2/10)

Possion-fördelning:

X: antal händelser / minut $\quad X \in Po(1)$

Y: antal händelser / timma

$$Y = \sum_{1}^{60} X_i \in Po(60).$$

$\boxed{7.21}$ $X \in P(7{,}5)$ $\quad P(x) = e^{-7{,}5} \frac{7{,}5^x}{x!}$

$P(X \leq 4) = 0{,}113206.$ (kolla tabell).

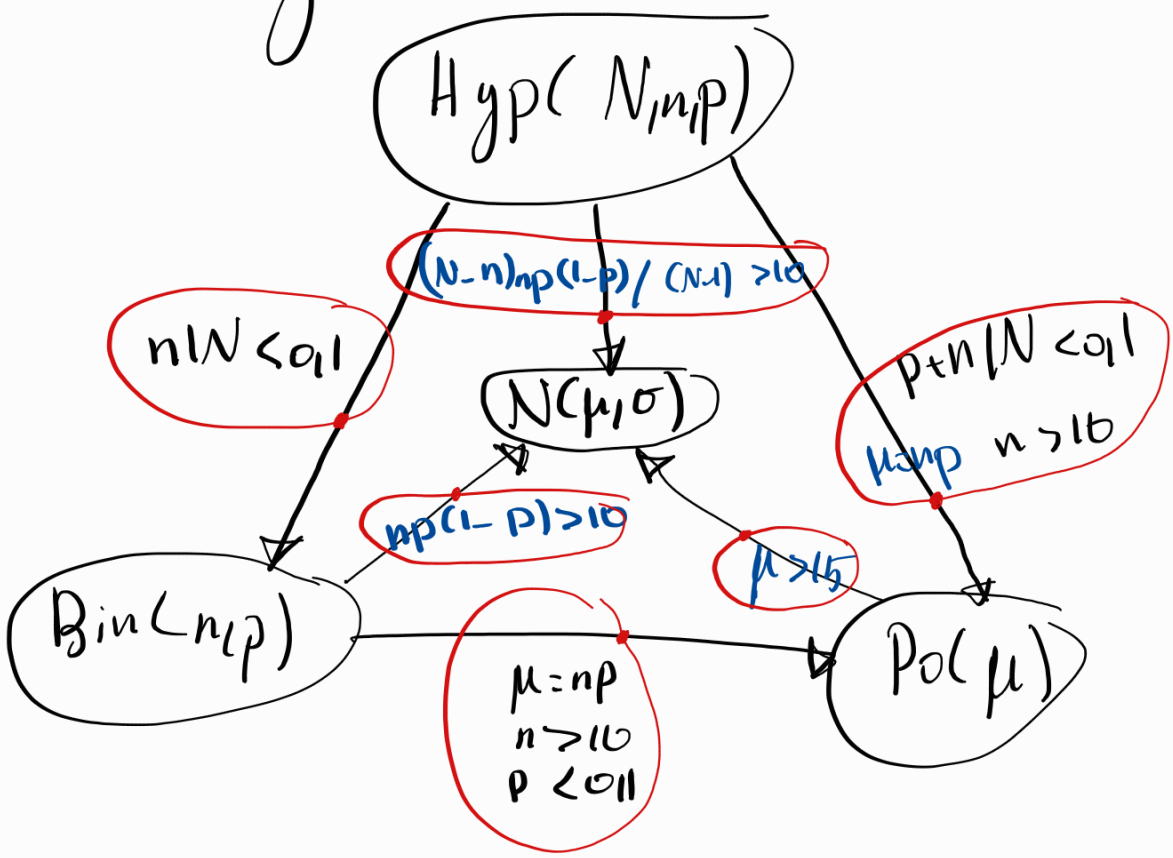
$P(6 \leq X \leq 11) = F(11) - F(5) = 0{,}667932$

$P(X \leq 11) - P(X \leq 5).$

$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9) =$

$P(X = 8) = F(8) - F(7) = e^{-7{,}5} \frac{7{,}5^8}{8!}$

Genvägar att tänka på under Tentan:



Ex

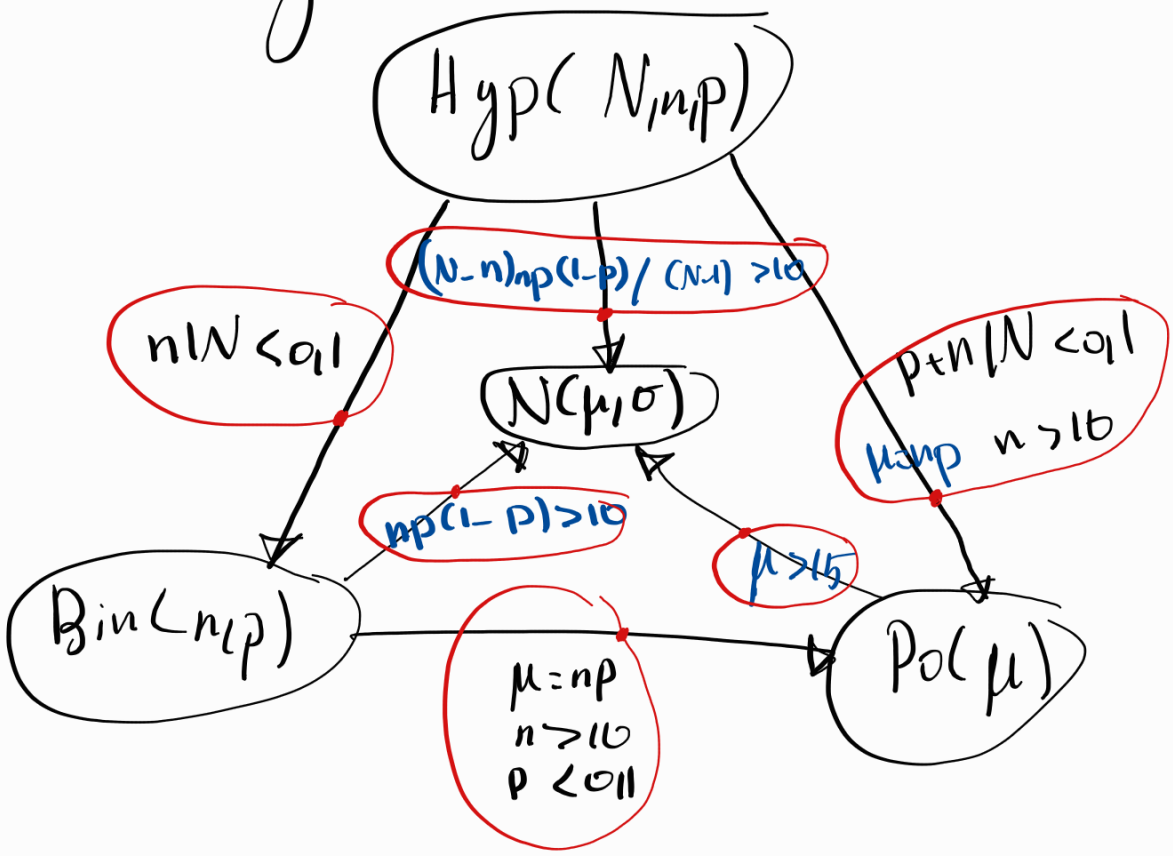
$$\left.\begin{aligned} X_1 &\in Bin(10^6, 10^{-6}) \approx Po(1) \\ X_2 &\in Bin(10^6, 2 \cdot 10^{-6}) \approx Po(2) \end{aligned}\right\} \text{är oberoende}$$

$$Y = X_1 + X_2 \approx Po(1+2) = Po(3)$$ Ere felaktiga tecken.

$$P(Y \geq 10) = \underbrace{1 - P(Y \leq 9)}_{\text{Komp*}} = 1 - 0{,}9989 \approx 0{,}0011$$

Kolla tabell.

Genom vägar att tänka på under Tentan:



Upp. 5 Dugga 220930

X_k = antal kommande samtal / tim.

$X \in Po(\lambda)$, $P(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{x}}{x!}$, $x = 0,1,2$

$P(X=0) = 0{,}1353$

$e^{-\lambda} \frac{\lambda^{0}}{0!} = 0{,}1353 \Rightarrow \lambda = -\ln(0{,}1353) \approx 2{,}0$

$X_k \in Po(2)$

a) $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - 0{,}6767 = 0{,}3232$

b) $Y = \sum_{i=1}^{8} X_i$ = antal samtal / 8 timmar.

(oberoende s.v.)

$Y = Po(2 \cdot 8) = Po(16) \approx N(16; \sqrt{16})$

Centrala G.S

$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) = 1 - \Phi\left(\frac{19{,}5-16}{\sqrt{16}}\right)$

$= 1 - \Phi(0{,}88) = 1 - 0{,}8106 =$

Upp 1. X = tid till nästa olycka i området.

$X \in Exp(\lambda)$ $E(X) = 6 = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{6}$

$f(x) = \frac{1}{6} e^{-\frac{x}{6}}$

P(nästa olycka inom 12 månader) $= P(X \leq 12)$

$= \int_0^{12} \frac{1}{6} e^{-\frac{x}{6}} dx = \left[-e^{-\frac{x}{6}} \right]_0^{12} = 1 - e^{-2} \approx 0{,}8647$

2) Betingad sannolikhet:

R = Regnar > 50 mm H = Högluft tryck

M = måttligt luft tryck L = låg luft tryck.

$P(L) = 0{,}2$ $P(M) = 0{,}72$ $P(H) = 0{,}8$

$P(R|L) = 0{,}9$ $P(R|M) = 0{,}47$ $P(R|H) = 0{,}6$

$P(H|R) = \frac{P(H \cap R)}{P(R)}$

$P(R) = P(L \cap R) + P(M \cap R) + P(H \cap M)$
$= P(L)P(R|L)$
$+ P(M)P(R|M)$
$+ P(H)P(R|H)$

$= \boxed{0{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}72 \cdot 0{,}47 + 0{,}8 \cdot 0{,}6}$

$= \frac{0{,}108 \cdot 0{,}06}{0{,}5232} \approx$

3) X_1 = tid till leverens(b) $E(X_1) = 12$
$D(X_2) = 8$

X_2 = tid till lererense(a) $X \in Exp(\lambda)$
$E(X_2) = 3$
$D(X_2) = 3$

Y = tid till hela leverensen (a) + (b)

$Y = X_1 + X_2$

$E(Y) = E(X_1 + X_2) = E(X_1) + E(X_2) =$
$12 + 3$
$= 15$

$V(Y) = V(X_1 + X_2) = V(X_1) + V(X_2)$
$= 8^2 + 3^2$
$= 73$

$D(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{73}$

$Z = \sum_{i}^{25} Y_i$ = tid för 25 leverensen i tid.

$Z \approx N(\overset{n \cdot \mu}{25 \cdot 15}; \overset{\sqrt{n}\,\sigma}{5\sqrt{73}}) =$
CGS

P(minst 25 leverensen)

$P(Z \leq 360) \approx \Phi\left(\frac{360 - 375}{5\sqrt{73}}\right) = \Phi(-0{,}35)$

$= 1 - \Phi(0{,}35) = 0{,}3632.$

---

4) ⊕ 10 frågor $k = 55\%$ sannolikhet att klara den (Oberoende!)

⊕ För godkänt krävs minst 6 st rätta svar ⊕ man gör testet hur många gånger som helst.

a) P(en student klarar på 1:a försöket) =

X: antal rätta svar $\in Bin(10; 0{,}55)$

Y: antal fel svar $\in Bin(10; 0{,}45)$

$\cancel{P(X \geq 6) = P(Y \leq 4) = \binom{10}{4}(0{,}45)^4(0{,}55)^6}$

$P(Y \leq 4) = \sum_{k=0}^{4} \binom{10}{k}(0{,}45)^k(0{,}55)^{10-k}$

$\boxed{\cancel{= 0{,}2384}} = 0{,}5044$

$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}}$

b) ~~approx~~ ~~P(minst 150 st av 250 st klarar provet från första försöket)~~

$\cancel{= \sum_{i}^{150}}$

$Bin(250; 0{,}5044)$

$np(1-p) > 10$

$\cancel{E = n.p = 10 . 0{,}45 = 4{,}5}$

$\cancel{V = np(1-p) = 4{,}5 . 0{,}55 = 2{,}475}$

$\cancel{\sigma = \sqrt{V}}$

$\cancel{\text{approx} \quad Y \in N(4{,}5 ; \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{10}})}$

$$\cancel{= \frac{1}{\sqrt{2\pi V}} e^{-\frac{(100-4{,}5)^2}{2V}}}$$

$N(126{,}1 ; 7{,}9)$

c)