

Clara-Maria Kohlpoth (B.Sc.) Philipp Dittrich (B.Sc.) Christopher Riesner (B.Sc.) Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2 PowerLernTage

Aufgabe Folgen.1

Untersuchen Sie die angegebenen Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte.

1.
$$a_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$
 für eine Nullfolge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$

2.
$$(a_n) = n^2 - \sqrt{n^4 + 20n^2 + 7}$$
 (Sie dürfen benutzen, dass wenn eine Folge $(b_n) > 0$ konvergiert, dass dann auch die Folge $((\sqrt{b_n})_n)$ konvergiert.

3.
$$a_n = \sqrt{n^5 + 2n} - \sqrt{n^5}$$
.

4.
$$a_n = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$$

<u>Hinweis:</u> Verwenden Sie die Bernoullische Ungleichung (Satz 2.11).

$$5. \ a_n = \frac{2 - n + 3n^2}{4 + 7n^2}$$

6.
$$a_n = \frac{4n^3 - (-1)^n n^2}{5n + 2n^3}$$

Aufgabe Folgen.2

Es sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge mit $1 < a_1 < 2$, die rekursiv definiert ist durch $a_{n+1} = a_n^2 - 2a_n + 2$.

- 1. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $1 < a_n < 2$.
- 2. Zeigen Sie, dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton fallend ist.
- 3. Bestimmen Sie den Grenzwert von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.