

Mathematik für Informatiker 2 Übungsblatt 4

Abgabefrist: 07.05.2018, 12:15 Uhr **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein. Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 4.1 *Quiz*

(1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. Die Folge $a_n = \frac{1}{n^\alpha}$, mit $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$, konvergiert gegen 0.
2. Seien $a_n \neq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$. Dann ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergent.
3. Sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eine divergente Reihe und $c \in \mathbb{R}$ mit $c \neq 0$. Dann ist die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (c \cdot a_n)$ divergent.
4. Seien $a_k \in \mathbb{R}$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$. Die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergiert genau dann, wenn die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergiert.

Aufgabe 4.2 *Konvergenz von Reihen*

(2+2 Punkte)

Prüfen Sie (mit Beweis), ob folgende Reihen konvergent sind.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}}$

Aufgabe 4.3 *Grenzwerte von Reihen*

(2+2 Punkte)

1. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{k=2}^n \left(\frac{1}{2k} - \frac{1}{2(k+2)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N} \text{ mit } n \geq 2 \text{ gilt.}$$

2. Bestimmen Sie den Grenzwert der Reihe $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2k} - \frac{1}{2(k+2)} \right)$.

Aufgabe 4.4 *Supremum/ Infimum*

(2+2 Punkte)

Bestimmen Sie das Supremum, Infimum, Maximum und Minimum (falls sie existieren) folgender Teilmengen der reellen Zahlen.

1. $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 10x + 3 < 0\}$
2. $B = \left\{ \frac{x-1}{x+1} \mid x \in [0, \infty) \right\}$