21/11 13.16 Stickprov i par

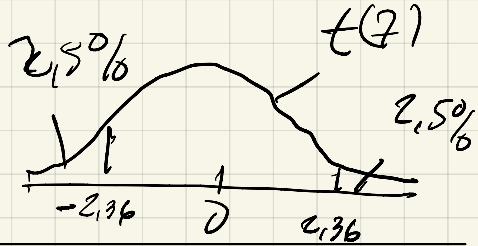
X_i = längd på morgonen person i $\quad (X_i ; Y_i)$

Y_i = längd på kvällen person i

- $X_i \in N(\mu_i ; \sigma_1) \quad Y_i \in N(\mu_i + \Delta ; \sigma_2)$

Alla parametrar okända

$Z_i = X_i - Y_i \in N(\Delta ; \sigma) \quad , \left(\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)$



nr	1	2	3	4	5	6	7	8
z	0	-1	-3	-2	-1	-2	1	-2

$H_0 : \Delta = 0$

$H_1 : \Delta \neq 0 \quad , \alpha = 5\%$

testvariabel

$$T(Z) = \frac{\bar{Z} - 0}{S_z / \sqrt{8}} \in t(7)$$

förkasta H_0 om $|t(z)| > t_{0,025}^{(7)} = 2,36$

$\bar{z} = -1,25 \quad , \quad s_z = 1,2817$

$$t(z) = \left| \frac{-1,25 - 0}{1,2817/\sqrt{8}} \right| \approx 2,75 > t_{0,025}(7) = 2,36$$

H_0 förkastas, man är längre på morgonen än på kvällen.

alt. sätt ingen Normalfördelning o litet stickprov

H_0: Slumpmässigt om man är längre eller kortare på morgonen än på kvällen ($\Delta = 0$)

H_1: H_0 gäller inte ($\Delta \neq 0$)

stickprov blir

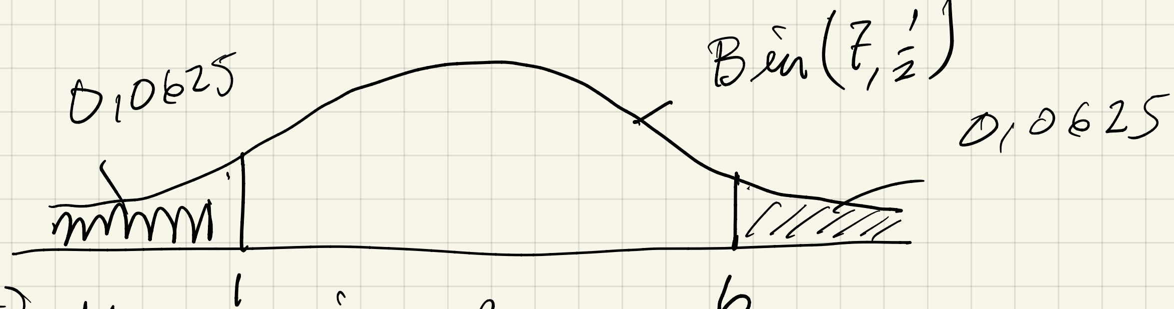
1	2	3	4	5	6	7	8
0	−	−	−	−	−	+	−

testvariabel: X = antal negativa skillnader

$X \in Bin(7; \frac{1}{2})$ om H_0 sann (X_1 utesluts bär ingen info om längdskillnad)

Teckentest: $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0{,}9375 = 0{,}0625$

p-värdet för testet



$2 \cdot 0{,}0625 = 0{,}125 \Rightarrow$ H_0 kan inte förkastas.

13.22 Direkt metoden (P-värdes metoden)

X = antal 6:or $\quad X \in Bin(n; p)$

$H_0: p = \frac{1}{6}$ tärning ok mot $H_1: p < \frac{1}{6}$ (sned)

a) $n = 12 \quad x = 0$

om H_0 sann $X \in Bin(12; \frac{1}{6})$

p-värdet för testet

$P(X = 0) = \left(\frac{5}{6}\right)^{12} = 0{,}112 > 0{,}05 = \alpha \Rightarrow H_0$ kan inte förkastas

$\boxed{\text{b) tärningen är sned! } p < 0{,}01}$

b) $n = 120 \quad x = 8$

om H_0 sann $X \in Bin(120; \frac{1}{6}) \overset{\text{CGS}}{\approx} N\left(20; \sqrt{\frac{50}{3}}\right)$

P-värdet för testet: $P(X \le 8) = \text{BinomCDF}(120; 1/6, 8) = 0{,}001015 < \alpha = 0{,}01$

: $P(X \le 8) \approx \Phi\left(\frac{8{,}5 - 20}{\sqrt{50/3}}\right) = \Phi(-2{,}82) = 0{,}0024 < \alpha = 0{,}01$

13.30 X s.v. med utfall $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$

$n = 4096$ obs. på X gav

OBS	0	1	2	3
X	1764	1692	552	88

Pröva $H_0 : X \in Bin(3; 0{,}25)$

$H_1 : X \notin Bin(3; 0{,}25)$

Förväntade frekvenser

Exp.	0	1	2	3
	np_0 1728	np_1 1728	np_2 576	np_3 64

$$P_0 = P(X = 0) \overset{H_0 \text{ sann}}{=} 0{,}42188$$

$$np_0 = 4096 \cdot 0{,}42188 = 1728$$

$$p_1 = P(X=1),\ p_2 = P(X=2),\ p_3 = P(X=3)$$

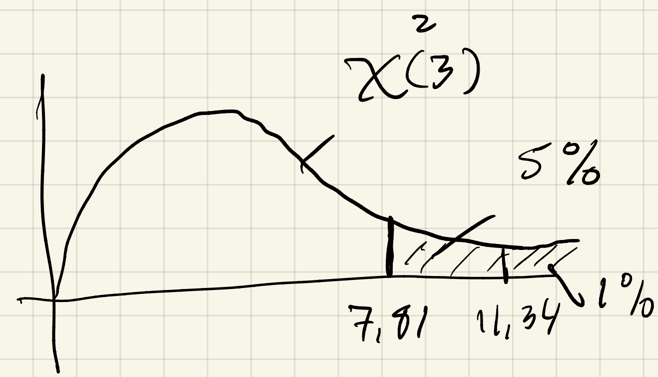
Testvariabel

$$Q = \sum_{i=0}^{3} \frac{(OBS_i - Exp_i)^2}{Exp_i} =$$

$$\frac{36^2}{1728} + \frac{(-36)^2}{1728} + \frac{24^2}{576} + \frac{(-24)^2}{64} =$$

$$= 11{,}5$$

$$Q \in \chi^2(3)$$



$Q_{OBS} = 11{,}5 > \chi^2_{0{,}01}(3) = 11{,}34$, H_0 förkastas $\underline{X}$ är inte

$Bin(3; 0{,}25)$ $\alpha < 1\%$

$P(Q \geq 11{,}5) < 0{,}01$

13.31

OBS	M	K	
P_1	46	54	100
P_2	78	72	150
P_3	143	107	250
	267	233	500

$P_M^* = \frac{267}{500}$ $\qquad P_K^* = \frac{233}{500}$

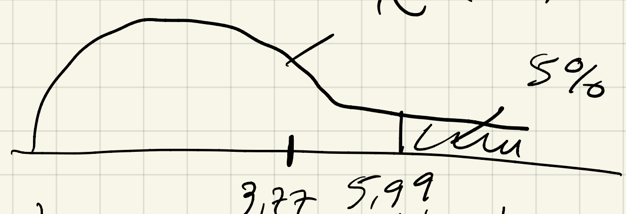
EXP	M	K	
P_1	$P_M^* = \frac{267}{500} \cdot 100$ 53,4	46,6	100
P_2	$P_M^* \cdot 150$ 80,1	69,9	150
P_3	133,5	116,5	250
	267	233	

H_0: Köns fördelning är lika i P_1, P_2 & P_3

H_1: ——— " ——— olika i P_1, P_2 & P_3

$$Q = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{2} \frac{(OBS_{ij} - EXP_{ij})^2}{EXP_{ij}} \in \chi^2_{(3-1)(2-1)} = \chi^2(2)$$

$\chi^2(2)$



Förkasta H_0 om $Q_{OBS} > \chi^2_{0,05}(2) = 5,99$

$$Q_{OBS} = \frac{(46-53{,}4)^2}{53{,}4} + \frac{(54-46{,}6)^2}{46{,}6} + \ldots + \frac{(107-116{,}5)^2}{116{,}5} = 3{,}77 \Rightarrow$$

H_0 kan inte förkastas.