

Magnetismus

2. Das veränderliche magnetische Feld



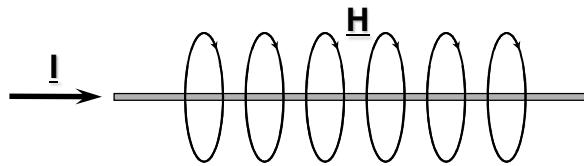
Magnetismus: Ursache

- ◆ Stromdurchflossene Leiter werden von einem Feld umgeben, welche Kraft auf andere stromdurchflossenen Leiter ausübt. Dieses Feld heißt **Magnetfeld**.
- ◆ Magnetismus hat seine Ursache in bewegten elektrischen Ladungen und wirkt auf bewegte elektrische Ladungen.
- ◆ Es gibt keine magnetischen Ladungen.

Magnetfeld stromdurchflossener Leiter

Wiederholung Vorlesung 6

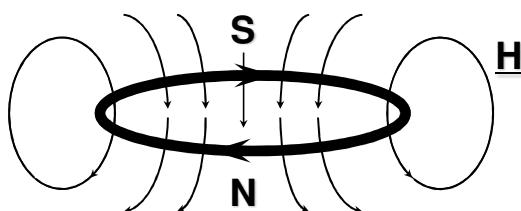
Stromdurchflossene Leiter werden immer von einem magnetischen Feld H umgeben.



Magnetfeld von Ringströmen

Wiederholung Vorlesung 6

→ **Ringströme erzeugen einen magnetischen Dipol.**



**Die magnetischen Feldlinien verlaufen
(außerhalb des Rings) vom Nordpol zum Südpol.**

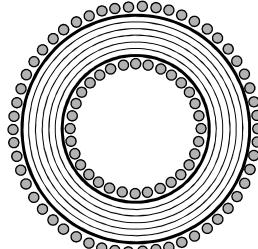
- ◆ Elektromagneten haben ihre Ursache in elektrischen Kreisströmen in einer Spule
- ◆ Permanentmagneten haben ihre Ursache in atomaren Ringströmen

Magnetische Flußdichte

- ◆ Eine wichtige Kenngröße einer Spule ist die Dichte der magnetischen Feldlinien, die sogenannte Magnetflußdichte B :

$$B = d\Phi / dA$$

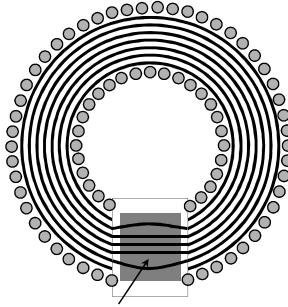
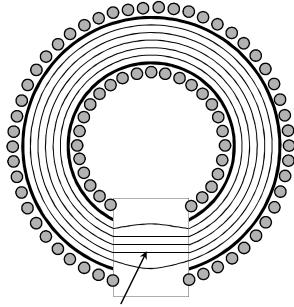
- ◆ Daraus folgt für den magnetischen Fluß:



$$\Phi = \int \vec{B} d\vec{A}$$

Werkstoffe im Magnetfeld

- ◆ Es zeigt sich, daß durch das Einbringen von Werkstoffen in ein Magnetfeld die Dichte der magnetischen Feldlinien erheblich gesteigert werden kann, d.h.: bei konstantem Magnetfeld H bzw. konstantem Strom I kann die magnetische Flußdichte B z.B. durch Eisen vergrößert werden.



Magnetische Werkstoffe

- ◆ Der Faktor, der die Veränderung der magnetischen Flußdichte beschreibt, nennt man relative Permeabilität μ_r .

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r H = \mu H$$

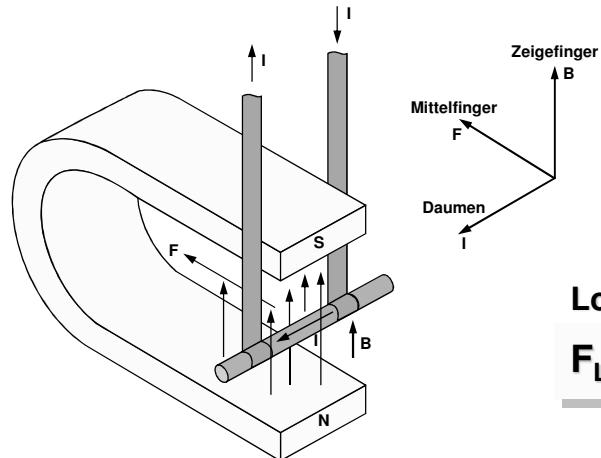
mit

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

- ◆ μ_r ist eine dimensionslose Größe.
Für Vakuum gilt: $\mu_r = 1$
- ◆ Es gibt Stoffe, die verstärken die magnetische Flußdichte sehr:
 $\mu_r >> 1$; das sind ferromagnetische Werkstoffe (Fe, Ni).
- ◆ Es gibt Stoffe, die verstärken die magnetische Flußdichte nur schwach:
 $\mu_r > 1$; das sind paramagnetische Werkstoffe (Al).
- ◆ Es gibt Stoffe, die schwächen die magnetische Flußdichte ab:
 $\mu_r < 1$; das sind diamagnetische Werkstoffe (Au, Ag, Cu).

Kraftwirkungen auf stromdurchflossene Leiter

Wiederholung Vorlesung 6



Lorentzkraft:

$$\mathbf{F}_L = q (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

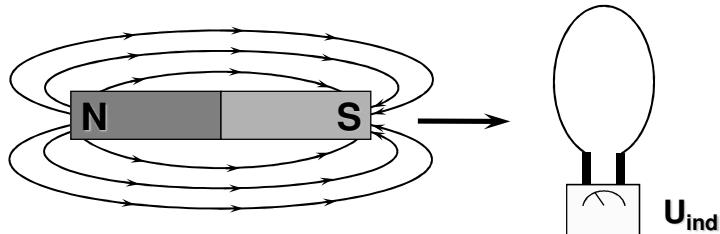
Übersicht über die Vorlesung 07

- 7.1 Induktionsgesetz
- 7.2 Selbstinduktion / Lenzsche Regel
- 7.3 Induktivität
- 7.4 Einschaltvorgang in einer Spule
- 7.5 Energie in einer Spule
- 7.6 Rotatorische Spannungserzeugung
- 7.6 Transformator
- 7.7 Wirbelströme



7.1 Induktionsgesetz

- ◆ Bewegt man einen Stabmagneten durch eine Luftspule und schließt an diese ein Voltmeter an, so beobachtet man eine induzierte elektrische Spannung U_{ind} .



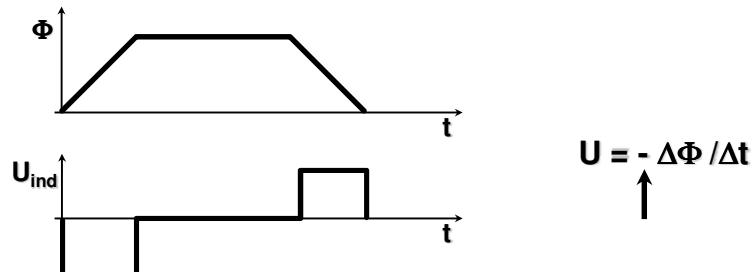
- ◆ Die induzierte Spannung für N Windungen lautet:

$$U = -(\Delta\Phi / \Delta t) \cdot N = -N(d\Phi / dt)$$

7.1

Induktionsgesetz

- ➔ Ein zeitlich veränderlicher magnetischer Fluß Φ bewirkt den Aufbau eines elektrischen Feldes E_{ind} und damit einer elektrischen Spannung U_{ind} .
- ➔ Steigt der Fluß an, ist die induzierte Spannung negativ, sinkt der Fluß, ist die Spannung positiv.

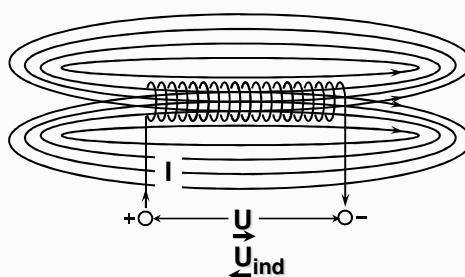


Induktionsgesetz: Beispiel

- ◆ Wenn in einer Spule mit 30 Windungen der magnetische Fluß gleichmäßig in 0,5 s von 8 Vs auf 2 Vs abnimmt, erhält man als induzierte Spannung:

$$U = -(\Delta\Phi / \Delta t) \cdot N = -(-6 \text{ Vs} / 0,5 \text{ s}) \cdot 30 = 360 \text{ V}$$

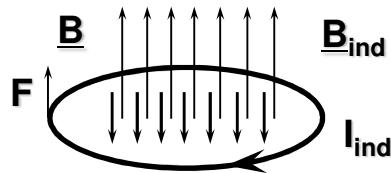
7.2 Selbstinduktion /Lenzsche Regel



- ◆ Fließt ein Strom durch eine Spule, so wird im Innern ein magnetischer Fluß aufgebaut.
- ◆ Der sich zeitlich ändernde Fluß induziert im Spulenleiter eine Spannung, die der erzeugenden Spannung entgegengesetzt ist (Selbstinduktion /Lenzsche Regel).
- ◆ Diese Spannung verlangsamt den Stromanstieg in der Spule

Lenzsche Regel

- ◆ Hält man einen geschlossenen Leiter in ein sich änderndes Magnetfeld, dann werden von der magnetischen Flußänderung Elektronen auf Kreisbahnen getrieben, die einen Kreisstrom I verursachen.
- ◆ Das von diesen Kreisströmen verursachte Magnetfeld B_{ind} ist dem erregenden Feld B entgegengesetzt, was zur Abstoßung des Leiters aus dem Magnetfeld führt.



7.3 Induktivität

- ◆ In einer idealen Spule ohne Eisen und ohne ohmschen Widerstand ist in jedem Augenblick die von der Flußänderung induzierte Spannung:

$$U = -N \cdot d\Phi/dt$$

- ◆ Für den Fluß gilt: $\Phi = BA = \mu_0 H A$
- ◆ Für das Magnetfeld einer Spule der Länge ℓ gilt: $H = N I / \ell$
- ◆ Daraus folgt für den magnetischen Fluß einer Spule:

$$\Phi = \mu_0 A N I / \ell \quad 7.2$$

- ◆ und für U : $U = -N d/dt (\mu_0 A N I / \ell) = -(\mu_0 A N^2 / \ell) dI/dt$

$$\◆ \quad U = -L dI / dt \quad 7.3$$

$$\◆ \quad \text{Dabei ist} \quad L = \mu_0 A N^2 / \ell \quad \text{die Induktivität} \quad 7.4$$

Schaltungen mit Spulen

- ◆ Schaltzeichen von Spulen:

ohne Eisenkern



mit Eisenkern



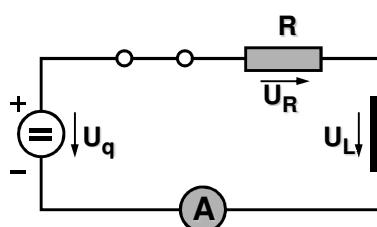
- ◆ Einheit der Induktivität ist Henry: $1H = 1\Omega \cdot s$

- ◆ Ersatzinduktivität bei

Reihenschaltung: $L_{ers} = \sum L_i$

Parallelschaltung: $\frac{1}{L_{ers}} = \sum \frac{1}{L_i}$

7.4 Einschaltvorgang in einer Spule



Spannungsabfall
an der Spule
ist $+L \frac{di}{dt}$

- ◆ Maschenregel: $U_q - U_R - U_L = 0$

$$U_q = RI + L \frac{di}{dt}$$

$$(U_q - RI) / L = \frac{di}{dt}$$

mit Substitution: $U_q - RI = x$ und $-dl = dx/R$ folgt:

$$-R/L \frac{dt}{dx} = dx/x$$

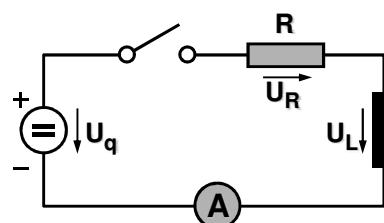
Einschaltvorgang in einer Spule

- Die Integration dieses Ausdrucks in den Grenzen von $t = 0$ bis t ergibt mit der Randbedingung $I_L(t=0) = 0$ die Lösung:

$$I_L(t) = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad 7.5$$



Ausschaltvorgang in einer Spule



- Maschenregel: $U_q - U_R - U_L = 0$

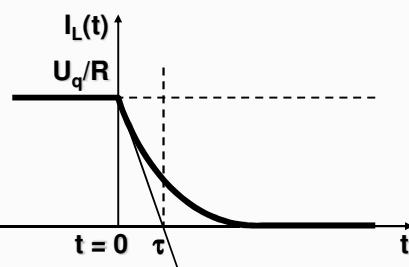
$$U_q = RI + L \frac{di}{dt}$$

$$(U_q - RI) / L = di/dt$$

Ausschaltvorgang in einer Spule

- ◆ Lösung der DGL ergibt mit $I_L(t=0) = U_q/R$:

$$I_L(t) = \frac{U_q}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

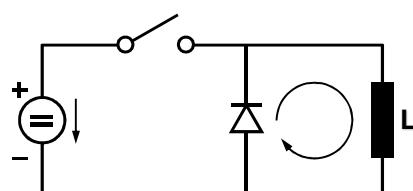


Stromfluss nach Abschalten ergibt sich durch selbst-induzierte Spannung

Zeitkonstante $\tau = L / R$

Selbstinduktionsspannung

- ◆ Im Ein- und Ausschaltzeitpunkt:
 - Strom ändert sich sprungartig $\rightarrow di/dt \gg 0$
 - $U_{ind} = L \cdot di/dt \gg 0$
- ◆ Beim Ausschalten:
 - hohe Spannung U_{ind} macht an Unterbrechungsstelle kurzzeitig die Luft leitend \rightarrow Funke!
- ◆ Abhilfe
 - durch Freilaufdiode kann Strom nach dem Ausschalten weiterfließen



7.5 Energie in einer Spule

- ◆ Energie wurde definiert als Zeit-Integral über die Leistung:

$$W = \int_0^{\infty} U(t) I(t) dt$$

bzw.: $dW = U I dt$

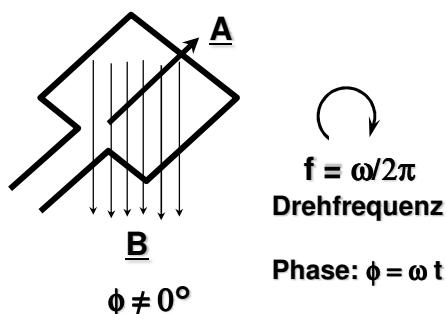
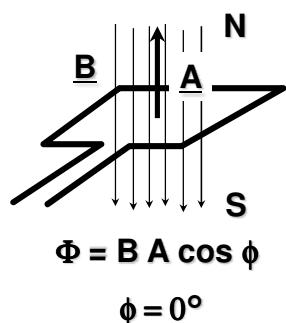
mit $U(t) = L \frac{dI}{dt}$: $dW = (L \frac{dI}{dt}) I dt = L I dI$

$$W = \frac{L}{2} I^2$$

7.7

7.6 Rotatorische Spannungserzeugung

- ◆ Nach dem Induktionsgesetz $U = -N(d\Phi / dt)$ führt die Flußänderung zur Erzeugung einer elektrischen Spannung.
- ◆ Eine Flußänderung kann z.B. durch das Drehen einer Leiterschleife in einem Magnetfeld erreicht werden.



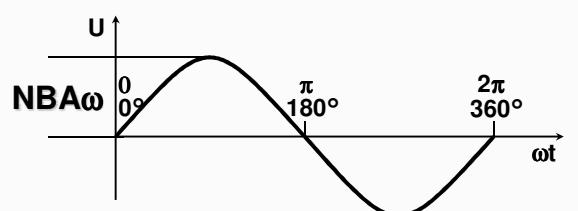
Rotatorische Spannungserzeugung

mit $\phi = \omega t$ folgt: $\Phi(t) = N B A \cos \omega t$
 $U(t) = -d/dt(N B A \cos \omega t)$

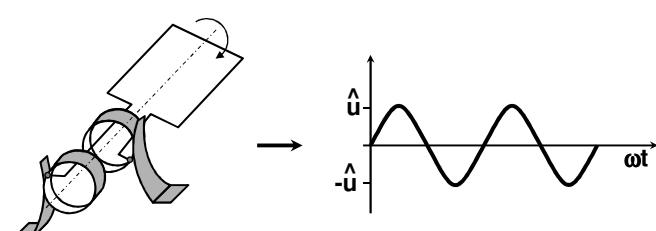
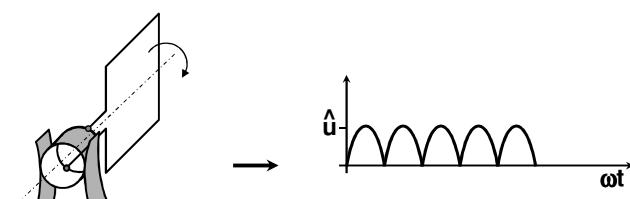
$$U = N B A \omega \sin \omega t$$

7.8

- ◆ Beim Anschluß eines Voltmeters an das Ende der Leiterschleife erhält man als Funktion der Zeit:

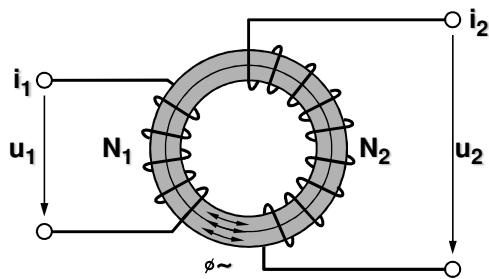


Spannungsabgriff durch Schleifer



7.7 Der Transformator

- ◆ Ein Transformator ist ein Gerät, bei dem zwei Spulen durch einen gemeinsamen magnetischen Kraftfluß miteinander verkoppelt sind (Gegeninduktion).
- ◆ Die flußerzeugende Spule wird als Primärspule, die andere als Sekundärspule bezeichnet.



Der Transformator

- ◆ Der magnetische Fluß Φ wird durch eine an die Primärspule angelegte Wechselspannung $U_1(t)$ erzeugt.

$$U_1(t) = - N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

- ◆ Im Sekundärkreis erzeugt diese Flußänderung durch Gegeninduktion eine Spannung $U_2(t)$

$$U_2(t) = - N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Der Transformator

- ◆ Die auf diese Weise induzierte elektrische Spannung U_2 steht beim unbelasteten Transformator in direktem Verhältnis zur Windungszahl N_2 :

$$U_1 / U_2 = N_1 / N_2$$

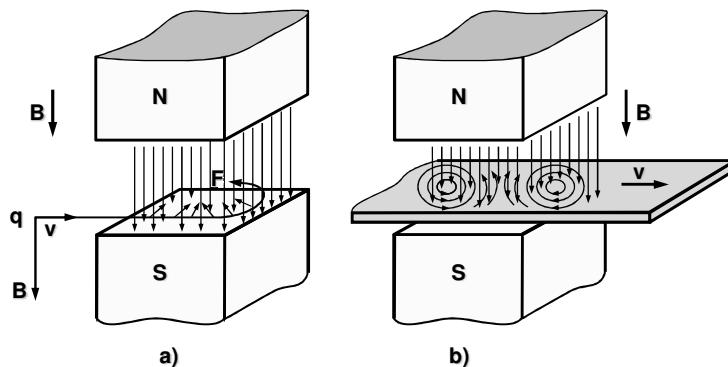
- ◆ Das Verhältnis N_1 / N_2 wird auch als Übersetzungsverhältnis \dot{U} bezeichnet:

$$\dot{U} = N_1 / N_2 = U_1 / U_2 \quad 7.9$$

- ◆ Treten keine Verluste auf, so wird die gesamte Leistung von der Primär- auf die Sekundärseite übertragen. Dann gilt: $P_1 = U_1 I_1 = P_2 = U_2 I_2$ bzw.:

$$\dot{U} = I_2 / I_1 \quad 7.10$$

7.8 Der Wirbelstrom



Der Wirbelstrom

- ◆ Bewegte Ladungen in Magnetfeldern werden durch die Lorentz-Kraft abgelenkt und auf Kreisbahnen gebracht. Dadurch bewirken sie Kreisströme, die aufgrund des Materialwiderstandes zur Erwärmung und somit zum Leistungsverlust führen.
- ◆ Ungewollte Wirbelströme: in Transformatorenkernen. Abhilfe: Kerne werden aus dünnen Folien aufgebaut, die mit Isolierschichten gegeneinander elektrisch isoliert sind.
- ◆ Gewollte Wirbelströme: Induktive Heizung, Wirbelstrombremsen.

Wichtige Formeln der Vorlesung 07

$$U = -(\Delta\Phi / \Delta t) \cdot N = -N(d\Phi / dt)$$

Induzierte Spannung

$$U = -L di / dt$$

dabei ist

$$L = \mu_0 A N^2 / l \quad \text{die Induktivität}$$

Induzierte Spannung
in einer Spule

$$U = L di / dt$$

Spannungsabfall über
einer Spule

$$I_L(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

Einschaltvorgang
einer Spule mit der
Zeitkonstanten $\tau = L / R$

Wichtige Formeln der Vorlesung 07

$$W = \frac{L}{2} I^2$$

Energie einer Spule

$$U = N B A \omega \sin \omega t$$

**Rotatorische
Spannungserzeugung**

$$\dot{U} = N_1 / N_2 = U_1 / U_2$$

**Übersetzungsverhältnis
eines Transformators**

$$\dot{U} = I_2 / I_1$$

Verständnisfragen zur Vorlesung 07

- ◆ Auf welche Weise lassen sich mit Hilfe magnetischer Felder Spannungen induzieren?
- ◆ Was besagt die Lenzsche Regel?
- ◆ Welche Spannung U wird von einem Strom I in einer Spule mit der Induktivität L induziert?
- ◆ Wie ist der zeitliche Verlauf des Spulenstromes nach dem Einschalten?
- ◆ Welchen Energieinhalt kann das Magnetfeld einer Spule speichern?
- ◆ Welchen zeitlichen Verlauf zeigt eine rotatorisch erzeugte Spannung?
- ◆ Welches Übertragungsverhalten für Spannung und Strom besitzt ein Transformator?
- ◆ Wodurch entstehen Wirbelströme und wie kann man sie verhindern?

Übungsaufgaben

Aufgabe 7.1:

Eine Kraftfahrzeugzündspule besteht prinzipiell aus einem stabförmigen Eisenkern, auf den eine Niederspannungswicklung N1 mit wenig Windungen und eine Hochspannungswicklung N2 mit vielen Windungen aufgebracht ist. Der Kern hat die Querschnittsfläche A, die Wicklungen belegen die Längen l1 und l2 auf dem Eisenkern. Der Strom I durch die Primärspule wird von der Batterie geliefert und baut über N1 einen bestimmten Fluß auf. Durch die Nockenwelle wird der Schalter im Primärkreis geöffnet, der Fluß bricht in sehr kurzer Zeit zusammen, so daß eine sehr hohe Spannung an der Zündkerze entsteht.

Hier gelte: $A = 4 \text{ cm}^2$, $I = 2 \text{ A}$, $N_1 = 100$ Windungen, $N_2 = 5000$ Windungen, Permeabilitätszahl für die erreichte Feldstärke $\mu_r = 400$, Zusammenbruch des Fluxes in 0.5 ms , $l_1 = 2\text{cm}$, $l_2 = 8\text{cm}$.

Wie groß ist die Zündspannung ?

Übungsaufgaben

Aufgabe 7.2:

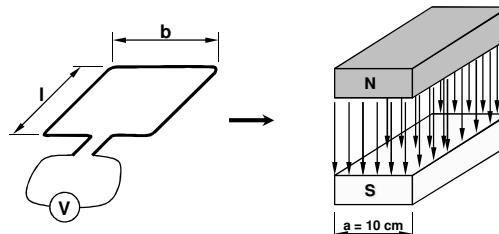


Abbildung 1

Eine Leiterschleife wird nach der Abbildung 1 quer durch das (homogene) Feld eines Dauermagneten gezogen. Die Bewegung beginnt links und endet rechts von den Magneten jeweils außerhalb des Feldes. Die Streuung von Feldlinien wird vernachlässigt, d.h. es wird angenommen, daß diese auch an den Rändern der Polflächen geradlinig von einem Pol zum anderen verlaufen. In welchen Bewegungsphasen wird eine Spannung induziert und wie groß ist sie, wenn die Leiterschleifen eine Länge von $l = 8 \text{ cm}$ und eine Breite von $b = 2,2 \text{ cm}$ hat, ihre Geschwindigkeit $v = 0,2 \text{ m/s}$ ist und die Flussdichte im Luftspalt $B = 1,4 \text{ T}$ beträgt ?