

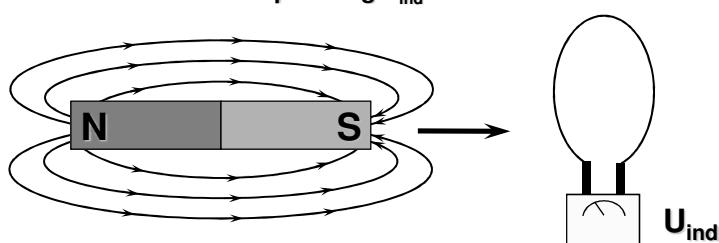
# Wechselstrom

## Grundlagen



### Induktionsgesetz

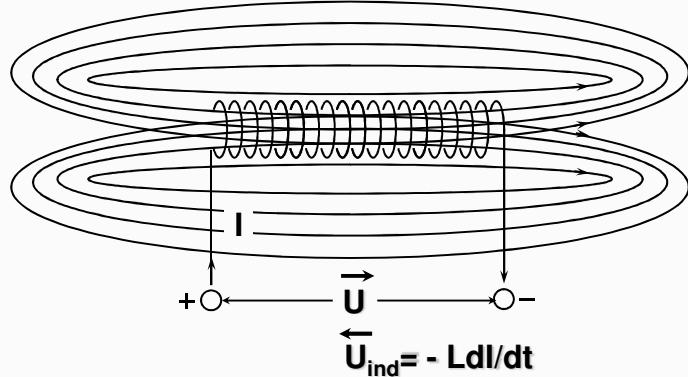
- ◆ Bewegt man einen Stabmagneten durch eine Luftspule und schließt an diese ein Voltmeter an, so beobachtet man eine induzierte elektrische Spannung  $U_{\text{ind}}$ .



- ◆ Die induzierte Spannung für N Windungen lautet:

$$U = -N \left( \frac{d\Phi}{dt} \right)$$

## Selbstinduktion /Lenzsche Regel



## Wiederholung Vorlesung 7

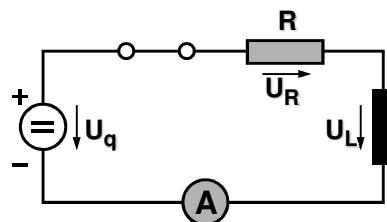
Arbeitsgebiet  
Mikrostrukturtechnik

A. Neyer, GET, SS 10, Vorlesung 08

Folie 3

## Einschaltvorgang in einer Spule

## Wiederholung Vorlesung 7



- ◆ **Maschenregel:**  $U_q - U_R - U_L = 0$
- $U_q = RI + L \frac{di}{dt}$

Arbeitsgebiet  
Mikrostrukturtechnik

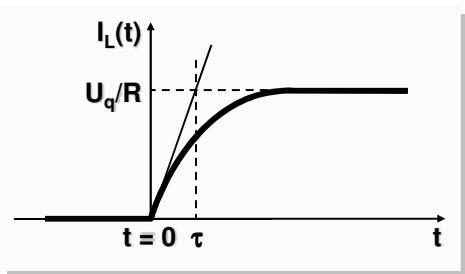
A. Neyer, GET, SS 10, Vorlesung 08

Folie 4

### Einschaltvorgang in einer Spule

- ◆ Zeitlicher Verlauf des Spulenstromes

$$I_L(t) = \frac{U_q}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

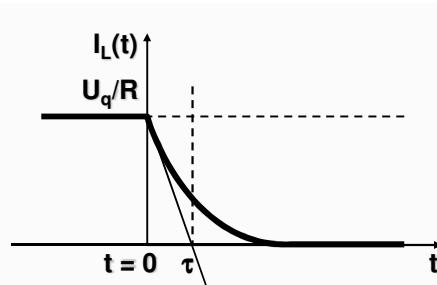


Zeitkonstante  
 $\tau = L / R$

### Ausschaltvorgang in einer Spule

- ◆ Lösung der DGL ergibt

$$I_L(t) = \frac{U_q}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$



Stromfluss nach  
Abschalten ergibt  
sich durch selbst-  
induzierte Spannung

Zeitkonstante  
 $\tau = L / R$

## Energie in einer Spule

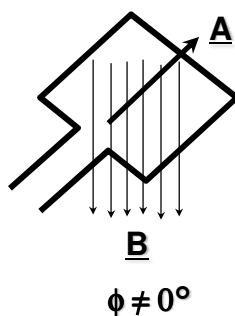
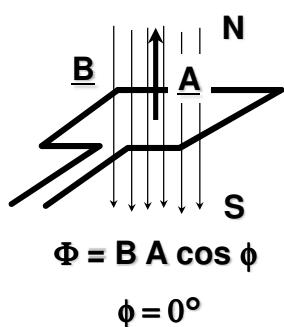
### Wiederholung Vorlesung 7

$$W = \int_0^{\infty} U(t) I(t) dt$$

$$W = \frac{L}{2} I^2$$

## Rotatorische Spannungserzeugung: Magnetische Flussänderung durch Drehen einer Leiterschleife

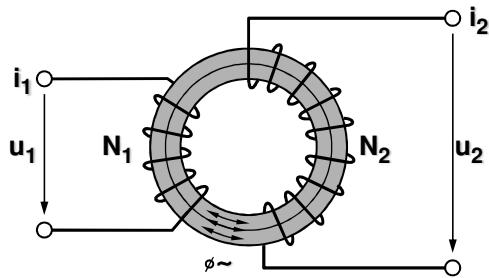
### Wiederholung Vorlesung 7



$f = \omega / 2\pi$   
Drehfrequenz

Phase:  $\phi = \omega t$

## Der Transformator



$$\ddot{U} = N_1 / N_2 = U_1 / U_2 = I_2 / I_1$$

## Wiederholung Vorlesung 7

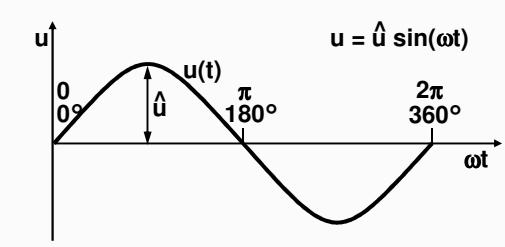
## Inhalt dieser Vorlesungseinheit



- ◆ Wechselgrößen
- ◆ Widerstand, Spule und Kondensator bei Wechselstrom
- ◆ Darstellung von Wechselgrößen im Zeigerbild

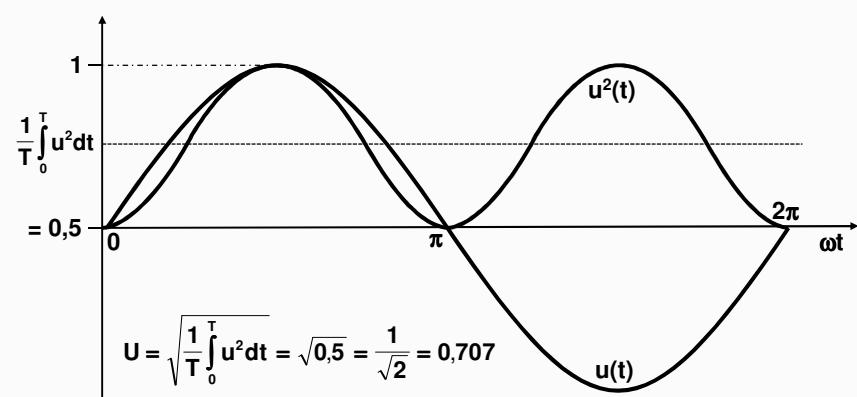
## Wechselgrößen

- ◆ Augenblickswert  $u(t)$
- ◆ Amplitude  $\hat{u}$
- ◆ Phasenwinkel  $\omega t$
- ◆ Frequenz  $f = \omega / 2\pi$
- ◆ Kreisfrequenz  $\omega$
- ◆ Periodendauer  $T = 1/f$
- ◆ Nullphasenwinkel  $\varphi$



## Effektivwert (Äquivalent zum Gleichstrom)

- ◆ Bsp.:  $u(t) = \sin(\omega t)$



## Effektivwert

- ◆ Effektivwert = quadratischer Mittelwert einer Wechselgröße über eine Periodendauer gebildet

- ◆ Zeitfunktion

$$u = \hat{u} \sin(\omega t) \quad i = \hat{i} \sin(\omega t)$$

- ◆ Effektivwert

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

- ◆ Man erhält:  
(nur, wenn Zeitfunktion sinusförmig!)

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \approx 0,707\hat{u} \quad I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \approx 0,707\hat{i}$$

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t) \quad i = \sqrt{2} I \sin(\omega t)$$

## Effektivwert

- ◆ Zum besseren Verständnis:

- ◆ Der Effektivwert ist diejenige Spannung bzw. Stromstärke, die man an einer Gleichquelle einstellen müßte, um an einen Verbraucher die gleiche Leistung abzugeben.

- ◆ Beispiel Steckdose:

230 V ist der Effektivwert der Wechselspannung. Eine Glühlampe brennt genauso hell, wenn sie mit 230 V Gleichstrom betrieben wird. Der Scheitelwert der Netzspannung beträgt dagegen

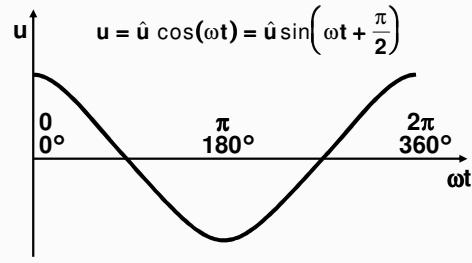
$$\hat{u} = \sqrt{2} U = \sqrt{2} 230V = 325V$$

## Nullphasenwinkel

- ◆ Bisher: Bei  $t = 0$  positiver Nulldurchgang
- ◆ Beliebiger Winkel bei  $t = 0$  möglich
- ◆ Nullphasenwinkel  $\varphi_u$  bei Wechselspannung
- ◆ Nullphasenwinkel  $\varphi_i$  bei Wechselstrom
- ◆ → Allgemeine Gleichungen der Wechselgrößen:

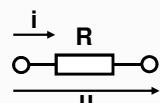
$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$$



## Widerstand bei Wechselstrom

- ◆ Durch den Widerstand fließe der Strom  $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$
- ◆ Aus der Grundgleichung  $u = iR$   
ergibt sich durch Einsetzen von  $i$



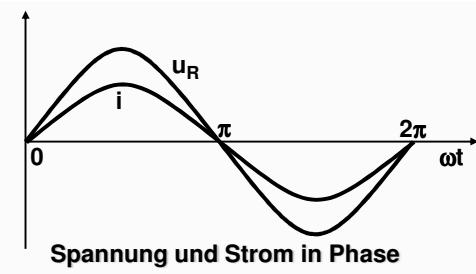
$$u = \sqrt{2} IR \sin \omega t$$

Aus Vergleich mit

$$u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$$

folgt:

$$U = IR; \quad \varphi_u = 0$$



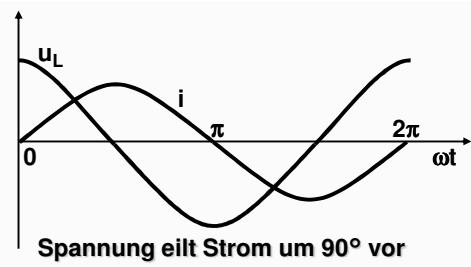
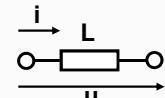
### Spule bei Wechselstrom

◆ Durch die Spule fließe der Strom  $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$

◆ Aus der Grundgleichung  $u = L \frac{di}{dt}$   
ergibt sich durch Einsetzen von  $i$

$$u = \sqrt{2} I \omega L \cos \omega t \\ = \sqrt{2} I \omega L \sin(\omega t + \pi / 2)$$

$$U = I \omega L = I X_L \\ \varphi_u = \pi/2$$



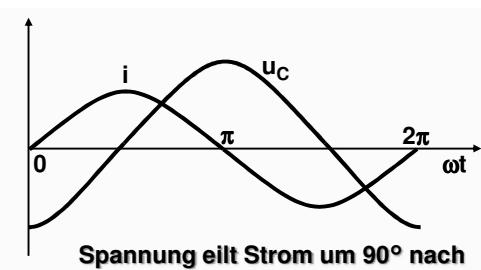
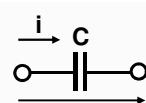
### Kondensator bei Wechselstrom

◆ Auf den Kondensator fließe der Strom  $i = \sqrt{2} I \sin \omega t$

◆ Aus der Grundgleichung  $u = \frac{1}{C} \int i dt$   
ergibt sich durch Einsetzen von  $i$

$$u = -\sqrt{2} I \frac{1}{\omega C} \cos \omega t \\ = \sqrt{2} I \frac{1}{\omega C} \sin(\omega t - \pi / 2)$$

$$U = I \frac{1}{\omega C} = I X_c \\ \varphi_u = -\pi/2$$



## Zusammenfassung

### ◆ Zusammenstellung der Grundgesetze

	R	L	C
<b>Gesetz</b>	$U = IR$ $I = U G$	$U = I \omega L = IX_L$ $I = U \frac{1}{\omega L} = UB_L$	$U = I \frac{1}{\omega C} = IX_C$ $I = U \omega C = UB_C$
<b>Widerstand (Impedanz)</b>	R	$X_L = \omega L$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$
<b>Leitwert</b>	G	$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$	$B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$
<b>Phasenverschieb.-winkel</b>	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$	$\varphi = -90^\circ = -\frac{\pi}{2}$

## Zusammenfassung

### ◆ Nomenklatur

- **Relektrischer Widerstand / Wirkwiderstand**
- **$X_L$       induktiver Blindwiderstand**
- **$X_C$       kapazitiver Blindwiderstand**
- **G      elektrischer Leitwert / Wirkleitwert**
- **$B_L$       induktiver Blindleitwert**
- **$B_C$       kapazitiver Blindleitwert**

- ◆ **Das Ohmsche Gesetz gilt wie für Gleichstrom auch für die Effektivwerte von Wechselgrößen. Blindwiderstände und -leitwerte sind aber frequenzabhängig!**

## Zerlegung in Komponenten

- ◆ **harm. Schwingung**  $u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi)$
- ◆ **Additionstheorem**  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- ◆ →  $u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi) = \underline{\hat{u} \cos \varphi} \sin \omega t + \underline{\hat{u} \sin \varphi} \cos \omega t$   
 $A=\text{const.}$        $B=\text{const.}$

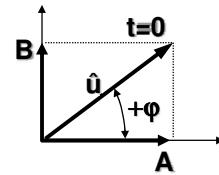
$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

- ◆ **Jede harmonische Schwingung ist zerlegbar in eine Sinus- und eine Cosinus-Komponente**

## Darstellung im Zeigerbild

- ◆ **Eindeutige Darstellung mit A, B oder  $\hat{u}, \varphi$**

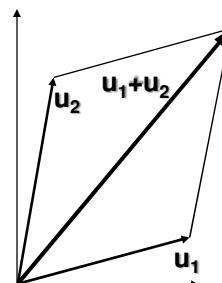
$$\begin{aligned} u &= \hat{u} \sin(\omega t + \varphi) \\ &= A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \end{aligned}$$



- ◆ **Komponenten addieren:**

- $A = A_1 + A_2$
- $B = B_1 + B_2$

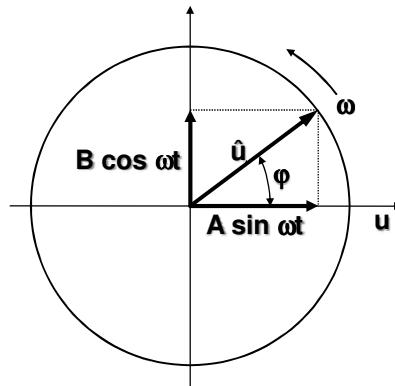
- ◆ **Addition wie bei Vektoren**  
**→ Schwingungen durch Vektoren darstellbar**



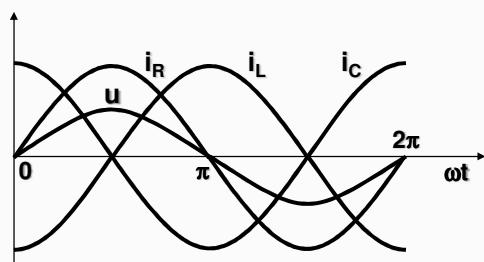
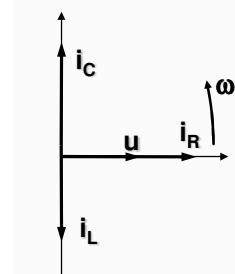
### Darstellung im Zeigerbild

- ◆ Augenblickswert kann durch Projektion eines Spannungszeigers dargestellt werden, der mit der Kreisfrequenz  $\omega$  rotiert.

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi) \\ = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$



### R, L und C im Zeigerdiagramm



## Leistung

- ◆ Allgemein gültig:  $P_t = ui$
- ◆ Einsetzen der Wechselgrößen:  $u = \sqrt{2} U \sin(\omega t + \varphi_u)$   
 $i = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi_i)$
- ◆ Man erhält nach Umformung:

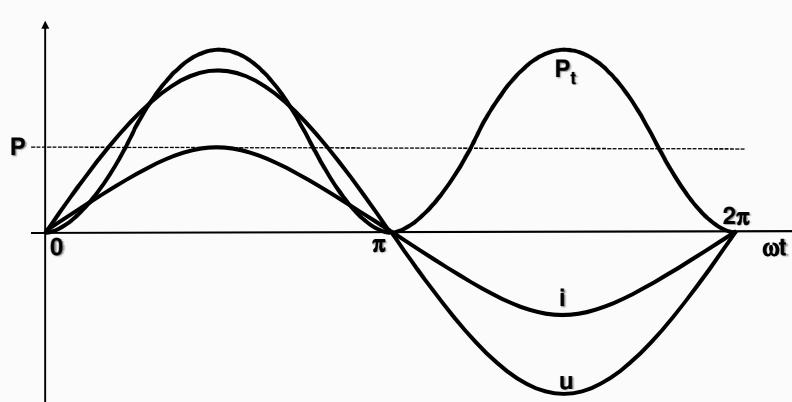
$$P_t = UI \cos \varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) \quad \text{mit } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$= P - P_{\sim}$$

- ◆ Augenblickswert  $P_t$  setzt sich zusammen aus
  - Durchschnittswert  $P$  (zeitlich linearer Mittelwert der Leistung)
  - Wechselanteil  $P_{\sim}$  mit doppelter Frequenz (liefert im Mittel keinen Beitrag zur Leistung)
- ◆ Definition: Wirkleistung  $P = UI \cos \varphi$

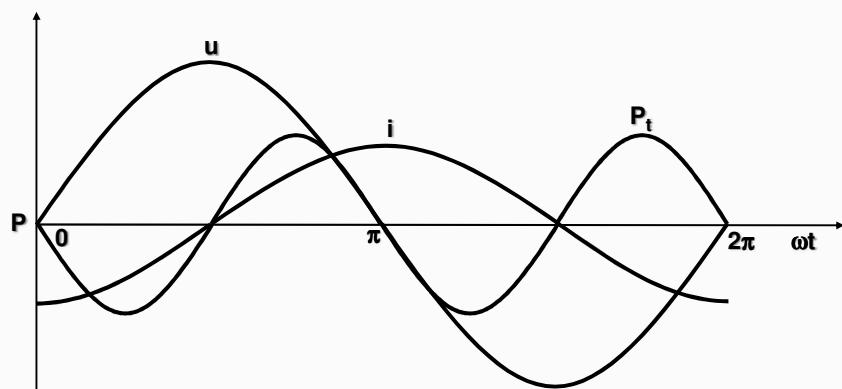
## Leistung (Ohmscher Widerstand)

- ◆  $\varphi = 0$



## Leistung (Spule)

- ◆  $\varphi = \pi/2$



## Arbeit

- ◆ Elektrische Arbeit (ähnlich Gleichstrom):

- Wirkarbeit  $W = Pt$  Einheit: 1 W s
- Blindarbeit  $W_q = Qt$  Einheit: 1 Var s
- Scheinarbeit  $W_s = St$  Einheit: 1 VA s

- ◆ Haushalte: „Stromzähler“ mißt nur Wirkarbeit (kWh)

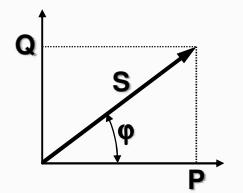
- $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}$

- ◆ Industrie: auch Messung der Blindarbeit (kVarh-Zähler)

- Belastung mit Spule: pos. Blindarbeit (Aufnahme)
- Belastung mit Kondensator: neg. Blindarbeit (Abgabe)
- gewünscht: möglichst geringer Blindanteil, um Leitungsverluste zu minimieren

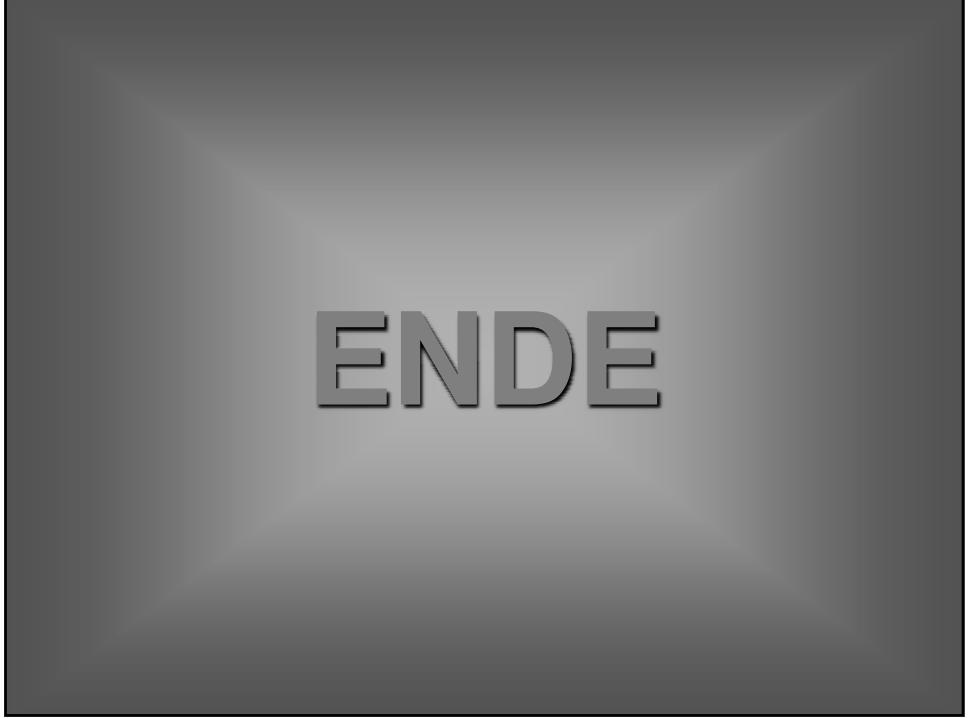
## Leistung

- ◆ Weitere Leistungsgrößen:
  - Blindleistung  $Q = U I \sin \varphi$
  - Scheinleistung  $S = U I$
- ◆ Zusammenfassend ergibt sich:
  - ◆  $P = U I \cos \varphi = S \cos \varphi$  Einheit: 1 W
  - ◆  $Q = U I \sin \varphi = S \sin \varphi$  Einheit: 1 Var
  - ◆  $S = U I = \sqrt{P^2 + Q^2}$  Einheit: 1 VAP
- ◆ Leistungsfaktor  $\lambda = \frac{|P|}{S} \leq 1$ 
  - bei Sinusgrößen:  $\lambda = |\cos \varphi|$



## Verständnisfragen zur Vorlesung 08

- ◆ Welche Größen charakterisieren eine Wechselspannung?
- ◆ Wie ist der Effektivwert definiert?
- ◆ Wie lauten die Wechselstromwiderstände
  - eines ohmschen Widerstandes
  - eines Kondensators
  - einer Spule
- ◆ Welche Phasenbeziehung herrscht zwischen Strom (Bezugsgröße) und Spannung?
  - am ohmschen Widerstand:
  - an einem Kondensator:
  - an einer Spule:
- ◆ Wie ist die Leistung bei Wechselgrößen definiert?
- ◆ Was ist Wirkleistung, Blindleistung und Scheinleistung?



**ENDE**