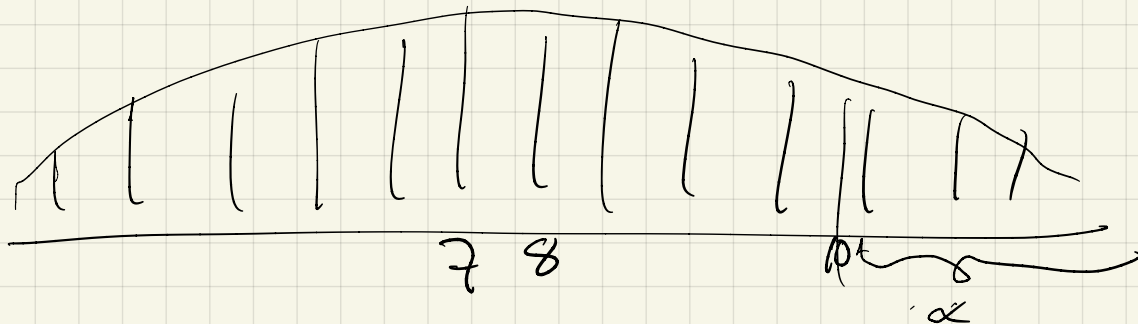16/11 Kap 13 Hypotesprövning

Ex David har ESP, han kan förutsäge resultatet vid slant singling.

X = antal rätt, $X \in Bin(15; P)$

Nollhypotes $H_0 : P = 0,5$ (Han gissar)

$H_1 : P > 0,5$

Testvariabel X = antal rätt om H_0 sann $X \in Bin(15; 0,5)$

7 8 α

om $X \geqslant 10$ $\quad \alpha = P(X \geqslant 10) = 1 - P(X \leqslant 9) = 1 - 0,85 \approx 0,15$

om $X \geqslant 12$ $\quad \alpha = P(X \geqslant 12) = 1 - P(X \leqslant 11) = 1 - 0,98241 \approx 0,0176$

antal: $11010|11111|00101$ $\qquad X = 11$ $\qquad P^* = \frac{11}{15} \approx 0,73$

Resultat ger $\quad \alpha = P(X \geqslant 11) = 1 - P(X \leqslant 10) = 1 - 0,94077 \approx 0,059$

- Jag tror att David har ESP $\underline{\circ}$ för kastar H_0

$P > 0,5 \quad (P^* \approx 0,733)$

$\alpha =$ signifikansnivån (fel risk) är $5,9\%$

$Bin(15; 0,5)$

$5,9\%$

11 Kritiskt område för H_0
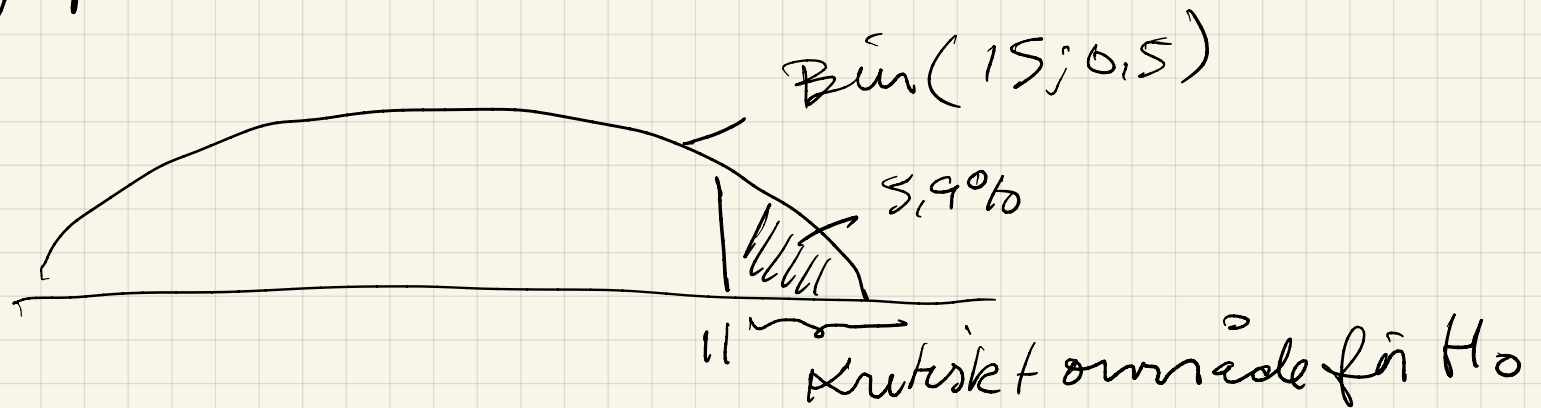
Hur hög är testets styrka?

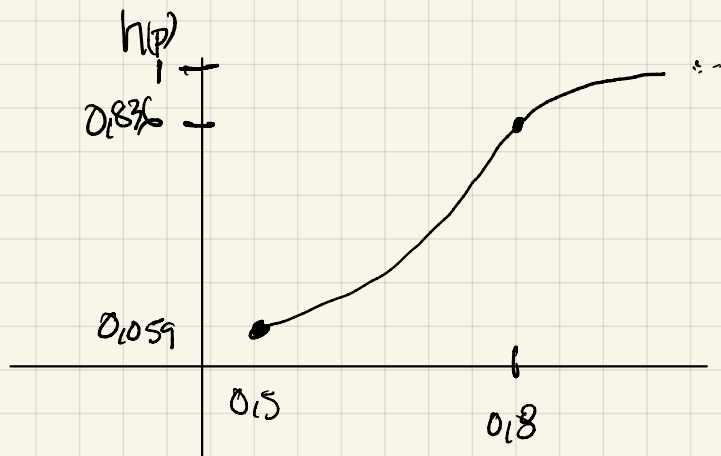Hur stor är sannolikheten att upptäcka att

H_1 är sann, $P > 0,5$

Styrkefunktionen

$$h(p) = P(H_0 \text{ förkastas} \mid H_1 \text{ sann})$$

$$h(0,7) = P(X \geq 11 \mid X \in Bin(15; 0,7)) = 0,5155, \quad \beta \approx 48,8\%$$

$$h(0,8) = P(X \geq 11 \mid X \in Bin(15; 0,8)) = 0,836 \Rightarrow \beta = 16,4\%$$

$n = 15$

Ex Brytpunkan

$X_i = $ livs längd

$X_i \in N(\mu; 10)$, $n = 15$

A vill visa att man har rätt

$(\mu > 190)$

Provar $H_0 : \mu = 190$ mot $H_1 : \mu = 200$ $\alpha = 1\%$

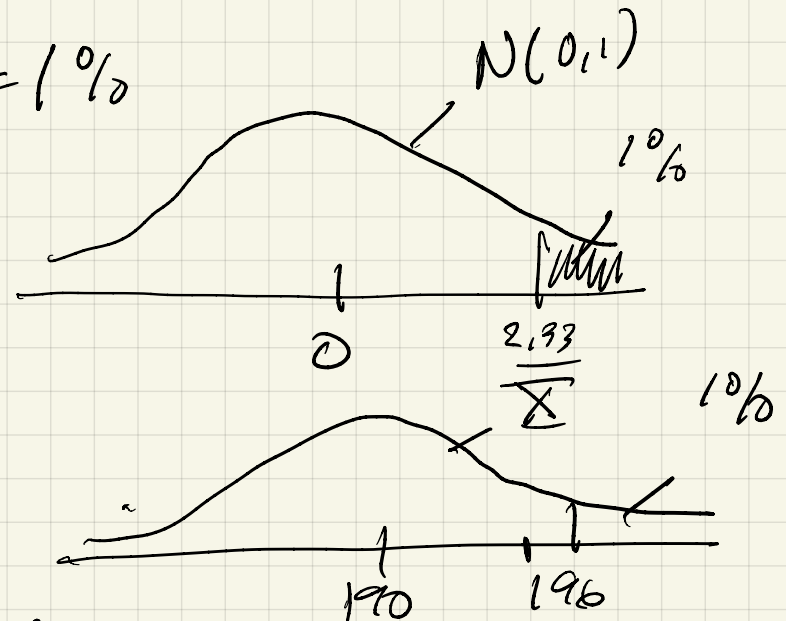testvariabeln, $\bar{X} \in N(\mu; \frac{10}{\sqrt{n}})$ $\Rightarrow$ $\frac{\bar{X} - \mu}{10/\sqrt{n}} \in N(0,1)$

Kritisk område : förkasta H_0 $\alpha = 1\%$

om $\frac{\bar{X} - 190}{10/\sqrt{15}} > 2{,}3263 = \lambda_{0,01}$ (μ_0)

$\Longleftrightarrow$

$\bar{X} > 190 + 2{,}3263 \frac{10}{\sqrt{15}} \approx 196{,}01$

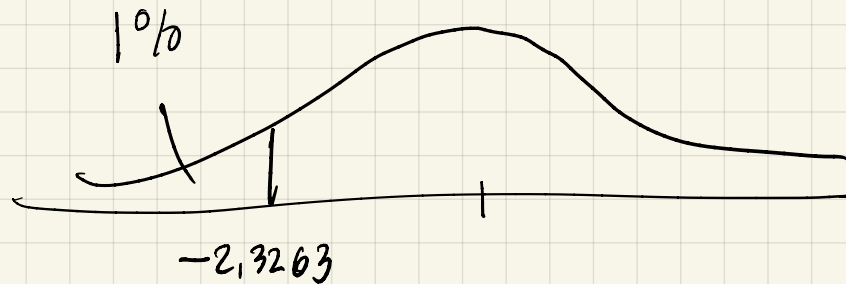eftersom $\bar{x} = 194{,}8$, så kan H_0 inte förkastas

B sätter upp följade

$$H_0 : \mu = 200 \qquad H_1 : \mu = 190$$
$$(\mu < 200)$$

$$t(\bar{X}) = \frac{\bar{X} - 200}{10/\sqrt{15}} \in N(0,1)$$

Förkasta H_0 på $\alpha = 1\%$ om

1%

$-2,3263$

$$t(\bar{X}) < -2,3263 \iff \bar{X} < 200 - 2,3263 \frac{10}{\sqrt{15}} \approx 193,99$$
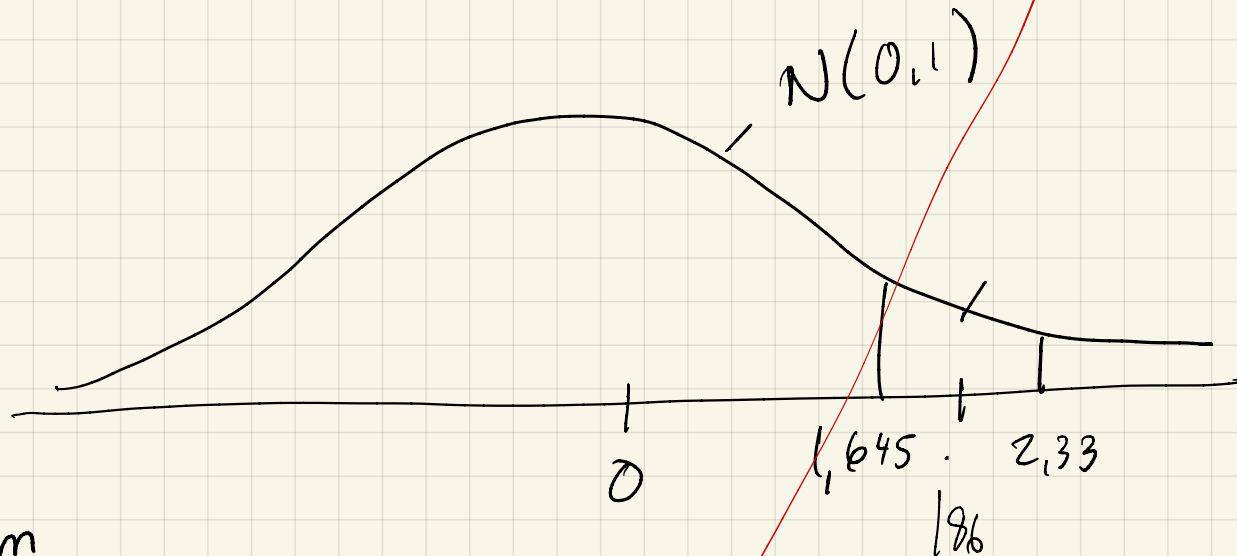
eftersom $\bar{X} = 194,8 > 193,99$ så kan H_0 inte förkastas

Bäda kan ha fel, Bäda kan ha rätt!

Brytpunnar

$\alpha = 5\%$

$$t(\overline{X}) = \frac{\overline{X} - 190}{10/\sqrt{15}} > 1,6449$$

$$t(\overline{x}) = \frac{194,8 - 190}{10/\sqrt{15}} = 1,86$$

$N(0,1)$

$0 \qquad 1,645 \cdot \quad 2,33$

$1,86$

H_0 sann

$$X_i \in N(190; 10) \quad i = 1, \ldots, 15$$

$$P(\overline{X} > 194,8) = 1 - \Phi(1,86) = 1 - 0,9686 = 0,0314 = \alpha$$

Bestäm ett 98% konfidensentervall för μ

$N(\mu; \sigma)$ $\sigma = 10$ $n = 15$, $\lambda_{0,01} = 2,3263$, $\bar{x} = 194,8$

$$\mu \in \left(\bar{x} \pm \lambda_{0,01} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\mu \in \left(194,8 \pm 2,3263 \frac{10}{\sqrt{15}} \right)$$

$$\mu \in \left(194,8 \pm 6,01 \right)$$

$$\mu \in \left(188,8, \ 200,8 \right), \ (98\%)$$

$\mu = 190$ $\mu = 200$