20/11 Hur bra är testet att upptäcka att $\mu = 200$?

$H_0 : \mu = 190 \quad H_1 : \mu = 200$

$\alpha = 1\%$

Bestäm testets styrka i $\mu = 200$!

$\alpha = 1\%$

$\beta = 6\%$

$n = 15$

$$h(200) = P(H_0 \text{ förkastas} \mid \underset{\mu = 200}{H_1 \text{ sann}}) =$$

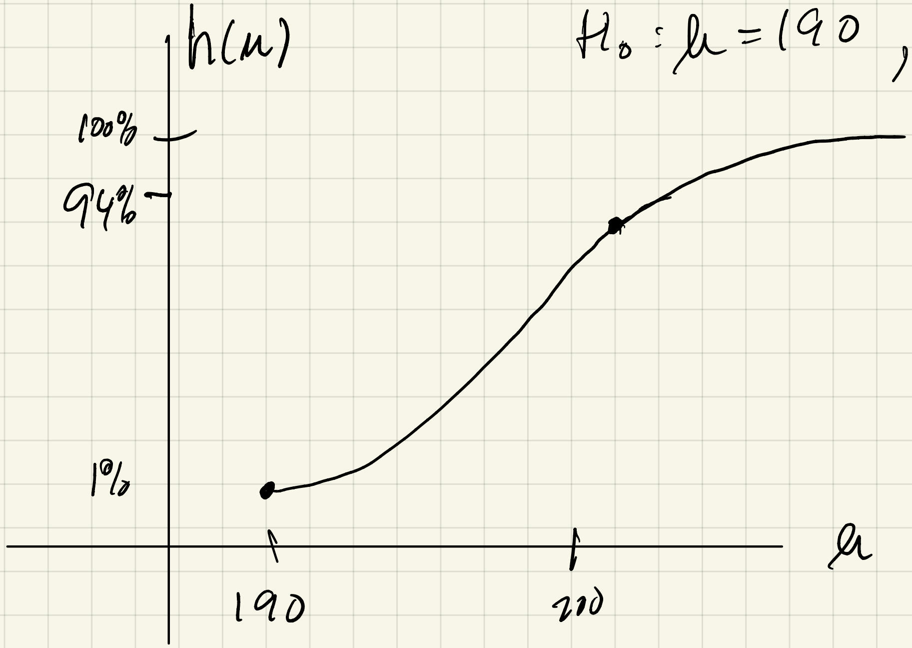
$$= P(\bar{X} > 196{,}01 \mid \bar{X} \in N(200; \tfrac{10}{\sqrt{15}})) =$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{196{,}01 - 200}{10/\sqrt{15}}\right) = 1 - \Phi(-1{,}55)$$

$$= \Phi(1{,}55) = 0{,}9394$$

test styrka $\approx 94\%$ $\Rightarrow$ β (typ II fel, inte förkasta en falsk nollhypotes) $\approx 6\%$

$H_0: \mu = 190$, $H_1: \mu > 190$



13.15 X_i = kvicksilverhalt i gädda (mg/kg)

$X_i \in N(\mu; \sigma)$ (σ okänd)

a)

$\mu^* = \bar{X} \in N(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

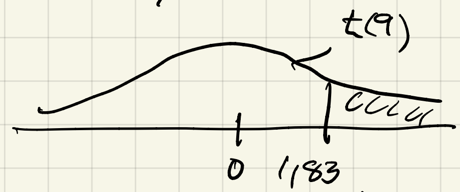
Pröva $H_0: \mu = 0{,}9$ mot $\boxed{H_1: \mu > 0{,}9}$ $\alpha = 5\%$

testvariabel

$$t(\mathbf{X}) = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \in t(n-1)$$

Resultat: $n = 10$, $\bar{x} = 0{,}97$, $s = 0{,}3302$

$t_{0{,}05}(9) = 1{,}83$



Förkasta H_0 på $\alpha = 5\%$ om $t(\mathbf{X}) > 1{,}83$

$$t(x) = \frac{0{,}97 - 0{,}9}{0{,}3302/\sqrt{10}} \approx 0{,}67 \Rightarrow$$ H_0 kan inte förkastas.

Alt. lösning

Beräkna ett nedåt begränsat konfidensintervall för μ.

$\mu \in (\bar{x} - t_{0{,}05}(9) \frac{s}{\sqrt{n}}; \infty)$

$\mu \in (0{,}778; \infty)$

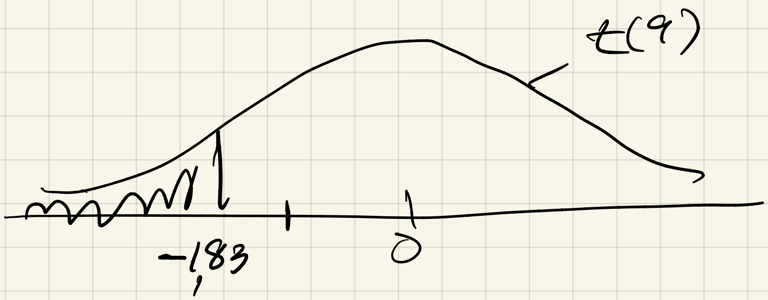
tolkning

$\mu > 0{,}778$, med $\alpha = 5\%$

b) $\mu_0 = 1,1$ mot $\boxed{\mu < 1,1}$

$$t(\bar{X}) = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \in t(9)$$

förkastar H_0 $\quad t(x) < -1,83 \quad \alpha = 5\%$



$$t(x) = \frac{0,97 - 1,1}{0,3302/\sqrt{10}} \approx -1,24 > -1,83 \Rightarrow$$

H_0 kan inte förkastas

Alt lösning med ett uppåt begränsat konfidensintervall

$$\mu \in \left(-\infty;\ \bar{x} + t_{0,05}(9)\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

$\mu < 1,29$, 5% felrisk

tenta 230105

8) X_i = salthalt

a) $X_i \in N(\mu; 0{,}008)$

$\mu^* = \bar{X} \in N(\mu; \frac{0{,}008}{\sqrt{n}})$

Vi ska pröva $H_0: \mu = 0{,}03$ mot $H_1: \mu > 0{,}03$, $\alpha = 1\%$

testvariabel

$t(X) = \frac{\bar{X} - 0{,}03}{0{,}008/\sqrt{n}} \in N(0,1)$, förkasta H_0 $\alpha = 1\%$ om

$t(x) = \frac{\bar{x} - 0{,}03}{0{,}008/\sqrt{n}} > \lambda_{0{,}01} = 2{,}3263 \Rightarrow$

$\bar{x} > 0{,}03 + 2{,}3263 \frac{0{,}008}{\sqrt{n}}$

b) Styrkan för testet då $\mu = 0{,}033$

$$h(\mu) = P(\text{förkasta } H_0 \mid H_1 \text{ sann})$$

$$h(0{,}033) = P\left(\bar{X} > 0{,}03 + 2{,}3263 \frac{0{,}008}{\sqrt{n}} \,\middle|\, \bar{X} \in N\left(0{,}033; \frac{0{,}008}{\sqrt{n}}\right)\right) = 0{,}90$$

$$= 1 - P(a < \bar{X} < b)$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - \Phi\left(\frac{0{,}03 + 2{,}3263 \frac{0{,}008}{\sqrt{n}} - 0{,}033}{0{,}008/\sqrt{n}}\right) = 0{,}90$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\Phi\left(\frac{-0{,}003 \cdot \sqrt{n}}{0{,}008} + 2{,}3263\right) = 0{,}1$$

$$\frac{-0{,}003 \cdot \sqrt{n}}{0{,}008} + 2{,}3263 = -1{,}2816$$

$$\Rightarrow \quad n = \left((-1{,}2816 - 2{,}3263) \cdot \frac{8}{3}\right)^2 = 92{,}55 \Rightarrow \underline{\underline{n \geq 93}}$$

c) $n = 93$ $\quad \bar{x} = 0{,}0325$

Förkasta H_0 om

$$\bar{x} > 0{,}03 + 2{,}3263 \frac{0{,}008}{\sqrt{93}} = \underline{\underline{0{,}03193}}$$

eftersom $\bar{x} = 0{,}0325$ så har salthalten ökat, $\alpha = 1\%$

$n = 93$ $\quad \underline{\bar{x} = 0{,}0325}$ och $N(\mu; 0{,}008)$

$H_0: \mu = 0{,}03 \quad H_1: \mu > 0{,}03$

$$t(x) = \frac{0{,}0325 - 0{,}03}{0{,}008/\sqrt{93}} = \underline{3{,}01} > \lambda_{0{,}01} = 2{,}3263$$

Styrka

$H_1\ \mu \neq 0{,}03 \quad \alpha = 2\%$