

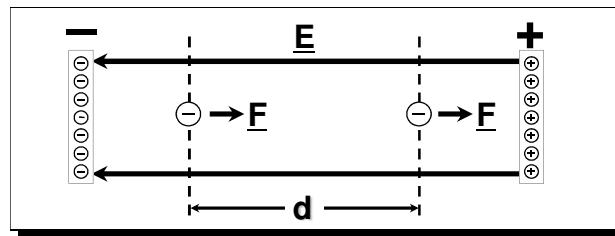
## Grundlagen II:

### ◆ Der elektrische Widerstand

3

## Elektrische Arbeit

- ◆ Elektrische Arbeit  $W$  (= Kraft · Weg) wird durch den Transport von Ladungen gegen eine wirkende elektrische Kraft geleistet.



$$W = Fd$$

bzw.

$$W = \int_{P1}^{P2} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

(Gilt nur für homogenes elektrisches Feld)

(Gilt allgemein)

## Elektrische Spannung

### Wiederholung Vorlesung 2

- Werden in einem elektrischen Feld Ladungen entgegen der Feldkraft von  $P_2$  nach  $P_1$  transportiert, entsteht eine elektrische Spannung  $U_{21}$ . Sie ist definiert als geleistete Arbeit bezogen auf die elektrische Ladung.

$$U_{21} = W_{21} / q$$

- Die Einheit der elektrischen Spannung ist Volt [V]

Allgemein gilt:

$$U_{21} = \int_{P1}^{P2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Für homogenes Feld und Abstand  $d$  gilt:

$$U = -E d$$

## Elektrische Energie im Gleichstromkreis

### Wiederholung Vorlesung 2

- Energie  $W$  ist identisch mit geleisteter Arbeit  $W$
- Elektrische Arbeit ist definiert als Bewegung von Ladungen gegen die elektrische Feldkraft:  $F \cdot d$

$$W_{el} = Fd = QEd = QU = It U$$

- Die elektrische Energie ist somit definiert als:

$$W_{el} = U It$$

## Elektrische Leistung

- ◆ **Leistung (P) ist definiert als Arbeit (W) pro Zeiteinheit  $\Delta t$ , bzw. als Energieverbrauch W pro Zeiteinheit:**

$$P = W / t$$

- ◆ **Daraus folgt:**

$$P_{el} = UI$$

- ◆ **Die Einheit der elektrischen Leistung ist ein Watt [W]**

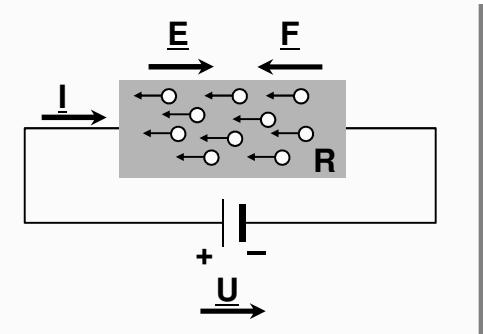
## Inhalt der Vorlesung 03: Der elektrische Widerstand

- 3.1 **Eigenschaften des elektrischen Widerstandes - Das Ohmsche Gesetz**
- 3.2 **Grundlage der elektrischen Leitfähigkeit von Metallen: Gitterstruktur, Bändermodell und Driftgeschwindigkeit**
- 3.3 **Temperaturabhängigkeit des Widerstandes Anwendung: Widerstandsthermometer**
- 3.4 **Widerstandsarten**



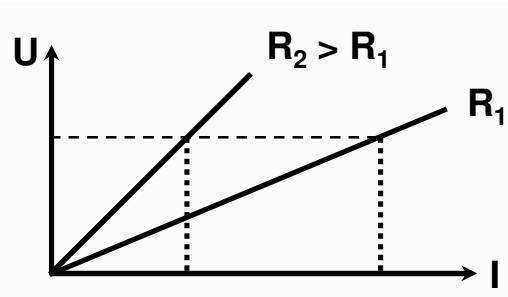
### 3.1 Eigenschaften des elektrischen Widerstandes

- ◆ Liegt an den Enden eines elektrischen Leiters eine Spannung  $U$  an, so fließt - getrieben durch das elektrische Feld  $E$  bzw. durch die elektrische Kraft  $F$  - ein Strom  $I$ .



### Eigenschaften des elektrischen Widerstand

- ◆ Die Größe des resultierenden Stromes  $I$  hängt vom elektrischen Widerstand  $R$  des Leiters ab.



## Das Ohmsche Gesetz

- ◆ Ist bei einem Widerstand der Quotient aus Spannung und Strom für beliebige Werte von Spannung und Strom konstant, so erfüllt der Widerstand das Ohmsche Gesetz:

$$U / I = \text{const.} = R$$

bzw.

$$U = R \cdot I \quad (3.1)$$

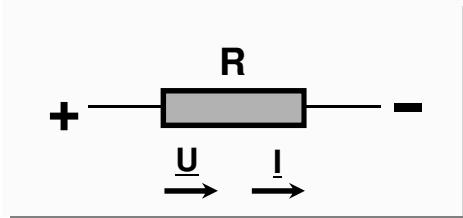
- ◆ Einheit des elektrischen Widerstandes:  
Ohm =  $[\Omega] = [V/A]$

## Schaltsymbol des Widerstandes und Richtungspfeile

**Schaltsymbol:**



**Richtungspfeile:**



## Der elektrische Leitwert

- ◆ Bei der Verwendung des inversen Zusammenhangs:

$$I = U / R$$

wird häufig der Begriff des Leitwertes **G** benutzt:

$$G = 1/R$$

$$I = G U$$

(3.3)

- ◆ Einheit des Leitwertes **G**:

$$\text{Siemens} = [\text{S}] = [1/\Omega] = [\text{A/V}]$$

## Der spezifische Widerstand

- ◆ In Analogie zum Strömungswiderstand eines Rohres steigt der elektrische Widerstand mit wachsender Länge des Leiters **L** und fällt mit zunehmendem Leiterquerschnitt **A**:

$$R \sim L/A$$



- ◆ Die Proportionalitätskonstante zwischen beiden Größen ist der spezifische Widerstand **ρ**.

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

Einheit von **ρ** : **[Ω m]** bzw. **[Vm/A]**

## Beispiele von spezifischen Widerständen

Material	$\rho$ in [ $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ]
Silber	0,016
Kupfer	0,017
Aluminium	0,03
Messing	0,08
Eisen	0,1
Kohle	30
$\text{H}_2\text{O}$	$3 \cdot 10^{10}$

**Beispiel: Widerstand eines 10m langen Eisendrahtes mit Querschnitt 1mm<sup>2</sup>:**

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = \left[ 0,1 \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right] \frac{10\text{m}}{1\text{mm}^2} = 1\Omega$$

## 3.3 Die elektrische Leitfähigkeit

- ◆ Es ist auch üblich, den Widerstand durch seine elektrische Leitfähigkeit  $\kappa$  zu charakterisieren:

$$R = \frac{L}{\kappa A} \quad (3.4)$$

$$\rightarrow \kappa = \frac{1}{\rho} \quad (3.5)$$

Einheit von  $\kappa$ : [S/m] bzw. [A/Vm]

## Ursache der elektrischen Leitfähigkeit von Metallen

◆ **Frage:**

Von welchen mikroskopischen Werkstoffeigenschaften hängt die elektrische Leitfähigkeit  $\kappa$  eines Stoffes ab?

◆ **Antwort:**

Von der Dichte der freien Ladungsträger  $n$  [N/cm<sup>3</sup>] und deren Beweglichkeit  $b$  [cm<sup>2</sup>/Vs]

$$\kappa = nqb$$

(3.6)

Einheit von  $\kappa$  : [ S/m] bzw. [A/Vm]

## Mikroskopische Ursache der Leitfähigkeit von Metallen

◆ **1. Frage:**

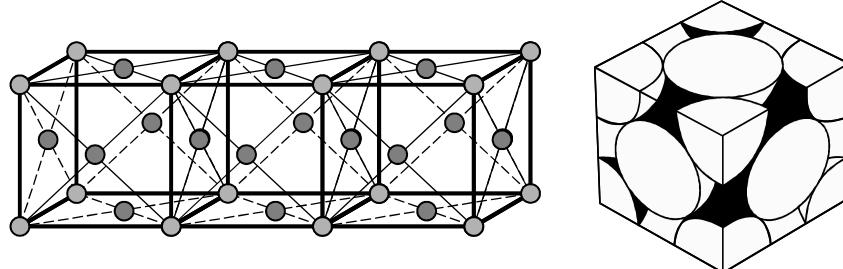
Wovon hängt die Dichte der zur Leitfähigkeit eines Metalls beitragenden Elektronen ab?

◆ **2. Frage:**

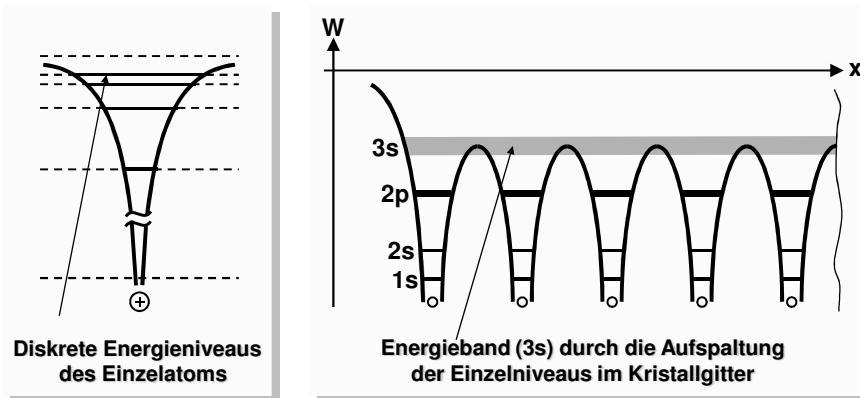
Was bestimmt die Beweglichkeit der Elektronen?

**Frage 1: Wovon hängt die Dichte der freien Elektronen ab?**  
**Gitteraufbau von elektrischen Leitern**

- ◆ Elektrische Leiter sind mikroskopisch als Gitter aufgebaut.
- ◆ Beispiel:  
**Das kubisch flächenzentrierte Gitter (z.B. Cu, Ni, Al)**



**Bändermodell des elektrischen Leiters**



**In diesem Beispiel: Elektronen in Niveaus 1s bis 2p sind an jeweiliges Atom gebunden. Nur die 3s Elektronen sind innerhalb des Festkörpers freibeweglich.**

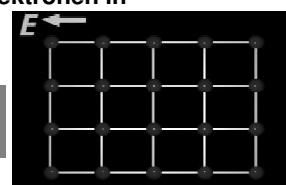
## Ladungstransport in metallischen Leitern

- ◆ In metallischen Leitern existieren "quasi-freie" Elektronen, die mit minimalem Energieaufwand von den Atomen abgetrennt und sich über den gesamten Festkörper ausbreiten können.
- ◆ Sie bewegen sich statistisch mit einer sehr hohen Geschwindigkeit in alle Raumrichtungen. ( $v_{\text{Fermi}}$  ca.  $10^8$  cm/sec)
- ◆ Beim Anlegen eines elektrischen Feldes driften sie entgegen der Feldrichtung jedoch mit relativ langsamer Geschwindigkeit ( $v_{\text{Drift}}$  ca. 0,1 cm/sec).
- ◆ Was begrenzt die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem elektrischen Leiter?

Frage 2: Was begrenzt die Driftgeschwindigkeit bzw. die Beweglichkeit der Elektronen?

- ◆ Begrenzung der Driftgeschwindigkeit der Elektronen in elektrischen Leitern durch :

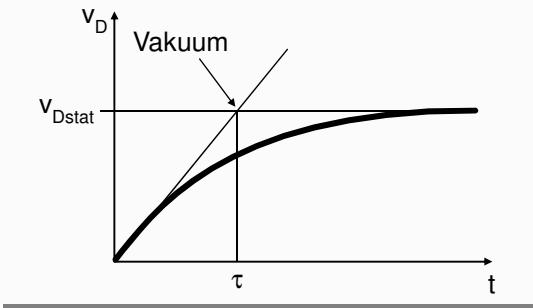
Stöße der Elektronen mit den Gitterionen



Die Elektronen werden von den Ionen abgebremst und müssen von neuem beschleunigt werden.

- ◆ Ursachen:
  - Gitterfehler
  - Legierungen
  - Schwingungen des Gitters (Phononen)

## Sättigungsdriftgeschwindigkeit



$$\vec{v}_{Dstat} = b \cdot \vec{E} \quad (3.7)$$

Die Sättigungsdriftgeschwindigkeit  $v_{Dstat}$  wird bestimmt von der Beweglichkeit  $b$ , die wiederum von der mittleren Stoßzeit  $\tau$  abhängt.

## 3.3 Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit

Bei erhöhten Temperaturen nimmt die Amplitude der Gitterschwingungen zu.

→ erhöhte Stoßwahrscheinlichkeit für die Elektronen

→ kleinere Stoßzeit  $\tau$  und kleinere Beweglichkeit  $b$

Experimentell:  $b \sim 1/T$

→ El. Leitfähigkeit  $\kappa = nqb$  nimmt mit steigender T ab.

n ist in Metallen nahezu temperaturunabhängig.

→ Spez. Widerstand  $\rho = 1/\kappa$  nimmt mit T zu:  $\rho \sim T$

Anwendung:  
Widerstandsthermometer

(z.B. aus dünnen Platinschichten Pt100, Pt100)

Für nicht zu große T-Intervalle ergibt sich  
näherungsweise ein linearer Zusammenhang:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot [1 + \alpha(T - T_0)]$$

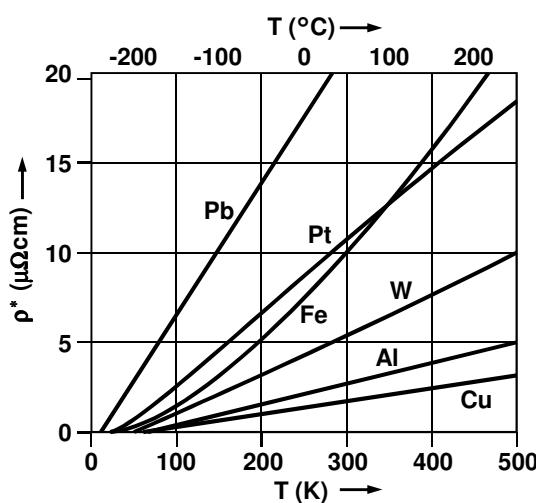
mit  $\alpha = \frac{1}{\rho(T_0)} \cdot \frac{dp(T)}{dT}$

(3.8)

$\alpha$  = Temperaturkoeffizient TK; Einheit: [1/T]

- für reine, nicht ferromag. Metalle ca.  $3 \cdot 10^{-3}$  1/K

Widerstandsthermometer: Beispiele

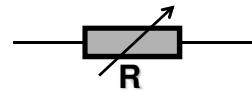


### 3.4 Widerstandsarten – Symbole

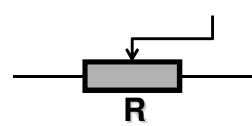
**Ohmscher Widerstand:**



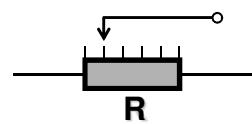
**Veränderbarer Widerstand:  
(Potentiometer)**



**Schiebewiderstand:**

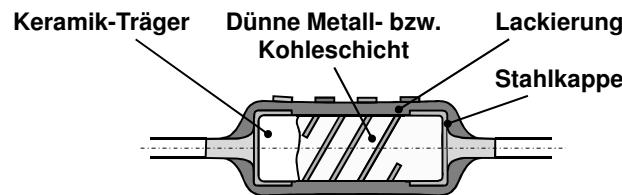


**Stufig einstellbarer Widerstand:**



### Widerstandsarten

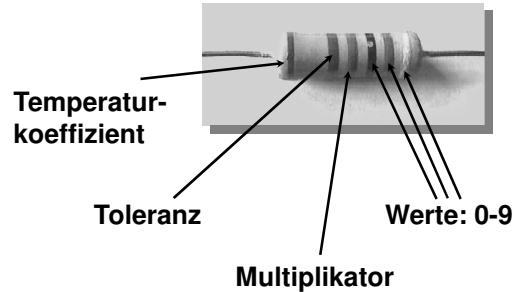
#### 1. Metallschicht- / Kohleschichtwiderstände



## Widerstandsarten

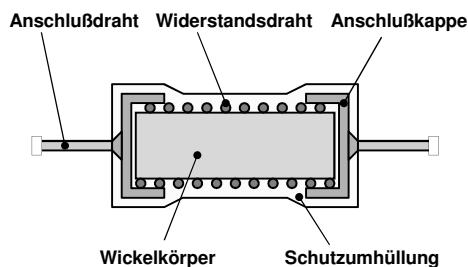
### Metallschicht- / Kohleschichtwiderstände

#### 5-Ringe Markierung



## Widerstandsarten

### ◆ Drahtwiderstände

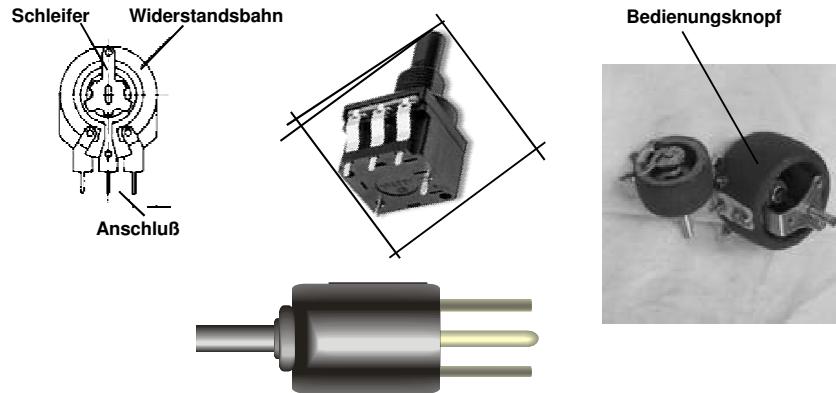


**Vorteil: Hohe Belastung (W)**

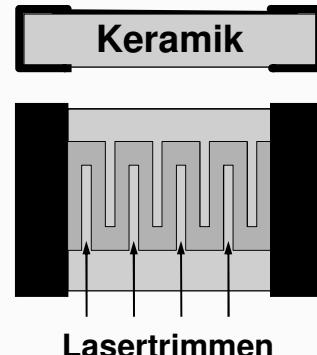
**Nachteil: Parasitäre Induktivität**

## Widerstandsarten

### ◆ Veränderbare Drahtwiderstände



## Dünnschichtwiderstände



## Zusammenstellung der wichtigsten Formeln

Einheit:

**Ohm'sches Gesetz**

$$U = R \cdot I$$

**Ohm'scher Widerstand**

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

[Ω] bzw. [V/A]

**Elektrische Leitfähigkeit**

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = nqb$$

[S/m] bzw. [A/Vm]

**Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes:**

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot [1 + \alpha(T - T_0)]$$

[Ω mm²/m]

## Verständnisfragen zur Vorlesung 03

- ◆ Welche beiden elektrischen Kenngrößen werden durch die Größe "Widerstand" verknüpft?
- ◆ Wie lautet das Ohmsche Gesetz?
- ◆ Wie sind die Zählpfeile von U und I an einem Widerstandssymbol gerichtet?
- ◆ Worin ist der elektrische Widerstand eines Werkstoffes mikroskopisch begründet?
- ◆ Wie verändert sich der Widerstandswert eines ohmschen Widerstandes mit zunehmender Temperatur?

## Übungsaufgaben zur Vorlesung 03

### Aufgabe 1

Ein Kupferdraht hat einen Durchmesser von 3,8mm und die Länge  $l = 430\text{m}$ . Wie groß ist sein Widerstand bei

- a)  $30^\circ\text{C}$ ,
  - b)  $80^\circ\text{C}$ ,
  - c)  $0^\circ\text{C}$
- (siehe dazu Tabelle 01-1, nächste Seite)

### Aufgabe 3

Stellen Sie für die in Aufgabe 1 gefundenen Widerstandswerte graphisch das Ohmsche Gesetz in einem  $U(I)$  - Graphen für einen Strombereich von 0-1 A dar.

### Aufgabe 3

Durch Beschädigung der Isolation eines Erdkabels ist ein Kurzschluß zwischen zwei Adern entstanden. Zur Ermittlung der Schadensstelle wird der Widerstand zwischen den beiden Adern gemessen. In welcher Entfernung vom Meßort liegt die Schadensstelle, wenn die Messung  $R = 0.380$  ergab ?  
(Kupfer Querschnitt  $A = 35 \text{ mm}^2$ ,  $T = 8^\circ\text{C}$ )

Tab.1: Kennwerte von Widerstandsmaterial bei  $30^\circ\text{C}$

(nach VEM Taschenbuch für den Starkstromanlagenbau, 3.Auflage, S536. Berlin:VEB Verlag Technik 1966)

Werkstoff	spez. Widerstand ( $30^\circ\text{C}$ )	Leitfähigkeit ( $30^\circ\text{C}$ )	Temperaturkoeffizient ( $0 < < 100^\circ\text{C}$ )
Aluminium	0,0383	35,5	0,004
Aluminiumbronze	0,3	5	0,008
Blei	0,308	4,8	0,0038
Bronze	0,0375	36,4	0,004
Cadmium	0,076	13,3	-
Chrom-Nickel	1,1	0,91	0,00035
Eisen	0,13	7,7	0,0048
Stahl	0,13	8,3	-
Konstantan	0,5	3	0,00005
Kupfer	0,0175	57	0,00393
Magnesium	0,0461	31,7	0,0039
Manganin	0,43	3,38	0,00001
Messing	0,08	13,5	0,0015
Nickel	0,1	10	0,0044
Nickelin	0,3	3,33	0,0003
Platin	0,1	10	0,0039
Quecksilber	0,955	1,05	0,0009
Silber	0,0165	60,5	0,0036
Wolfram	0,0555	18	0,0041
Zink	0,063	15,8	0,0037
Zinn	0,13	8,35	0,0044