

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 5

Abgabefrist: 14.05.2018, 12:15 Uhr **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein. Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 5.1 Quiz

(1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Sei $A \subseteq \mathbb{R}$. Wenn $\min(A)$ existiert, dann ist $\inf(A) = \min(A)$.

2. Es gilt: $\sqrt{k^2 + 1} - \sqrt{k^2 - 1} = \frac{2}{\sqrt{k^2 + 1} + \sqrt{k^2 - 1}}$

3. Es gilt: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} = \lim_{k \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{k})^k$.

4. Es gilt: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{3^k} = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{9}\right)^k$

Aufgabe 5.2 Konvergenz von Reihen

(2+2 Punkte)

Prüfen Sie (mit Beweis) ob folgende Reihen konvergent sind. Begründen Sie im Konvergenzfall, ob die Konvergenz absolut ist.

1. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{8k^2 + 3k + 4}{9k^2 + 6k + 2} \right)^k$

2. $\sum_{k=1}^{\infty} \left((-1)^{k-1} (\sqrt{k^2 - 1} - k) \right)$

Aufgabe 5.3 *Potenzreihe/ Exponentialreihe*

(2+2 Punkte)

1. Es sei die Folge der Fibonaccizahlen $(f_k)_{k \in \mathbb{N}}$, definiert durch

$$f_0 = 0, \quad f_1 = 1, \quad f_k = f_{k-1} + f_{k-2},$$

gegeben. Zeigen Sie, dass die Potenzreihe $P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k x^k$ mindestens den Konvergenzradius $r = \frac{1}{2}$ hat.

2. Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{5}{k!}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

Aufgabe 5.4 *Potenzreihe/ Geometrische Reihe*

(3+1 Punkte)

Gegeben sei die Folge $(f_k)_{k \in \mathbb{N}}$ mit $f_k = \frac{(-1)^{k+1}}{2^k}$. Wir betrachten die Potenzreihe $P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k x^k$.

1. Bestimmen Sie den Konvergenzradius von $P(x)$.
2. Bestimmen Sie den Grenzwert von $P(x)$ in Abhängigkeit von x .