

Aufgabe 1: Elektrische Ladung

(a)

Coulombsche Gesetz:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2}$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

mit

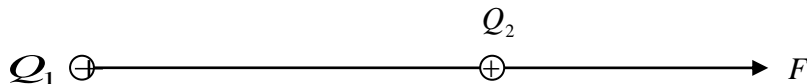
$$F = \frac{C}{V}$$

ϵ_r : Dielektrizitätszahl, Relative Permittivität z.B. Vakuum: $\epsilon_r = 1$

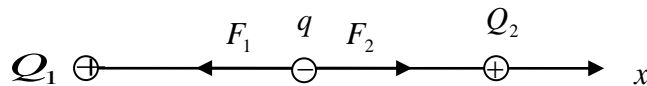
$$F = \frac{10^{-6}C \cdot 10^{-6}C}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C}{Vm} \cdot 1 \cdot (100cm)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,854} \cdot \frac{CV}{m} = 8,99 \cdot 10^{-3} \frac{CV}{m}$$

$$= 8,99 \cdot 10^{-3} N$$

(b)



(c)



$$F_1 - F_2 = 0$$

$$F_1 = \frac{q \cdot Q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_1^2}$$

$$F_2 = \frac{q \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_2^2}$$

$$r_1 = r_2 \rightarrow x = 0$$

(d)

$$F = q \cdot E$$

$$0 = q \cdot E \wedge q \neq 0 \Rightarrow E = 0$$

(e)

$$U = 0$$

gleichgroße Ladungen

Aufgabe 2: Elektrisches Feld

1.

$$U = \int_A^B E \, ds$$

$$U_{AB} = 0$$

2.

$$U_{AD} = \int_0^l E \, ds = E \cdot s|_0^l = E \cdot l$$

3.

$$U_{AC} = U_{AD} + U_{DC} = E \cdot l + 0 = E \cdot l$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 0 + E = E \cdot l$$

$$U_{AC} = \int_A^C \vec{E} d\vec{s} = \int_A^C \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \int_A^C E_x dx + E_y dy$$

Da

$$E_y = 0$$

$$\Rightarrow U_{AC} = \int_0^l E_x dx = E_x dx|_0^l = E \cdot l$$

4.

$$U_{AD} = \int_0^l E_0 ds = E_0 ds|_0^l = 30 \frac{V}{m} \cdot 2m = 60V$$

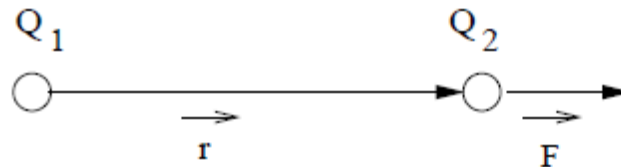
5.

Richtig sind 2) 4) 5)

Aufgabe 3: Elektrostatik

(a)

$$\vec{F} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \cdot \vec{e}_r$$



(b)

$$\vec{F}_1 = \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 4/5 \\ 3/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 4/5 \\ -3/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 25} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5/5 \end{pmatrix} = \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

(c)

$$\vec{F}_{ges} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= \frac{Q_1 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{Q_2 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \frac{Q_3 \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \left[\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right]$$

$$= \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \cdot 125} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Magnetisches Feld

- a) Wie viele Elektronen fließen pro Sekunde durch L_1 wenn der Strom $I_1 = 2A$

$$e = -1,602 \cdot 10^{-19} C$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{2A \cdot 1s}{1,602 \cdot 10^{-19} C} = 1,248 \cdot 10^{19}$$

Berechnen Sie die magnetischen Feldstärke \vec{H}_1 und \vec{H}_2 in einem beliebigen Punkt (x, y) für die jeweiligen Leiter L_1 und L_2 . Hierfür muss die Formel von \vec{H}_{Allg} so angepasst werden, dass der betrachtete Leiter in den Ursprung verschoben wird.

$$b) \vec{H}_{Allg} = \frac{I}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \end{pmatrix} = \frac{I}{2\pi(x^2+y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$$

1. Berechnung der magnetischen Feldstärke \vec{H}_1 und \vec{H}_2 in einem Punkt (x, y) für die Leiter L_1 und L_2

- Die magnetische Feldstärke kann jetzt für die einzelnen Leiter berechnet werden, indem für die x und y -Koordinate die Positionen des Punktes P eingesetzt werden
- Verschiebung der Leiter in den Ursprung
 - Leiter1: x entspricht x-a
 - Leiter2: x entspricht x-a \rightarrow x-(-a) = x+a

Die y-Koordinate der beiden Leiter ist 0 \rightarrow Keine Verschiebung notwendig

$$\vec{H}_1 = \frac{I_1}{2\pi((x-a)^2 + y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x-a \end{pmatrix}$$

$$\vec{H}_2 = \frac{I_2}{2\pi((x+a)^2 + y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x+a \end{pmatrix}$$

2. Superposition der Feldstärken: $\vec{H}_{ges} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$$\vec{H}_{ges} = \frac{I_1}{2\pi((x-a)^2 + y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x-a \end{pmatrix} + \frac{I_2}{2\pi((x+a)^2 + y^2)} \cdot \begin{pmatrix} -y \\ x+a \end{pmatrix}$$

c) P(5/2/0), a=3m

$$\begin{aligned}\vec{H}_{ges} &= \frac{2A}{2\pi((5-3)^2 + 2^2)} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5-3 \end{pmatrix} + \frac{2A}{2\pi((5+3)^2 + 2^2)} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5+3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1A}{8\pi} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1A}{68\pi} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -0,09 \\ 0,12 \end{pmatrix} \frac{A}{m}\end{aligned}$$

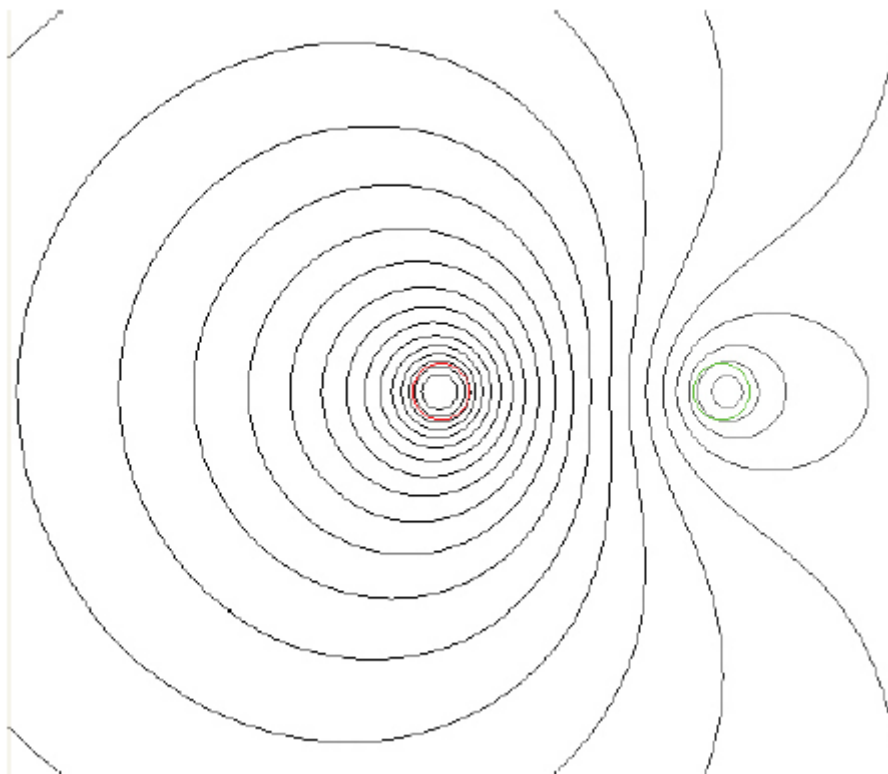
$$\vec{H}_{ges} = \sqrt{(-0,09)^2 + (0,12)^2} \approx 0,148 \frac{A}{m}$$

$$B = \mu \cdot H$$

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 0,148 \frac{A}{m} = 0,186 \mu T \text{ oder } 0,186 \cdot 10^{-6} T$$

d) Zeichnen Sie qualitativ den Verlauf für \vec{H} für $\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{2}$

- I_2 ist doppelt so groß wie I_1
- Die Ströme fließen in unterschiedliche Richtungen



Aufgabe 5: Taschenlampe

a.) Ersatzschaltbild

b.) Eine ideale Spannungsquelle stellt einem System eine konstante Spannung zur Verfügung, d.h. unabhängig von der Last. Eine reale Batterie würde sich entladen. Die Spannung ändert sich mit der Zeit, der Strom hängt von der angeschlossenen Last ab.

c.)

Ohmsches Gesetz:

$$U = R \cdot I$$

$$U = 4,5V$$

$$R = 1,2k\Omega = 1,2 \cdot 10^3 \Omega = 1200\Omega$$

$$I = \frac{4,5V}{1200\Omega} = 3,75 \cdot 10^{-3} A = 3,75mA$$

d.) Durch den Widerstand (Stöße der Elektronen) wird elektrische Energie in Wärme und Licht umgesetzt.

Wird an eine Halbleiterdiode eine Spannung in Durchlassrichtung angelegt, wandern Elektronen von der n-dotierten Seite zum p-n-Übergang. Nach Übergang zur p-dotierten Seite geht das Elektron dann in das energetisch günstigere Valenzband über. Dieser Übergang wird Rekombination genannt, denn er kann auch als Zusammentreffen von einem Elektron im Leitungsband mit einem Defektelektron (Loch) interpretiert werden. Die bei der Rekombination frei werdende Energie wird in einem direkten Halbleiter meist direkt als Licht (Photon) abgegeben.

Aufgabe 6: Kapazität

- a) Wie groß ist die Kapazität des Kondensators in pF?

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

$$\varepsilon_r = 3$$

$$C = \varepsilon \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot 3 \cdot \frac{4mm^2}{1\mu m} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot 3 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}m^2}{1 \cdot 10^{-6}m}$$

$$= 106,248pF$$

- b) Wie kann man die Kapazität des Kondensators steigern, ohne die Abmessungen der DRAM-Zelle zu verändern?

- Die Kapazität kann durch die Verwendung eines Dielektrikums mit besseren isolierenden Eigenschaften ($\varepsilon_r > 3$) gesteigert werden, ohne die Abmessungen zu verändern.

- c) Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Ladung Q in nC?

$$Q = C \cdot U = 106,248pF \cdot 5V = 0,53nC$$

- d) Wie groß ist das elektrische Feld E zwischen den Kondensatorplatten in $\frac{V}{m}$?

$$E = \frac{U}{d} = \frac{5V}{1\mu m} = 5 \frac{V}{m^{-6}} = 5 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$$

Aufgabe 7: Heizlüfter

- a) Berechnen Sie den Widerstand des Lüfters und den Strom der Zuleitung!

$$P = 3000W$$

$$U = 230V$$

$$R_{Heiz} = ?$$

$$P = U \cdot I$$

$$U = R \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{U}{R}$$

$$P = \frac{U^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230V)^2}{3000W} = 17,63\Omega$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{3000W}{230V} = 13,04A$$

- b) Berechnen Sie den Widerstand von Hin- und Rückleitung!

$$l = 2,5m \cdot 2 = 5m$$

$$A = 1,5mm^2$$

$$\rho_{Kupfer} = 0,017 \frac{\Omega mm^2}{m}$$

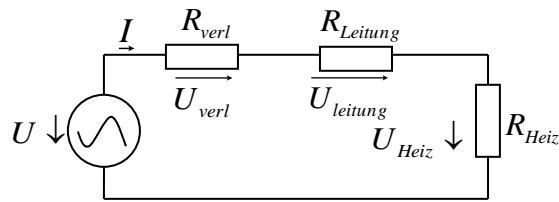
$$R_{leitung} = \rho_{Kupfer} \cdot \frac{l}{A} = 0,017 \frac{\Omega mm^2}{m} \cdot \frac{5m}{1,5mm^2} = 0,0567\Omega = 56,7 \cdot 10^{-3}\Omega = 56,7m\Omega$$

- c)

Relativ großer Strom I, d.h. viele Elektronen

$\left. \begin{array}{l} I \uparrow \Rightarrow R \uparrow \\ A \downarrow \Rightarrow R \uparrow \end{array} \right\} \rightarrow \text{viele Stöße/Reibung} \rightarrow \text{Wärme} \rightarrow \text{Schmelzen der Isolation}$

- d) Welche Leistung wird im Verlängerungskabel umgesetzt? Ist die Verwendung des Verlängerungskabels zulässig?



$$P = U \cdot I$$

$$U = R \cdot I$$

$$R_{verl} = \rho \cdot \frac{l}{A} = 0,017 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{2 \cdot 8\text{m}}{0,75\text{mm}^2} = 0,361\Omega$$

$$R_l = R_{verl} + R_{Heiz} + R_{Leitung} = 0,36\Omega + 17,6\Omega + 56,7\text{m}\Omega = 18,05\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_l} = \frac{230\text{V}}{18,05\Omega} = 12,7\text{A}$$

$$P_{verl} = I^2 \cdot R_{verl} = (12,7\text{A})^2 \cdot 0,36\Omega = 58\text{W}$$

Die Verwendung des Verlängerungskabels ist nicht zulässig!

Aufgabe 8: Induktivität

a) Schaltzeichen einer Induktivität



b) Wie heißt das entsprechende elektrische Bauteil?

Spule, Drossel

c) Welche Einheit hat die Induktivität im internationalen Einheitensystem?

$$\Phi = L \cdot I \Leftrightarrow L = \frac{\Phi}{I} \quad \text{magnetischer Fluss}$$

$$\Phi = \iint_F B \cdot dF \quad [\Phi] = \frac{Vs}{m^2} \cdot m^2 = Vs$$

$$B = \mu H \quad [B] = \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} \quad [\mu] = \frac{Vs}{Am}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad [H] = \frac{A}{m}$$

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H \quad \text{Henry}$$

Die Magnetische Flussdichte leitet sich aus der Kraft auf bewegte Ladungen ab
→ Materialabhängig.

d) Welchen Zusammenhang haben Strom und Spannung einer Induktivität?

Induktivitäten

$$1. n\Phi = L \cdot i$$

$$2. U = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$3. W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Kapazitäten

$$1. Q = C \cdot u$$

$$2. i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$3. W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$

In Einheiten:

$$1. [Wb] = [H] \cdot [A] \\ \Rightarrow [Vs] = \left[\frac{Vs}{A}\right] \cdot [A]$$

$$2. [V] = [H] \cdot \frac{d[A]}{dt} \\ \Rightarrow [V] = \left[\frac{Vs}{A}\right] \cdot \frac{[A]}{[s]}$$

$$1. [C] = [F] \cdot [V] \\ \Rightarrow [As] = \left[\frac{As}{V}\right] \cdot [V]$$

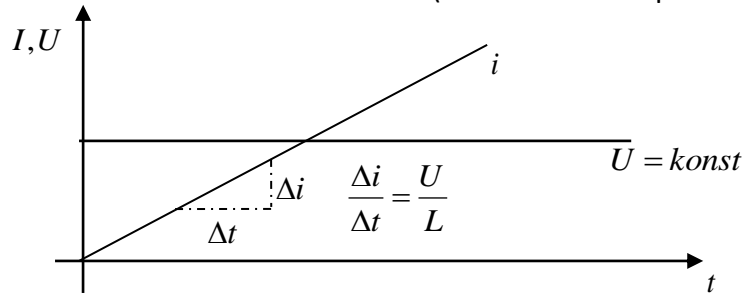
$$2. [A] = [F] \cdot \frac{d[V]}{dt} \\ \Rightarrow [A] = \left[\frac{As}{V}\right] \cdot \frac{[V]}{[s]}$$

$$\begin{aligned} 3. [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot [H] \cdot [A^2] \\ \Rightarrow [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{Vs}{A} \right] \cdot [A^2] \\ \Rightarrow [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{Ws}{A^2} \right] \cdot [A^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot [F] \cdot [V^2] \\ \Rightarrow [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{As}{V} \right] \cdot [V^2] \\ \Rightarrow [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot [As] \cdot [V] \\ \Rightarrow [Ws] &= \frac{1}{2} \cdot [As] \cdot \left[\frac{W}{A} \right] \end{aligned}$$

Die Spannung ist proportional zur Stromänderung

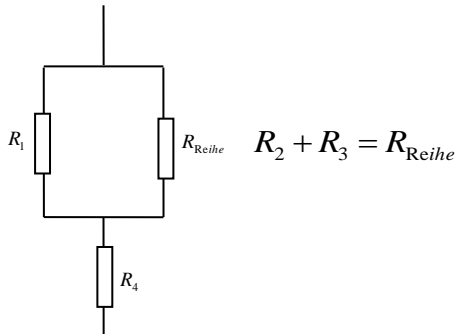
e) Stromverlauf an einer Induktivität (mit konstanter Spannung)



f) Stromverlauf an einer Induktivität

Aufgabe 9: Netzwerk

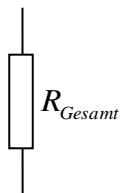
1. Gesamtwiderstand der Anordnung berechnen



$$\frac{1}{R_{\text{Parallel}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{\text{Reihe}}}$$

$$\frac{1}{R_{\text{Parallel}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}$$

$$R_{\text{Parallel}} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$R_{\text{Gesamt}} = R_4 + R_{\text{Parallel}}$$

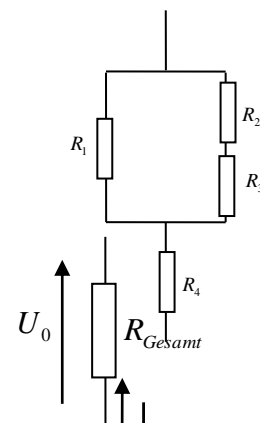
$$R_{\text{Gesamt}} = R_4 + \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

R_{Gesamt}

2.

$$U = RI \Rightarrow I = \frac{U_0}{R_{\text{Gesamt}}}$$

$$I_4 = ?$$



Knotengleichungen aufstellen:

$$A: I = I_1 + I_2$$

$$B: I_1 + I_2 = I_4 = I$$

$$U_4 = R_4 \cdot I$$

3.

$$A: I - I_1 - I_2 = 0$$

4.

$$U_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$U_1 = ?$$

Maschengleichungen aufstellen:

$$\text{I. } U_1 - U_3 - U_2 = 0$$

$$U_1 + U_4 - U_0 = 0 \quad \text{II.}$$

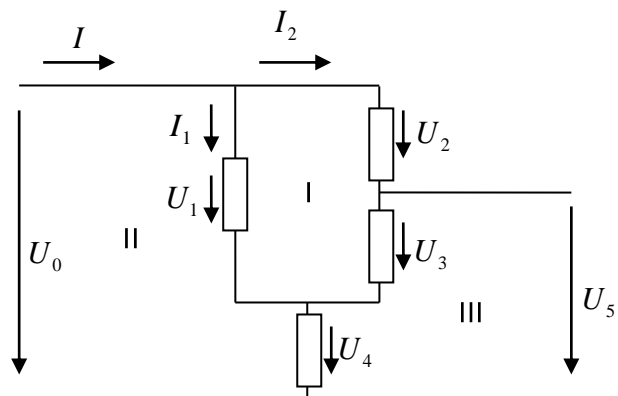
$$U_1 = U_0 - U_4$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_0 - U_4}{R_1}$$

$$I_2 = ?$$

$$I - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_2 = I - I_1$$



5.

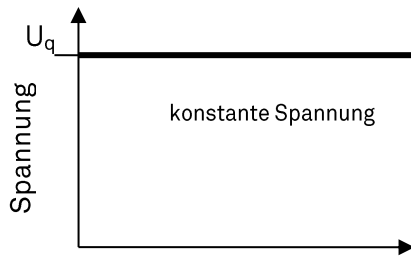
$$U_5 - U_4 - U_3 = 0 \Rightarrow U_5 = U_4 + U_3 \quad \text{III.}$$

$$U_3 = R_3 I_3 = R_3 I_2$$

Zusatzaufgabe: Quellen

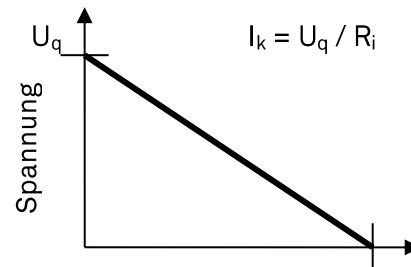
a) Beschreibende Größen einer realen Spannungsquelle:

- ➔ Leerlaufspannung U_q
- ➔ Innenwiderstand R_i .



Strom

ideal



Strom

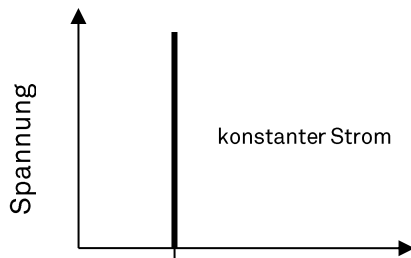
real

Grundsätzlicher Unterschied: Bei einer idealen Spannungsquelle ist die bereitgestellte Spannung lastunabhängig. Bei einer realen Spannungsquelle ist die Spannung abhängig von der angeschlossenen Last.

b) Beschreibende Größen einer realen Stromquelle:

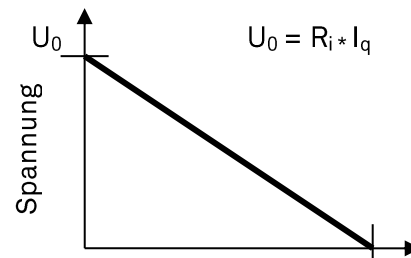
- ➔ Kurzschlussstrom I_q
- ➔ Innenwiderstand R_i .

Kennlinien:



Strom

ideal



Strom

real

Grundsätzlicher Unterschied: Bei idealer Stromquelle ist der Strom lastunabhängig, bei realer Stromquelle abhängig von angeschlossener Last.

c)

	Reale Spannungsquelle	Reale Stromquelle
Innenwiderstand	R_i	R_i
Leerlaufspannung	U_q	$U_0 = R_i * I_q$
Kurzschlussstrom	$I_k = U_q / R_i$	I_q

d) $U_q = 5 \text{ V}$, $R_i = 50 \Omega$

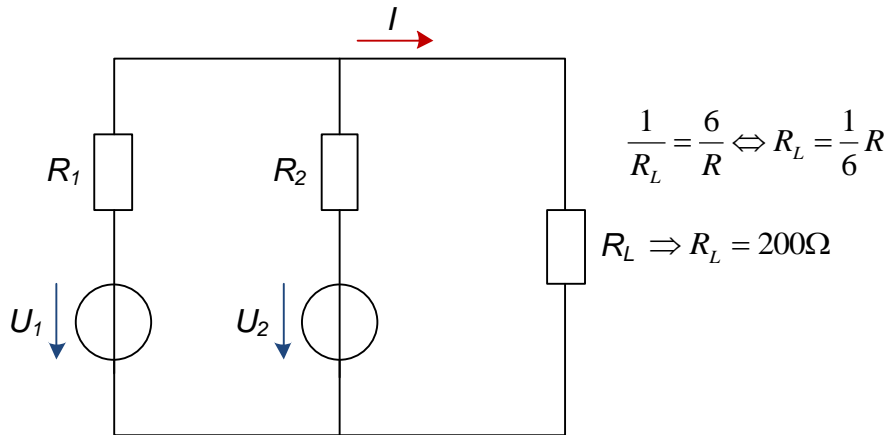
- ➔ $I_q = I_k = U_q / R_i = 0,1 \text{ A}$
- ➔ Zeichnung

e) $I_q = 1 \text{ A}$, $R_i = 100 \Omega$

- ➔ $U_0 = R_i * I_q = 100 \text{ V}$
- ➔ Zeichnung

Aufgabe 10: Quellenumwandlung und Überlagerungssatz

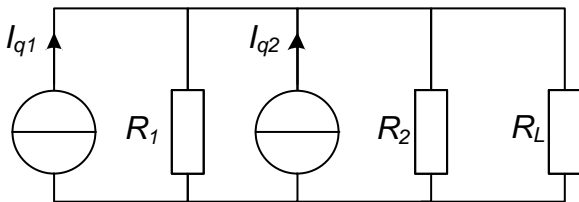
- a) Zeichnen Sie das Ersatzschaltbild der Anordnung.



Wenn $R_1 = R_2$ ist $R_{Ges} = \frac{R}{2}$, bei 6 Widerständen ist also $R_{Ges} = \frac{R}{6}$

- b) Bestimmen Sie den Strom I , der in die Last hineinfließt, durch das Umwandeln von Quellen und Zusammenfassen von Elementen.

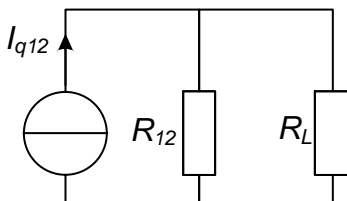
1. Umwandlung in äquivalente Stromquelle



$$I_{q1} = \frac{U_{q1}}{R_{i1}} = \frac{4,5V}{0,2\Omega} = 22,5A$$

$$I_{q2} = \frac{U_{q2}}{R_{i2}} = \frac{4,5V}{0,4\Omega} = 11,25A$$

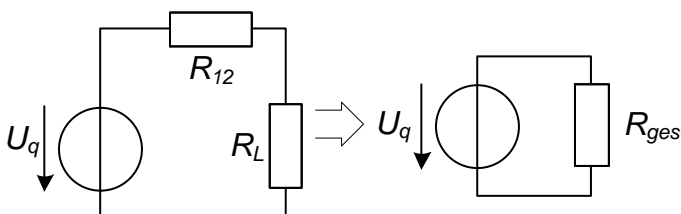
2. Zusammenfassung der Stromquellen



$$I_{q12} = I_{q1} + I_{q2} = 33,75A$$

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0,2\Omega \cdot 0,4\Omega}{0,2\Omega + 0,4\Omega} = 0,1\bar{3}$$

3. Umwandlung in äquivalente Spannungsquelle, Zusammenfassung der Widerstände und Bestimmung von I



$$U_q = R_{12} \cdot I_q = 0,1\bar{3} \cdot 33,75A = 4,5V$$

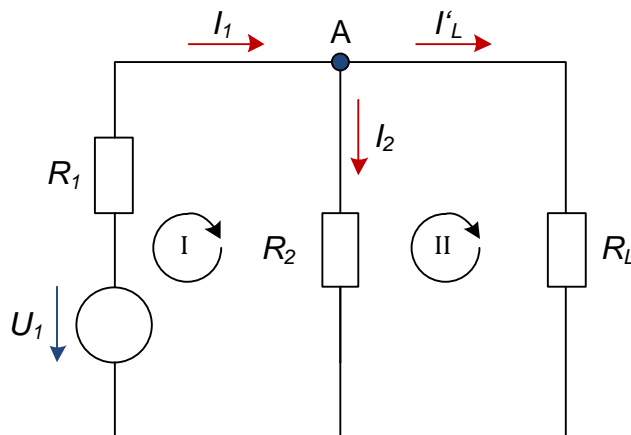
$$R_{ges} = R_{12} + R_L = 200,13\Omega$$

$$I = \frac{U_q}{R_{ges}} = \frac{U_0}{\frac{1}{6}R + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{4,5V}{200,1\bar{3}\Omega} = 22,4mA$$

- c) Bestimmen Sie den Strom I , der in die Last hineinfließt, durch Anwendung des Überlagerungssatzes.

Ziel ist Bestimmung von I'_L und I''_L um u_1 , u_2 und R zu berechnen.

- 1) Deaktivierung von U_2 zur Berechnung der Wirkung von U_1



Knotensatz A: $I_1 = I_2 + I'_L$

Masche I: $-U_1 + R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = 0 \Leftrightarrow U_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2$

Masche II: $I_2 \cdot R_2 = I'_L \cdot R_L \Leftrightarrow I_2 = I'_L \cdot \frac{R_L}{R_2}$

A in I: $U_1 = R_1 \cdot (I_2 + I'_L) + R_2 \cdot I_2 = R_1 \cdot I_2 + R_1 \cdot I'_L + R_2 \cdot I_2$

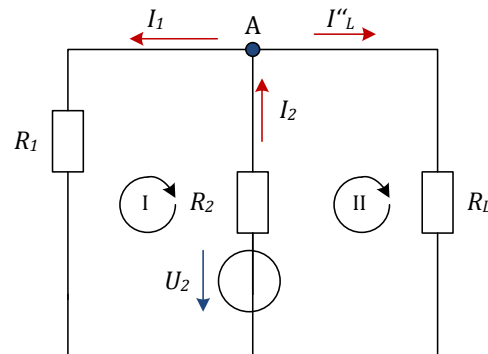
$\Rightarrow (R_1 + R_2) \cdot I_2 + R_1 \cdot I'_L = U_1$

Mit II folgt: $(R_1 + R_2) \cdot \frac{R_L}{R_2} \cdot I'_L + R_1 \cdot I'_L = U_1$

$$\Leftrightarrow I'_L \left[(R_1 + R_2) \cdot \frac{R_L}{R_2} + R_1 \right] = U_1$$

$$\Leftrightarrow I'_L = \frac{U_1}{\left[(R_1 + R_2) \cdot \frac{R_L}{R_2} + R_1 \right]} = \frac{U_1 \cdot R_2}{\left[(R_1 + R_2) \cdot R_L + R_1 R_2 \right]}$$

2) Deaktivierung von U_1 zur Berechnung der Wirkung von U_2



Knoten A: $I_1 = I_2 - I_L''$

Masche I: $0 = U_2 - R_2 \cdot I_2 - R_1 \cdot I_1$ (Stromrichtung von I_1 beachten!)

Masche II: $0 = I_L'' \cdot R_L + I_2 \cdot R_2 - U_2$ umformen $\Rightarrow I_2 = \frac{U_2 - I_L'' \cdot R_L}{R_2}$

A bzw. I_1 in Masche I ersetzen:

$$0 = U_2 - R_2 \cdot I_2 - R_1 (I_2 - I_L'')$$

$$0 = U_2 - R_2 \cdot I_2 - R_1 \cdot I_2 + R_1 \cdot I_L''$$

$$0 = U_2 - I_2 \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot I_L''$$

I_2 ersetzen:

$$0 = U_2 + \left(\frac{I_L'' \cdot R_L - U_2}{R_2} \right) \cdot (R_1 + R_2) + R_1 \cdot I_L''$$

$$0 = U_2 + \frac{I_L'' \cdot R_L \cdot R_1}{R_2} + \frac{I_L'' \cdot R_L \cdot R_2}{R_2} - \frac{U_2 \cdot R_1}{R_2} - \frac{U_2 \cdot R_2}{R_2} + R_1 \cdot I_L''$$

$$0 = \frac{I_L'' \cdot R_L \cdot R_1}{R_2} + I_L'' \cdot R_L - \frac{U_2 \cdot R_1}{R_2} + R_1 \cdot I_L'' \quad \Bigg| \cdot R_2$$

$$0 = I_L'' \cdot R_L \cdot R_1 + I_L'' \cdot R_L \cdot R_2 - U_2 \cdot R_1 + R_1 \cdot R_2 \cdot I_L''$$

$$U_2 \cdot R_1 = I_L'' (R_L \cdot R_1 + R_L \cdot R_2 + R_1 \cdot R_2)$$

$$U_2 \cdot R_1 = I_L'' (R_L (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2)$$

$$\Rightarrow I_L'' = \frac{U_2 \cdot R_1}{(R_L (R_1 + R_2) + R_1 \cdot R_2)}$$

3) Überlagern der Teilströme

$$I = I'_L + I''_L$$

$$= \frac{U_1 \cdot R_2 + U_2 \cdot R_1}{[(R_1 + R_2) \cdot R_L + R_1 R_2]} = \frac{U_0 (R_2 + R_1)}{[(R_1 + R_2) \cdot R_L + R_1 R_2]} = \frac{U_0}{\left[R_L + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right]}$$

→ Die Lösung entspricht der aus Aufgabenteil b).

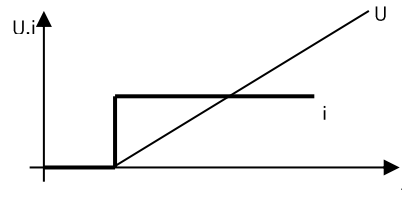
$$\Rightarrow \frac{U_0}{\left[R_L + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right]} = \frac{4,5 \text{ V}}{200 \, \Omega + \frac{0,2 \, \Omega \cdot 0,4 \, \Omega}{0,6 \, \Omega}} = 0,0224 \text{ A} = 22,4 \text{ mA}$$

Aufgabe 11: Gemischte Schaltungen

1. Kondensator

2. Farad $1F = 1 \frac{C}{V}$

$$3. i_c(t) = C \frac{du(t)}{dt} \Rightarrow u(t) = \frac{1}{C} \int i_c dt$$



4. Maschengleichung:

$$u_c(t) - u_0 + u_R = 0$$

$$u_R = I_R \cdot R_i = i_c(t) \cdot R_i = R_i \cdot C \frac{du_c(t)}{dt}$$

$$u_c(t) - u_0 + R_i \cdot C \frac{du_c(t)}{dt} = 0$$

$$R_i \cdot C \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_0$$

Allgemeiner Ansatz:

$$u_c(t) = A \cdot e^{\lambda t} + u_0$$

Einsetzen in Maschengleichung

$$R_i \cdot C \cdot A \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t} + A \cdot e^{\lambda t} + u_0 = u_0$$

$$\Rightarrow \lambda = -\frac{1}{R_i C}$$

Anfangsbedingung:

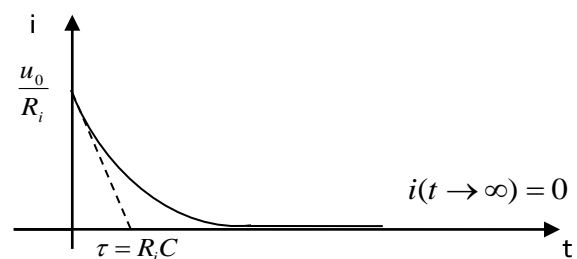
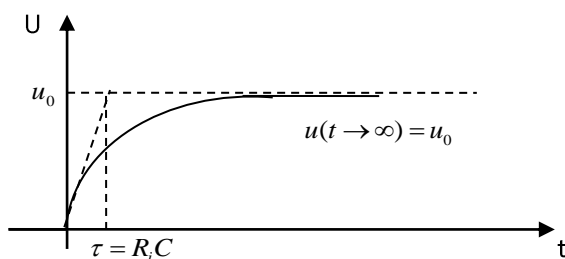
$$u_c(0) = 0 = A e^0 + u_0 \Rightarrow A = -u_0$$

Lösung:

$$u_c(t) = -u_0 e^{-\frac{1}{R_i C} t} + u_0 = u_0 (1 - e^{-\frac{1}{R_i C} t})$$

$$i_c(t) = C \frac{u_0}{R_i C} e^{-\frac{1}{R_i C} t} = \frac{u_0}{R_i} e^{-\frac{1}{R_i C} t}$$

5.



Aufgabe 12: Diode

a) Maschengleichung:

$$U_A - U_E + R \cdot I = 0$$

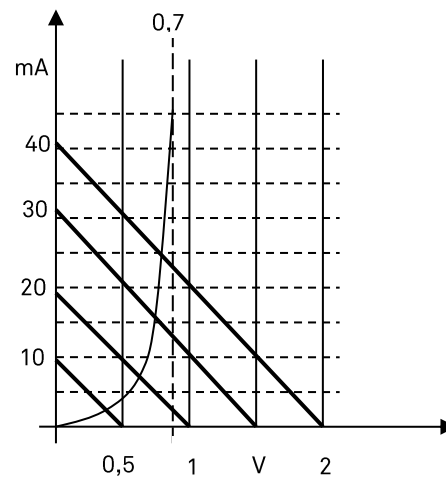
$$I = I_D = \frac{1}{R} (U_E - U_A)$$

b) Arbeitsgeraden:

$$U_E > 2V :$$

$$U_A \rightarrow 0,7$$

Typisch für Si-Dioden

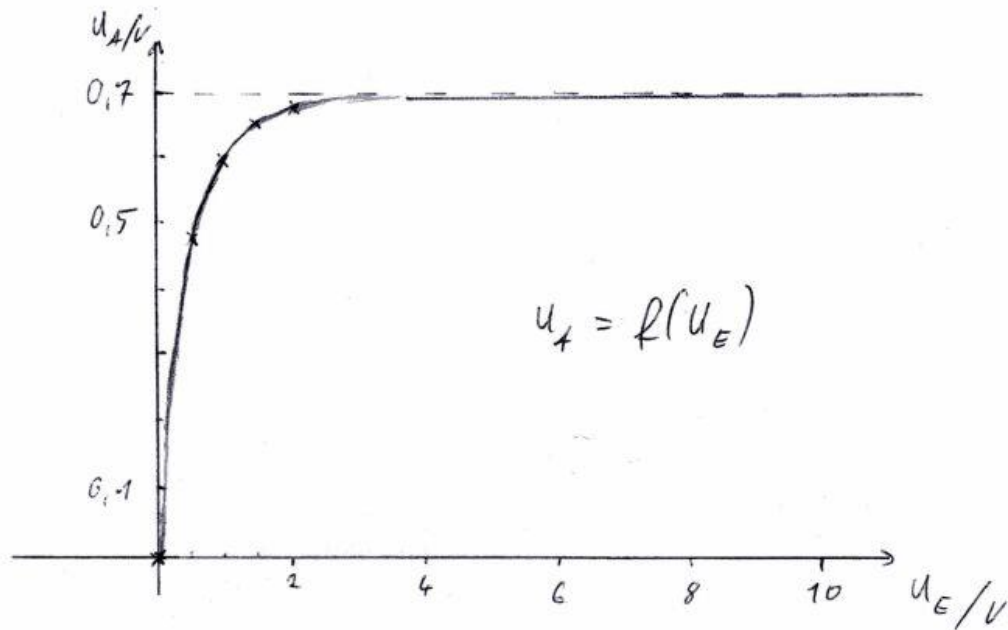


c) Ablesen der Arbeitspunkte:

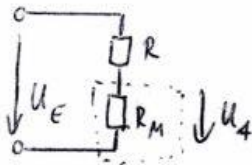
U_E in V	U_A in V
0	0
0,5	0,42
1	0,6
1,5	0,66
2	0,68

Diagramme zu c) und d):

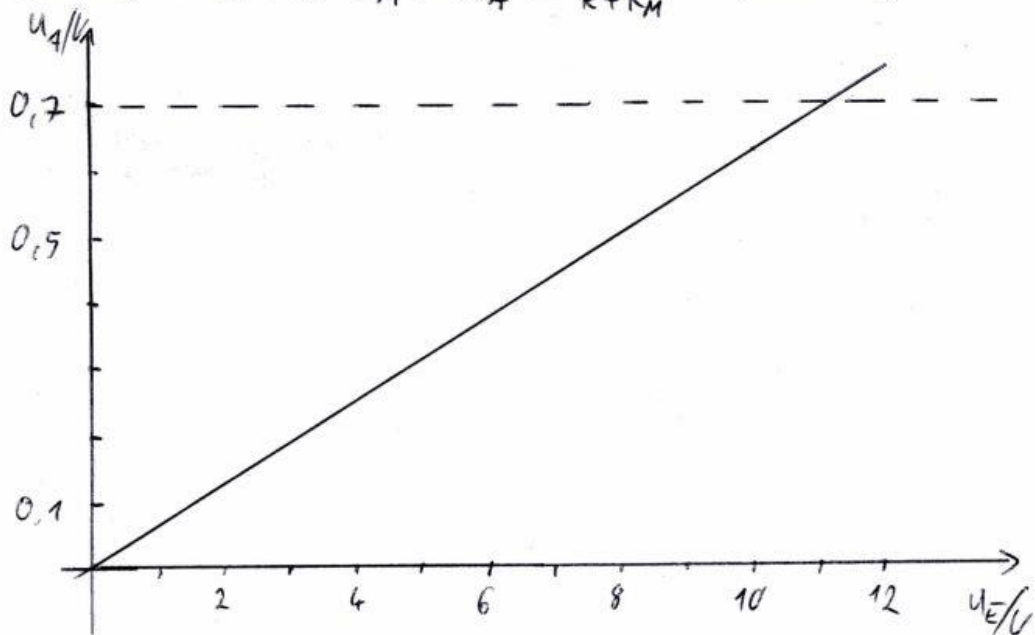
2



4.



Spannungsabfall über R_M : $u_A = \frac{R_M}{R+R_M} u_E = 0,0588 u_E$

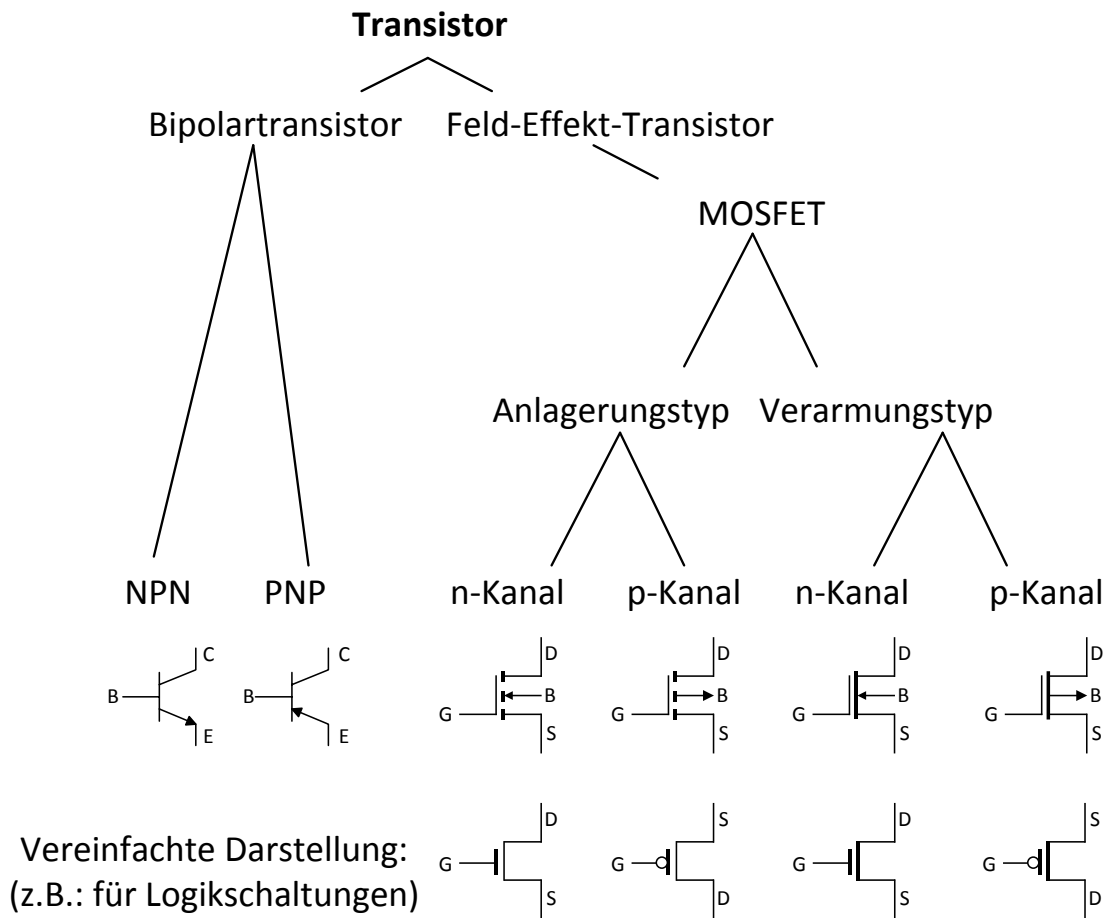


Aufgabe 13: Halbleiter

- a) Sind reine Halbleitermaterialien wie z.B. Silizium leitfähig?
- Nein, alle Elektronen werden für die Elektronenpaarbindung benötigt.
 - Keine frei beweglichen Elektronen sind für den Stromfluss verfügbar.
 - IV-Halbleiter (z.B. Silizium)
 - III/V-Halbleiter (z.B. GaAs)
- b) Was versteht man unter der Dotierung eines Halbleiters?
- Ersetzen von Atomen des Halbleitergitters durch Fremdatome (siehe Folie)
 - Nur etwa jedes 100 Millionste Atom wird ersetzt.
- c) Erklären Sie den Stromfluss bei n-dotiertem Material.
- Durch die n-Dotierung stehen im Gitterverbund „freie Elektronen“ zur Verfügung.
 - Das Elektron kann sich im Halbleitergitter fortbewegen -> Stromfluss
 - Bei p-Dotierung: Löcherleitung. Elektronen springen von Loch zu Loch -> Stromfluss
- d) Erklären Sie die Funktionsweise eines npn-Transistors.
- Halbleiterindustrie: Kombination von von verschiedenen dotierten Materialien
 1. Ein pn-Übergang: Diode (Folie Diode)
 - p-Seite: Anode
 - n-Seite: Kathode
 2. Zwei pn-Übergänge: Transistor (Folie Transistor)
 - pnp-Transistor: Der stark dotierte Emitter emittiert Löcher, die die dünne Basis durchqueren
 - npn-Transistor: Der stark dotierte Emitter emittiert Elektronen, die die dünne Basis durchqueren

Aufgabe 14: Transistor

a)



$$U_i = 0V \Rightarrow I_B = 0A \Rightarrow \text{Transistor sperrt} \Rightarrow I_E = 0A, I_C = 0A$$

$$U_A - U_V - U_{RL} = 0 \wedge U_{RL} = I_{RL} \cdot R_L$$

$$I_C = 0 \Rightarrow I_{RL} = 0 \Rightarrow U_{RL} = 0$$

$$\Rightarrow U_A = U_V$$

e)

$$U_i = 5V \Rightarrow I_{RV} \neq 0A \Rightarrow U_{RV} \neq 0$$

$$U_i - U_{BE} - U_{RV} = 0$$

$$U_{BE} \neq 0 \Rightarrow I_B \neq 0$$

$$\Rightarrow \text{Transistor Leitet} \Rightarrow \text{hohe Leitfähigkeit} \Rightarrow \text{Kein Widerstand } (\approx 0)$$

$$\Rightarrow U_A = 0$$

f) Versorgungsspannung U_R am Emitter \Rightarrow konstante Spannung \Rightarrow Emitterschaltung
Aus d.) und e.)

$$U_i = 0V \mid 0 \Rightarrow U_A = U_V \mid 1$$

$$U_i = 5V \mid 1 \Rightarrow U_A = 0V \mid 0$$

\Rightarrow Invertierend: Inverter

Aufgabe 15: Logische Schaltungen

- a) Durch welche logische Verknüpfung ergibt sich die Ausgangsgröße y aus den beiden Eingangsgrößen x_1 und x_2 ?

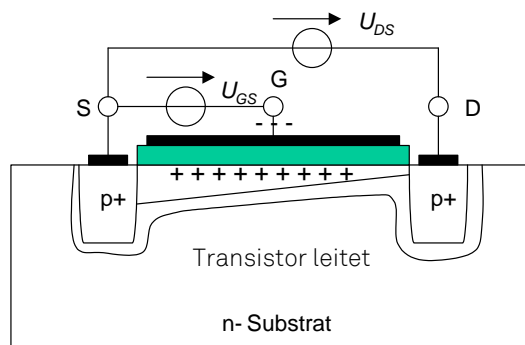
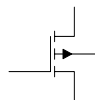
Logische Verknüpfungen:

- AND: $y = x_1 \wedge x_2$
- NOT: $y = \overline{x_1}$
- NAND: $y = \overline{x_1 \wedge x_2}$
- OR: $y = x_1 \vee x_2$
- NOR: $y = \overline{x_1 \vee x_2}$
- EXOR: $y = (x_1 \wedge \overline{x_2}) \vee (\overline{x_1} \wedge x_2)$
- Comparator: $y = (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2})$

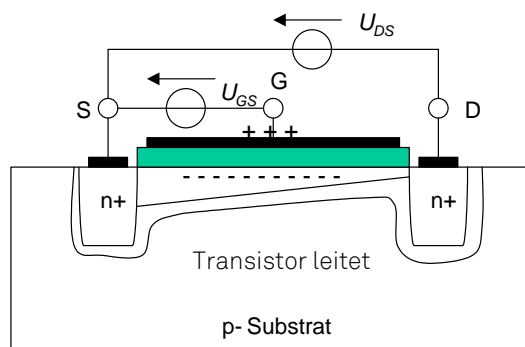
Transistortypen:

MOSFET Anlagerungstyp

- p-Kanal



- n-Kanal



Einteilung der Schaltung in drei Bereiche:

1. Serienschaltung von T_5 und T_6 , p-Kanal und n-Kanal
 - Wenn ein Transistor schaltet sperrt der andere
 - Die Transistoren schalten je nach Potenzial am Punkt P (S von T_2 und D von T_3)

P	T_6	T_5	y
$U_B \hat{=} 1$	l	s	$0V \hat{=} 0$
$0V \hat{=} 0$	s	l	$U_B \hat{=} 1$

- NOT (Inverter): $y = \bar{P}$

2. Parallelschaltung von T_1 und T_2 , beide p-Kanal

x_1	T_1	x_2	T_2	m
0	l	0	l	$U_B \hat{=} 1$
1	s	0	l	$U_B \hat{=} 1$
0	l	1	s	$U_B \hat{=} 1$
1	s	1	s	$\neq U_B$

- Wenn ein Transistor schaltet, liegt an P die Spannung U_B an.

3. Serienschaltung von T_3 und T_4 , beide n-Kanal

x_1	T_3	x_2	T_4	m
1	l	1	l	0
0	s	0	s	$\neq 0$
1	s	0	s	$\neq 0$
0	s	1	l	$\neq 0$

4. Schaltung 2. und Schaltung 3.:

x_1	x_2	2.	3.	P
0	0	l	s	$U_B \hat{=} 1$
1	0	l	s	$U_B \hat{=} 1$
0	1	l	s	$U_B \hat{=} 1$
1	1	s	l	0

- \Rightarrow NAND: $P = \overline{x_1 \wedge x_2}$

Insgesamt ergibt sich aus dem NAND und der NOT Verknüpfung eine AND Verknüpfung.

Aufgabe 16: Gatterschaltung

1. Anforderungen an die Schaltung:

Aktion	Aufzug in Etage	Aufzug fährt nach
Anforderung in Etage 1 (A_1)	0 ($E_0=1$)	oben (H)
Zielwunsch Etage 1 (F_1)	0 ($E_0=1$)	oben (H)
Anforderung in Etage 0 (A_0)	1 ($E_1=1$)	unten (R)
Zielwunsch Etage 0 (F_0)	1 ($E_1=1$)	unten (R)

2. Kritische Punkte

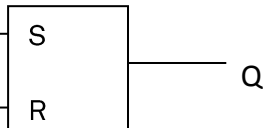
- $R=H=1$
- $H=1$, falls $E_1=1$
- $R=1$, falls $E_0=1$
- Fahrtrichtungswechsel (Komfortgründe)

3. Speicherbedarf

- Anforderung und Fahrtwunsch werden kurz betätigt
- Motorsteuersignale müssen über gesamter Fahrt anliegen
- Einsatz von Flip Flops

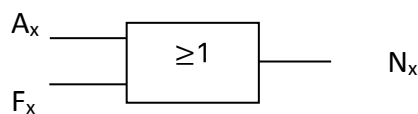
RS-Flip Flop

R	S	Q
0	0	Zustand bleibt
0	1	1
1	0	0
1	1	Instabil



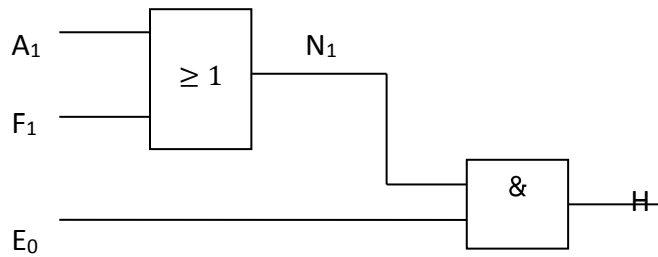
4. Aufbau der Gatterschaltung

- Verknüpfung von Fahrtwunsch und Anforderung



$$N_x = A_x \vee F_x$$

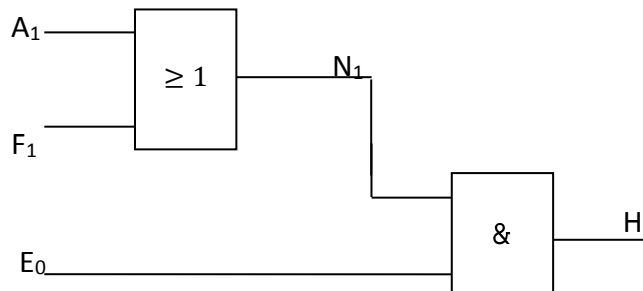
- Erzeugen des Motorsignals je nach Etage (z.B. „Hoch“)



$$H = E_0 \wedge N_1$$

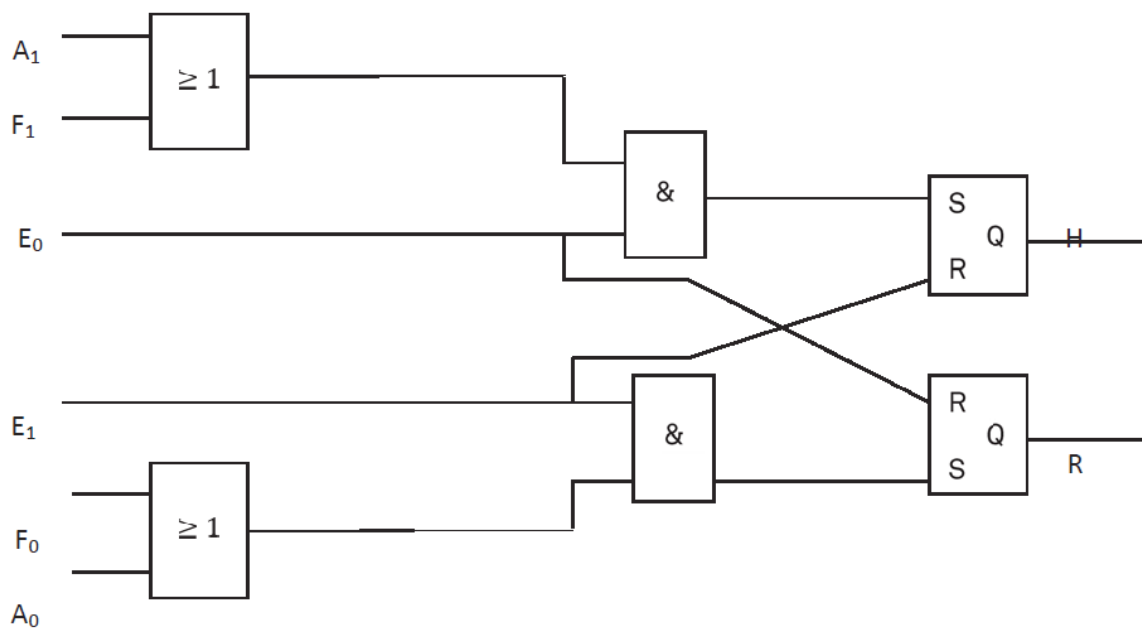
➔ Kritische Punkte erledigt

- Anlegen des „H“-Signals über die gesamte Fahrt und deaktivieren wenn (Etage-) Endposition erreicht.

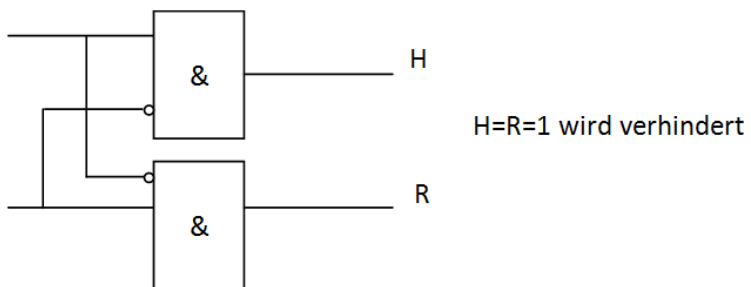


Fahrstuhlkontakt in E₁ setzt Flip Flop zurück.

- Steuerung für Hoch und Runter sind analog



- Schutz des Motors vor Fehlern in der Schaltung



Aufgabe 17: Flipflops

a)

T	Q_0	\bar{Q}_0	Q_1	\bar{Q}_1	Q_2	\bar{Q}_2	Wert Bit
0	0	1	0	1	0	1	000
1	1	0	0	1	0	1	001
0	1	0	0	1	0	1	001
1	0	1	1	0	0	1	010
0	0	1	1	0	0	1	010
1	1	0	1	0	0	1	011
0	1	0	1	0	0	1	011
1	0	1	0	1	1	0	100
0	0	1	0	1	1	0	100
1	1	0	0	1	1	0	101
0	1	0	0	1	1	0	101
1	0	1	1	0	1	0	110
0	0	1	1	0	1	0	110
1	1	0	1	0	1	0	111
0	1	0	1	0	1	0	111
1	0	1	0	1	0	1	000

b)

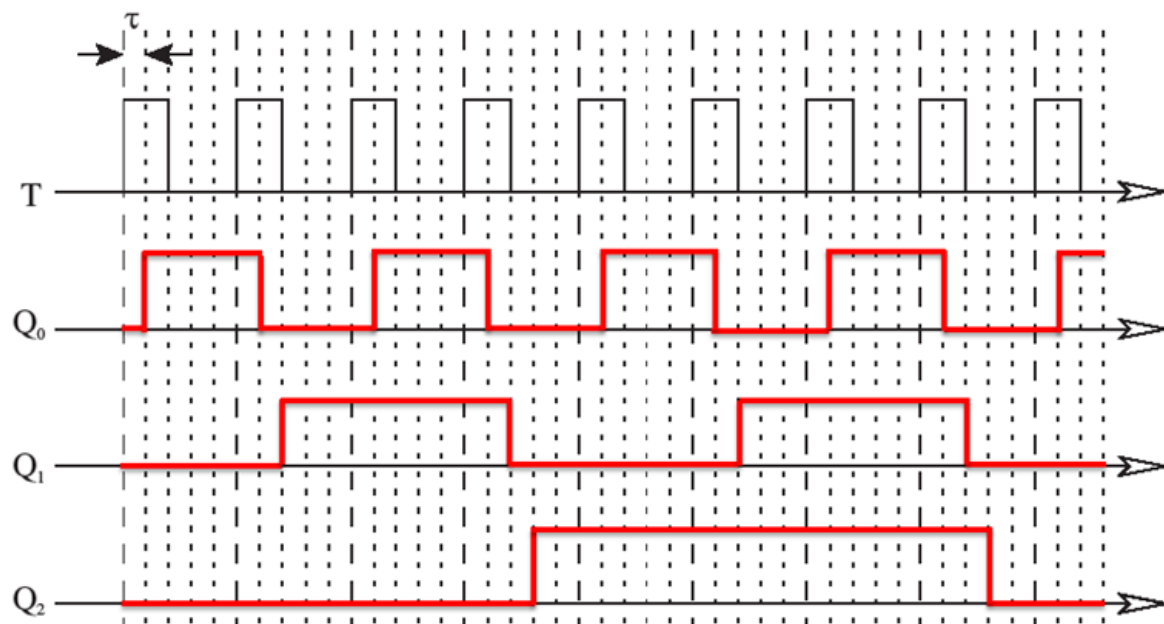
3-Bit Zähler 0-7

Niedrigstes Bit $Q_0 \rightarrow$ ganz rechts

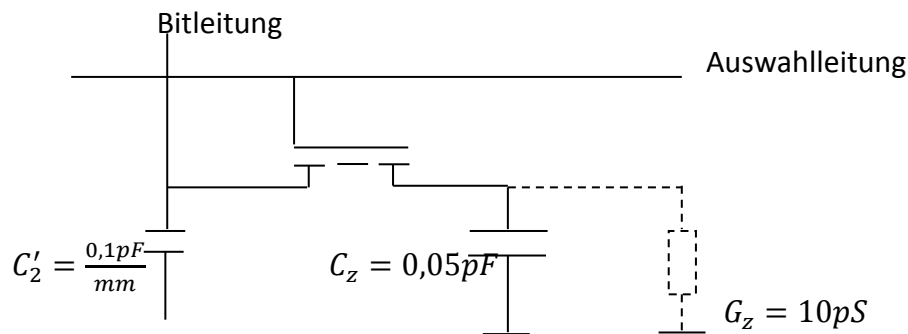
Höchstes Bit $Q_2 \rightarrow$ ganz links

2^2	2^1	2^0	Wert
Q_2	Q_1	Q_0	
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	4
1	0	1	5
1	1	0	6
1	1	1	7
0	0	0	0

c)



Aufgabe 18: DRAM-Zelle



Siemens $S = \frac{1}{\Omega}$

$$10pS = 10 \cdot 10^{-12} S$$

$$= 10 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\Omega}$$

a)

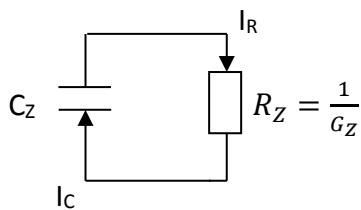
$$Q_z = 0,05pF \cdot 5V = 0,25pC$$

$$Q_{Elektron} = e = -1,602 \cdot 10^{-19} C$$

$$n_{Elektronen} = \frac{0,25 \cdot 10^{-12} C}{1,602 \cdot 10^{-19} C} \approx 1,5 \text{ Mio Elektronen}$$

b) Entladung am Kondensator

Kondensator ist nicht vollkommen isoliert, zwischen den Elektroden fließt ein Strom



Kapazität $i = C \frac{du}{dt}$

$$I_R = -I_C$$

$$\frac{U(t)}{R_z} = -C_z \frac{du(t)}{dt}$$

$$G_z \cdot u(t) = -C_z \frac{du(t)}{dt}$$

$$\frac{du(t)}{dt} + \frac{G_Z}{C_Z} u(t) = 0 \rightarrow \text{DGL}$$

Ansatz:

$$u(t) = A e^{\lambda t}$$

$$\frac{du(t)}{dt} = A \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t}$$

Einsetzen:

$$A \cdot \lambda \cdot e^{\lambda t} + \frac{G_Z}{C_Z} A e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda + \frac{G_Z}{C_Z} = 0$$

$$\lambda = -\frac{G_Z}{C_Z}$$

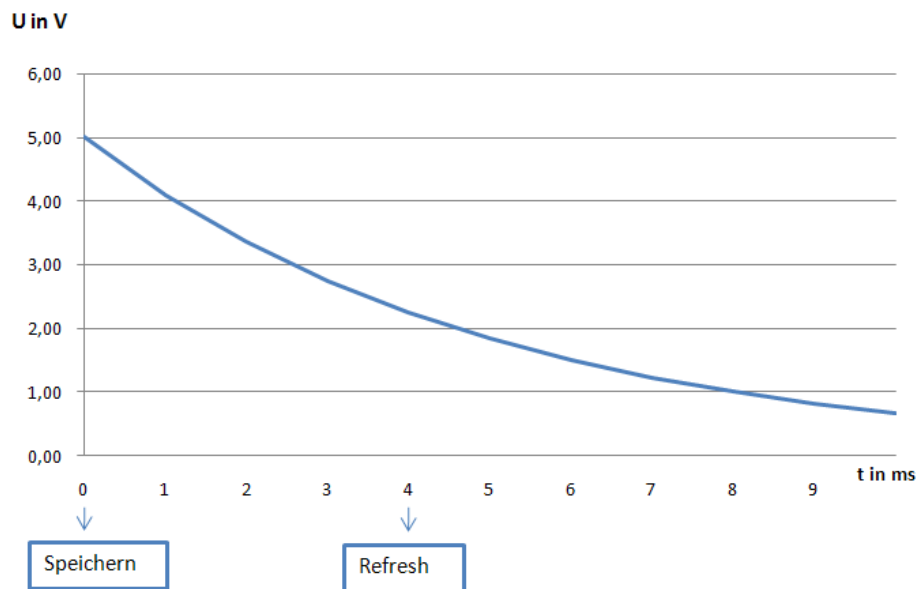
Randbedingung:

$$u(t=0) = U_B = A \cdot e^{\lambda \cdot 0} = A$$

Lösung der DGL:

$$u(t) = U_B \cdot e^{-\frac{G_Z}{C_Z} t}$$

$$u(t=4\text{ms}) = 5\text{V} \cdot e^{-\frac{10\text{pS}}{0,05\text{pF}} \cdot 4\text{ms}} = 2,247\text{V}$$



c) Refresh = Auslesen und Schreiben über Bitleitung

➔ Speicherkapazität C_Z ist parallel zur Bitleitungskapazität $C_L = C'_L \cdot l$

$l = \text{Länge der Bitleitung} = \text{Spaltenlänge}$

$$l = 256 \cdot 20\mu m = 5,12mm$$

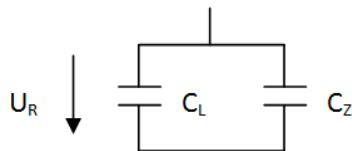
$$C_L = 0,1 \frac{pF}{mm} \cdot 5,12mm = 0,512pF$$

Parallelschaltung von Kondensatoren:

$$C_{ges} = C_L + C_Z$$

$$C_{ges} = 0,512pF + 0,05pF = 0,562pF$$

- d) Vor dem Refresh ist die Spannung auf $u(t=4ms)$ abgesunken. Jetzt wird C_L zugeschaltet und es wirkt die Gesamtkapazität.



Die Ladung Q bleibt erhalten ($Q = C_Z \cdot u(t = 4ms)$), wird jedoch umverteilt \rightarrow muss C_L aufladen.

$$\left. \begin{array}{l} Q = C_Z \cdot U_{CR} \\ Q = C_{ges} \cdot U_R \end{array} \right\} C_Z \cdot U_{CR} = C_{ges} \cdot U_R$$

$$U_R = \frac{C_Z}{C_{ges}} U_{CR} = \frac{0,05pF}{0,562pF} \cdot 2,247V = 0,2V \triangleq 1$$

Das ist die Spannung beim Auslesen; d.h. 0,2V entspricht der logischen 1.

- e) Der Leseverstärker muss U_R von 0 unterscheiden können, also einen Unterschied von 0,2V detektieren können.

\rightarrow Sehr wenig, somit Länge der Bitleitung begrenzt.

Das kann man nicht beliebig viele Wortleitungen parallel legen, da dies die Länge und Kapazität der Bitleitung erhöht und die Spannung senkt.

Größere Speicher brauchen:

- Leistungsfähige Kondensatoren (weniger Verluste)
- Größere Kondensatoren (mehr Platz)
- Besseren Leseverstärker
- Verlustärmere Leitungen/kürzere Leitungen
- Versorgungsspannung ist fest auf 5V vorgegeben

Aufgabe 19: Elektrisch lange Leitungen und Reflexion

- a) Aus Impulsmessung:
 Laufzeit: 80ns (Hin- und Rücklauf)
 ➔ Einfache Laufzeit $40\text{ns} = \tau$
 Aus Skript: für übliche Kabel gilt Laufzeit

$$\frac{\tau}{l} = 5 \frac{\text{ns}}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow l = \frac{40\text{ns}}{5 \frac{\text{ns}}{\text{m}}} = 8\text{m}$$

- ➔ Fehlstelle befindet sich in einer Distanz von 8m zur Einspeisestelle

- b) Reflektierter Impuls hat negatives Vorzeichen als eingespeister Impuls

- ➔ Negativer Reflektionsfaktor $r < 0$ $r = \frac{R-Z}{R+Z}$

- ➔ Widerstand ist kleiner als Wellenwiderstand der Leitung
 ➤ Kurzschluss/Isolations-(versagen)schwäche X_s

- c) Leitende Verbindung = Kurzschluss $\Rightarrow r = -1$

- ➔ Reflektierender Impuls hat die gleiche Amplitude wie ankommender Impuls nur negativ

- ➔ Abschwächung der Amplitude nur durch Dämpfung der Leitung (von 6V auf 3V)

Gesamte absolute Dämpfung

$$a_{ges,abs} = \frac{|U_{aus}|}{|U_{ein}|} = \frac{3V}{6V} = \frac{1}{2}$$

In dB

$$a_{ges,dB} = -20 \log \frac{1}{2} = 6\text{dB}$$

Dämpfung pro Meter

$$a_{m,dB} \approx \frac{6\text{dB}}{16\text{m}} = 0,375 \frac{\text{dB}}{\text{m}}$$

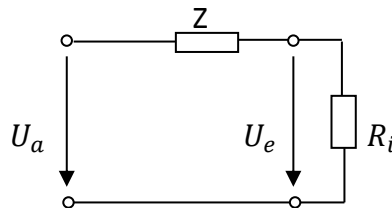
$$a_{m,dB} = \frac{a_{ges,dB}}{\text{Distanz}} = -\frac{20 \log \frac{1}{2}}{16\text{m}}$$

Aufgabe 20: Elektrisch lange Leitungen und Leistung

- a) Umgesetzte Leistung im Empfänger ist dann maximal, wenn keine Reflexionen auftreten, da in R_i dann die gesamte Leistung umgesetzt werden kann.

$$\Rightarrow r = 0 \Rightarrow R_i = Z$$

b)



$$P = U_e \cdot I$$

$$= U_e \cdot \frac{U_e}{R_i}$$

$$= U_e \cdot \frac{U_e}{Z}$$

$$= \frac{U_e^2}{Z}$$

Beziehung zwischen U_e und U_a : Spannungsteiler

$$U_e = U_a \frac{R_i}{R_i + Z}$$

Mit $R_i = Z$ folgt

$$U_e = \frac{U_a}{2}$$

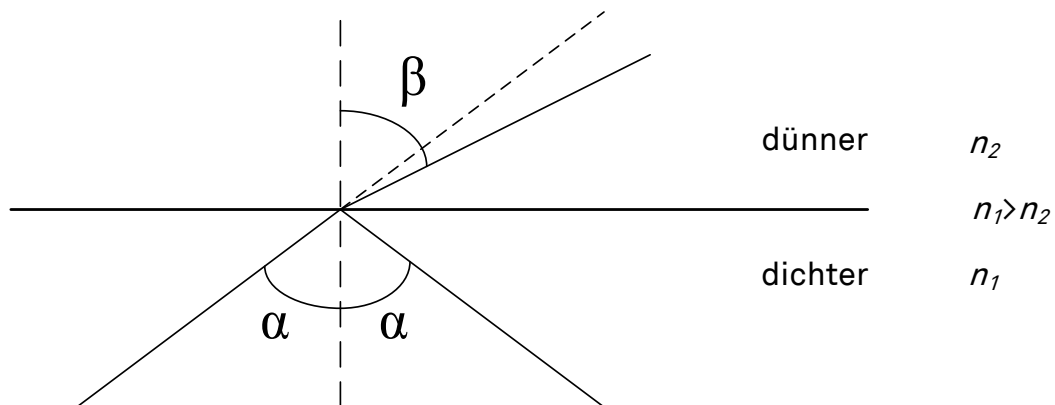
$$P = \frac{U_e^2}{Z} = \frac{U_a^2}{4Z}$$

Aufgabe 21: Lichtwellenleiter

a) Zu welcher Sorte gehört der Lichtwellenleiter aus der Abbildung?

- Multimodenfaser, da der Kern einen Durchmesser von 50 μm hat.
- Eine Monomodenfaser hingegen hat einen Kerndurchmesser von 3 μm – 8 μm und kann im entsprechenden Frequenzbereich nur einen Moden führen.

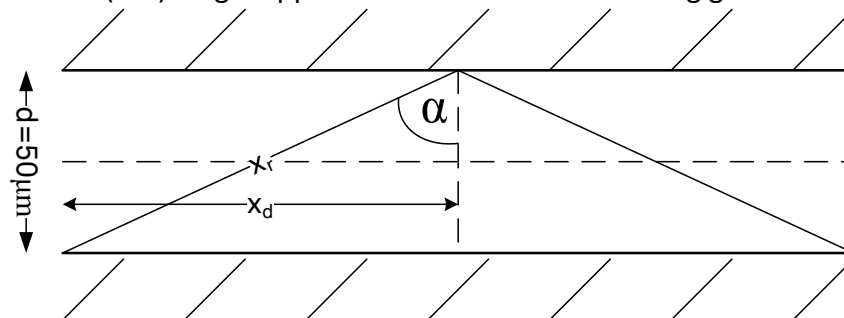
b) Mit welchem Winkel darf das Licht in die innere Faser maximal eingespeist werden, damit ausschließlich Totalreflexionen am Übergang der beiden Materialien auftreten?



- Brechungsgesetz: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$
- Totalreflexion: $\beta = 90^\circ$, $\sin(90^\circ) = 1$
- $\rightarrow \alpha = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin(0,99) = 81,89^\circ$

c) Am Ende der Glasfaser sitzt eine positiv flankengesteuerte Elektronik. Am Anfang soll folgendes Signal eingespeist werden:

- Je nach Einkopplung haben die Strahlen einen unterschiedlichen Weg durch die Faser. Der mit dem Winkel α eingekoppelte Strahl muss den längsten Weg, der senkrecht (90°) eingekoppelte Strahl den kürzesten Weg gehen.



- Zeitversatz durch unterschiedliche Weglänge
- Schlägt sich kritisch nieder, sobald sich zwei benachbarte Pulse überdecken.

$$T_{krit.} = T_2 - T_1 = (1 \cdot 10^{-8} - 0,1 \cdot 10^{-8})s = 9 \cdot 10^{-9}s = 9ns$$

$$\Delta x = x_r - x_d$$

$$\tan \alpha = \frac{x_d}{d} \Leftrightarrow x_d = d \tan \alpha = 50 \mu m \cdot \tan(81,89^\circ) = 350,88 \mu m$$

$$x_r = \sqrt{x_d^2 + d^2} = 354,42 \mu m$$

$$\Delta x = x_r - x_d = 3,54 \mu m$$

- Bei jeder Reflexion kommt es zu einem Zeitversatz von Δt
- Die Verzögerung folgt dem Wegunterschied Δx

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}, \text{ mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit } v = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1,45} = 2,069 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta t = \frac{3,54 \mu m}{2,069 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = 1,71 \cdot 10^{-14} s$$

- Bei N Reflexionen kommt es zu einem kritischen Zeitversatz von T_{krit}

$$T_{krit} = N_{krit} \cdot \Delta t \Leftrightarrow N_{krit} = \frac{T_{krit}}{\Delta t} = \frac{9 \cdot 10^{-9} s}{1,71 \cdot 10^{-14} s} = 526016$$

$$l_{krit} = N_{krit} \cdot x_d = 184,6m$$

Aufgabe 22: Wellenausbreitung

- a) Wie lang sollte die Antenne sein, damit die Feldstärke optimal in eine Spannung umgewandelt wird?

- Die Antenne sollte der Resonanzbedingung genügen:

$$2\pi f \tau = \pi \Leftrightarrow \tau = \frac{1}{2f}$$

- Unter der Annahme, dass sich die Stromwelle mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet, gilt:

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{1}{2f}, \text{ oder anders: Mit } \lambda = \frac{c}{f} \text{ und } l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2f}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{c}{2f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 91,2 \frac{1}{s}} = 1,645 m \#$$

- b) Welche mittlere Leistung nimmt der Widerstand R auf? Berücksichtigen Sie zu deren Bestimmung den zeitlich konstanten Antennenfaktor $AF = \frac{E(t)}{u(t)}$.

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

$$\text{Mit } AF = \frac{E(t)}{u(t)} \Leftrightarrow u(t) = \frac{E(t)}{AF}$$

$$P(t) = \frac{E^2(t)}{AF^2 \cdot R} = \frac{E_0^2 \cdot \sin^2\left(2\pi f\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)}{AF^2 \cdot R}$$

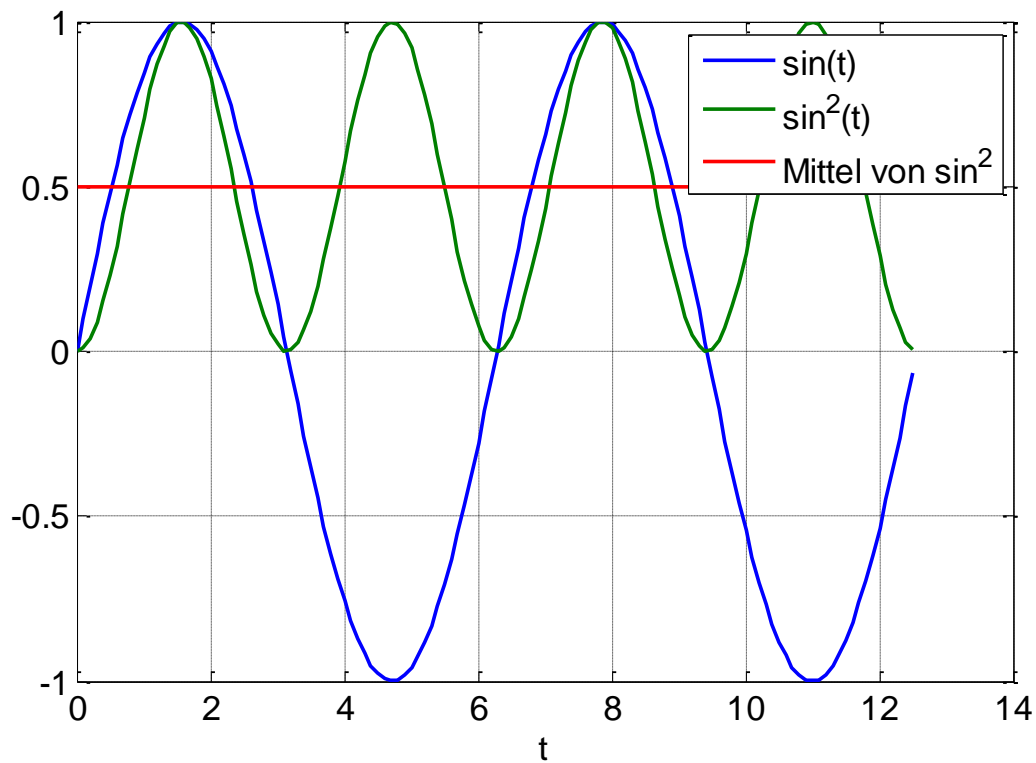
Die Mittelung über den Sinus² ergibt $\frac{1}{2}$:

$$P(t) = \frac{E_0^2}{AF^2 \cdot 2R}$$

Exkurs: Wie groß ist das Mittel über $\sin^2(x)$?

1. Anschauliche Lösung:

- Die Funktion schwingt um 0,5:



2. Lösung: Integrieren

$$\overline{\sin^2 x} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin x \cdot \sin x \, dx = \frac{1}{2\pi} \pi = 0,5$$