technische universität dortmund

Fakultät für Informatik
Lehrstühle 4 und 11

Christine Dahn, Andrej Dudenhefner, Marc Jasper, Roman Kalkreuth, Philipp Oberdiek, Dimitri Scheftelowitsch, Christiane Spisla

Sommersemester 2018

Mathematik für Informatiker 2
Übungsblatt 2

Abgabefrist: 23.04.2018, 12:15 Uhr **Block:** 1

Zur Abgabe der Bearbeitungen stehen den Teilnehmern von „Mathematik für Informatiker II“ die **Briefkästen 32–41** im ersten Obergeschoss der Otto-Hahn-Straße 12 zur Verfügung. Die den einzelnen Gruppen zugeteilten Briefkästen sind durch den Namen der Veranstaltung, die Gruppennummer sowie Zeit und Ort der Übung gekennzeichnet.

Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den Ihrer Gruppe zugeteilten Briefkasten bis zur Abgabefrist ein.

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und Ihre **Gruppennummer** auf Ihre Abgabe!

Aufgabe 2.1 *Quiz* (1+1+1+1 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch? Begründen Sie Ihre Antwort.

1. $(\mathbb{R}, \max, +)$ ist ein Körper, wobei „max“ das in der Vorlesung definierte Maximum zweier reeller Zahlen darstellt.
2. Gegeben sei die Relation $\sqsubseteq \;=_{def} \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \exists a \in \mathbb{Q}.\ x = a \cdot y\}$. Dann ist $(\mathbb{R}, \sqsubseteq)$ eine geordnete Menge. ***Hinweis:*** Für eine beliebige Menge M bezeichnet M^2 das kartesische Produkt $M \times M$.
3. $\exists n \in \mathbb{N}.\ \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k = 0$
4. $\forall x, y \in \mathbb{R}.\ |x - y| = |y - x|$

Aufgabe 2.2 *Der zweielementige Körper* (3+1 Punkte)

Auf der zweielementigen Menge $\{0, 1\}$ definieren wir eine Addition $+$ und eine Multiplikation $\cdot$ durch die Verknüpfungstafeln:

$+$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\cdot$	0	1
0	0	0
1	0	1

1. Zeigen Sie, dass $\mathbb{F}_2 = (\{0, 1\}, +, \cdot)$ ein Körper ist.
2. Zeigen Sie, dass $\mathbb{F}_2$ nicht linear geordnet werden kann (siehe Definition 2.4 im Skript zur Vorlesung).

Aufgabe 2.3 *Vollständige Induktion* (4 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage mittels vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{2n} \left(\frac{1}{k(k+1)} + (-1)^k \right) \geq \frac{2}{3}$$

Aufgabe 2.4 *Ungleichungen und Absolutbetrag* (1+1+1+1 Punkte)

Bestimmen und erläutern Sie mit einer Rechnung, welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Ungleichungen erfüllen. Geben Sie die Lösung als Intervall bzw. Vereinigung von Intervallen an.

1. $x + 1 \leq 2|x| \leq x + 2$
2. $|5x + 3| - |3x - 2| \geq 5$

Beweisen Sie für alle $x, y, x', y' \in \mathbb{R}$ die folgenden Ungleichungen.

3. $|x| - |y| \leq |x - y|$
4. $||x - x'| - |y - y'|| \leq |x - y| + |x' - y'|$