30/8 Ex Lotto.

Välj $n = 7$ gånger utan återläggning bland $N = 35$

med hänsyn till ordning (permutationer)

$$35 \cdot 34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 = 35 \boxed{nPr} 7 = 3.3 \cdot 10^{10}$$

utan hänsyn till ordning (kombinationer

$$\frac{35 \cdot 34 \cdot \ldots \cdot 29}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{35!}{7!\,28!} = \binom{35}{7} = 35 \boxed{nCr} 7 = 6{,}7 \cdot 10^{6}$$

"Välj 7 bland 35"

- $\binom{N}{0} = \binom{N}{N} = 1$, $\binom{N}{1} = \binom{N}{N-1} = N$, $\binom{N}{n} = \binom{N}{N-n}$ | Def. $0! = 1$

Ex Komplementsatsen

Ov 2.17 Bestäm sannolikheten att minst 2 personer av 23 st. har samma födelsedag.

Antag att året har 365 dagar och att alla födelsedagar är lika sannolika.

A = minst 2 av 23 har samma födelsedag

A^c = alla har olika födelsedag

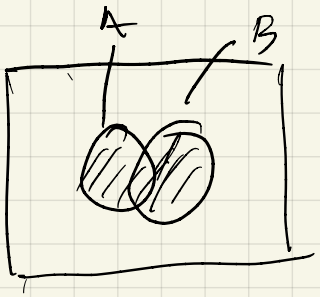
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \ldots \cdot 343}{\underbrace{365 \; 365 \cdot \ldots \cdot 365}_{365^{23}}} \approx 0{,}507$$

Ex additionssatsen

ÖV 2.8 $P(A) = 0{,}1$, $P(B) = 0{,}2$ o $P(A \cap B) = 0{,}05$

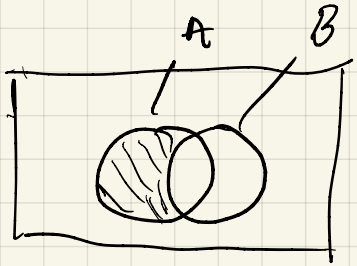
a) P(åtminstone någon av händelserna) = P(minst 1 av händelser)

$= P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}1 + 0{,}2 - 0{,}05 = 0{,}25$



b) P(endast A) $= P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B)$

$= 0{,}05$

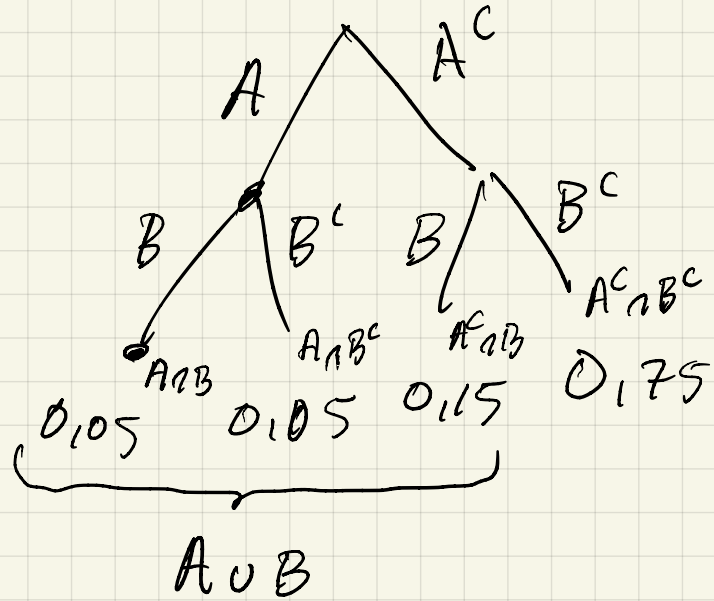


c) P(endast B) $= P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}15$

d) P(exakt 1 av händelserna A o B) $= P((A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)) =$

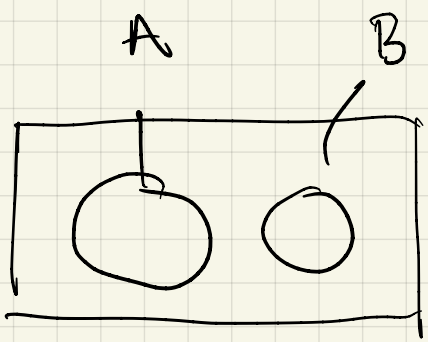
$P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B)$ $= 0{,}20$

	A	A^c	
B	$A \cap B$ $0{,}05$	$A^c \cap B$ $0{,}15$	$0{,}2$
B^c	$A \cap B^c$ $0{,}05$	$A^c \cap B^c$ $0{,}75$	$0{,}8$
	$0{,}1$	$0{,}9$	1



Ö v 2.9 för händelserna A o B gäller $P(A) = 0{,}7$ o $P(B) = 0{,}6$

Kan A o B vara disjunkta?

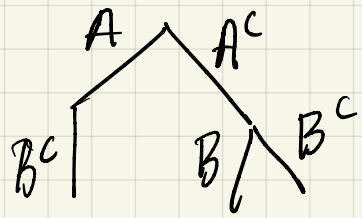


Om A o B är disjunkt så måste

$P(A \cap B) = 0 \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0{,}7 + 0{,}6$

$= 1{,}3 > 1$ omöjligt!

Ex A o B är disjunkta



	A	A^c
B	$A \cap B$ 0	$A^c \cap B$
B^c	$A \cap B^c$	$A^c \cap B^c$

Ex Övn 2,14

Dra 3 kort ur en kortlek, 52 kort o 4 färger, utan återlägg och utan hänsyn till ordning.

13 hj
39 hj^c

Bestäm sannolikheten att

a) $P(3 \text{ hjärtan}) = \left[\frac{g}{m}\right] = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} = \frac{\binom{13}{3} \cdot \binom{39}{0}}{\binom{52}{3}}$

b) $P(\text{exakt 2 hjärtan}) = \frac{\binom{13}{2}\binom{39}{1}}{\binom{52}{3}} = \frac{\overset{H}{13} \cdot \overset{H}{12} \cdot \overset{H^c}{39} + 13 \cdot 39 \cdot 12 + 39 \cdot 13 \cdot 12}{52 \cdot 51 \cdot 50}$

$$\frac{\frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1} \cdot \frac{39}{1}}{\frac{52 \cdot 51 \cdot 50}{3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 39 \cdot 3}{52 \cdot 51 \cdot 50}$$

c) $P(\text{inget hjärter}) = \dfrac{\binom{13}{0}\binom{39}{3}}{\binom{52}{3}}$

d) $P(\text{alla 3 är Ess}) = \dfrac{\binom{4}{3}\binom{48}{0}}{\binom{52}{3}} = \dfrac{4 \cdot 1}{\binom{52}{3}}$

4 Ess
48 Ess^c

SV

2.19 Dra 13 kort ur en kortlek utan återlägg o utan ordning

$A = 5\,sp,\ 3\,hj,\ 3\,ru,\ 2\,kl$

a)

$$P(A) = \frac{\overset{sp}{\binom{13}{5}}\overset{hj}{\binom{13}{3}}\overset{ru}{\binom{13}{3}}\binom{13}{2}}{\binom{52}{13}}$$

13 hj, 13 sp
13 ru, 13 kl

$n = 13\,st$

5, 3, 3, 2

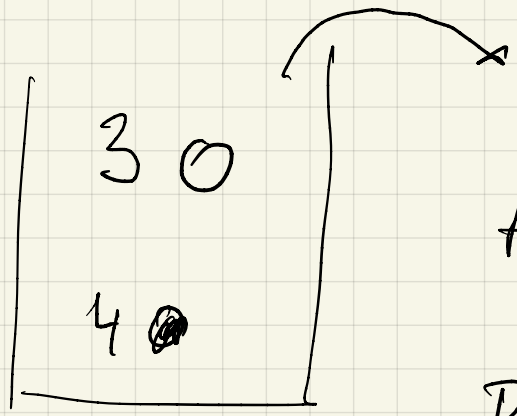
S H R K

S R H K

b) fördelning 5, 3, 3, 2 på godtyckliga färger

$$P(B) = \frac{\binom{13}{5}\cdot\binom{13}{3}\binom{13}{3}\binom{13}{2}}{\binom{52}{13}} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

Ex

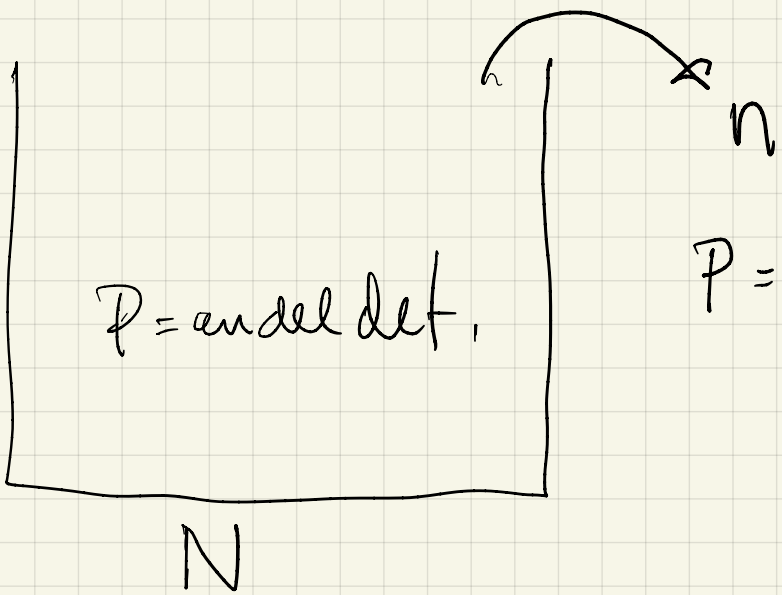


$n = 3$ st utan återlägg

A_k = k st vita i urvalet, $k = 0, 1, 2, 3$

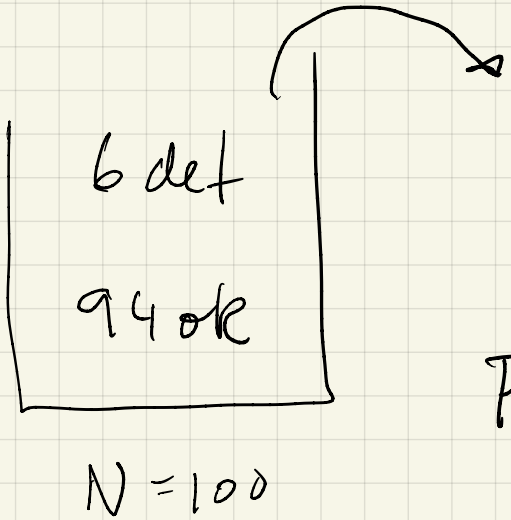
$$P(A_k) = \frac{\binom{3}{k}\binom{4}{3-k}}{\binom{7}{3}}, \quad k = 0, 1, 2, 3$$

$\boxed{\text{Hypergeometrisk fördelning}}$



$P = ?$

2.21



n = 5st utan återlägg

A_k = k st def. i urvalet

$$P(A_k) = \frac{\binom{6}{k}\cdot\binom{94}{5-k}}{\binom{100}{5}} \qquad k = 0,1,2,3,4,5$$

a)

$$P(\text{exakt 2 def}) = P(A_2) = \frac{\binom{6}{2}\binom{94}{3}}{\binom{100}{5}}$$

b)

$$P(\text{högst 1 def}) = P(A_0 \cup A_1) = P(A_0) + P(A_1) = \frac{\binom{6}{0}\binom{94}{5} + \binom{6}{1}\binom{94}{4}}{\binom{100}{5}}$$

Population

$p = ?$

andel def

$N = 1000$

Stickprov

$n = 25$

$x = 1$ def

$\hat{p} = \frac{1}{25} = 4\%$