

Abgabe bis spätestens am Montag, 03.12.2018,

- (vor der Vorlesung) im HG II, HS 3, oder
- in die Briefkästen im Durchgangsfur, der die 1. Etage der OH 12 mit dem Erdgeschoss der OH 14 verbindet.

Beachten Sie die Schließzeiten der Gebäude!

Ansonsten gelten die Hinweise von Blatt 1.

Aufgabe 4.1 [Modallogische Modellierung]

6 Punkte

In dieser Aufgabe wollen wir Systeme von Softwarepaketen, wie sie zum Beispiel von Paketverwaltungssoftware verwaltet werden müssen, durch Kripkestrukturen modellieren. Dazu beschränken wir uns auf folgende Eigenschaften und Zusammenhänge von Softwarepaketen.

Eine Softwarepaket kann eine graphische Benutzeroberfläche oder eine Programmbibliothek sein. Außerdem kann ein Softwarepaket Netzwerkzugriff erfordern und es wird festgehalten, ob das Softwarepaket explizit vom Benutzer installiert wurde. Schließlich kann ein Softwarepaket von anderen Softwarepaketen *direkt* abhängen, um seine Funktionalität bereitzustellen. Ein Softwarepaket hängt allerdings niemals direkt von sich selbst ab.

Beispiel

Wir betrachten das folgende, aus fünf Softwarepaketen bestehende, System:

1. Es gibt eine *Chatanwendung*, welche eine graphische Benutzeroberfläche ist, die vom Benutzer explizit installiert worden ist. Sie hängt direkt vom Webbrowser und der Netzwerkbibliothek ab.
2. Bei dem *Webbrowser* handelt es sich um eine graphische Benutzeroberfläche, die explizit vom Benutzer installiert worden ist. Der Webbrowser hängt direkt von der Bildbibliothek und von der Netzwerkbibliothek ab.
3. Die *Bildbibliothek* und die *Netzwerkbibliothek* sind beides Programmbibliotheken; sie wurden *nicht* explizit vom Benutzer installiert.
4. Zuletzt gibt es noch einen *Bildbetrachter*, eine graphische Benutzeroberfläche, die explizit vom Benutzer installiert wurde. Sie hängt, wie der Webbrowser, direkt von der Bildbibliothek ab.

Die Chatanwendung, der Webbrowser und die Netzwerkbibliothek erfordern Netzwerkzugriff. Der Bildbetrachter und die Bildbibliothek dagegen *nicht*.

- a) Beschreiben Sie, wie die beschriebenen Systeme von Softwarepaketen durch Kripkestrukturen modelliert werden können. Dabei sollen nur *direkte* Abhängigkeiten in einer Kripkestruktur präsentiert werden. Gehen Sie wie folgt vor.

- Legen Sie die intendierte Bedeutung einer Welt in einer Kripkestruktur fest.
- Wählen Sie geeignete aussagenlogische Variablen und legen Sie deren intendierte Bedeutung fest.

- Legen Sie die intendierte Bedeutung einer Kante in einer Kripkestruktur fest. Beachten Sie dabei die auszudrückenden Eigenschaften in Aufgabenteil c).

Bestimmen Sie außerdem welche der folgenden graphtheoretischen Eigenschaften in den von Ihnen betrachteten Kripkestrukturen immer gelten sollen:

- Symmetrie
- Asymmetrie
- Reflexivität
- Irreflexivität
- Transitivität

Beachten Sie dabei auch die zu formalisierenden Eigenschaften in Aufgabenteil c). **(3 Punkte)**

b) Geben Sie die Kripkestruktur an, welche das obige Beispiel darstellt. **(1 Punkt)**

c) Modellieren Sie die folgenden Eigenschaften durch modallogische Formeln. Die Formeln sollen in allen Welten jeder Kripkestruktur, die die beschriebenen Eigenschaften und die von Ihnen festgelegten graphtheoretischen Eigenschaften hat, gelten. **(2 Punkte)**

(i) Eine Programmbibliothek kann direkt nur von Programmbibliotheken abhängen und jede graphische Benutzeroberfläche hängt von mindestens einer Programmbibliothek direkt ab. **[1 Punkt]**

(ii) Wenn ein Softwarepaket explizit vom Benutzer installiert wurde, dann gilt für jedes Softwarepaket, von dem es direkt abhängt: Es wurde nur explizit vom Benutzer installiert, wenn es Netzwerkzugriff erfordert oder wenn es sich um eine graphische Benutzeroberfläche handelt. **[1 Punkt]**

Aufgabe 4.2 [Modallogisches Folgern]

4 Punkte

In dieser Aufgabe sollen Sie entscheiden, ob aus der Formel

$$\varphi = \Box \left(\Box(A \vee B) \wedge \neg \Diamond(B \rightarrow A) \right)$$

die Formel $\psi = \Box \Box B$ folgt.

a) Stellen Sie eine Formel in NNF auf, die genau dann unerfüllbar ist, wenn ψ aus φ folgt. **(1 Punkt)**

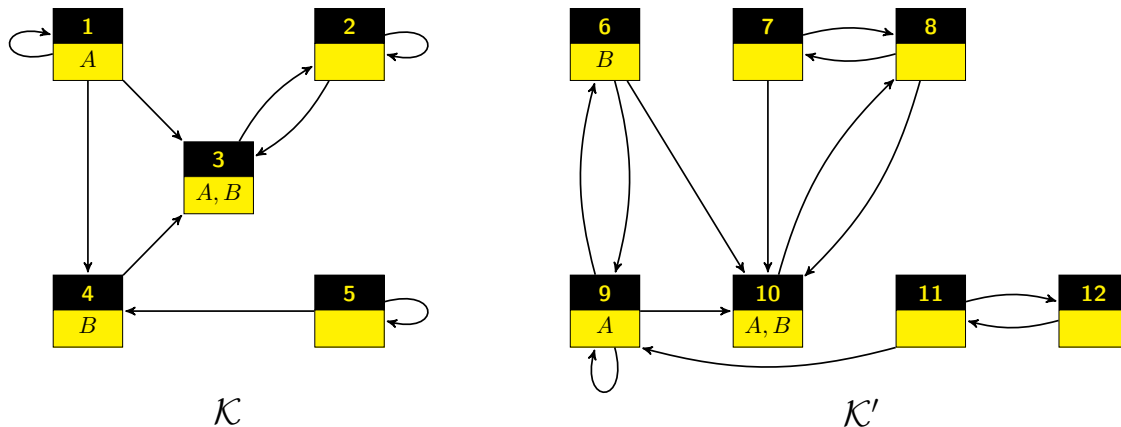
b) Beweisen oder widerlegen Sie mit Hilfe des modallogischen Tableaukalküls, dass ψ aus φ folgt. Wenden Sie dabei die folgenden Konventionen an, die in der Vorlesung nicht gefordert werden.

- Wählen Sie dabei in jedem Schritt einen unmarkierten Knoten, der sich möglichst nah an der Wurzel befindet.
- Sobald sich auf einem Zweig des Tableaus ein Widerspruch ergibt, können Sie diesen Zweig direkt schließen und müssen ihn nicht weiter verfolgen.
- Markieren Sie außerdem durch Pfeile, welche Knoten im Tableau aus welchen Knoten durch Anwendung einer \Box -Regel hervorgehen.

Wenn ψ nicht aus φ folgt, geben Sie eine Kripkestruktur \mathcal{K} und eine Welt s an, so dass $\mathcal{K}, s \models \varphi$ und $\mathcal{K}, s \not\models \psi$. **(3 Punkte)**

Aufgabe 4.3 [Bisimulation]**5 Punkte**

Gegeben seien die folgenden Kripkestrukturen:



- Beurteilen Sie, ob $(2, 7) \in S_{\sim}(\mathcal{K}, \mathcal{K}')$ gilt. Begründen Sie Ihr Urteil indem Sie eine Gewinnstrategie für Spieler 1 (Anton) oder Spielerin 2 (Vera) für das Bisimulationsspiel auf \mathcal{K} und \mathcal{K}' von $(2, 7)$ aus beschreiben. **(1 Punkt)**
- Geben Sie eine Formel φ an, sodass $(\mathcal{K}, 1) \not\models \varphi$ und $(\mathcal{K}', 9) \models \varphi$ gilt. **(1 Punkt)**
- Bestimmen Sie die Menge $S_{\sim}(\mathcal{K}, \mathcal{K}')$ indem Sie den Bisimationsalgorithmus anwenden. Geben Sie dabei für jedes markierte Paar in einer Tabelle, wie in der Vorlesung, an, in welcher Runde und warum es markiert wurde. **(3 Punkte)**

Zusatzaufgabe [Bisimulation und Äquivalenz von Kripkestrukturen]**2 Punkte**

Satz 7.6 besagt, dass für endliche Kripkestrukturen \mathcal{K}_1 und \mathcal{K}_2 sowie Welten s_1, s_2 gilt: Wenn für alle ML-Formeln φ gilt

$$(\mathcal{K}_1, s_1) \models \varphi \text{ gdw. } (\mathcal{K}_2, s_2) \models \varphi,$$

dann gilt auch $s_1 \sim s_2$.

Zeigen Sie: Dies gilt nicht für unendliche Kripkestrukturen. Beschreiben Sie dazu unendliche Kripkestrukturen \mathcal{K}_1 und \mathcal{K}_2 mit Welten s_1 und s_2 , so dass für jede modallogische Formel φ gilt $(\mathcal{K}_1, s_1) \models \varphi$ gdw. $(\mathcal{K}_2, s_2) \models \varphi$, aber s_1 und s_2 nicht bisimilar sind. Begründen Sie, warum dies ein Gegenbeispiel ist.