technische universität
dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth,
Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 7

Abgabefrist: 28.05.2018, 12:15 Uhr **Block:** 1 (letztes Blatt)

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II" die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Hinweis: **Dies ist das letzte Übungsblatt zu Block 1!**

Aufgabe 7.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2$ ist gleichmäßig stetig in $[-1, 1]$.
2. Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Es gilt $(g \circ f) = (f \circ g)$.
3. Eine Funktion ist monoton wachsend genau dann, wenn sie nicht monoton fallend ist.
4. Seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ mit $a < b$, $c < d$ und $f : [a, b] \to [c, d]$ eine stetige Funktion auf $[a, b]$ mit $f(a) = c$ und $f(b) = d$. f ist surjektiv.

Aufgabe 7.2 *Zwischenwertsatz* (2+2 Punkte)

1. Gegeben sei das Polynom $P(x) = -x^3+2x^2-3x+1$. Zeigen Sie ohne die Nullstellen auszurechnen, dass P in $[0, 1]$ eine Nullstelle besitzt, und führen Sie ausgehend von dem Intervall $[0, 1]$ zwei Schritte einer Intervallhalbierung durch, um eine Näherung für eine Nullstelle zu bekommen.

   Achtung: Benutzen Sie bei der Intervallhalbierung keine Taschenrechner, Smartphones etc. oder Zahlen in Dezimaldarstellung. Bitte verwenden Sie ausschließlich Zahlen in Bruchdarstellung.

2. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $f : [a, b] \to [a, b]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie mit Hilfe des Zwischenwertsatzes, dass f mindestens einen Fixpunkt hat, d. h. es existiert ein $x_0 \in [a, b]$ mit $f(x_0) = x_0$.

Aufgabe 7.3 *Supremum / Infimum* (2+2 Punkte)

Bestimmen Sie das Supremum, Infimum, Maximum und Minimum (falls sie existieren) folgender Teilmengen der reellen Zahlen:

1. $M = \{\frac{|x|}{x^2+1} \mid x \in \mathbb{R}\}$
2. $M = \{\frac{n-2}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 7.4 *Expotential- / Logarithmusfunktion* (2+2 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = e^x$ nicht gleichmäßig stetig ist.
2. Wir betrachten die Funktion $f_a : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ für $a \in \mathbb{R}_{>1}$ mit

$$f_a(x) = \frac{\log_a(1+x) \cdot \ln(1+x) \cdot \ln a}{x^2}.$$

Bestimmen Sie $\lim\limits_{x\to 0} f_a(x)$.

<u>Hinweis:</u> Es gilt:

a) für $a, b \in \mathbb{R}_{>0} \setminus \{1\} : \log_a x^b = b \log_a x$

b) $\lim\limits_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$