$$

$I_c = 0$, wenn $t = \infty$ $\rightarrow$ also nie!

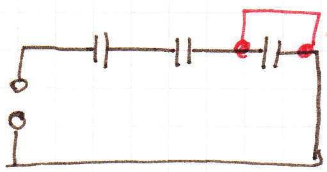


Nr. 5.2 ges: drei Kondensatoren in Reihenschaltung

$C_1 = 100pF$

$C_2 = 220pF$

$C_3 = 470pF$



a) ges: ΔC_{ges} [F; %]

$$\frac{1}{C_{ges,1}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

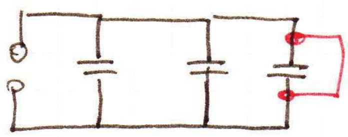
$$\Leftrightarrow C_{ges,1} = \frac{1}{\frac{1}{100pF} + \frac{1}{220pF} + \frac{1}{470pF}} = 60pF$$

$$C_{ges,2} = \frac{1}{\frac{1}{100pF} + \frac{1}{220pF}} \approx 69pF$$

$$\Delta C_{ges} = C_{ges,2} - C_{ges,1} = \underline{9pF}$$

in %: $\frac{C_{ges,2}}{C_{ges,1}} = \frac{69pF}{60pF} = 1{,}15 \Rightarrow$ die Kapazität nimmt um 15% zu.

b) ges: drei Kondensatoren in Parallelschaltung



ges: ΔC_{ges} [F; %]

$C_{ges,1} = \sum C_i = 100pF + 220pF + 470pF = 790pF$

$C_{ges,2}$: Kurzschluss an $C_3 \Rightarrow$ auch die anderen Kondensatoren werden nicht weiter geladen (Weg des geringsten Widerstandes)

$\Rightarrow C_{ges,2} = 0F$

$\Delta C_{ges} = 790pF = 100\%$

Nr. 5.3

ges: $E = 120\,Ws = W_{el}$

$T = 4ms$ → Entnahmezeit

a) ges: P_{direkt}

$$P = \frac{W}{T} = \frac{120Ws}{4ms} = 30 \times 10^3\,W = \underline{\underline{30kW}}$$

b) geg: $U = 800V$

ges: C

$$W_{el} = \frac{U^2 \cdot C}{2} \Leftrightarrow C = \frac{W_{el} \cdot 2}{U^2} = \frac{2 \cdot 120Ws}{(800V)^2} = 375 \times 10^{-6}F$$

$$= \underline{\underline{0{,}375\,mF}}$$

c) geg: $U_{Rest} \approx 97V = U_2$

ges: ΔW → verbrauchte Energie [%]

$$W_{el,2} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 375 \times 10^{-6}F \cdot (97V)^2 = 1{,}76\,Ws$$

$$\Delta W = W_{el,1} - W_{el,2} = 120Ws - 1{,}76Ws = 118{,}24\,Ws$$

prozentualer Anteil:

$$\frac{\Delta W}{W_{el,1}} = \frac{118{,}24Ws}{120\,Ws} = 0{,}985$$ → 98,5% der Energie wurden abgegeben

↳ trotzdem nicht anfassen!

Nr. 5.4 $\quad C_{Zyl.} = \varepsilon \cdot \frac{2\pi \cdot h}{\ln(r_a / r_i)}$

a) geg: $d_1 = 2cm \rightarrow r_1 = 1cm$

$d_4 = 16cm \rightarrow r_4 = 8cm$

$h = 10cm$

$\varepsilon_0 = 8{,}86 \times 10^{-12}\ As/Vm$

$\varepsilon_r = 1$

ges: C_1, C_2, C_3 $\qquad$ Zylinder haben gleiche Abstände:

$[d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = d_1 + (d_1 + x) + (d_1 + 2x) + (d_1 + 3x)]$

bzw. $r_1 + 3x = r_4$

$$x = \frac{d_4 - d_1}{3} = \frac{16cm - 2cm}{3} = 4{,}67cm$$

$\Rightarrow d_2 = d_1 + x = 2cm + 4.67cm = 6{,}67cm$

$d_3 = d_1 + 2x = 2cm + 9{,}33cm = 11{,}33cm$

$d_4 = d_1 + 3x = 2cm + 14cm = 16cm$

$d_2 = 6{,}67cm$

$d_3 = 11{,}33cm$

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{2\pi \cdot h}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{8{,}86 \times 10^{-12} As/Vm \cdot 2\pi \cdot 10 \times 10^{-2} m}{\ln(3{,}335\ cm / 1cm)} = \underline{\underline{4{,}62 \times 10^{-12} F}}$$

$C_2(r_3, r_2) = \underline{\underline{10{,}51 \times 10^{-12} F}}$

$C_3(r_4, r_3) = \underline{\underline{16{,}13 \times 10^{-12} F}}$

b) geg: $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$

$r_1 = 1cm$

$r_4 = 8cm$

ges: d_2, d_3, C

$$\varepsilon \frac{2\pi h}{\ln(r_4/r_3)} = \frac{\cancel{\varepsilon}\,\varepsilon \cdot 2\pi h}{\ln(r_3/r_2)} = \frac{\varepsilon \cdot 2\pi \cdot h}{\ln(r_2/r_1)} \quad \Big| : \varepsilon \cdot 2\pi \cdot h \quad \Big| \cdot x^{-1}$$

das meiste kürzt sich raus

es bleiben die ln-Therme

$$\ln(r_4/r_3) = \ln(r_3/r_2) = \ln(r_2/r_1)$$

es ergibt sich: bzw.

$$r_4/r_3 = r_3/r_2 = r_2/r_1 \Leftrightarrow d_4/d_3 = d_3/d_2 = d_2/d_1$$

$$16cm/d_3 = d_3/d_2 = d_2/2cm$$

I: $d_2 = d_3^2/16cm$

II: $d_2^2 = 2cm \cdot d_3$

Lösung des Gleichungssystems:

$$(d_3^2/16cm)^2 = 2cm \cdot d_3$$

$$\Leftrightarrow \quad d_3^4/256cm^2 = 2cm \cdot d_3$$

$$d_3^3 = 2cm \cdot 256cm^2$$

$$\Leftrightarrow \quad d_3 = \underline{\underline{8cm}}$$

$$d_2 = \underline{\underline{4cm}}$$

$$C = \varepsilon \cdot \frac{2\pi h}{\ln(r_2/r_1)} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{2\pi \cdot 0{,}1m}{\ln(2cm/1cm)} = \underline{\underline{8{,}03 \times 10^{-12} F}}$$